

MATEMÁTICA

Operadores Lógicos Fundamentais



Livro Eletrônico



SUMÁRIO

Apresentação	3
Operadores Lógicos Fundamentais	4
1. Princípios de Lógica	4
1.1. Princípio do Terceiro Excluído	5
1.2. Princípio da Não Contradição	6
1.3. Princípio da Identidade	7
2. Proposições Lógicas.....	8
2.1. Proposições Simples e Compostas	11
2.2. Proposições Categóricas	13
2.3. Marcos Temporais	17
3. Operadores Lógicos Fundamentais	18
3.1. Negação.....	18
3.2. Conjunção ("E")	25
3.3. Disjunção Inclusiva ("OU")	26
3.4. Negação dos Operadores E e OU	26
4. Propriedades dos Operadores E e OU	34
4.1. Propriedades Matemáticas.....	34
4.2. Conclusões Lógicas com E e OU	36
4.3. Deduções e Equivalências Lógicas	38
Resumo.....	41
Mapas Mentais	44
Questões Comentadas em Aula	47
Questões de Concurso	53
Gabarito.....	78

APRESENTAÇÃO

Olá, seja bem-vindo(a) ao nosso curso.

Nesta aula, estudaremos os conceitos básicos sobre proposições e operadores lógicos.

A matéria de Raciocínio Lógico é certamente uma das mais conhecidas dos concursados, pois costuma ser cobrada em provas de todo tipo de cargo e por várias bancas.

Esta matéria também tem bastante importância teórica para a Matemática, pois permitiu o rigor matemático nas demonstrações.

Para a vida prática, também se trata de um tema bastante importante, pois nos ajudará a pensar melhor, nos livrar de preconceitos e chegar a conclusões genuinamente lógicas, livres de falácias e de erros de raciocínio.

Antes de iniciar nossa aula, eu gostaria de te passar meus contatos, caso você tenha dúvidas.

E-mail: thiagofernando.pe@gmail.com

OPERADORES LÓGICOS FUNDAMENTAIS

1. PRINCÍPIOS DE LÓGICA

A Lógica é uma técnica que trabalha o pensamento humano como ele deveria ser: isento de falácias e atalhos, e não como ele é, de fato.

É importante diferenciar a Lógica da Ciência.

A Lógica busca deduzir verdades a partir de um conjunto de premissas tomado como verdadeiro. Esse é um processo *a priori*. O sentido da expressão “*a priori*” é para mostrar que a dedução lógica não é feita a partir de observações da realidade, portanto, **dispensa a experimentação**.

As verdades lógicas são, portanto, obtidas antes de observar a realidade. Em muitos casos, elas não são nem mesmo verificáveis.

Por exemplo, considere a proposição lógica “7 é primo”. Essa proposição é facilmente verificável, pois você pode testar todos os números menores que 7 e constatar que 7 não é divisível por nenhum.

Por outro lado, considere a seguinte proposição “Existem infinitos números primos”. Embora seja possível provar matematicamente que isso seja verdade, é impossível verificar tal afirmação.

O ser humano jamais conseguiria escrever num papel uma lista com infinitos números primos. Portanto, embora saibamos que essa informação é verdadeira, não somos capazes de verificá-la.

As áreas do conhecimento mais afeitas à Lógica são a Matemática, a Filosofia e a Praxeologia.

Por outro lado, a ciência utiliza o Método Científico, que consiste em extrair conclusões por meio de **observações da realidade**. Trata-se, portanto, de conhecimentos obtidos *a posteriori*.

Por exemplo, a Física estuda a gravidade por meio da experimentação. Podem-se lançar vários objetos de alturas diferentes e, a partir do tempo de queda, o tempo necessário para que eles cheguem ao chão, o pesquisador poderá calcular a aceleração da gravidade.

Porém, a Matemática não precisa de nenhuma observação da realidade para deduzir seus teoremas. Por conta disso, a nossa amada disciplina não pode ser considerada uma ciência.

Apesar de parecer abstrata, é importante destacar que **o objetivo da Lógica é descrever a realidade**, chegando a conclusões sobre ela. Porém, todas as conclusões lógicas são feitas unicamente a partir do **raciocínio**, não de experimentações.

Vamos resumir as diferenças entre o conhecimento lógico e o científico.

Método Lógico	Método Científico
Parte de conhecimentos anteriores (ou premissas).	Parte de observações da realidade.
Usa o raciocínio.	Cria experimentos científicos.
Prova verdades absolutas, desde que suas premissas sejam verdadeiras.	Propõe teorias e hipóteses que podem ser abandonadas caso não se adéquem a um experimento futuro.

Vamos aprender agora alguns princípios que servirão de base para o nosso estudo.

1.1. PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO

O Princípio do Terceiro Excluído estabelece que:

Obs.: uma proposição só pode ser verdadeira ou falsa, não se admitindo outra possibilidade.

Este princípio determina o tipo de Lógica que estudamos para concursos públicos, conhecida como **Lógica Booleana**.

Na Lógica Booleana, só existem as proposições absolutamente verdadeiras e as proposições falsas e não é possível haver um meio termo.

Prestemos atenção à expressão **absolutamente verdadeira**. Em Lógica, somente podemos dizer que uma expressão é verdadeira quando ela está absolutamente provada, isto é, acima de qualquer dúvida.

Costumo dizer aos meus alunos que a Matemática não tem espaço para o talvez. Enquanto algo não for provado definitivamente, aquilo não pode ser tomado como verdadeiro.

Tomemos como exemplo a afirmação de que “Todos os vinhos de qualidade são fabricados a mais de 20 graus de latitude”.

Essa afirmação foi repetida por muitas décadas no mundo dos vinhos, fazendo uma referência de que o clima frio que pode ser encontrado longe dos trópicos era essencial para a maturação das uvas e para a produção da bebida.

Porém, trata-se de uma afirmação que não havia sido provada. Havia apenas especulações de que fosse verdade.

Recentemente, a fábrica Rio Sol foi capaz de produzir em Petrolina – interior de Pernambuco – o premiado vinho Paralelo 8.



Figura 1: Vinho Paralelo 8 e uma Ilustração do Princípio do Terceiro Excluído

O nome do vinho é uma homenagem à localização geográfica de Petrolina e faz um leve deboche com o antigo preconceito sobre a necessidade de latitudes muito elevadas para a produção de vinhos de qualidade.

Perceba, portanto, que encontramos um único exemplo que contraria a proposição: “Todos os vinhos de qualidade são fabricados a mais de 20 graus de latitude”.

Sendo assim, essa proposição não é absolutamente verdadeira, logo, ela é falsa.

Não podemos dizer que ela é quase verdadeira ou aproximadamente verdadeira. Na Matemática, não existe espaço para o talvez nem para o quase. Se a afirmação não é 100% verdadeira, ela é falsa.

Assim, o Princípio do Terceiro Excluído encontra grandes aplicações na filosofia e no dia a dia, pois nos ensina a nos livrar de preconceitos bobos.

1.2. PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO

O Princípio da Não Contradição é um dos mais importantes da Lógica tradicional e é bastante compreendido pelas pessoas. Ele estabelece de forma geral que:

Obs.: | uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Em outras palavras, uma proposição qualquer pode ser verdadeira ou pode ser falsa, mas não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Quando discutimos com alguém e queremos provar que aquela pessoa está chegando a uma conclusão errada, o método mais comum que usamos é tentar apontar uma contradição que ela tenha cometido.

Quando apontamos uma contradição qualquer na sua base de argumentos, estamos invalidando completamente a sua tese e negando a sua argumentação. É por isso que as pessoas ficam tão chateadas quando apontamos uma contradição nos seus argumentos.

O Princípio da Não Contradição tem uma importante relação com o Operador Condicional e com as Provas por Absurdo. Veremos mais adiante, no capítulo sobre Lógica de Argumentação, uma importante demonstração que vai se relacionar com esse princípio.

1.3. PRINCÍPIO DA IDENTIDADE

O Princípio da Identidade estabelece que tudo é idêntico a si mesmo. Em outras palavras, A é A. Por exemplo, podemos dizer que a maçã é maçã.

Esse princípio se relaciona bastante com o Princípio da Não Contradição. A contradição seria estabelecer que A é não A. Por exemplo, “a maçã não é maçã.”

DIRETO DO CONCURSO

001. (VUNESP/PC-SP/2011/DELEGADO DE POLÍCIA) Em lógica, pelo princípio do terceiro excluído,

- a) uma proposição falsa pode ser verdadeira e uma proposição falsa pode ser verdadeira.
- b) uma proposição verdadeira pode ser falsa, mas uma proposição falsa é sempre falsa.
- c) uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa, não há outra possibilidade.
- d) uma proposição verdadeira é verdadeira e uma proposição falsa é falsa.
- e) nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.



O Princípio do Terceiro Excluído estabelece que uma proposição somente pode ser verdadeira ou falsa. Não existe nenhum terceiro possível valor lógico intermediário. É o que diz a letra C. Vamos ver as outras afirmações.

- a) Essa afirmação está incorreta. Ela está negando o Princípio da Identidade.
- b) Também está incorreta, por negar o Princípio da Identidade.
- c) Essa afirmação está correta, porém, se refere ao Princípio da Identidade.
- d) Essa afirmação está correta, porém, se refere ao Princípio da Não Contradição.

Letra c.

002. (VUNESP/PC-SP/2014/ESCRIVÃO DE POLÍCIA CIVIL) Um dos princípios fundamentais da lógica é o da **não contradição**. Segundo este princípio, nenhuma proposição pode ser simultaneamente verdadeira e falsa sob o mesmo aspecto. Uma das razões da importância desse princípio é que ele permite realizar inferências e confrontar descrições diferentes do mesmo acontecimento sem o risco de se chegar a conclusões contraditórias. Assim sendo, o princípio da não contradição.

- a) fornece pouco auxílio lógico para investigar a legitimidade de descrições.
- b) permite conciliar descrições contraditórias entre si e relativizar conclusões.
- c) exibe propriedades lógicas inapropriadas para produzir inferências válidas.
- d) oferece suporte lógico para realizar inferências adequadas sobre descrições.
- e) propicia a produção de argumentos inválidos e mutuamente contraditórios.



O Princípio da Não Contradição é uma das bases, um dos pilares da Lógica. Portanto, ele oferece um suporte lógico para a realização de inferências adequadas.

Todas as demais afirmações estão erradas, porque buscam minimizar esse princípio que é tão importante.

Letra d.

003. (CESPE/PGE-PE/2019/ANALISTA ADMINISTRATIVO DE PROCURADORIA/CALCULISTA) A lógica bivalente não obedece ao princípio da não contradição, segundo o qual uma proposição não assume simultaneamente valores lógicos distintos.



Os três princípios que servem de base para o método lógico bivalente são o princípio do terceiro excluído, o princípio da identidade e o princípio da não contradição, portanto, a afirmação está errada.

Portanto, o erro da afirmação consiste em justamente dizer que a lógica bivalente não obedece. Mas ela, de fato, obedece a este princípio.

Errado.

2. PROPOSIÇÕES LÓGICAS

Uma proposição é uma sentença que pode ser classificada como “Falsa” ou “Verdadeira”.

Eu gosto de classificar que uma proposição é tudo aquilo que poderia cair em um item de Certo/Errado ou até mesmo como um item ABCDE em uma questão de prova.

São exemplos de proposições:

“Thiago não é professor.” = FALSO

“ $1 + 1 = 2$ ” = VERDADEIRO

“Os juízes são órgãos do Poder Judiciário” =?

É interessante essa última afirmação. Como eu não sou professor de Direito Constitucional, a princípio, não saberia classificar se é verdadeira ou falsa. Porém, mesmo que eu não saiba classificar, sabemos que essa sentença pode ser classificada como verdadeira ou como falsa.

Com um certo conhecimento de Direito Constitucional, estudando o Artigo 92 da Constituição, saberíamos que é verdadeira.

Entretanto, lembre-se que, mesmo que você não seja capaz de dizer se uma proposição é verdadeira ou falsa, isso não a faz deixar de ser proposição. Vejamos mais exemplos:

“A Lua é um satélite natural”
“Os buracos negros podem ser coloridos”
“Lucas é auditor”

Por outro lado, **não são proposições**:

- **Sentenças Interrogativas:** quando fazemos uma pergunta, a pergunta em si não pode ser classificada como verdadeira ou falsa. A pergunta é simplesmente uma pergunta;

“Vai chover amanhã?”

“Você fechou a porta?”

Nesse ponto, eu gostaria de lembrar o ditado “Perguntar não ofende”. De fato, quando fazemos uma pergunta, não estamos fazendo absolutamente nenhum julgamento ou nenhuma afirmação sobre o que foi dito ou algo sobre a pessoa.

Portanto, perguntas não são proposições;

- **Sentenças Imperativas:** quando damos uma ordem ou um conselho, essa frase não pode ser classificada como verdadeira ou falsa. Uma ordem é uma ordem;

“Feche a porta.”

“Volte mais tarde.”

- **Sentenças Exclamativas:** a exclamação é utilizada para expressar emoção. E a emoção é algo subjetivo do ser humano. Portanto, a emoção não pode ser julgada como verdadeira ou falsa;

“A Matemática é impressionante!”

“Que menino malcriado!”

- **Sentenças Vagas:** são utilizados adjetivos ou advérbios que não possuem um sentido bem definido.

“João é um bom aluno”.

Essa frase não é uma proposição porque o adjetivo “bom” é vago. O que é um bom aluno para mim pode não ser para outra pessoa.

“A festa foi maravilhosa.”

Mais um adjetivo bastante vago. Dizer que uma festa foi maravilhosa não significa muita coisa, pois o que é uma festa maravilhosa para uma pessoa pode não ser para outra pessoa.

Inclusive, as sentenças vagas ficam como uma importante dica de Redação. Tome bastante cuidado com adjetivos vagos, pois eles podem fazer bastante sentido para você, mas absolutamente nenhum sentido para o seu interlocutor. E isso certamente te fará perder pontos na correção.

Saber se uma sentença é ou não uma proposição lógica pode ser cobrado em questões de prova. Portanto, guarde com bastante carinho esta lista de frases que **não são proposições**:

- Sentenças Interrogativas (ou perguntas);
- Sentenças Exclamativas;
- Sentenças no Imperativo;
- Sentenças Vagas.

DIRETO DO CONCURSO

004. (CESPE/2019/TJ-PR/TÉCNICO JUDICIÁRIO) Considere as seguintes sentenças.

I – A ouvidoria da justiça recebe críticas e reclamações relacionadas ao Poder Judiciário do estado.

II – Nenhuma mulher exerceu a presidência do Brasil até o ano 2018.

III – Onde serão alocados os candidatos aprovados no concurso para técnico judiciário do TJ/PR?

Assinale a opção correta.

- a) Apenas a sentença I é proposição.
- b) Apenas a sentença III é proposição.
- c) Apenas as sentenças I e II são proposições.
- d) Apenas as sentenças II e III são proposições.
- e) Todas as sentenças são proposições.



Devemos nos lembrar que as proposições são sentenças declarativas.

I – É uma proposição, pois está sendo afirmado algo sobre a ouvidoria da justiça. Afirmação correta.

II – Essa é uma proposição categórica universal negativa. Afirmação correta.

III – Uma sentença interrogativa não é uma proposição. Afirmação errada.

Letra c.

005. (CESPE/BNB/2018/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMAS) Julgue o item que segue, a respeito de lógica proposicional.

A sentença “É justo que toda a população do país seja penalizada pelos erros de seus dirigentes?” é uma proposição lógica composta.



Sentenças interrogativas não são proposições. São apenas perguntas.

Errado.

2.1. PROPOSIÇÕES SIMPLES E COMPOSTAS

Uma proposição é dita simples ou atômica quando ela não possui nenhum conectivo lógico. Caso ela possua algum conectivo lógico (E, OU, SE...ENTÃO etc.), a proposição será composta.

Vejamos alguns exemplos para fixar.

Proposições Simples	Proposições Compostas
$1 + 1 = 3$	$1 + 1 = 3$ ou $2 + 1 = 3$
São Paulo é mais populosa que Recife.	Se São Paulo é mais populosa que Recife, então Recife é mais quente que São Paulo.
Thiago não é professor.	Thiago é professor e $2 + 2 = 4$
Thiago e Vinícius são professores.	Thiago é professor e Diana é coordenadora.
Cristiano ou Lionel será o melhor jogador do mundo.	Cristiano é destro ou Lionel é canhoto.

Tabela 1: Exemplos de Proposições Simples e Compostas

De maneira geral, uma proposição simples propõe uma única tese, enquanto a proposição composta propõe mais de uma tese.

Para entender as duas últimas linhas, você terá que lembrar um pouquinho de análise sintática.

É importante você tomar bastante cuidado com os conectivos E e OU. Como conjunções, eles podem ser usados tanto para articular orações diferentes como para articular termos dentro de uma mesma oração.

Quando o conectivo está articulando termos que compartilham o mesmo predicado, ou seja, estão na mesma oração, a proposição é uma só. Trata-se de uma proposição simples.

Por outro lado, quando o conectivo está articulando termos que não compartilham o mesmo verbo, portanto, possuem predicados diferentes, trata-se de uma proposição composta.

Proposições Simples	Proposições Compostas
Thiago e Vinícius são professores.	Thiago é professor e Diana é coordenadora .
Cristiano ou Lionel será o melhor jogador do mundo.	Cristiano é destro ou Lionel é canhoto .
Mesmo Predicado	Predicados Diferentes

Outro ponto a esclarecer é sobre os **marcos temporais**. É muito comum uma sentença ter um marco temporal. São exemplos: “ontem”, “há alguns anos”, “faz alguns dias”.

Ainda que seja formado pelos verbos “haver” ou “fazer”, um marco temporal não é uma proposição autônoma. Ele sempre deve ser entendido como uma parte constituinte da proposição a qual se refere.

