MATEMÁTICA

Funções e Gráficos do 1º Grau

Livro Eletrônico

GRAN CURSOS ONLINE

Sumário

1. Plano Cartesiano

Já aprendemos o importante conceito da reta real. O plano cartesiano é formado por um par de retas perpendiculares entre si, denominadas x e y.

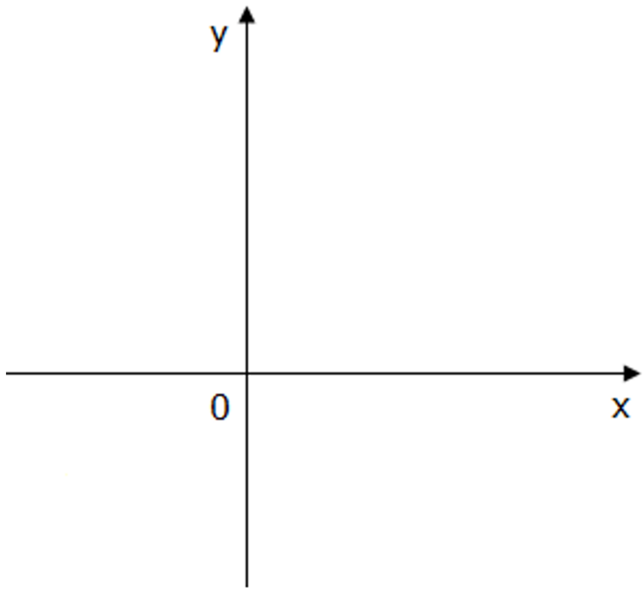


Figura 1: Plano Cartesiano

O ponto de encontro entre as duas retas é normalmente assinalado como a origem do plano cartesiano, ou seja, o ponto (0,0) ou, simplesmente, 0.

O plano cartesiano serve para marcar pontos. Um ponto é definido por um par ordenado que representa as suas coordenadas. Por exemplo, os pontos A(2,1), B(-2,2) e C(3,-1).

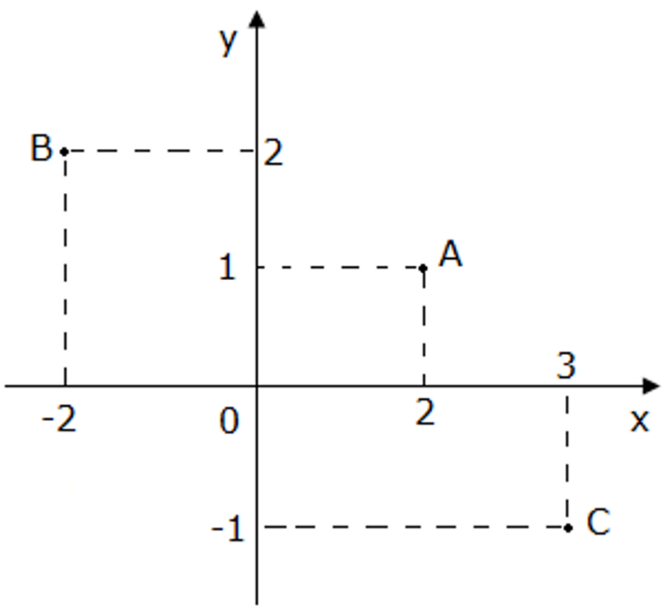


Figura 2: Pontos Representados no Plano Cartesiano

As coordenadas são obtidas traçando retas partindo do ponto estudado e que sejam perpendiculares aos eixos x e y. As coordenadas são exatamente os pontos de encontro entre essas retas (representadas por um tracejado) e os eixos cartesianos.

O par ordenado A(2,1) significa que cada ponto no plano cartesiano é representado por um par de coordenadas e que a ordem importa. Sendo assim, o ponto A(2,1) é diferente do ponto B(1,2).

A primeira coordenada é chamada de abscissa e marca a posição do ponto relativa ao eixo x. Sendo assim, a abscissa do ponto A é 2, porque a posição desse ponto em relação ao eixo x é em x = 2.