Portanto, a sentença: “Joaquim cria cachorros há dez anos” é uma proposição simples.

Agora, vamos treinar com algumas questões de prova.

DIRETO DO CONCURSO

006. (CESPE/2018/BNB/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMA) Julgue o item que segue, a respeito de lógica proposicional.

A sentença “No Livro dos Heróis da Pátria consta o nome de Francisco José do Nascimento, o Dragão do Mar, por sua atuação como líder abolicionista no estado do Ceará.” é uma proposição simples.



A referida sentença é uma proposição simples. Observe que ela é formada por um único verbo declarativo.

“No Livro dos Heróis da Pátria consta o nome de Francisco José do Nascimento, o Dragão do Mar, por sua atuação como líder abolicionista no estado do Ceará.”

Certo.

007. (VUNESP/PC-SP/2014/DELEGADO DE POLÍCIA) Das alternativas apresentadas, assinale a única que contém uma proposição lógica.

- a) Ser um perito criminal ou não ser? Que dúvida!
- b) Uma atribuição do perito criminal é analisar documentos em locais de crime.
- c) O perito criminal também atende ocorrências com vítimas de terrorismo!
- d) É verdade que o perito criminal realiza análises no âmbito da criminalística?
- e) Instruções especiais para perito criminal.



Uma boa questão para ficarmos de olho no que é uma proposição. As sentenças a) e d) são perguntas, portanto não podem ser proposições. A sentença c), por sua vez, é uma sentença exclamativa, expressando emoção, logo, também não é uma proposição.

Já a letra e) não faz nenhuma declaração. Essa frase é como se fosse um pequeno título de um capítulo. Portanto, também não é proposição. Não pode ser classificada como verdadeira ou falsa.

Letra b.

008. (VUNESP/PC-SP/2014/DESENHISTA) A proposição pode ser caracterizada como sentença declarativa que admite um, e somente um, valor de verdade (verdadeiro ou falso). Considerando essa definição, assinale a alternativa correta.

- A sentença declarativa “Choveu no dia do jogo de basquete?” é falsa.
- A sentença exclamativa “Parabéns pelo seu aniversário!” é verdadeira.
- A sentença declarativa “Brasil é um Estado soberano” é verdadeira.
- A sentença exclamativa “Quero comprar um bom carro!” é falsa.
- A sentença interrogativa “Florianópolis é a capital do Pará?” é verdadeira.



As sentenças interrogativas e exclamativas não podem ser consideradas proposições, portanto, não podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas.

Letra c.

2.2. PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

Uma proposição categórica é aquela que diz respeito a uma categoria, não apenas a um único indivíduo.

Elas podem ser classificadas em particulares e universais:

- **Proposições Universais:** quando dizem respeito a todos os elementos de uma categoria. É geralmente caracterizada pela presença de **quantificadores**, como “todos”, “nenhum”, “nunca”, “sempre”;
- **Proposições Particulares:** quando se referem a apenas alguns dos elementos de uma categoria. É geralmente caracterizada pela presença de **quantificadores**, como “algum”, “alguns”, “a maioria”, “parte”, “pelo menos um”, “existe um”.

Além disso, as proposições também podem ser classificadas em afirmativas e negativas:

- **Proposição Negativa:** quando possui um qualificador de negação, por exemplo, “não”, “nunca”, “nada”, “nenhum”, “jamais”;
- **Proposição Afirmativa:** caso contrário, ela será uma proposição afirmativa.

Vejamos alguns exemplos dessas proposições.

	Particular	Universal
Afirmativa	“Alguns auditores são engenheiros.” “Algum cachorro é preto.”	“Todas as proparoxítonas são acentuadas.” “Todos os homens são mortais.”
Negativa	“Algum paulista não é sério.” “Algum auditor não é engenheiro.”	“Nenhum cachorro é mamífero.” “Nenhuma praia carioca é melhor que as nordestinas.”

Tabela 2: Exemplos de Proposições Categóricas

É importante observar que as proposições universais devem ser absolutamente verdadeiras.

Por exemplo, suponha que tenhamos uma lista de auditores:

Auditor	É Engenheiro?	É Brasileiro?	É Estrangeiro?
Alberto	Sim	Sim	Não
Bruna	Não	Sim	Não
Carlos	Sim	Sim	Não
Diego	Sim	Sim	Não
Érica	Sim	Sim	Não
Francisco	Sim	Sim	Não

Tabela 3: Lista de Auditores

Considere as seguintes proposições e julgue-as se são verdadeiras ou falsas:

- “**Todo** Auditor é Engenheiro”;
- “Algum Auditor é Engenheiro”;
- “Algum Auditor não é Engenheiro”;
- “**Nenhum** Auditor é Engenheiro”.

As proposições que possuem “todo” e “nenhum” são universais. Portanto, elas só serão verdadeiras quando realmente **todos** os elementos do conjunto “Auditor” seguirem aquela regra proposta pela proposição.

Quando a gente diz “Todo Auditor é Engenheiro”, essa afirmação é falsa, porque Bruna é uma exceção. Basta uma única exceção para falsear uma proposição universal.

Analogamente, não podemos dizer “Nenhum Auditor é Engenheiro”, pois temos exemplos contrários a essa afirmação.

Por outro lado, quando lidamos com uma proposição particular com o termo “algum”, só precisamos encontrar um exemplo para que ela seja verdadeira. Nesse caso, Alberto é Auditor e é Engenheiro. Portanto, podemos dizer que “algum auditor é Engenheiro”, pois Alberto é exemplo disso.

Da mesma forma, Bruna é um exemplo de que “algum auditor não é engenheiro”. Portanto, essa frase é verdadeira.

- Logo, concluímos que:
- “**Todo** Auditor é Engenheiro” = FALSA;
- “Algum Auditor é Engenheiro” = VERDADEIRA;
- “Algum Auditor não é Engenheiro” = VERDADEIRA;
- “**Nenhum** Auditor é Engenheiro” = FALSA.

Agora, vamos analisar a relação entre o elemento ser auditor e ser brasileiro. Vamos julgar as seguintes frases:

- “Todo Auditor é Brasileiro”;
- “Algum Auditor é Brasileiro”;
- “Algum Auditor não é Brasileiro”;
- “Nenhum Auditor é Brasileiro”.

Com base na Tabela, vimos que realmente todos os auditores são brasileiros. Não há nenhum exemplo contrário.

A proposição “Algum Auditor não é Brasileiro”, nesse caso, passou a ser falsa, porque não há nenhum exemplo de auditor que não seja brasileiro na lista:

- “Todo Auditor é Brasileiro” = VERDADEIRO;
- “Algum Auditor é Brasileiro” = VERDADEIRO;
- “Algum Auditor não é Brasileiro” = FALSO;
- “Nenhum Auditor é Brasileiro” = FALSO.

Por fim, vamos estudar a relação entre o fato de uma pessoa ser auditor e ser estrangeira. Nesse caso, vimos na Tabela que realmente não há nenhum auditor estrangeiro, portanto, podemos concluir que:

- “Todo Auditor é Estrangeiro” = FALSO;
- “Algum Auditor é Estrangeiro” = FALSO;
- “Algum Auditor não é Estrangeiro” = VERDADEIRO;
- “Nenhum Auditor é Estrangeiro” = VERDADEIRO.

DIRETO DO CONCURSO

009. (FUNDATEC/PREFEITURA DE VILA LÂNGARO-RS/2019/TÉCNICO DE ENFERMAGEM)

A alternativa que apresenta um exemplo de proposição composta é:

- a) Antônio é cantor.
- b) Maria é alta.
- c) Joaquim está em Vila Lângaro.
- d) Maria gosta de música eletrônica.
- e) Maria estudou e Antônio passou no teste.



Uma proposição composta é um conjunto de proposições simples conectadas por conectivos lógicos como E, OU, SE... ENTÃO, SE E SOMENTE SE. Analisando as alternativas, a única que contém um conectivo lógico é a alternativa e.

Maria estudou¹ E Antônio passou no teste².

Letra e.

2.2.1. Proposições Subalternas, Contrárias, Subcontrárias e Contraditórias

Por hora, você vai precisar apenas de ideias gerais.

- **Subalternas:** quando uma proposição é uma condição suficiente para a outra. É o que acontece entre uma proposição universal afirmativa e uma particular afirmativa ou entre uma proposição universal negativa e uma particular negativa;

“Todo Auditor é Engenheiro”

“Algum Auditor é Engenheiro”

- **Contraditórias:** quando as duas proposições necessariamente apresentam valores lógicos contrários. É o que acontece entre uma proposição universal afirmativa e uma particular negativa ou entre uma universal negativa e uma particular afirmativa;

“Todo Auditor é Engenheiro”

“Algum Auditor não é Engenheiro”

- **Contrárias:** quando podem ser ambas falsas, mas nunca ambas verdadeiras. É o que acontece entre uma proposição universal afirmativa e uma universal negativa;

“Todo Auditor é Engenheiro”

“Nenhum Auditor é Engenheiro”

- **Subcontrárias:** quando podem ser ambas verdadeiras, mas nunca ambas falsas. É o que acontece entre uma proposição particular afirmativa e uma particular negativa.

“Algum Auditor é Engenheiro”

“Algum Auditor não é Engenheiro”

Essa parte da matéria é bastante relevante para entender o tema Diagramas Lógicos. Por isso, voltaremos em mais detalhes com essas quatro classificações.

Por enquanto, memorize as quatro classificações.

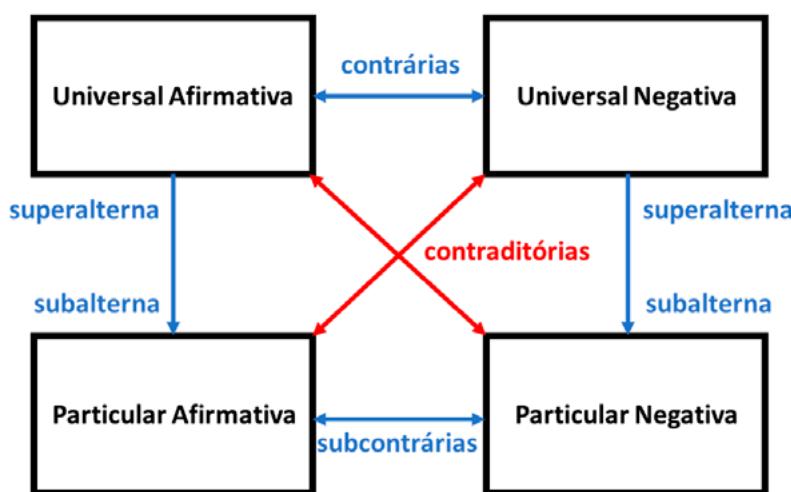


Figura 2: Classificação das Proposições Categóricas

DIRETO DO CONCURSO

010. (VUNESP/PC-SP/2014/DELEGADO) Na lógica clássica, as proposições que compõem um raciocínio são classificadas como: (1) universais ou particulares e (2) afirmativas ou negativas. Assim sendo, as proposições “todo ser humano é mortal”, “algumas pessoas não usam óculos” e “alguns motoristas são descuidados” são classificadas, respectivamente, como:

- a) Particular afirmativa, universal negativa e universal afirmativa.
- b) Particular afirmativa, universal negativa e particular afirmativa.
- c) Universal afirmativa, particular afirmativa e particular negativa.
- d) Particular negativa, particular afirmativa e universal afirmativa.
- e) Universal afirmativa, particular negativa e particular afirmativa.



Analisaremos cada uma das proposições.

“**Todo** ser humano **é** mortal” é uma proposição universal afirmativa.

“**Algumas** pessoas **não** usam óculos” é particular negativa.

“**Alguns** motoristas **são** descuidados” é particular afirmativa.

Letra e.

2.3. MARCOS TEMPORAIS

Os marcos temporais são bastante comuns em proposições lógicas. Por exemplo:

Em 2015, foi sintetizado o mais novo elemento da Tabela Periódica.

Marco Temporal

O marco temporal nunca é uma proposição, ainda que, para isso sejam utilizados verbos temporais como “faz” e “há”. Desse modo, todas as proposições a seguir **são proposições simples**:

- Eu **nasci há dez anos**;
- Eu **li os Lusíadas faz oito anos**;
- Pedro **comeu um bolo inteiro há 8 minutos**.

Nesses exemplos, os termos destacados correspondem a meros marcos temporais. Eles não são proposições porque servem apenas para complementar o sentido da frase a qual se referem.

3. OPERADORES LÓGICOS FUNDAMENTAIS

Os operadores lógicos servem como forma de articular proposições.

Os operadores lógicos fundamentais são o NÃO, E e OU, porque, a partir desses operadores, é possível construir todos os demais.

3.1. NEGAÇÃO

A negação é o operador lógico mais importante e é representado por $\neg p$ ou por $\sim p$.

É importante destacar que a negação **deve ser feita com a palavra não e que não** se deve usar antônimos.

Sendo assim, a negação de “O copo está cheio” é “O copo não está cheio”, não pode ser “O copo está vazio”.

Isso acontece porque “cheio” e “vazio” não são antônimos absolutos. Na linguagem do dia a dia, podemos pensar em um copo meio cheio, meio vazio.

Porém, em Lógica, não existem afirmações metade verdadeiras ou metade falsas. Ou o copo está cheio ou o copo não está cheio. Combinado?

Então, muito cuidado com antônimos em questões de prova.

É possível fazer uma negação com antônimos somente quando realmente forem **antônimos absolutos**. O caso mais comum acontece com expressões matemáticas que serão vistas logo adiante.

3.1.1. Tabela-Verdade

Para construir a Tabela-verdade para o operador NEGAÇÃO, você precisa ter em mente que sempre que uma verdade é negada, você está contando uma mentira.

Por exemplo, “Thiago é professor” é uma sentença verdadeira. Quando você nega essa sentença, teríamos “Thiago não é professor” que é uma sentença falsa. Sendo assim, a negação de qualquer sentença verdadeira é uma sentença falsa.

A recíproca também é verdadeira. Quando você nega uma mentira, você está contando uma verdade.

Por exemplo, considere a sentença falsa “Thiago é paulista”, a sua negação é “Thiago não é paulista”, o que é verdade.

A conclusão geral é que o operador NEGAÇÃO troca o valor lógico da proposição. O que era verdadeiro se torna falso e o que era falso se torna verdadeiro. Para resumir essas informações, tem-se a Tabela-verdade.

p	$\neg p$
V	F
F	V

Tabela 4: Tabela-verdade do Operador NEGAÇÃO

3.1.2. Dupla Negação

Ao negar duas vezes, você está afirmando.

Isso acontece, porque o operador **NEGAÇÃO** inverte o valor lógico da proposição. Quando a proposição é verdadeira, a negação a torna falsa. Quando a proposição é falsa, a negação a torna verdadeira.

Quando negamos duas vezes, estamos invertendo duas vezes o valor lógico da proposição. Quando negamos algo que é verdadeiro, ele se torna falso. Mas, quando negamos novamente, o falso volta a ser verdadeiro.

Vejamos isso na Tabela-verdade do operador.

p	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
V	F	V
F	V	F

Tabela 5: Tabela-verdade da DUPLA NEGAÇÃO

Portanto, ao negar duas vezes, retornamos à frase original.

$$\neg(\neg p) \leftrightarrow p$$

Em linguagem verbal, muitas vezes, nós falamos sem pensar muito: “Eu não fiz nada”. Ao fazer isso, estamos negando duas vezes.

Na verdade, você está negando o “nada”. Portanto, em termos lógicos, a sentença “Eu não fiz nada” é equivalente a “Eu fiz algo”.

Sendo assim, em questões de Lógica, tome cuidado com a dupla negação.

Uma forma muito simples de **negar** uma sentença negativa é simplesmente **retirar o NÃO**.

Tomemos como exemplo a proposição: “Pedro não é vegetariano”.



Note que a negação de uma proposição negativa é uma proposição afirmativa. E vice-versa: a negação de uma proposição afirmativa é uma proposição negativa.

Apenas peço cuidado, pois essa regra é ligeiramente diferente no caso das proposições categóricas. Veremos ainda neste material como fazer a negação nesse caso. Combinado?

3.1.3. Negação de Proposições Aritméticas

Uma proposição aritmética envolve contas, sendo que o principal é o sinal de igualdade (“=” ou de desigualdade (maior que “>”, menor que “<”, maior ou igual a “ \geq ”, menor ou igual a “ \leq ” e diferente “ \neq ”).

Vejamos alguns exemplos.

$$x + 1 = 2$$

$$3 + 4 \geq 10$$

$$x^2 < 16$$

É importante observar que as expressões aritméticas podem ser negadas por meio de antônimos absolutos:

- A negação de “igual” é “diferente”;
- A negação de “maior” é “menor ou igual” e a negação de “menor” é “maior ou igual”;
- A negação de “maior ou igual” é “menor” e a negação de “menor ou igual” é “maior”.

Proposição (p)	Negação (p)
$a + b = 2$	$a + b \neq 2$
$a + b \geq 2$	$a + b < 2$
$a + b \leq 2$	$a + b > 2$
$a + b > 2$	$a + b \leq 2$
$a + b < 2$	$a + b \geq 2$

Tabela 6: Proposições Aritméticas e suas Negações

3.1.4. Negação de Proposições Categóricas

Nesta seção, primeiramente, vamos apresentar o que você precisa saber. Depois, nós vamos apresentar a explicação para essa teoria. Então, anote a seguinte dica.

DICA!

A negação de uma proposição universal é sempre uma proposição particular. A negação de uma proposição particular é sempre uma proposição universal.

A negação de uma proposição afirmativa é sempre uma proposição negativa. E a negação de uma proposição negativa é sempre uma proposição afirmativa.

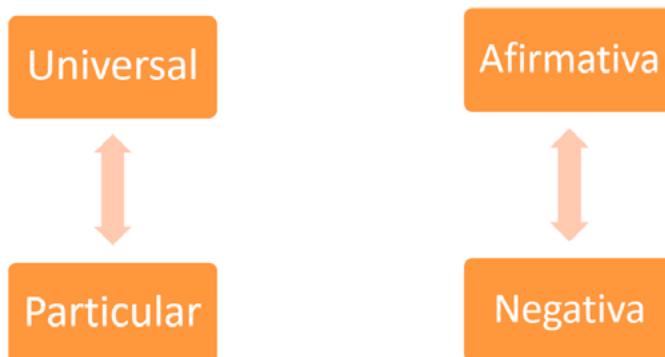


Figura 3: Negação de Proposições Categóricas

Agora, vejamos alguns exemplos.

Proposição (p)	Negação (p)
Todo cachorro é bravo. (Universal Afirmativa)	Algum cachorro não é bravo. (Particular Negativa)
Nenhum homem é imortal. (Universal Negativa)	Algum homem é imortal. (Particular Afirmativa)
Algum fiscal é formado em Direito. (Particular Afirmativa)	Nenhum fiscal é formado em Direito. (Universal Negativo)
Algum jogador não é talentoso. (Particular Negativa)	Todo jogador é talentoso. (Universal Afirmativa)

Tabela 7: Negação de Proposições Categóricas

E, agora, vamos apresentar a explicação. Duas proposições são **contraditórias**, isto é, uma é a negação da outra, quando necessariamente possuem valores lógicos opostos.

Portanto, se uma proposição é verdadeira, a outra necessariamente é falsa. Outra forma de definir é dizer que uma proposição é a negação da outra.

Comparemos as proposições.

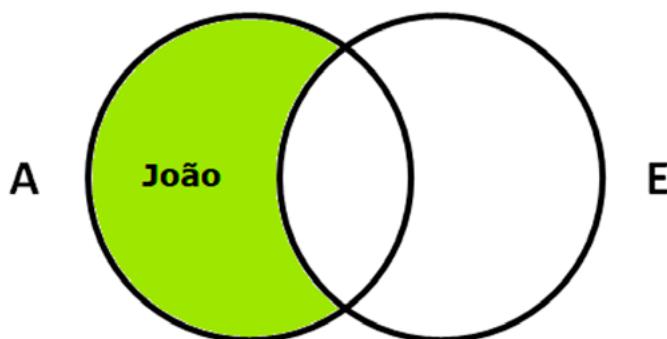
“Todos os auditores são engenheiros.” (**universal afirmativa**)

“Algum auditor não é engenheiro.” (**particular negativa**)

Essas duas proposições são contraditórias. Vejamos.

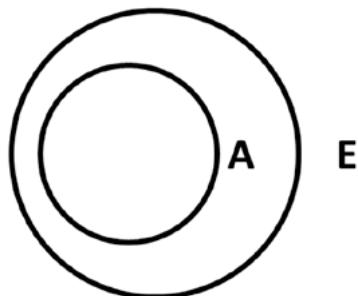
Se a segunda proposição for VERDADEIRA, podemos dizer que existe uma pessoa que seja auditor, mas não seja engenheiro. Vamos chamá-la de João.

Nesse caso, vamos marcar João no diagrama. Nesse diagrama, o conjunto de auditores é representado por A e o conjunto de engenheiros é representado por E.



Deste modo, a proposição “Todo Auditor é Engenheiro” é necessariamente FALSA, porque João é auditor, mas não é engenheiro.

Se a segunda proposição for **FALSA**, podemos construir o seguinte diagrama para representar a situação:



Nessa situação, podemos concluir que “Todo auditor é engenheiro” é necessariamente **VERDADEIRA**.

Portanto, as duas proposições: “Todos os auditores são engenheiros” e “Algum auditor não é engenheiro” possuem necessariamente valores lógicos opostos.

Assim, uma proposição nega a outra. Portanto, diz-se que elas são **contraditórias**.

Alguns marcos temporais (às vezes, sempre, nunca) também podem formar proposições categóricas. E, nesse caso, a negação funciona da mesma forma. Vejamos um exemplo:

Particular Afirmativa

Às vezes eu gosto de andar no parque.



Eu nunca gosto de andar no parque.

Universal Negativa

DIRETO DO CONCURSO

011. (FGV/DETRAN-MA/2013/ASSISTENTE DE TRÂNSITO) Considere a afirmativa: “nenhum gato é verde”.

A negação dessa afirmativa é:

- a) “algum gato é verde”.
- b) “nenhum animal verde é gato”.
- c) “todo gato é verde”.
- d) “algum animal verde não é gato”.
- e) “algum gato não é verde”.



A proposição “nenhum gato é verde” é universal negativa por causa do termo **nenhum**.

A negação de uma proposição universal negativa é uma particular afirmativa.

universal negativa
nenhum gato é verde

particular afirmativa
algum gato é verde

Sendo assim, a sua negação será “algum gato é verde”

Letra a.

012. (FGV/IBGE/2017/ANALISTA CENSITÁRIO/LOGÍSTICA) Marcelo foi chamado para uma reunião com seu chefe. Nessa reunião ocorreu o seguinte diálogo:

- Chefe: Pedro disse que todos os relatórios que ele recebeu foram avaliados.

- Marcelo: Não é verdade o que Pedro disse.

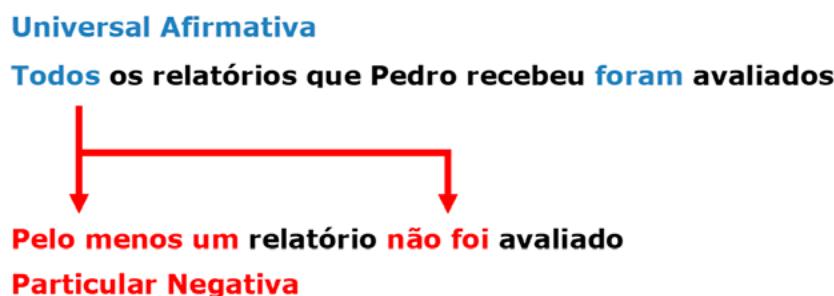
Se o chefe considerou que Marcelo falou a verdade, ele pode concluir logicamente que, dos relatórios recebidos por Pedro:

- a) pelo menos um relatório não foi avaliado.
- b) um único relatório não foi avaliado.
- c) nenhum relatório foi avaliado.
- d) mais da metade dos relatórios não foram avaliados.
- e) somente um relatório foi avaliado.



A frase do chefe é uma proposição universal afirmativa, pois contém o quantificador “todos” e não contém qualificadores de negação.

A negação de uma universal afirmativa é uma proposição particular negativa. Logo, a resposta correta é “pelo menos um relatório não foi avaliado”, como mostrando no esquema a seguir:



Letra a.

013. (FCC/SABESP/2018/ESTAGIÁRIO/NÍVEL MÉDIO) A negação lógica da afirmação: “Todos os alunos vieram para a aula”, está contida na alternativa:

- a) A sala está cheia de alunos.
- b) Pelo menos um aluno não veio para a aula.
- c) Quase todos os alunos faltaram.
- d) Todos os alunos faltaram à aula.
- e) Várias pessoas estão na sala, mas nem todos são alunos.



A proposição contém o termo “todos” e não possui qualificadores de negação, portanto ela é uma proposição universal afirmativa.

Sabemos que sua negação será uma proposição particular negativa e chegamos na resposta “Pelo menos um aluno não veio para a aula”.



Letra b.

3.2. CONJUNÇÃO (“E”)

O conectivo E é simbolizado por “ \wedge ”. Ele cria proposições compostas e requer que **todas** as proposições simples que a compõem sejam verdadeiras.

O operador E é bastante **exigente** nesse aspecto. Se qualquer uma das proposições simples que o compõem seja falsa, a proposição inteira será falsa.

Por exemplo, considere as proposições.

p: “João estudou Matemática”

q: “Pedro estudou Português”

A conjunção entre as duas proposições “João estudou Matemática e Pedro estudou Português” somente será verdadeira se as suas duas partes forem ambas verdadeiras.

João estudou Matemática (p)	Pedro estudou Português (q)	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabela 8: Tabela-verdade do Operador E

Em Linguagem Verbal, é relativamente comum utilizar o MAS ou outras conjunções adversativas e concessivas (porém, contudo, todavia, embora, apesar de...) no sentido de E. Vejamos.

“Paulo estudou, mas não passou”

Ao dizer isso, a Lógica entende que Paulo estudou e não passou. O sentido da conjunção MAS é dizer que “não passar” não era um resultado esperado para uma pessoa que estudou. Porém, para a Lógica, essa informação de o resultado ser inesperado é irrelevante.

Vejamos outros exemplos.

“Embora Lucas tenha dormido, ele não perdeu a festa.”

Nessa frase, queremos dizer que “Lucas dormiu e não perdeu a festa”.

Sendo assim, é importante associar palavras como “mas, porém, embora” com o operador E.

3.3. DISJUNÇÃO INCLUSIVA (“OU”)

O conectivo OU é simbolizado por “ \vee ”. Ele cria proposições compostas e requer que **qualquer uma** das proposições simples que o compõem, seja verdadeira.

O operador OU somente será falso se **todas** as proposições simples que o compõem sejam falsas.

Por exemplo, considere as proposições.

p: “João estudou Matemática”

q: “Pedro estudou Português”

A disjunção inclusiva entre as duas proposições “João estudou Matemática ou Pedro estudou Português” será verdadeira, caso pelo menos uma de suas duas partes for verdadeira.

João estudou Matemática (p)	Pedro estudou Português (q)	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabela 9: Tabela-verdade do Operador OU

3.4. NEGAÇÃO DOS OPERADORES E E OU

A negação dos operadores E e OU deve ser feita por meio das famosas **Leis de Morgan**.

Primeiramente, vamos estudar a Tabela-verdade de uma proposição composta pelo operador E.

Nós sabemos que o operador E é mais **exigente**, portanto, ele exige que **todas** as proposições simples sejam verdadeiras para que a proposição composta global seja verdadeira.

Por exemplo, voltemos ao estudo da proposição composta “João estudou Matemática e Pedro estudou Português”.

Notemos que ela será verdadeira somente quando as duas proposições simples que a constituem forem também verdadeiras.

A forma mais simples de fazer a negação verbal dessa proposição composta é “Não é verdade que João estudou Matemática e Pedro estudou Português”. Porém, em provas de concurso, é bastante provável que seja cobrada outra negação bastante importante, que pode ser obtida pela análise da Tabela-verdade.

Como queremos a negação, queremos investigar as condições para que a proposição composta inteira seja falsa.

João estudou Matemática (p)	Pedro estudou Português (q)	$p \wedge q$
∨	∨	∨
∨	✗	✗
✗	✓	✗
✗	✗	✗

Tabela 10: Tabela-verdade do Operador E

Basta que qualquer uma das duas proposições **p, q** seja falsa para que a proposição composta inteira seja falsa. Vejamos isso de maneira mais detalhada na própria tabela-verdade.

João estudou Matemática (p)	Pedro estudou Português (q)	$p \wedge q$
✓	✓	✓
✓	✗	✗
✗	✓	✗
✗	✗	✗

Tabela 11: Tabela-verdade do Operador E quando “João estudou Matemática” é FALSA

João estudou Matemática (p)	Pedro estudou Português (q)	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabela 12: Tabela-verdade do Operador E quando “Pedro estudou Português” é FALSA

Assim, a proposição composta será falsa quando “João estudou Matemática” for FALSA **OU** quando “Pedro estudou Português” for FALSA.

Assim, temos a primeira Lei de De Morgan.

$$\neg(p \wedge q) = (\neg p) \vee (\neg q)$$

A Primeira Lei de De Morgan estabelece que a negação do operador E deve ser feita:

- Trocando-se o operador **E** por **OU**.
- Negando todas as proposições simples.

Vejamos um exemplo em linguagem verbal.



Portanto, a negação de “João estudou Matemática **E** Pedro estudou Português” é “João não estudou Matemática **OU** Pedro não estudou Português”.

Tome muito cuidado, pois devemos trocar **E** por **OU**. Essa troca é alvo de muitas pegadinhas. Por exemplo, é muito comum aparecer a alternativa “João não estudou Matemática **E** Pedro não estudou Português”. Essa estaria errada, porque deveríamos ter usado o operador **OU**.

Uma variação desse problema pode acontecer quando alguma das proposições simples é negativa. Vejamos o caso da proposição composta: “Bruna não é paulista e Carla é recifense.”



Portanto, a negação da proposição composta é: "Bruna é paulista **OU** Carla não é recifense".

Agora, vejamos a negação de frases com o operador OU. Vejamos um exemplo em linguagem verbal com a frase "Catarina é administradora ou Afonso não é carioca".

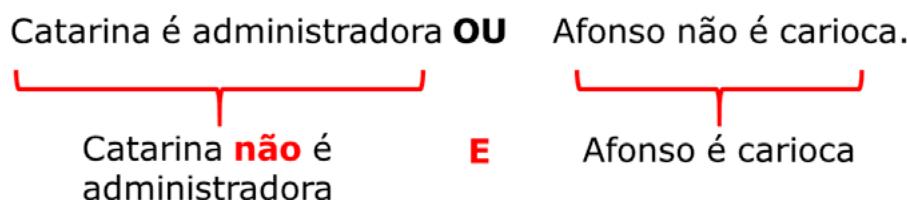
Existe também a Lei de De Morgan para o operador OU. Ela é bastante semelhante à do operador E.

$$\neg(p \vee q) = (\neg p) \wedge (\neg q)$$

A Segunda Lei de De Morgan estabelece que a negação do operador OU deve ser feita:

- Trocando-se o operador **OU** por **E**;
- Negando todas as proposições simples.

Vejamos um exemplo em linguagem verbal. Qual é a negação da frase: "Catarina é administradora ou Afonso não é carioca"? A forma mais simples de negar essa frase é dizendo simplesmente que "Não é verdade que Catarina é administradora ou Afonso não é carioca". Porém, podemos também utilizar a Lei de De Morgan.



Atente-se para o fato de que a negação de "Afonso não é carioca" é feita retirando-se o **NÃO**, ficando "Afonso é carioca".

DIRETO DO CONCURSO

014. (FUNDATEC/PREFEITURA DE SANTIAGO DO SUL-SC/2020/ASSISTENTE SOCIAL)

Observe a seguinte proposição composta: "Estudo, mas vou em festas". Acerca do conectivo empregado, assinale a alternativa correta.

- a) Trata-se de uma condicional.
- b) Trata-se de uma disjunção.
- c) Trata-se de uma bicondicional.
- d) Trata-se de uma conjunção.
- e) Trata-se de uma disjunção exclusiva.



Muitas vezes, o conectivo fica implícito na sentença, e comumente o conectivo "E" é escrito como "mas", "porém" e outras conjunções adversativas e concessivas. Podemos então reescrever a sentença como "Estudo e vou em festas". Portanto, trata-se de uma conjunção.

Letra d.

015. (FGV/IBGE/2020/IBGE/COORDENADOR CENSITÁRIO SUBÁREA/REAPLICAÇÃO) Considere a afirmação: “A criança tomou vacina e não chorou.” A negação lógica dessa afirmação é:

- A criança tomou vacina e chorou.
- A criança não tomou vacina e não chorou.
- A criança não tomou vacina e chorou.
- A criança tomou vacina ou chorou.
- A criança não tomou vacina ou chorou.



Trata-se de uma proposição composta devido à presença do conectivo “e”. De acordo com as Leis de Morgan, para negar logicamente a afirmação, devemos substituir o conectivo “E” por “OU” e negar as proposições simples.



Vale lembrar que ao se negar uma proposição negativa, tem-se uma proposição afirmativa. Portanto, a resposta correta é “A criança não tomou vacina OU chorou”.

Letra e.

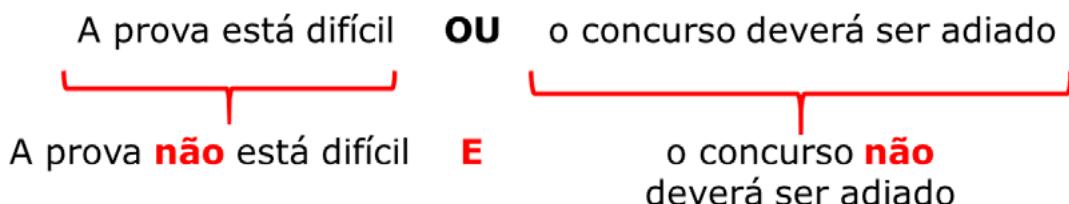
016. (FUNDATEC/PREFEITURA DE SAPUCAIA DO SUL-RS/2019/SECRETÁRIO DE ESCOLA)

A negação da proposição “A prova está difícil ou o concurso deverá ser adiado” é:

- A prova não está difícil ou o concurso não deverá ser adiado.
- A prova está difícil e o concurso deverá ser adiado.
- Ou a prova não está difícil, ou o concurso não deverá ser adiado.
- Se a prova está difícil, então o concurso deverá ser adiado.
- A prova não está difícil e o concurso não deverá ser adiado.



Devemos aplicar a Lei de De Morgan. A negação do operador OU deve ser feita com o operador E. Além disso, ambas proposições atômicas devem ser negadas.



Letra e.

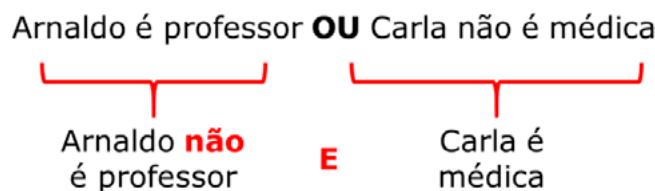
017. (IBADE/ISS-VILHENA/2018/ANALISTA FINANCEIRO) Das sentenças abaixo, a negação lógica da sentença “Arnaldo é professor ou Carla não é médica”, é:

- Arnaldo não é professor ou Carla é médica.
- Arnaldo não é professor e Carla é médica.
- Arnaldo é professor ou Carla é médica.
- Se Arnaldo é professor, Carla é médica.
- Arnaldo não é professor, então Carla não é médica.