Analogamente, a segunda coordenada é chamada de ordenada e marca a posição do ponto relativo ao eixo y. Sendo assim, a abscissa do ponto A é 1, porque a posição desse ponto em relação ao eixo y é em y = 1.

No estudo de funções, o plano cartesiano é normalmente utilizado para representar uma relação entre duas variáveis. São elas:

- a variável independente, normalmente chamada de x, que será colocada no eixo das abscissas;
- a variável dependente, normalmente chamada de y, que será colocada no eixo das ordenadas.

O eixo x é chamado de eixo das abscissas. Na Figura 2, vemos que, ao longo do eixo x, a coordenada y é nula.

Analogamente, o eixo y é chamado de eixo das ordenadas. Ao longo desse eixo, a coordenada x é nula. Portanto, são assim definidos os eixos:

- **Eixo das Abscissas (eixo x):** é o conjunto de todos os pontos em que a ordenada é nula. Em linguagem matemática, temos:

$$y = 0 \text{ ou } \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 0\}$$

- **Eixo das Ordenadas (eixo y):** é o conjunto de todos os pontos em que a abscissa é nula. Em linguagem matemática, temos:

$$x = 0 \text{ ou } \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x = 0\}$$

O primeiro conceito importante que precisamos aprender sobre funções é que os nomes das variáveis "x" e "y" pouco importam. O nome de uma variável não altera a natureza de uma função.

Sendo assim, quando escrevemos $f(x) = x + 1$, podemos dizer que f é uma função que soma 1 a um determinado número real. Sendo assim, poderíamos trocar a variável de dentro da função, seja por um número real, seja por qualquer outro nome de variável que você imaginar.

$$f(2) = 2 + 1 = 3$$

$$f(t) = t + 1$$

$$f(y) = y + 1$$

2. Equação do Primeiro Grau

Uma equação do primeiro grau tem a seguinte forma:

$$a + bx = c$$

É um problema de fácil resolução. Para isso, devemos lembrar de dois resultados a respeito de passar um número para o outro lado da igualdade:

- se um número está somando, ele passa para o outro lado da igualdade subtraindo, e vice-versa;
- se um número está multiplicando, ele passa para o outro lado da igualdade dividindo, e vice-versa.

Para encontrar o valor da incógnita **x**, devemos isolar a incógnita, passando todos os outros termos para o outro lado.

O termo **a** está somando, portanto deve passar subtraindo. Vejamos:

$$a + bx = c \ \rightarrow bx = c - a$$

Para isolar o **x**, agora, precisamos apenas passar o termo **b** para o outro lado. Como ele está multiplicando, ele passa dividindo.

$$bx = c - a \rightarrow x = \frac{c - a}{b}$$

A principal dificuldade no caso de equações do primeiro grau é a leitura correta do enunciado e interpretar as informações advindas dele. Por isso, precisamos treinar com diversas questões.

Direto do Concurso

001. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO) Para ir ao trabalho caminhando, Rodrigo percorreu a terça parte do percurso sem qualquer parada. Descansou um pouco e, em seguida, percorreu a quinta parte do que restava do percurso e, novamente, parou para descansar. Após essas duas etapas, ainda faltavam 1 080 metros para Rodrigo chegar ao destino.

A diferença entre o número de metros que Rodrigo caminhou na primeira etapa em relação à segunda etapa é igual a

a) 405.
b) 470.
c) 525.
d) 580.
e) 625.