A questão trata da negação do operador OU, que deve ser feita pela Lei de De Morgan. Devemos:

- Trocar **OU** por **E**;
- Negar todas as proposições simples que a constituem.



Letra b.

018. (CETAM-COPEC/PC-AM/2009/INVESTIGADOR) A negação de “Não é verdade que Belém é a capital do Pará ou Manaus é a capital do Amazonas” é:

- Belém é a capital do Pará e Manaus é a capital do Amazonas.
- Belém é a capital do Pará ou Manaus é a capital do Amazonas.
- Belém não é a capital do Pará ou Manaus é a capital do Amazonas.
- Belém não é a capital do Pará e Manaus não é a capital do Amazonas.



Basta retirar o “não é verdade”, nos aproveitando da propriedade da dupla negação.

Portanto, a negação da frase é: “Belém é a capital do Pará ou Manaus é a capital do Amazonas”. Ao fazer isso, nós estamos nos aproveitando do conceito de dupla negação. Negar duas vezes uma frase consiste em afirmá-la. A sentença original do enunciado pode ser reescrita como:

$$[\sim(p \vee q)]$$

Portanto, a sua negação pode ser escrita como:

$$\sim[\sim(p \vee q)] = p \vee q$$

Letra b.

019. (CESPE/2018/SEFAZ-RS/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL/PROVA 1) A negação da proposição “O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única” pode ser escrita como

- “Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única”.
- “Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado”.
- “Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única”.
- “Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado”.
- “Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado”.



A frase original tinha dois problemas: o primeiro é que o conectivo foi omitido.

“O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única”

É bastante razoável entender a frase como uma conjunção. Ou seja:

“O IPTU eu pago parcelado **E** o IPVA eu pago em parcela única”

O segundo problema é que não se deve separar o verbo e seus complementos por vírgula, nem mesmo quando eles vêm na ordem inversa. “IPTU” e “IPVA” são objetos diretos, portanto, não podem ser isolados por vírgula.

De qualquer modo, voltemos à frase original.

“O IPTU eu pago parcelado **E** o IPVA eu pago em parcela única”

A sua negação é dada pela Lei de De Morgan. Devemos trocar o operador E por OU.

$$\sim[P \wedge Q] = (\sim P) \vee (\sim Q)$$

Façamos a negação.

“O IPTU eu **não** pago parcelado **OU** o IPVA eu **não** pago em parcela única”

Devemos ressaltar ainda que a negação de “eu pago o IPTU parcelado” é “eu **não** pago o IPTU parcelado”. A negação deve ser sempre feita com o **NÃO**.

Não podemos usar antônimos. Por exemplo, “eu pago o IPTU em parcela única”. A razão para isso é que existem outras possibilidades além de pagar parcelado e pagar em parcela única. Por exemplo, a pessoa pode simplesmente não pagar o IPTU.

Portanto, jamais use antônimos para fazer negação. Use sempre o NÃO.

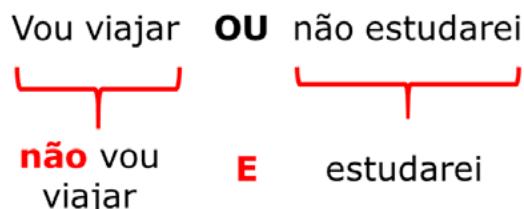
Letra c.

020. (FCC/IAPEN-AP/2018/AGENTE PENITENCIÁRIO) Ao negar a proposição “Vou viajar ou não estudarei”, tem-se a seguinte proposição:

- Não vou viajar ou estudarei.
- Vou viajar e estudarei.
- Não vou viajar ou não estudarei.
- Vou viajar e estudarei.
- Não vou viajar e estudarei.



A questão solicita a negação do operador OU, que pode ser feita pela Segunda Lei de De Morgan. Lembre-se que devemos trocar o operador OU por E.



Portanto, a negação da frase é: “Não vou viajar e estudarei”.

Letra e.

Por fim, é bastante comum também questões que envolvem proposições categóricas em combinação com a negação dos operadores E/OU. Vejamos um exemplo.

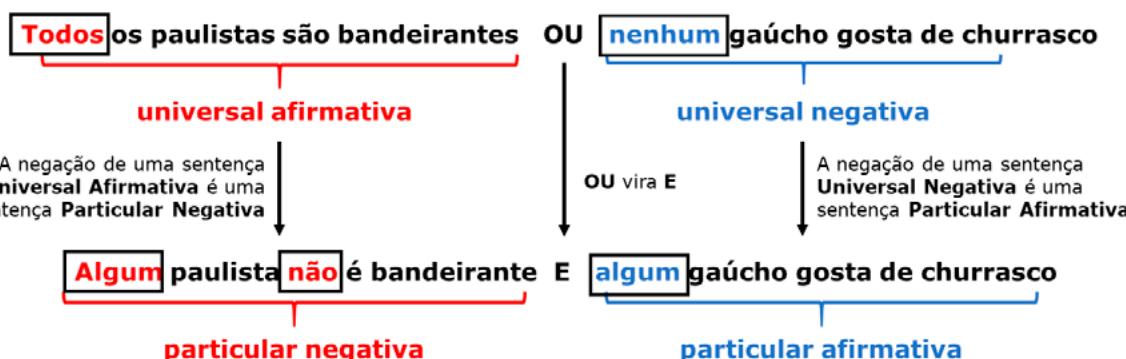


Figura 4: Negação envolvendo Proposições Categóricas e a Lei de De Morgan

E, agora, vamos fazer uma pausa para encarar algumas questões?

DIRETO DO CONCURSO

021. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/TÉCNICO DE NÍVEL SUPERIOR/2017) Considere a afirmação:

“Todos os baianos gostam de axé e de acarajé”.

A negação lógica dessa frase é:

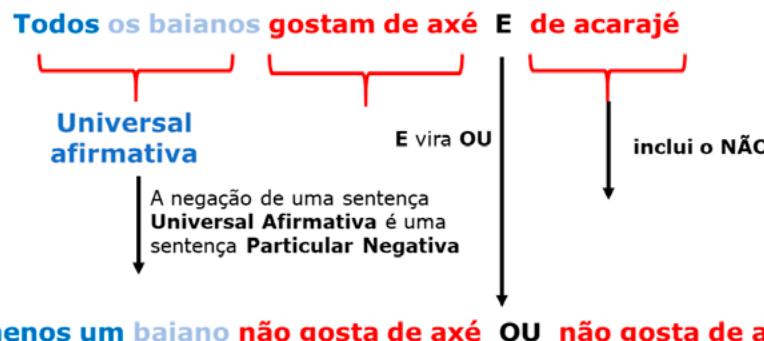
- “Nenhum baiano gosta de axé nem de acarajé”.
- “Nenhum baiano gosta de axé ou de acarajé”.
- “Alguns baianos gostam de axé, mas não de acarajé”.
- “Quem não gosta de axé nem de acarajé não é baiano”.
- “Pelo menos um baiano não gosta de axé ou não gosta de acarajé”.



Uma questão interessante. Primeiramente, a proposição inicial contém um **TODOS**, portanto, é uma proposição categórica universal afirmativa.

A sua negação é uma proposição particular negativa.

Assim, o “**TODOS**” deve ser substituído por “**ALGUM NÃO**” ou “**PELO MENOS UM NÃO**”.



Além disso, a negação de “gostam de axé E de acarajé” é feita pela Lei de De Morgan, em que o operador **E** é substituído pelo **OU**.

Letra e.

4. PROPRIEDADES DOS OPERADORES E E OU

4.1. PROPRIEDADES MATEMÁTICAS

As propriedades matemáticas são chamadas assim porque lembram bastante as operações matemáticas.

Operador Lógico	Operador Matemático
E	x
OU	+

Com base nisso, podemos destacar duas propriedades fundamentais.

Comutativa: é válida tanto para o operador E como para o operador OU. De acordo com a propriedade comutativa, podemos trocar a ordem das sentenças.

$$p \vee q = q \vee p$$

$$p \wedge q = q \wedge p$$

Em linguagem verbal podemos dizer que são equivalentes as proposições: “Catarina não é recifense e Pedro é paulista” e “Pedro é paulista e Catarina não é recifense”.

Trocar a ordem das proposições não altera o valor lógico global da afirmação inteira.

Distributiva: essa é uma das mais importantes. Ela é válida quando o operador E está fora dos parênteses e o operador OU dentro dos parênteses.

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Observe a analogia com as operações matemáticas.

$$p * (q + r) = (p * q) + (p * r)$$

DIRETO DO CONCURSO

022. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018/ANALISTA DE SISTEMAS JÚNIOR/INFRAESTRUTURA) A proposição $p \wedge \neg(q \wedge r)$ é equivalente a

- a) $(p \wedge \neg q) \wedge (p \wedge \neg r)$
- b) $(p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$
- c) $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$
- d) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
- e) $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$



Na estrutura da frase, vemos a negação do operador E. Podemos aplicar a Lei de De Morgan. Para isso, trocamos o operador E pelo operador OU.

$$\neg(q \wedge r) = (\neg q) \vee (\neg r)$$

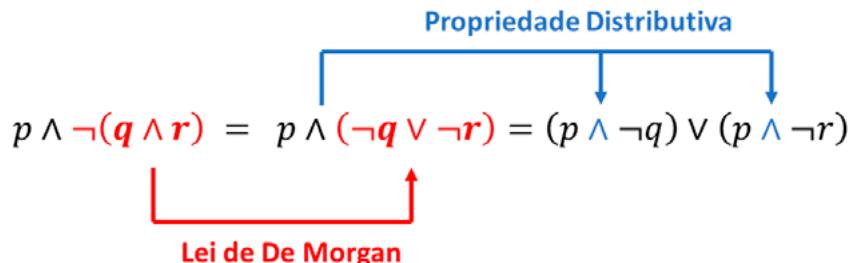
Vamos aplicar essa frase na sentença original.

$$p \wedge \neg(q \wedge r) = p \wedge (\neg q \vee \neg r)$$

Agora, podemos usar a **propriedade distributiva** do E. Lembre-se da analogia com a multiplicação e soma.

$$p \wedge \neg(q \wedge r) = p \wedge (\neg q \vee \neg r) = (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$$

Vamos fazer um esquema-resumo da questão.



Letra c.

4.2. CONCLUSÕES LÓGICAS COM E E OU

Temos duas conclusões básicas muito importantes que podem ser tomadas usando esses operadores.

4.2.1. Redução do Operador E

Se o operador E é verdadeiro, podemos concluir que cada uma de suas proposições simples que o contém é verdadeira.

$$p \wedge q \Rightarrow p, q$$

Vejamos um exemplo.

Suponha que “João é contador e Laura é advogada” é verdadeira.

Podemos concluir necessariamente que João é contador. Também podemos concluir que Laura é advogada.

Essas duas conclusões decorrem do fato de que o operador E somente será verdadeiro se todas as proposições atômicas que o constituem forem verdadeiras.

Vamos, agora, organizar a argumentação que acabamos de fazer em premissas e conclusões.

Premissa:

“João é contador e Laura é advogada”

Conclusões:

“João é contador”

“Laura é advogada”

4.2.2. Operador OU

Quando o operador OU é verdadeiro, pelo menos uma de suas proposições atômicas deve ser verdadeira. Se sabemos que uma delas é falsa, podemos concluir que a outra é verdadeira.

$$p \vee q, \neg q \Rightarrow p$$

Suponha que você é um bom aluno de Matemática e que está sendo bem preparado, portanto, será verdadeira a afirmação “Não cai Lógica ou eu acerto tudo.”

Vamos, primeiramente, desmembrá-la em p: “Não cai Lógica” OU q: “Eu acerto tudo”.

Suponha agora que caiu Lógica na sua prova. Logo, a primeira afirmação é falsa.

Para que o operador OU seja verdadeiro, uma das duas proposições deve ser verdadeira. Porém, já sabemos que caiu Lógica, portanto, a única opção é que “eu acerto tudo” será verdadeiro.

Dessa maneira, sabendo que caiu Lógica na sua prova, é uma conclusão lógica que você acertará tudo.

É interessante organizar essa argumentação em premissas e conclusões.

Premissas:

“Não cai Lógica ou eu acerto tudo”

“Caiu Lógica”

Conclusão:

“Eu acertei tudo”

4.2.3. Redução do Operador OU falso

Agora, estudaremos propriedades decorrentes das Leis de Morgan. Quando o operador OU é falso, podemos concluir que todas as suas proposições atômicas são falsas.

$$\neg(p \vee q) \Rightarrow \neg p, \neg q$$

Por exemplo, suponha que seja falsa a afirmação de que “João é contador ou Laura é advogada.”

Nesse caso, podemos concluir necessariamente que João não é contador. E também podemos concluir necessariamente que Laura não é advogada.

Vamos organizar essa conclusão lógica.

Premissa:

“João é contador ou Laura é advogada” é falso

Conclusões:

“João não é contador”

“Laura não é advogada”

Operador E falso: quando o operador E é falso, sabemos que uma de suas proposições atômicas é falsa.

Por exemplo, suponha que seja falsa a afirmação de que “Thiago gosta de camarão e Lucas gosta de frango” e também que você saiba que eu (Thiago), como bom recifense, gosto muito de camarão.

Vamos separar as proposições atômicas.

p: “Thiago gosta de camarão” (Verdadeira)

q: “Lucas gosta de frango” (?)

Dessa maneira, para que a operador E seja falsa, devemos ter, necessariamente, que a proposição q seja falsa. Portanto, Lucas não gosta de frango.

$$\neg(p \wedge q), p \Rightarrow \neg q$$

Premissas:

“Thiago gosta de camarão e Lucas gosta de frango” é falso

“Thiago gosta de camarão”

Conclusão:

“Lucas não gosta de frango”

4.3. DEDUÇÕES E EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Agora que já estudamos os operadores fundamentais, eu gostaria de diferenciar dois conceitos importantes da Lógica.

Equivalência Lógica: é uma afirmação exatamente correspondente. Trata-se apenas de uma forma diferente de dizer a mesma coisa.

Por exemplo, “Não é verdade que João saiu de casa e fechou a porta” é equivalente logicamente a “João não saiu de casa ou não fechou a porta”.

São duas formas diferentes de dizer a mesma afirmação.

Dedução Lógica: a dedução lógica é uma afirmação subalterna de uma premissa. Trata-se, portanto, de uma afirmação mais fraca, porém, normalmente um caso particular importante que se deseja destacar.

Premissa:

“João é contador e Laura é advogada”

Conclusão:

“João é contador”

Premissas:

“Todo homem é mortal”

“Sócrates é homem”

Conclusão:

“Sócrates é mortal”

A afirmação de que “João é contador” ou de que “Sócrates é mortal” são afirmações subalternas, ou seja, são casos particulares das premissas.

De fato, a afirmação “Todo homem é mortal” traz muito mais informação do que “Sócrates é mortal”. A frase mais geral diz respeito não somente a um, mas a todos os indivíduos que pertencem ao conjunto Homem.

Agora, vamos ver como esses conhecimentos já foram cobrados em provas?

DIRETO DO CONCURSO

023. (VUNESP/AFTM/SÃO JOSÉ DO RIO PRETO/2014) Considere falsas as proposições a seguir:

João não foi à festa ou Cláudio foi trabalhar.

Lucas caiu da escada e João não foi à festa.

Daniel saiu de casa ou Rafael não foi ao baile.

Lucas caiu da escada e Daniel saiu de casa.

A partir dessas proposições, existe uma única possibilidade de ser verdadeira a afirmação:

- a) Lucas caiu da escada.
- b) João não foi à festa.
- c) Daniel saiu de casa.
- d) Cláudio foi trabalhar.
- e) Rafael não foi ao baile.



Primeiramente, devemos observar que o comando do enunciado foi “existe uma única possibilidade de ser verdadeira a afirmação”.

Ao dizer isso, o enunciado não pediu uma prova matemática de que a afirmação está verdadeira. Precisamos apenas provar que ela é possível, ou seja, é compatível com as premissas do próprio enunciado.

É um pouco diferente do que acontece quando o enunciado pede “é correto afirmar que”. Nesse caso, temos que provar matematicamente o valor lógico da premissa.

Como todas as expressões fornecidas são falsas, podemos nos lembrar de uma dedução lógica muito importante a respeito do operador **OU** falso.

O operador **OU** somente é falso quando todas as proposições atômicas que o compõem são falsas. Sendo assim, podemos concluir que:

João não foi à festa OU Cláudio foi trabalhar. F

F

F

Portanto, podemos dizer que João foi à festa (logo, a letra B está errada) e Cláudio não foi trabalhar (logo, a letra D está errada).

Daniel saiu de casa OU Rafael não foi ao baile. F

F

F

Logo, Daniel não saiu de casa (letra C está errada) e Rafael foi ao baile (letra E está errada).

Com base nisso, já podemos marcar a letra A. Porém, podemos ir além e provar que a letra A está correta. Para isso, podemos recordar as propriedades a respeito do operador E falso.

$$\neg(p \wedge q), p \Rightarrow \neg q$$

Portanto, para que o operador E seja falso, basta que uma das duas proposições que o constituem seja falsa.

Considere a proposição II:

II – “Lucas caiu da escada e João não foi à festa” é FALSO

João foi à festa

Lucas caiu da escada E João não foi à festa. F

?

F

A segunda afirmação já torna a proposição II falsa. Portanto, independentemente do valor lógico de “Lucas caiu da escada” ser verdadeiro ou falso, a proposição composta será falsa.

Logo, não se pode concluir nada a respeito do fato de Lucas ter caído da escada. Essa proposição pode ser verdadeira ou falsa.

IV – “Lucas caiu da escada e Daniel saiu de casa” é FALSO

Daniel não saiu de casa

Lucas caiu da escada E Daniel saiu de casa. F

?

F

A segunda afirmação já torna a proposição IV falsa. Mais uma vez, independentemente do valor lógico de “Lucas caiu da escada”, a proposição composta será falsa.

Portanto, mais uma vez, não se pode concluir nada a respeito do fato de Lucas ter caído da escada. Essa proposição pode ser verdadeira ou falsa.

Porém, note que o enunciado pediu “existe uma única de possibilidade de ser verdadeira”. Assim, o enunciado não pediu que você provasse contundentemente que Lucas caiu da escada.

Apenas pediu para mostrar que não existe nenhuma contradição nisso. Portanto, existe a chance de essa afirmação ser verdadeira.

Porém, no caso de todas as outras, já vimos que nenhuma delas pode ser verdadeira.

Letra a.

RESUMO

Princípios de Lógica

Terceiro Excluído: uma proposição somente pode ser verdadeira ou falsa. Não existe outra possibilidade.

Não Contradição: uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Princípio da Identidade: A é igual a A. Uma maçã não pode ser uma “não maçã”.

O que é uma Proposição?

Sentenças declarativas que podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas.

“A Lua é um satélite natural”
 “Thiago não é professor”

O que não é uma proposição?

Sentenças Interrogativas: “Você fechou a porta?”

Sentenças Imperativas: “Feche a porta.”

Sentenças Exclamativas: “A porta está fechada!”

Sentenças Vagas: “A festa foi maravilhosa.”

Proposições Categóricas

Podem ser universais (todos, nenhum) ou particulares (algum, pelo menos um); afirmativas ou negativas (não, nada, nenhum)

	Particular	Universal
Afirmativa	“Alguns auditores são engenheiros.” “Algum cachorro é preto.”	“Todas as proparoxítonas são acentuadas.” “Todos os homens são mortais.”
Negativa	“Algum paulista não é sério.” “Algum auditor não é engenheiro.”	“Nenhum cachorro é mamífero” “Nenhuma praia carioca é melhor que as nordestinas.”

Negação

Deve-se usar o **NÃO**. Não é permitido usar antônimos. Por exemplo, a negação de “Amanhã vai chover” é:

Amanhã **não** vai chover

Amanhã vai fazer sol

As expressões aritméticas podem ser negadas por meio de antônimos absolutos.

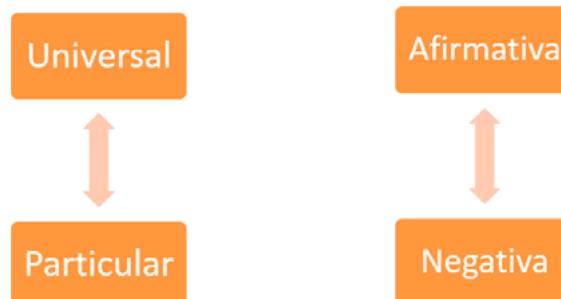
A negação de “igual” é “diferente”.

A negação de “maior” é “menor ou igual” e a negação de “menor” é “maior ou igual”.

A negação de “maior ou igual” é “menor” e a negação de “menor ou igual” é “maior”.

Proposição (p)	Negação (p)
$a + b = 2$	$a + b \neq 2$
$a + b \geq 2$	$a + b < 2$
$a + b \leq 2$	$a + b > 2$
$a + b > 2$	$a + b \leq 2$
$a + b < 2$	$a + b \geq 2$

Negação de Proposições Categóricas: a negação de uma proposição universal é uma proposição particular; a negação de uma proposição afirmativa é uma negativa.



Proposição (p)	Negação ($\neg p$)
Todo cachorro é bravo. (Universal Afirmativa)	Algum cachorro não é bravo. (Particular Negativa)
Nenhum homem é imortal. (Universal Negativa)	Algum homem é imortal. (Particular Afirmativa)
Algum fiscal é formado em Direito. (Particular Afirmativa)	Nenhum fiscal é formado em Direito. (Universal Negativo)
Algum jogador não é talentoso. (Particular Negativa)	Todo jogador é talentoso. (Universal Afirmativa)

Operadores E/OU

Operador **E** (Conjunção ou $p \wedge q$): é um operador Exigente; basta uma proposição falsa para que todo o operador seja falso.

$$\text{Verdadeiro E Verdadeiro E Falso} = \text{Falso}$$

Operador **OU** (Disjunção ou $p \vee q$): é um operador de BOUA; basta uma proposição verdadeira para que todo o operador seja verdadeiro.

$$\text{Verdadeiro OU Verdadeiro OU Falso} = \text{Verdadeiro}$$

João estudou Matemática (p)	Pedro estudou Português (q)	$p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

Leis de Morgan

A negação do operador “E” é feita com o operador “OU”, e vice-versa.



MAPAS MENTAIS



**Deve-se usar o NÃO. Não é permitido usar antônimos.
Por exemplo, a negação de “Amanhã vai chover” é:**

Amanhã não vai chover ✓

Amanhã vai fazer sol ✗

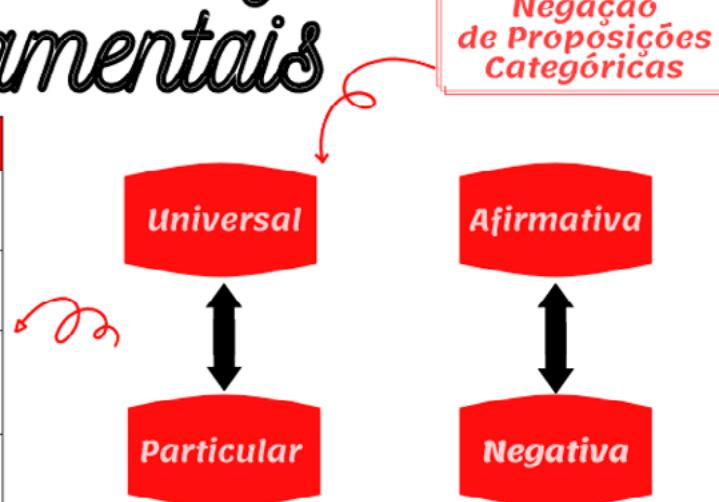
Negação ↗

Operadores Lógicos Fundamentais

Proposição (p)	Negação ($\neg p$)
$a + b = 2$	$a + b \neq 2$
$a + b \geq 2$	$a + b < 2$
$a + b \leq 2$	$a + b > 2$
$a + b > 2$	$a + b \leq 2$
$a + b < 2$	$a + b \geq 2$

Proposição (p)	Negação ($\neg p$)
Todo cachorro é bravo. (Universal Afirmativa)	Algum cachorro não é bravo. (Particular Negativa)
Nenhum homem é imortal. (Universal Negativa)	Algum homem é imortal. (Particular Afirmativa)
Algum fiscal é formado em Direito. (Particular Afirmativa)	Nenhum fiscal é formado em Direito. (Universal Negativo)
Algum jogador não é talentoso. (Particular Negativa)	Todo jogador é talentoso. (Universal Afirmativa)

**Negação
de Proposições
Categóricas**



Operadores E/OU

Leis de Morgan

Operador E
(Conjunção ou
 $p \wedge q$)

Verdadeiro
E Verdadeiro
E Falso = Falso

Operador OU
(Disjunção ou
 $p \vee q$)

Verdadeiro
OU Verdadeiro
OU Falso = Verdadeiro

João estudou Matemática (p)	Pedro estudou Português (q)	$p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

João estudou Matemática



João **não** estudou
Matemática

E Pedro estudou Português



Pedro **não** estudou
Português

.....

.....

Catarina é administradora



Catarina **não** é
administradora

OU

Afonso não é carioca



Afonso é carioca

E

QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (VUNESP/PC-SP/2011/DELEGADO DE POLÍCIA) Em lógica, pelo princípio do terceiro excluído,

- a) uma proposição falsa pode ser verdadeira e uma proposição falsa pode ser verdadeira.
- b) uma proposição verdadeira pode ser falsa, mas uma proposição falsa é sempre falsa.
- c) uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa, não há outra possibilidade.
- d) uma proposição verdadeira é verdadeira e uma proposição falsa é falsa.
- e) nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

002. (VUNESP/PC-SP/2014/ESCRIVÃO DE POLÍCIA CIVIL) Um dos princípios fundamentais da lógica é o da **não contradição**. Segundo este princípio, nenhuma proposição pode ser simultaneamente verdadeira e falsa sob o mesmo aspecto. Uma das razões da importância desse princípio é que ele permite realizar inferências e confrontar descrições diferentes do mesmo acontecimento sem o risco de se chegar a conclusões contraditórias. Assim sendo, o princípio da não contradição.

- a) fornece pouco auxílio lógico para investigar a legitimidade de descrições.
- b) permite conciliar descrições contraditórias entre si e relativizar conclusões
- c) exibe propriedades lógicas inapropriadas para produzir inferências válidas.
- d) oferece suporte lógico para realizar inferências adequadas sobre descrições.
- e) propicia a produção de argumentos inválidos e mutuamente contraditórios.

003. (CESPE/PGE-PE/2019/ANALISTA ADMINISTRATIVO DE PROCURADORIA/CALCULISTA) A lógica bivalente não obedece ao princípio da não contradição, segundo o qual uma proposição não assume simultaneamente valores lógicos distintos.

004. (CESPE/2019/TJ-PR/TÉCNICO JUDICIÁRIO) Considere as seguintes sentenças.

I – A ouvidoria da justiça recebe críticas e reclamações relacionadas ao Poder Judiciário do estado.

II – Nenhuma mulher exerceu a presidência do Brasil até o ano 2018.

III – Onde serão alocados os candidatos aprovados no concurso para técnico judiciário do TJ/PR?

Assinale a opção correta.

- a) Apenas a sentença I é proposição.
- b) Apenas a sentença III é proposição.
- c) Apenas as sentenças I e II são proposições.
- d) Apenas as sentenças II e III são proposições.
- e) Todas as sentenças são proposições.

005. (CESPE/BNB/2018/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMAS) Julgue o item que segue, a respeito de lógica proposicional.

A sentença “É justo que toda a população do país seja penalizada pelos erros de seus dirigentes?” é uma proposição lógica composta.

006. (CESPE/2018/BNB/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMA) Julgue o item que segue, a respeito de lógica proposicional.

A sentença “No Livro dos Heróis da Pátria consta o nome de Francisco José do Nascimento, o Dragão do Mar, por sua atuação como líder abolicionista no estado do Ceará.” é uma proposição simples.

007. (VUNESP/PC-SP/2014/DELEGADO DE POLÍCIA) Das alternativas apresentadas, assinale a única que contém uma proposição lógica.

- a) Ser um perito criminal ou não ser? Que dúvida!
- b) Uma atribuição do perito criminal é analisar documentos em locais de crime.
- c) O perito criminal também atende ocorrências com vítimas de terrorismo!
- d) É verdade que o perito criminal realiza análises no âmbito da criminalística?
- e) Instruções especiais para perito criminal.

008. (VUNESP/PC-SP/2014/DESENHISTA) A proposição pode ser caracterizada como sentença declarativa que admite um, e somente um, valor de verdade (verdadeiro ou falso). Considerando essa definição, assinale a alternativa correta.

- a) A sentença declarativa “Choveu no dia do jogo de basquete?” é falsa.
- b) A sentença exclamativa “Parabéns pelo seu aniversário!” é verdadeira.
- c) A sentença declarativa “Brasil é um Estado soberano” é verdadeira.
- d) A sentença exclamativa “Quero comprar um bom carro!” é falsa.
- e) A sentença interrogativa “Florianópolis é a capital do Pará?” é verdadeira.

009. (FUNDATEC/PREFEITURA DE VILA LÂNGARO-RS/2019/TÉCNICO DE ENFERMAGEM)

A alternativa que apresenta um exemplo de proposição composta é:

- a) Antônio é cantor.
- b) Maria é alta.
- c) Joaquim está em Vila Lângaro.
- d) Maria gosta de música eletrônica.
- e) Maria estudou e Antônio passou no teste.

010. (VUNESP/PC-SP/2014/DELEGADO) Na lógica clássica, as proposições que compõem um raciocínio são classificadas como: (1) universais ou particulares e (2) afirmativas ou negativas. Assim sendo, as proposições “todo ser humano é mortal”, “algumas pessoas não usam óculos” e “alguns motoristas são descuidados” são classificadas, respectivamente, como:

- a) Particular afirmativa, universal negativa e universal afirmativa.
- b) Particular afirmativa, universal negativa e particular afirmativa.
- c) Universal afirmativa, particular afirmativa e particular negativa.
- d) Particular negativa, particular afirmativa e universal afirmativa.
- e) Universal afirmativa, particular negativa e particular afirmativa.

011. (FGV/DETRAN-MA/2013/ASSISTENTE DE TRÂNSITO) Considere a afirmativa: “*nenhum gato é verde*”.

A negação dessa afirmativa é:

- a) “*algum gato é verde*”.
- b) “*nenhum animal verde é gato*” .
- c) “*todo gato é verde*”.
- d) “*algum animal verde não é gato*” .
- e) “*algum gato não é verde*” .

012. (FGV/IBGE/2017/ANALISTA CENSITÁRIO/LOGÍSTICA) Marcelo foi chamado para uma reunião com seu chefe. Nessa reunião ocorreu o seguinte diálogo:

- Chefe: Pedro disse que todos os relatórios que ele recebeu foram avaliados.
- Marcelo: Não é verdade o que Pedro disse.

Se o chefe considerou que Marcelo falou a verdade, ele pode concluir logicamente que, dos relatórios recebidos por Pedro:

- a) pelo menos um relatório não foi avaliado;
- b) um único relatório não foi avaliado;
- c) nenhum relatório foi avaliado;
- d) mais da metade dos relatórios não foram avaliados;
- e) somente um relatório foi avaliado.

013. (FCC/SABESP/2018/ESTAGIÁRIO/NÍVEL MÉDIO) A negação lógica da afirmação: “*Todos os alunos vieram para a aula*”, está contida na alternativa:

- a) A sala está cheia de alunos.
- b) Pelo menos um aluno não veio para a aula.
- c) Quase todos os alunos faltaram.
- d) Todos os alunos faltaram à aula.
- e) Várias pessoas estão na sala, mas nem todos são alunos.

014. (FUNDATEC/PREFEITURA DE SANTIAGO DO SUL-SC/2020/ASSISTENTE SOCIAL)

Observe a seguinte proposição composta: “*Estudo, mas vou em festas*”. Acerca do conectivo empregado, assinale a alternativa correta.

- a) Trata-se de uma condicional.
- b) Trata-se de uma disjunção.
- c) Trata-se de uma bicondicional.
- d) Trata-se de uma conjunção.
- e) Trata-se de uma disjunção exclusiva.

015. (FGV/IBGE/2020/COORDENADOR CENSITÁRIO SUBÁREA/REAPLICAÇÃO) Considere a afirmação: “A criança tomou vacina e não chorou.” A negação lógica dessa afirmação é:

- a) A criança tomou vacina e chorou;
- b) A criança não tomou vacina e não chorou;
- c) A criança não tomou vacina e chorou;
- d) A criança tomou vacina ou chorou;
- e) A criança não tomou vacina ou chorou.

016. (FUNDATEC/PREFEITURA DE SAPUCAIA DO SUL-RS/2019/SECRETÁRIO DE ESCOLA) A negação da proposição “A prova está difícil ou o concurso deverá ser adiado” é:

- a) A prova não está difícil ou o concurso não deverá ser adiado.
- b) A prova está difícil e o concurso deverá ser adiado.
- c) Ou a prova não está difícil, ou o concurso não deverá ser adiado.
- d) Se a prova está difícil, então o concurso deverá ser adiado.
- e) A prova não está difícil e o concurso não deverá ser adiado.

017. (IBADE/ISS-VILHENA/2018/ANALISTA FINANCEIRO) Das sentenças abaixo, a negação lógica da sentença **“Arnaldo é professor ou Carla não é médica”**, é:

- a) Arnaldo não é professor ou Carla é médica.
- b) Arnaldo não é professor e Carla é médica.
- c) Arnaldo é professor ou Carla é médica.
- d) Se Arnaldo é professor, Carla é médica.
- e) Arnaldo não é professor, então Carla não é médica.

018. (CETAM-COPEC/PC-AM/2009/INVESTIGADOR) A negação de “Não é verdade que Belém é a capital do Pará ou Manaus é a capital do Amazonas” é:

- a) Belém é a capital do Pará e Manaus é a capital do Amazonas.
- b) Belém é a capital do Pará ou Manaus é a capital do Amazonas.
- c) Belém não é a capital do Pará ou Manaus é a capital do Amazonas.
- d) Belém não é a capital do Pará e Manaus não é a capital do Amazonas.

019. (CESPE/2018/SEFAZ-RS/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL/PROVA 1) A negação da proposição “O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única” pode ser escrita como

- a) "Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única"
- b) "Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado".
- c) "Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única"
- d) "Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado".
- e) "Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado".

020. (FCC/IAPEN-AP/2018/AGENTE PENITENCIÁRIO) Ao negar a proposição "Vou viajar ou não estudarei", tem-se a seguinte proposição:

- a) Não vou viajar ou estudarei.
- b) Vou viajar e estudarei.
- c) Não vou viajar ou não estudarei.
- d) Vou viajar e estudarei.
- e) Não vou viajar e estudarei.

021. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/TÉCNICO DE NÍVEL SUPERIOR/2017) Considere a afirmação:

"Todos os baianos gostam de axé e de acarajé".