Seja *x* o comprimento total do percurso. Rodrigo andou a terça parte (x/3), depois andou a quinta parte do que restava (1/5.2/3x) e, depois de andar esses dois trechos, ainda faltavam 1.080 metros para chegar ao destino (x). Sendo assim:

$$\frac{x}{3}+\frac{1}{5}\frac{2x}{3}+1080=x$$

$$\frac{x}{3}+\frac{2x}{15}+1080=x$$

$$\frac{5x+2x}{15}+1080=x\therefore x-\frac{7x}{15}=1080$$

$$\frac{8x}{15}=1080\therefore x=\frac{1080.15}{8}=135.15=2025$$

A questão solicitou a diferença:

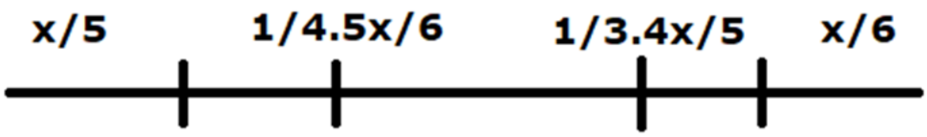
$$\frac{x}{3}-\frac{1}{5}.\frac{2x}{3}=\frac{2025}{3}-\frac{2.2025}{5.3}=675-270=405$$

Letra a.

002. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/ADMINISTRAÇÃO) Gabriel está no ponto A, e Felipe, no ponto B. Eles iniciam simultaneamente uma caminhada, e pelo mesmo percurso; Gabriel no sentido de A até B, e Felipe no sentido de B até A. Numa primeira etapa, Gabriel percorreu 1/5 da distância entre A e B, e Felipe percorreu 1/6 dessa mesma distância. Na segunda etapa, Gabriel percorreu o equivalente à quarta parte do que faltava a Felipe percorrer ao final da primeira etapa, e Felipe percorreu o equivalente à terça parte do que faltava a Gabriel percorrer ao final da primeira etapa. Sabe-se que, após a segunda etapa, a distância que os separa é de 6,65 km. Nessas condições, é correto afirmar que a distância total que separa os pontos A e B é, em quilômetros, igual a:

a) 40
b) 44
c) 43
d) 41
e) 42

Sendo x o tamanho total do caminho, no primeiro passo, Gabriel andou x/5. Assim, restava para ele 4/5 x para ele percorrer. Por outro lado, Felipe andou x/6, restando 5x/6 para ele percorrer. Na segunda etapa, Gabriel percorreu a quarta parte do que faltava para Felipe, ou seja, ele percorreu 1/4 de 5x/6. Já Felipe percorreu um terço do que faltava para Gabriel, ou seja, ele percorreu 1/3 de 4x/5. Podemos diagramar essa situação:



Portanto, Gabriel e Felipe andaram:

$$G: \frac{x}{5} + \frac{1}{4}\frac{5x}{6} = \frac{x}{5} + \frac{5x}{24} = \frac{24x + 25x}{120} = \frac{49x}{120}$$

$$F: \frac{x}{6} + \frac{1}{3}\frac{4x}{5} = \frac{5x + 2.4x}{30} = \frac{13x}{30}$$

Após essas etapas, ainda faltavam 6,65 km para completar a distância total x:

$$\frac{49x}{120} + \frac{13x}{30} + 6{,}65 = x$$

$$\frac{49x}{120} + \frac{52x}{120} + 6{,}65 = x$$

$$\frac{101x}{120} + 6{,}65 = x \therefore \frac{27x}{40} + 6{,}65 = x$$

$$6{,}65 = x - \frac{101x}{120}$$

$$6{,}65 = \frac{120x}{120} - \frac{101x}{120} = \frac{19x}{120}$$

$$\therefore x = \frac{6{,}65.120}{19} = 42$$

Letra e.