A negação lógica dessa frase é:

- a) "Nenhum baiano gosta de axé nem de acarajé".
- b) "Nenhum baiano gosta de axé ou de acarajé".
- c) "Alguns baianos gostam de axé, mas não de acarajé".
- d) "Quem não gosta de axé nem de acarajé não é baiano".
- e) "Pelo menos um baiano não gosta de axé ou não gosta de acarajé".

022. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018/ANALISTA DE SISTEMAS JÚNIOR-INFRAESTRUTURA) A proposição $p \wedge \neg(q \wedge r)$ é equivalente a

- a) $(p \wedge \neg q) \wedge (p \wedge \neg r)$
- b) $(p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$
- c) $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$
- d) $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$
- e) $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$

023. (VUNESP/AFTM/SÃO JOSÉ DO RIO PRETO/2014) Considere falsas as proposições a seguir:

João não foi à festa ou Cláudio foi trabalhar.

Lucas caiu da escada e João não foi à festa.

Daniel saiu de casa ou Rafael não foi ao baile.

Lucas caiu da escada e Daniel saiu de casa.

A partir dessas proposições, existe uma única possibilidade de ser verdadeira a afirmação:

- a) Lucas caiu da escada.
- b) João não foi à festa.
- c) Daniel saiu de casa.
- d) Cláudio foi trabalhar.
- e) Rafael não foi ao baile.

QUESTÕES DE CONCURSO

024. (CESPE/MINISTÉRIO DA ECONOMIA/2020/SEGURANÇA DA INFORMAÇÃO) A negação da proposição “Todas as reuniões devem ser gravadas por mídias digitais” é corretamente expressa por “Nenhuma reunião deve ser gravada por mídias digitais”.



A negação de uma proposição universal afirmativa é uma proposição particular negativa.

Universal afirmativa

Todas as reuniões devem ser gravadas por mídias digitais

Alguma reunião não deve ser gravada por mídias digitais

Particular negativa

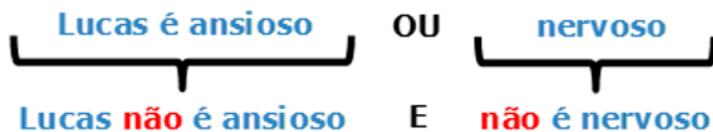
Errado.

025. (FURB/PREFEITURA DE PORTO BELO-SC/2019/ENFERMEIRO) Lucas afirmou que é ansioso ou nervoso. Se Lucas sempre mente, é correto afirmar que:

- Lucas não é ansioso e não é nervoso.
- Lucas pode ser ansioso, e não ser nervoso.
- Lucas pode não ser ansioso, e ser nervoso.
- Lucas é sempre ansioso.
- Lucas é sempre nervoso.



Se Lucas sempre mente, e afirma que é ansioso ou nervoso, vamos negar a sentença “Lucas é ansioso ou nervoso”. Apesar de não estar tão explícito, trata-se de uma proposição composta, podendo ser lida também como “Lucas é ansioso ou Lucas é nervoso”.



Com a Lei de De Morgan, substituiremos “OU” por “E”, e negaremos as proposições simples, resultando em “Lucas não é ansioso e não é nervoso”.

Letra a.

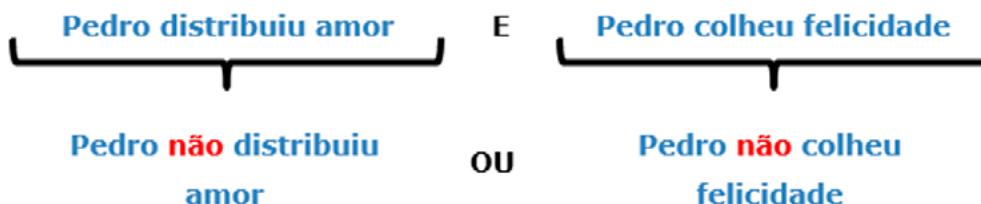
026. (FCC/TCE-SP/2017/AGENTE DE FISCALIZAÇÃO) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação “Pedro distribuiu amor e Pedro colheu felicidade” é:

- Pedro não distribuiu amor ou Pedro não colheu felicidade.
- Pedro distribuiu ódio e Pedro colheu infelicidade.

- c) Pedro não distribuiu amor e Pedro não colheu felicidade.
 d) Se Pedro colheu felicidade, então Pedro distribuiu amor.
 e) Pedro não distribuiu ódio e Pedro não colheu infelicidade.



A partir da Lei de De Morgan, podemos negar esta proposição lógica substituindo o conectivo “E” por “OU” e negando as proposições simples. Dessa forma, obtemos “Pedro não distribuiu amor ou Pedro não colheu felicidade”.



Letra a.

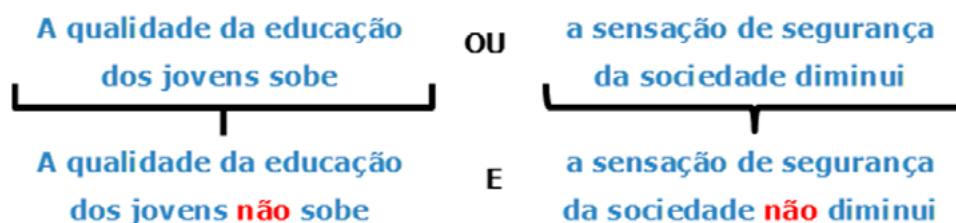
027. (CESPE/PC-MA/2018/ESCRIVÃO DE POLÍCIA CIVIL) A qualidade da educação dos jovens sobe ou a sensação de segurança da sociedade diminui.

Assinale a opção que apresenta uma proposição que constitui uma negação da proposição CG1A5AAA.

- a) A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui.
 b) A qualidade da educação dos jovens desce ou a sensação de segurança da sociedade aumenta.
 c) A qualidade da educação dos jovens não sobe ou a sensação de segurança da sociedade não diminui.
 d) A qualidade da educação dos jovens sobe e a sensação de segurança da sociedade diminui.
 e) A qualidade da educação dos jovens diminui ou a sensação de segurança da sociedade sobe.



Vamos usar a Lei de De Morgan para negar a proposição supracitada, substituindo o conectivo “OU” por “E” e negando as proposições atômicas, chegando em “A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui”.

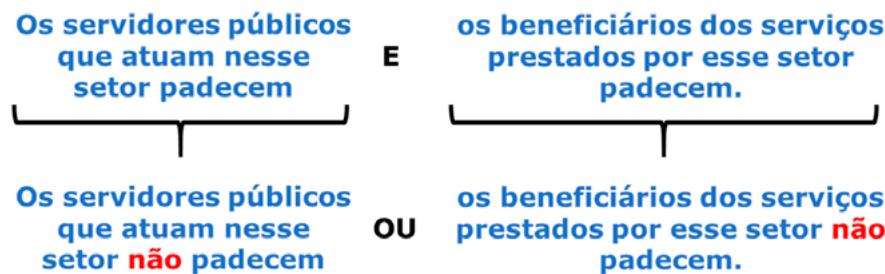


Letra a.

028. (CESPE/SEFAZ-AL/2020/AUDITOR FISCAL DA RECEITA ESTADUAL) A negação da proposição “Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.” é corretamente expressa por “Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.”.



A frase em estudo é uma proposição composta. Para fazer a sua negação, devemos aplicar a Lei de De Morgan.



De acordo com a Lei de De Morgan, devemos trocar o operador “E” por “OU” e negar todas as proposições atômicas. A negação das proposições deve ser feita utilizando o NÃO.

O erro do enunciado é que não foi empregado o operador OU.

Errado.

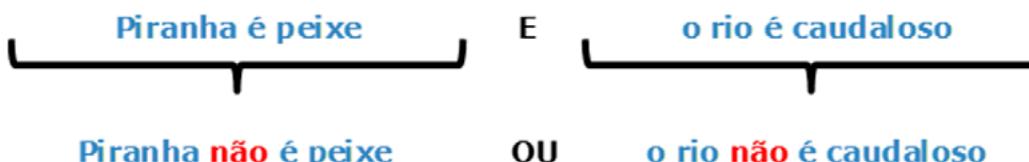
029. (FUNCERN/PREFEITURA DE JARDIM DE PIRANHAS-RN/2019/ASSISTENTE SOCIAL)

Dada a frase: “Piranha é peixe e o rio é caudaloso”, sua negação é:

- a) Piranha é peixe e o rio não é caudaloso.
- b) Piranha não é peixe ou o rio é caudaloso.
- c) Piranha não é peixe e o rio não é caudaloso.
- d) Piranha não é peixe ou o rio não é caudaloso.



A frase é uma proposição composta e nós usaremos as Leis De Morgan para negá-la. Substituiremos “E” por “OU” e negaremos as proposições simples. Desse modo, ficaremos com “Piranha não é peixe ou o rio não é caudaloso”.



Letra d.

030. (FCC/METRÔ-SP/2016/AUXILIAR DE ENFERMAGEM DO TRABALHO) Para confirmar que a afirmação “Nenhum homem é honesto” é uma afirmação falsa, é necessário e suficiente encontrar:

- dez homens honestos.
- um homem desonesto.
- mais da metade dos homens honestos.
- um homem honesto.
- todos os homens honestos.



O “nenhum” sempre traz algumas dúvidas. Devemos observar que “nenhum” é equivalente a “todos não”.

“Nenhum homem honesto” é equivalente a dizer “Todos os homens não são honestos”.

Portanto, a sentença “Nenhum homem é honesto” é uma proposição categórica universal negativa. E sua negação é uma proposição particular negativa.

Universal negativa

Nenhum homem é honesto



Sendo assim, basta que algum homem seja honesto para que a proposição original seja falsa. Observe que o enunciado pediu a negação de uma forma muito peculiar: “é necessário e suficiente para que a afirmação seja falsa”.

Letra d.

031. (FCC/AL-AP/2020/ASSISTENTE LEGISLATIVO) A negativa da afirmação “Todos os homens carregam todas suas malas” é

- Todos os homens carregam apenas uma de suas malas.
- Pelo menos um homem não carrega nenhuma de suas malas.
- Todos os homens não carregam nenhuma de suas malas.
- Pelo menos um homem não carrega todas suas malas.
- Nenhum homem carrega todas suas malas.



A proposição “Todos os homens carregam todas suas malas” é uma proposição universal afirmativa. Sua negação é, portanto, particular negativa.

Devemos ter cuidado nessa questão, pois existe um “todos” no predicado da frase. Porém, como vimos na teoria, as proposições categóricas se caracterizam pelos seus sujeitos.

Universal afirmativa

Todos os homens carregam todas suas malas

Pelo menos um homem não carrega todas suas malas

Particular Negativa

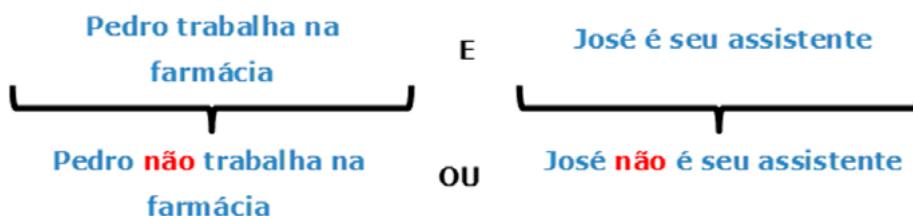
Letra d.

032. (INSTITUTO PRÓ-MUNICÍPIO/PREFEITURA DE PARAÍBA DO SUL-RJ/2019/PSICÓLOGO) Marque a alternativa que representa a negativa da proposição. “Pedro trabalha na farmácia e José é seu assistente”.

- a) Pedro trabalha na farmácia e José não é seu assistente.
- b) Pedro não trabalha na farmácia ou José não é seu assistente.
- c) Pedro trabalha na farmácia ou José é seu assistente.
- d) Pedro não trabalha na farmácia ou José é seu assistente.



Temos uma proposição composta com o conectivo “E”, então usaremos a Lei de De Morgan para negar, substituindo o “E” por “OU” e negando as proposições atômicas, ficando “Pedro não trabalha na farmácia ou José não é seu assistente”.



Letra b.

033. (FCC/METRÔ-SP/2019/AGENTE DE SEGURANÇA METROVIÁRIA) Dada a proposição: “Nunca me cango e pratico esportes diariamente”, sua NEGAÇÃO LÓGICA é:

- a) Às vezes pratico esportes diariamente e às vezes me cango.
- b) Às vezes me cango ou não pratico esportes diariamente.
- c) Se pratico esportes diariamente, então me cango.
- d) Se pratico esportes diariamente, então não me cango.
- e) Ou me cango ou não pratico esportes diariamente.



Questão bem interessante sobre negação do operador E. Primeiramente, vamos estudar um pouco a estrutura da frase.



A proposição “Nunca me cango” pode ser entendida como uma proposição universal negativa, porque o advérbio “nunca” remete à ideia “Nenhuma das vezes, me cango”.

Podemos usar a Lei de De Morgan. Para isso, trocamos E por OU e negamos as duas proposições simples que formam a frase.

Como a primeira frase é uma proposição universal negativa, a sua negação é uma proposição particular afirmativa. Portanto, podemos trocar o “nunca” por “às vezes”.



Letra b.

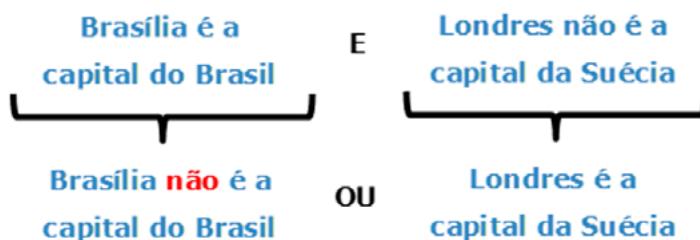
034. (IBADE/PREFEITURA DE ITAPEMIRIM-ES/2019/AUDITOR PÚBLICO INTERNO-ÁREA ADMINISTRATIVA) A negação lógica da sentença “Brasília é capital do Brasil e Londres não é capital da Suécia”, é:

- a) Brasília não é capital do Brasil ou Londres é capital da Suécia.
- b) Brasília não é capital do Brasil e Londres é capital da Suécia.
- c) Se Brasília não é capital do Brasil, então Londres não é capital da Suécia.
- d) Londres é capital da Suécia e Brasília é capital do Brasil.
- e) Se Londres não é capital da Suécia, então Brasília é capital do Brasil.



A Lei de De Morgan é bastante utilizada e será novamente o meio para negar a sentença logicamente.

Substituiremos o “E” por “OU” e negaremos as proposições simples que constituem a proposição composta. Por conseguinte, teremos como resultado “Brasília não é a capital do Brasil ou Londres é capital da Suécia”.



Letra a.

- 035.** (VUNESP/ISS-CAMPINAS/2019/ANALISTA DE GESTÃO DE PESSOAS) A negação da frase “Todos os analistas são inteligentes ou nenhum técnico é capacitado” é dada por

 - a) Existe analista que não é inteligente ou existe algum técnico que não é capacitado.
 - b) Não existe analista inteligente ou algum técnico é capacitado.
 - c) Nenhum analista é inteligente ou todo técnico é capacitado.
 - d) Existe analista que não é inteligente e existe técnico que é capacitado.
 - e) Se nenhum técnico é capacitado, então todos os analistas são inteligentes.



Questão bem interessante sobre negação do operador E envolvendo proposições categóricas. Primeiramente, vamos estudar um pouco a estrutura da frase.



Como a frase contém o operador OU, a sua negação é feita pela Lei de De Morgan. Devemos trocar o operador OU por E. Além disso, devemos negar as duas frases.

A negação de uma proposição universal afirmativa é uma proposição particular negativa. Por outro lado, a negação de uma proposição universal negativa é uma proposição particular afirmativa.

Portanto, a negação da frase pedida no enunciado é:



A questão escreveu de forma ligeiramente diferente.



Perceba que essa mudança em nada altera o sentido da frase.

Letra d.

036. (CESPE/2018/BNB/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMA) A partir do argumento “A saúde é uma fonte de riqueza, pois as pessoas saudáveis são muito trabalhadoras, e as pessoas trabalhadoras sempre enriquecem.”, julgue o próximo item.

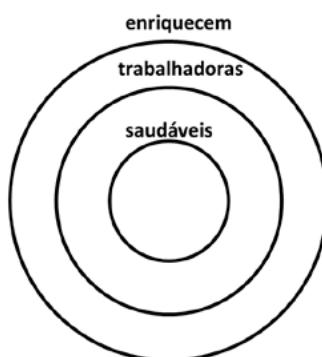
A proposição “A saúde é uma fonte de riqueza.” é a conclusão do referido argumento.



Observe o argumento construído com o operador CONDICIONAL.

“As pessoas saudáveis são muito trabalhadoras”, ou seja, todas as pessoas saudáveis são trabalhadoras.

“As pessoas trabalhadoras sempre enriquecem”, ou seja, todas as pessoas trabalhadoras pertencem ao conjunto das pessoas que enriquecem.



Por fim, a frase “A saúde é uma fonte de riqueza” deve ser entendida como **todas as pessoas saudáveis enriquecem**. Portanto, “ser saudável” é um subconjunto de “enriquecer”.

De fato, podemos concluir isso observando o diagrama.

Obs.: esse é um caso clássico de um argumento válido, porém, com premissas falsas, chegando a uma conclusão flagrantemente errada. Porém, a questão pediu para avaliar a validade do argumento. Apenas isso.

Certo.

037. (FCC/METRÔ-SP/2016/AUXILIAR DE ENFERMAGEM DO TRABALHO) Se a proposição “Laura estuda de dia e trabalha de noite” é falsa, do ponto de vista da lógica é verdade que Laura

- estuda de noite e trabalha de dia.
- não estuda de dia nem trabalha de noite.
- não estuda de dia ou trabalha de noite.
- não estuda de dia ou não trabalha de noite.
- estuda de noite ou trabalha de dia.



Uma proposição muito boa para treinarmos as Leis de De Morgan e a negação.



Laura não estuda de dia OU não trabalha de noite.

Para as Leis de De Morgan, devemos negar as duas proposições atômicas e trocar o operador "E" por "OU".

Letra d.

038. (CESPE/2018/BNB/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMA) Julgue o item que segue, a respeito de lógica proposicional.

A sentença “O reconhecimento crescente da necessidade de reformas na área econômica é consequência da crise que acompanha a sociedade há várias décadas.” pode ser representada na forma $P \rightarrow Q$, sendo P e Q proposições lógicas simples convenientemente escolhidas.



A referida sentença é uma proposição simples. Não traz a estrutura lógica do operador CONDICIONAL. Não aparece SE... ENTÃO na frase.

Observe que ela é formada por um único verbo declarativo.

“O reconhecimento crescente da necessidade de reformas na área econômica é consequência da crise que acompanha a sociedade há várias décadas.”

A sentença tem outro verbo na expressão “há várias décadas”, porém, essa expressão não é uma proposição, mas apenas um marco temporal.

Errado.

039. (VUNESP/2019/PREFEITURA DE VALINHAS/ANALISTA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação: “Todos os potes de sobremesa viraram ou choveu em cima da sacola”, é

- Pelo menos um pote de sobremesa não virou e não choveu em cima da sacola.
- Nenhum pote de sobremesa virou e não choveu em cima da sacola.
- Nenhum pote de sobremesa virou ou não choveu em cima da sacola.
- Pelo menos um pote de sobremesa virou ou não choveu em cima da sacola.
- Pelo menos um pote de sobremesa não virou e choveu em cima da sacola.



Vamos estudar a estrutura da frase.



A negação da frase com a disjunção (operador E) é feita pela Lei de De Morgan. Devemos trocar o **OU** pelo **E**.

A negação de uma proposição universal afirmativa é uma particular negativa. Por outro lado, para negar uma proposição comum, devemos simplesmente acrescentar um **NÃO**.



Letra a.

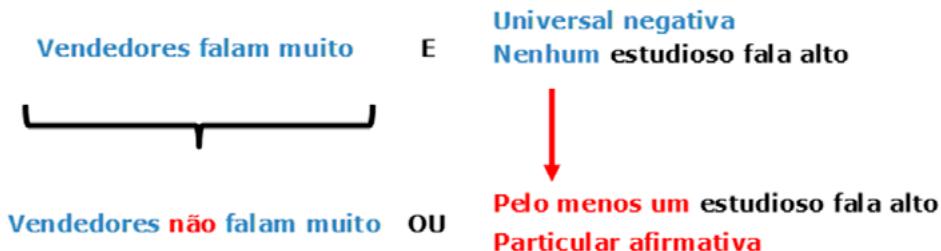
040. (FCC/ARTESP/2017/AGENTE DE FISCALIZAÇÃO À REGULAÇÃO DE TRANSPORTE)

A afirmação que corresponde à negação lógica da frase '*Vendedores falam muito e nenhum estudioso fala alto*' é

- a) 'Nenhum vendedor fala muito e todos os estudiosos falam alto'.
 - b) 'Vendedores não falam muito e todos os estudiosos falam alto'.
 - c) 'Se os vendedores não falam muito, então os estudiosos não falam alto'.
 - d) 'Pelo menos um vendedor não fala muito ou todo estudosso fala alto'.
 - e) 'Vendedores não falam muito ou pelo menos um estudosso fala alto'.



A sentença referida contém o conectivo “E” e uma afirmação universal negativa. Sua negação lógica se dará por meio da aplicação da Lei de De Morgan e a negação da segunda proposição atômica será uma particular afirmativa. Chegamos, então, em “Vendedores não falam muito ou pelo menos um estudioso fala alto”.



Letra e.

041. (INÉDITA/2021) O delegado entrevistou vários suspeitos de um crime de tráfico de drogas, que disseram:

- I** – Não fui eu.
 - II** – Eu não fiz nada não.
 - III** – Eu não fiz isso não

Supondo que todos estejam falando a verdade, pode-se afirmar que cometaram o crime:

- a) Apenas I

- b) Apenas II.
 c) Apenas III.
 d) Nenhum dos suspeitos.
 e) Todos os suspeitos.



Como sabemos, a dupla negação transforma a frase em uma afirmação.

Na frase I, o autor está negando o crime.

Na frase II, ao negar três vezes, o suspeito também está negando o crime.

Porém, na frase III, ao negar duas vezes, o sujeito está, na realidade, afirmando que cometeu o crime.

Letra c.

042. (FCC/CREMESP/2016/COPEIRO) Marcos gosta de comer arroz com feijão e Luiza gosta de comer macarrão. A negação lógica dessa afirmação é:

- a) Marcos gosta de comer arroz com feijão ou Luiza não gosta de comer macarrão.
 b) Marcos não gosta de comer macarrão e Luiza não gosta de comer arroz com feijão.
 c) Marcos não gosta de comer arroz com feijão e Luiza gosta de comer macarrão.
 d) Marcos não gosta de comer arroz com feijão ou Luiza não gosta de comer macarrão.
 e) Marcos não gosta de comer arroz com feijão ou Luiza gosta de comer macarrão.



Questão bastante direta sobre as Leis de De Morgan.

Marcos gosta de comer arroz com feijão **E** Luiza gosta de comer macarrão.

Marcos **não** gosta de
comer arroz com feijão

OU

Luiza **não** gosta de
comer macarrão

Letra d.

043. (CESPE/INSS/2016/TÉCNICO DO SEGURO SOCIAL) A sentença “Bruna, acesse a Internet e verifique a data da aposentadoria do Sr. Carlos!” é uma proposição composta que pode ser escrita na forma $p \wedge q$.



Sagaz como sempre, o Cespe vem nos lembrar que frases no imperativo não são proposições.

Errado.

044. (CESPE/ANVISA/2016/TÉCNICO ADMINISTRATIVO) A sentença “A fiscalização federal é imprescindível para manter a qualidade tanto dos alimentos quanto dos medicamentos que a população consome” pode ser representada simbolicamente por $P \wedge Q$.



De fato, o “tanto... quanto” pode ser entendido como um conectivo E. Porém, note que “os alimentos” e “dos medicamentos” possuem a mesma função citada. Mais especificamente, eles são adjuntos adnominais de “qualidade”.

Sendo assim, a proposição citada é, na verdade, uma proposição simples.

Errado.

045. (VUNESP/PC-SP/2014/INVESTIGADOR DE POLÍCIA) Um antropólogo estadunidense chega ao Brasil para aperfeiçoar seu conhecimento da língua portuguesa. Durante sua estadia em nosso país, ele fica muito intrigado com a frase “não vou fazer coisa nenhuma”, bastante utilizada em nossa linguagem coloquial. A dúvida dele surge porque:

- a) A conjunção presente na frase evidencia seu significado.
- b) O significado da frase não leva em conta a dupla negação.
- c) A implicação presente na frase altera seu significado.
- d) O significado da frase não leva em conta a disjunção.
- e) A negação presente na frase evidencia seu significado.



A frase tem uma dupla negação “**não** vou fazer coisa **nenhuma**”, pois há duas palavras negativas. Em português, utilizamos a dupla negação frequentemente como se fosse uma forma de **enfatizar** a negação. Portanto, em linguagem habitual no Brasil, a frase citada é entendida como uma frase negativa.

No entanto, em Lógica, a dupla negação é, na verdade, uma afirmação. Dessa forma, “não vou fazer coisa nenhuma” seria equivalente logicamente a “vou fazer alguma coisa”, que é uma frase afirmativa.

Portanto, o significado da frase não leva em conta a dupla negação.

Letra b.

046. (VUNESP/2017/TJ-SP/ESCREVENTE) “Existe um lugar em que não há poluição” é uma negação lógica da afirmação:

- a) Em todo lugar, não há poluição.
- b) Em alguns lugares, há poluição.
- c) Em todo lugar, há poluição.
- d) Em alguns lugares, pode não haver poluição.
- e) Em alguns lugares, não há poluição.



A negação de uma proposição particular negativa é uma proposição universal afirmativa.

particular negativa

Existe um lugar em que não há poluição

universal afirmativa

Em todo lugar, há poluição

Portanto, a negação será “Em todo lugar, há poluição”.

Letra c.

047. (FGV/PREFEITURA DE CUIABÁ/2015/CONDUTOR DE VEÍCULOS) O pintor disse ao diretor:

“Eu pintei a porta e a janela”.

Como o diretor verificou que o pintor não disse a verdade, é correto concluir que o pintor

- a) não pintou a porta nem a janela.
- b) não pintou a porta ou não pintou a janela.
- c) pintou a porta e não pintou a janela.
- d) pintou a porta ou não pintou a janela.
- e) pintou a janela mas não pintou a porta.



Questão bastante direta sobre as Leis de De Morgan.

p: “Eu pintei a porta”

q: “Eu pintei a janela”

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

$\neg p$: “não pintou a porta”

$\neg q$: “não pintou a janela”

$\neg p \vee \neg q$: “não pintou a porta **ou** não pintou a janela”

Também podemos visualizar da seguinte maneira usando a Lei de De Morgan.



Letra b.

048. (FUNRIO/CGE-RO/2018/ASSISTENTE DE CONTROLE INTERNO) Se não é verdade que todo rei é vilão, então é verdade que:

- a) nenhum rei é vilão.
- b) ao menos um rei não é vilão.
- c) algum vilão não é rei.
- d) nenhum vilão é rei.
- e) quem não é rei não é vilão.



“Todo rei é vilão” é uma proposição universal afirmativa, portanto, a sua negação é uma proposição particular negativa.

Assim, a sua negação é “algum rei não é vilão”. Veja que “algum” tem o mesmo significado lógico de “ao menos um”.

Universal afirmativa

Todo rei é vilão

particular negativa

Ao menos um rei não é vilão

Logo, podemos escrever “**ao menos um rei não é vilão**”, que é uma proposição particular negativa.

Letra b.

049. (ESAF/FUNAI/2016) Seja NE a abreviatura de Nordeste. A negação de “O Piauí faz parte do NE ou o Paraná não faz parte do NE” é:

- a) o Piauí não faz parte do NE.
- b) o Paraná faz parte do NE.
- c) o Piauí não faz parte do NE ou o Paraná faz parte do NE.
- d) o Piauí não faz parte do NE e o Paraná faz parte do NE.
- e) o Piauí e o Paraná fazem parte do NE.



Uma questão de aplicação direta das Leis de De Morgan para a negação. Tomemos a frase:

p: “O Piauí faz parte do NE”

$\neg q$: “O Paraná não faz parte do NE”

Agora, aplicaremos a Lei de De Morgan para a negação do operador disjunção.

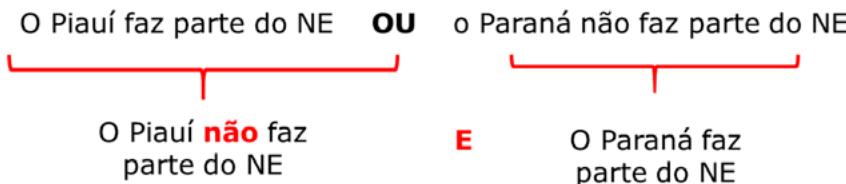
$$\neg(p \vee (\neg q)) = (\neg p \wedge \neg \neg q) = \neg p \wedge q$$

$\neg p$: “O Piauí não faz parte do NE”

q: “O Paraná faz parte do NE”

$\neg p \wedge q$: “O Piauí não faz parte do NE e o Paraná faz parte do NE”

Também podemos fazer por meio deste esquema:



Letra d.

050. (ESAF/MPOG/2009/ESPECIALISTA EM POLÍTICAS PÚBLICAS E GESTÃO GOVERNAMENTAL) A negação de “À noite, todos os gatos são pardos” é:

- a) De dia, todos os gatos são pardos.
- b) De dia, nenhum gato é pardo.
- c) De dia, existe pelo menos um gato que não é pardo.
- d) À noite, existe pelo menos um gato que não é pardo.
- e) À noite, nenhum gato é pardo.



Questão bastante interessante.

A negação de uma proposição universal afirmativa é uma particular negativa.

Portanto, a negação de “todos os gatos são pardos” é “Algum gato não é pardo” ou ainda “existe pelo menos um gato que não é pardo”.

Universal afirmativa particular negativa
Todos os gatos são pardos Algum gato não é pardo

Uma dúvida recorrente nos alunos é saber se também se deve negar o qualificador temporal “à noite”.

E a resposta é que não, porque **o marco temporal não é uma proposição**. Portanto, ele **não** deve ser alterado na hora de fazer uma negação.

A afirmação principal do enunciado é uma afirmação que diz respeito à noite. Portanto, a sua negação também deve corresponder ao período noturno.

Nada foi falado sobre o que acontece com os gatos fora do período noturno. Portanto, não é possível afirmar nada sobre a coloração deles durante o dia.

Letra d.

051. (ESAF/MINISTÉRIO DA FAZENDA/2009/TÉCNICO ADMINISTRATIVO) A negação de “Ana ou Pedro vão ao cinema e Maria fica em casa” é:

- a) Ana e Pedro não vão ao cinema ou Maria fica em casa.
- b) Ana e Pedro não vão ao cinema ou Maria não fica em casa.
- c) Ana ou Pedro vão ao cinema ou Maria não fica em casa.
- d) Ana ou Pedro não vão ao cinema e Maria não fica em casa.
- e) Ana e Pedro não vão ao cinema e Maria fica em casa.



É interessante registrar que temos duas proposições atômicas nessa sentença.

p: “Ana ou Pedro vão ao cinema”

q: “Maria fica em casa”

Aplicando as Leis de De Morgan, temos que a negação do operador E é:

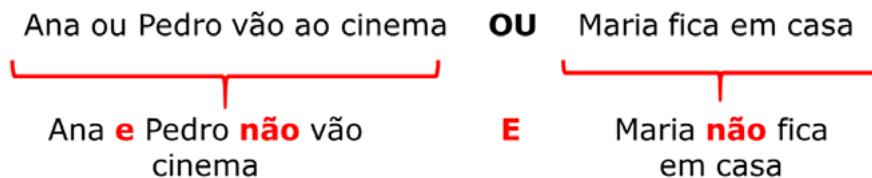
$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

$\neg p$: "Ana e Pedro não vão ao cinema"

$\neg q$: "Maria não fica em casa"

$\neg p \text{ OU } \neg q$: "Ana e Pedro vão ao cinema ou Maria não fica em casa."

Podemos fazer também o esquema da negação da Lei de De Morgan que já vimos durante a aula.



Letra b.

052. (FGV/ISS-CUIABÁ/2015/CONTADOR) São verdadeiras as seguintes afirmações de Tiago:

- Trabalho ou estudo.
- Vou ao escritório ou não trabalho.
- Vou ao curso ou não estudo.

Certo dia, Tiago não foi ao curso.

É correto concluir que, nesse dia, Tiago:

- a) estudou e trabalhou.
- b) não estudou e não trabalhou.
- c) trabalhou e não foi ao escritório.
- d) foi ao escritório e trabalhou.
- e) não estudou e não foi ao escritório.



Essa questão explora bem a propriedade do operador OU.

$$A \vee B, \neg B \therefore A$$

Premissas:

$p \vee (\neg q)$: Vou ao curso ou não estudo.

$\neg p$: Não vou ao curso

Conclusão:

$\therefore \neg q$: **Não estudo**

De posse dessa conclusão, podemos observar a primeira afirmação.

Premissas:

$r \vee q$: Trabalho ou estudo.

$\neg q$: Não estudo

Conclusão

$\therefore r$: Trabalho.

Por fim, vamos à segunda afirmação de Tiago.

Premissas:

$s \vee (\neg r)$: Vou ao escritório ou não trabalho.

r : Trabalho.

Conclusão

$\therefore s$: Vou ao escritório.

Vamos anotar as nossas conclusões:

- Não estudo
- Trabalho
- Vou ao escritório

Portanto, Tiago foi ao escritório e trabalhou, mas não estudou.

Letra d.

053. (ESAF/AFRFB/2012) Caso ou compro uma bicicleta. Viajo ou não caso. Vou morar em Pasárgada ou não compro uma bicicleta. Ora, não vou morar em Pasárgada. Assim,

- a) não viajo e caso.
- b) viajo e caso.
- c) não vou morar em Pasárgada e não viajo.
- d) compro uma bicicleta e não viajo.
- e) compro uma bicicleta e viajo.



As premissas do enunciado são:

I – Caso ou compro uma bicicleta.

II – Viajo ou não caso.

III – Vou morar em Pasárgada ou não compro uma bicicleta.

IV – Não vou morar em Pasárgada.

Para que o operador OU seja verdadeiro, pelo menos uma de suas proposições atômicas deve ser verdadeira. Portanto, de (III) e (IV), temos:

III – Vou morar em Pasárgada OU não compro uma bicicleta. V

F

V

Logo, concluímos que é verdade “Não compro uma bicicleta” (V).

Vamos olhar a afirmação (I).

I – **Caso OU compro uma bicicleta. V**

V F

Aplicando (V) em (I), podemos concluir que “caso” (VI).

Vamos olhar, agora, a afirmação II.

II – **Viajo ou não caso. V**

V F

Portanto, concluímos que:

- Viajo
- Caso
- Não compro uma bicicleta
- Não vou morar em Pasárgada.

Logo, podemos dizer “viajo e caso”.

Letra b.

054. (FGV/SUDENE/2013/ECONOMISTA) Supondo que a afirmativa “Todos os estados do Nordeste sofrem com a seca ou com o excesso de chuvas” seja falsa, analise as afirmativas a seguir.

I – “Nenhum estado do Nordeste sofre com a seca ou com o excesso de chuvas”.

II – “Algum estado do Nordeste não sofre com a seca”.

III – “Algum estado do Nordeste sofre com o excesso de chuvas”.

Assinale:

- a) se somente a afirmativa I for obrigatoriamente verdadeira.
- b) se somente a afirmativa II for obrigatoriamente verdadeira.
- c) se somente a afirmativa III for obrigatoriamente verdadeira.
- d) se somente as afirmativas I e III forem obrigatoriamente verdadeiras.
- e) se somente as afirmativas II e III forem obrigatoriamente verdadeiras.



Uma questão muito interessante sobre proposições categóricas. Chamemos de frase 0 a sentença oferecida pelo enunciado.

Obs.: | 0: “Todos os estados do Nordeste sofrem com a seca e com o excesso de chuvas”. (é FALSA)

| I – “Nenhum estado do Nordeste sofre com a seca ou com o excesso de chuvas”.

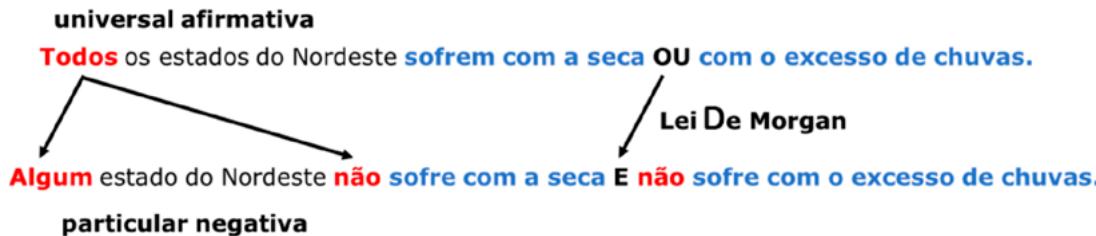
(proposição contrária: podem ser ambas falsas, mas nunca ambas verdadeiras)

Como vimos, a frase I é uma proposição contrária à frase 0. Portanto, as duas frases (0 e I) podem ser simultaneamente falsas, mas nunca ambas verdadeiras.

Dessa maneira, a frase I pode ser verdadeira, mas não necessariamente é. Logo, não podemos dizer que I é obrigatoriamente verdadeira.

Agora, tomemos a negação da frase 0. Como ela é falsa, a sua negação é necessariamente verdadeira.

Devemos usar as Leis de Morgan para transformar o OU em E. Além disso, como a frase é universal afirmativa (todos), a sua negação deve ser particular (algum) negativa.



“Algum estado do Nordeste não sofre com a seca e não sofre com o excesso de chuvas” é VERDADE.

Por causa do operador E, podemos chegar a duas conclusões:

A: “Algum estado do Nordeste não sofre com a seca”, logo a proposição **II é necessariamente verdadeira.**

B: “Algum estado do Nordeste não sofre com o excesso de chuvas”.

Observe que a conclusão B é uma proposição subcontrária à sentença III, que foi pedida no enunciado.

Obs.: B: “Algum estado do Nordeste não sofre com o excesso de chuvas”.

(é VERDADEIRA)

III – “Algum estado do Nordeste sofre com o excesso de chuvas”.

(proposição subcontrária: podem ser ambas verdadeiras, mas nunca ambas falsas)

Assim, B e III podem ser simultaneamente verdadeiras, mas não podem ser simultaneamente falsas.

Desse modo, é possível que algum estado do Nordeste sofra com o excesso de chuvas, porém, isso não é necessariamente verdade.

Sendo assim, I e III podem ser verdadeiras, mas também podem ser falsas. Apenas II é obrigatoriamente verdadeira.

Letra b.

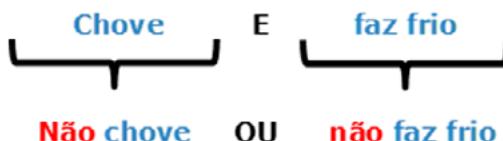
055. (FCC/FCRIA-AP/2018/EDUCADOR SOCIAL/ARTE EDUCADOR) A negação da afirmação “Chove e faz frio” é:

- a) Não chove ou faz frio.
- b) Não chove ou faz calor.

- c) Não chove e não faz frio.
 d) Faz frio e não chove.
 e) Faz calor e chove.



Utilizamos a Lei de De Morgan para negar proposições compostas com o conectivo “E”. Desta forma, negamos as proposições atômicas e substituímos “E” por “OU”, obtendo assim “Não chove ou não faz frio”.



Não se encontra essa opção entre as alternativas. A alternativa que mais se aproxima é a letra B: “não chove ou **faz calor**”. E essa foi a alternativa considerada pela banca.

Porém, vale lembrar que não se deve substituir por antônimos a menos que sejam absolutos. A negação de “frio” não é “calor”, mas sim “não frio”.

Desse modo, a questão deveria ser anulada, pois a banca cometeu um erro lógico.

Letra b.

056. (INSTITUTO PRÓ-MUNICÍPIO/PREFEITURA DE PARAÍBA DO SUL-RJ/2019/PSICÓLOGO) Proposições compostas ligadas pelo conectivo “e” são chamadas de conjunções. Sobre o valor lógico da proposição conjuntiva marque a alternativa correta.

- a) Além do conectivo “e” é comum o uso de outros conectivos na conjuntiva, como: ou, e, se, então.
 b) A conjunção será verdadeira quando ambas as proposições componentes forem verdadeiras.
 c) A proposição conjuntiva será falsa quando as duas proposições componentes são verdadeiras.
 d) A proposição conjuntiva não possui um valor falso e assume sempre um valor verdadeiro.



O termo “conjunção” se refere ao operador E. Vamos observar a sua tabela verdade do conectivo “E”:

<i>p</i>	<i>q</i>	<i>p</i> \wedge <i>q</i>
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Nota-se que o valor lógico atribuído ao conectivo E, requer que todas as proposições simples que compõem a proposição composta sejam verdadeiras, sendo correta então a alternativa b.

Letra b.

057. (INSTITUTO PRÓ-MUNICÍPIO/PREFEITURA DE PARAÍBA DO SUL-RJ/2019/PSICÓLOGO) A proposição a seguir é chamada de disjuntiva, pois é composta por uma ou duas proposições unidas pelo conectivo “ou”.

Eu te darei um presente ou comprarei uma viagem.

Sobre a proposição acima marque a alternativa que torna a proposição disjuntiva falsa.

- a) Quando forem cumpridos os dois objetivos.
- b) Quando for cumprido somente o 1º objetivo (o presente).
- c) Quando for cumprido apenas o 2º objetivo (a viagem).
- d) Quando não forem cumpridos nenhum dos objetivos (o presente e a viagem).



Sejam as proposições:

p: Eu te darei um presente;

q: Comprarei uma viagem,

Agora, vamos analisar a tabela verdade do conectivo “OU”.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Observa-se que a proposição disjuntiva será falsa apenas se nem o presente nem a viagem forem cumpridos, o que nos deixa com a alternativa correta d.

Letra d.

058. (ADM & TEC/PREFEITURA DE RIO LARGO-AL/2019/PROFESSOR DE MATEMÁTICA)

Leia as afirmativas a seguir:

- I – Uma equação consiste em uma afirmação ou ainda uma restrição a respeito das variáveis envolvidas.
- II – O trabalho de orientação sexual na escola não exige planejamento ou organização por parte dos profissionais da educação.
- III – A assimilação ativa não deve incluir direção e orientação do professor.

Marque a alternativa CORRETA:

- a) Nenhuma afirmativa está correta.
- b) Está correta a afirmativa I, apenas.
- c) Está correta a afirmativa II, apenas.
- d) Está correta a afirmativa III, apenas.
- e) Todas as afirmativas estão corretas.



Algumas bancas utilizam essa abordagem de que o aluno deve utilizar o seu conhecimento de mundo para julgar se uma afirmação está correta ou não com o auxílio dos operadores lógicos.

I – A afirmativa está correta, pois uma equação é uma afirmação, como $2 + 2 = 4$, e também pode ser uma restrição, como $-2 < x < 6$. **Verdadeiro OU Verdadeiro = Verdadeiro**.

II – Qualquer trabalho exige planejamento e organização. Portanto, a proposição está incorreta.

III – A assimilação ativa se dá de acordo com os métodos e organização de ensino, logo, esta afirmativa está incorreta.

Nota-se, então, que a única afirmativa correta é a I.

Letra b.

059. (FUMARC/CÂMARA DE SANTA LUZIA-MG/2017/ASSISTENTE JURÍDICO) Dada a proposição lógica:

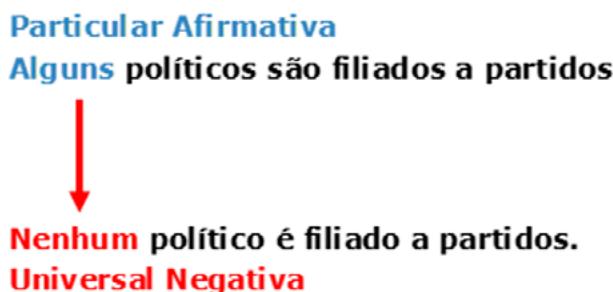
"Alguns políticos são filiados a partidos",

é **CORRETO** afirmar que a negação logicamente construída dessa proposição é:

- a) Nenhum político não é filiado a partidos.
- b) Não existem políticos que não são filiados a partidos.
- c) Não existem políticos filiados a partidos.
- d) Alguns políticos não são filiados a partidos.



A proposição lógica dada é uma particular afirmativa, logo, sua negativa será uma universal negativa. E assim chegamos em “Nenhum político é filiado a partidos”.



Mas não temos essa alternativa, certo? Por isso, essa questão deveria ser **anulada**. Vale observar que a banca ofereceu como gabarito uma proposição subalternna.

“Nenhum político é filiado a partidos” é condição suficiente para “Alguns políticos não são filiados a partidos”. Portanto, se “nenhum político é filiado a partidos” é verdadeira, então, necessariamente, “Alguns políticos não são filiados a partidos” é verdadeira.

Por esse motivo, o gabarito proposto pela banca é a letra D.

Esse gabarito poderia ser considerado correto se a banca tivesse sido mais cautelosa no enunciado e tivesse pedido “pode-se afirmar que” ou “é necessariamente verdade que”. Porém, como o enunciado pediu uma negação, a única negação possível é “nenhum político é filiado a partidos”.

Portanto, entendo que a questão deveria ter sido **anulada**.

Letra d.

060. (UFPA/2019/MÉDICO/CLÍNICO GERAL) João vai sair de casa e é interpelado por sua mãe:

- João, você vai aonde?
- Não tenho certeza, mãe. Vou encontrar amigos para ir ao futebol ou ao cinema no shopping.
- João, se você for ao cinema, compre chocolate para mim.
- Sim, mãe.

Quatro horas mais tarde, João, que sempre atende às solicitações de sua mãe, retorna e vem com chocolates. É correto concluir que

- a) João foi ao cinema.
- b) João não foi ao cinema.
- c) João foi ao cinema e João comprou o chocolate.
- d) João comprou o chocolate no shopping.
- e) João foi ao cinema ou João comprou o chocolate.



Para analisar, vamos expressar as proposições matematicamente.

p: ir ao futebol

q: ir ao cinema no shopping

r: comprar chocolate

A partir do texto, temos duas equações: $p \vee q$ e $q \rightarrow r$

Verificando a tabela verdade da segunda equação, temos:

<i>q</i>	<i>r</i>	<i>q → r</i>
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

De acordo com o enunciado, r é verdadeira, podendo então q ser verdadeira ou falsa.

Com o conectivo ou, basta que uma das sentenças da proposição composta seja verdadeira para que a proposição seja verdadeira, logo, é correto afirmar que “João foi ao cinema OU João comprou chocolate”.

Letra e.

061. (FCC/PREFEITURA DE MANAUS-AM/2019/ASSISTENTE TÉCNICO FAZENDÁRIO)

Aos domingos,

- como pizza no jantar ou não tomo açaí,
- corro ou jogo futebol e
- tomo açaí ou não corro.

Se, no último domingo, não joguei futebol, então

- a) corri e não comi pizza no jantar.
- b) não corri e comi pizza no jantar.
- c) não comi pizza no jantar e não tomei açaí.
- d) não corri e não tomei açaí.
- e) corri e tomei açaí.



Para analisar a questão, vamos separar as proposições do argumento:

p: como pizza no jantar

q: tomo açaí

r: corro

s: jogo futebol

Do enunciado, sabemos que “não jogo futebol”. Então, podemos olhar para a segunda proposição, notando que, para que ela seja verdadeira, pelo menos uma das duas proposições atômicas deve ser verdadeira.

Corro	OU	jogo futebol
VERDADEIRO	OU	FALSO = VERDADEIRO

Sabemos, portanto, que “corro” é verdadeiro, logo “não corro” é falso. Então, podemos utilizar este conhecimento na terceira proposição:

Tomo açaí	OU	não corro
VERDADEIRO	OU	FALSO = VERDADEIRO

Por fim, como “tomo açaí” é verdadeiro, “não tomo açaí” é falso. Logo, podemos dizer com o auxílio da primeira proposição:

Como pizza no jantar	OU	não tomo açaí
VERDADEIRO	OU	FALSO = VERDADEIRO

Agora, vamos analisar as afirmações do enunciado.

- a) corri e não comi pizza no jantar. **Verdadeiro E Falso = Falso.**
- b) não corri e comi pizza no jantar. **Falso E Falso = Falso.**
- c) não comi pizza no jantar e não tomei açaí. **Falso E Falso = Falso.**
- d) não corri e não tomei açaí. **Falso E Falso = Falso.**
- e) corri e tomei açaí. **Verdadeiro E Verdadeiro = Verdadeiro.**

Letra e.

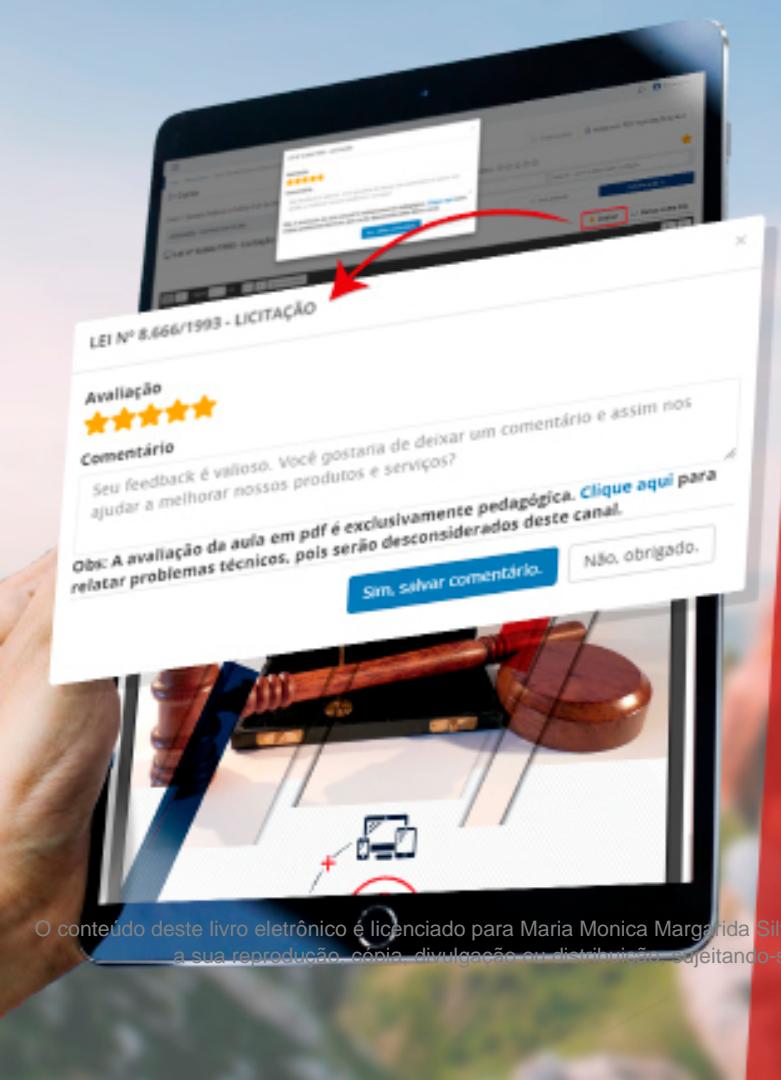
GABARITO

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. c | 22. c | 43. E |
| 2. d | 23. a | 44. E |
| 3. E | 24. E | 45. b |
| 4. c | 25. a | 46. c |
| 5. E | 26. a | 47. b |
| 6. C | 27. a | 48. b |
| 7. b | 28. E | 49. d |
| 8. c | 29. d | 50. d |
| 9. e | 30. d | 51. b |
| 10. e | 31. d | 52. d |
| 11. a | 32. b | 53. b |
| 12. a | 33. b | 54. b |
| 13. b | 34. a | 55. b |
| 14. d | 35. d | 56. b |
| 15. e | 36. C | 57. d |
| 16. e | 37. d | 58. b |
| 17. b | 38. E | 59. d |
| 18. b | 39. a | 60. e |
| 19. c | 40. e | 61. e |
| 20. e | 41. c | |
| 21. e | 42. d | |

Thiago Cardoso



Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.



NÃO SE ESQUEÇA DE AVALIAR ESTA AULA!

SUA OPINIÃO É MUITO IMPORTANTE
PARA MELHORARMOS AINDA MAIS
NOSSOS MATERIAIS.

ESPERAMOS QUE TENHA GOSTADO
DESTA AULA!

PARA AVALIAR, BASTA CLICAR EM LER
A AULA E, DEPOIS, EM AVALIAR AULA.

AVALIAR