003. (FCC/2018/TRT 15ª REGIÃO-SP/ANALISTA JUDICIÁRIO/ÁREA ADMINISTRATIVA) Alberto, Breno e Carlos têm, ao todo, 40 figurinhas. Alberto e Breno têm a mesma quantidade de figurinhas e Carlos tem a metade da quantidade de figurinhas de Breno. A quantidade de figurinhas que Alberto e Carlos têm juntos é

a) 16
b) 8
c) 24
d) 32
e) 20

Suponha que A, B e C sejam as quantidades de figuras de Alberto, Breno e Carlos. Como o total da quantidade de figuras dos três é 40, temos que:

$$A + B + C = 40$$

Pelas informações do enunciado, Breno e Alberto possuem a mesma quantidade de figuras. Logo, A = B. Além disso, Carlos possui a metade da quantidade de figuras de Breno. Logo, C = B/2. Substituindo essas informações, temos:

$$A + A + \frac{A}{2} = 40$$

Trabalhando com a equação, temos:

$$\frac{5A}{2} = 40 \therefore A = \frac{40.2}{5} = 16$$

Como queremos as figurinhas que Alberto e Carlos possuem juntos, temos:

$$A + C = A + \frac{A}{2} = 16 + 8 = 24$$

Letra c.

---

004. (FCC/2018/TRT 15ª REGIÃO-SP/ANALISTA JUDICIÁRIO/ÁREA ADMINISTRATIVA) Quando se diz que um imposto com alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R$ 100,00, é usual concluir que, com o acréscimo desse imposto, o preço final do produto seria de R$ 120,00. Isso é chamado de cálculo "por fora". Porém, há impostos em que se utiliza o chamado "cálculo por dentro". Nesses casos, se uma alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R$ 100,00, então o preço final é de R$ 125,00, pois 20% do valor final deve ser relativo ao imposto.

Com um imposto de alíquota 18% sobre um produto cujo valor inicial é de R$ 1.640,00, a diferença entre os preços finais calculados por dentro e por fora é de:

a) R$ 128,40.
b) R$ 32,40.
c) R$ 360,00.
d) R$ 64,80.
e) R$ 640,00.

Primeiramente, vamos calcular o imposto por fora, considerando a alíquota de 18% sobre R$1640.

$$I_{fora} = 0{,}18.1640 = 295{,}20$$

Agora, vamos calcular o imposto por dentro. Para isso, seja **x** o valor do imposto. A alíquota de 18% significa que o valor do imposto **x** será igual a 18% do valor total do produto, que é 1640 + x.

$$x = 0{,}18.(1640 + x)$$

$$x = 295{,}20 + 0{,}18x$$

$$x - 0{,}18x = 295{,}20$$

$$0{,}82x = 295{,}20$$

$$\therefore x = \frac{295{,}20}{0{,}82} = \frac{29520}{82} = 360$$

$$\therefore I_{dentro} = 360{,}00$$

Sendo assim, a diferença pedida é:

$$I_{dentro} - I_{fora} = 360 - 295{,}20 = 64{,}80$$

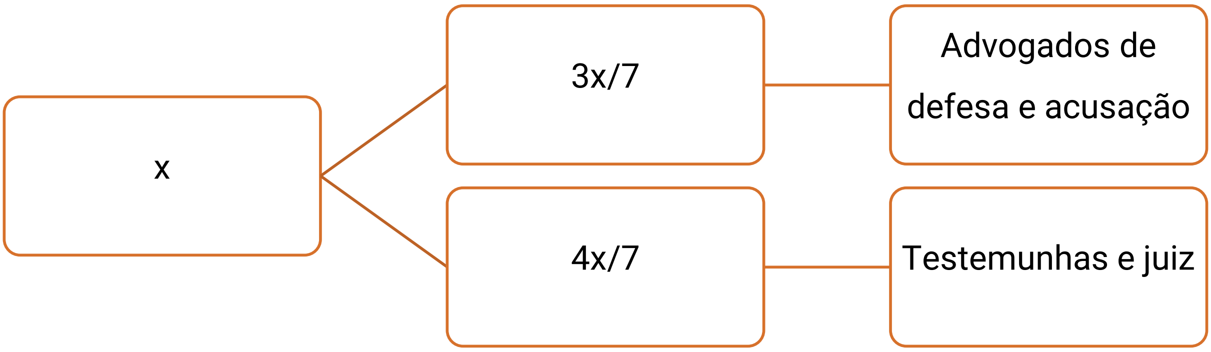
Letra d.

---

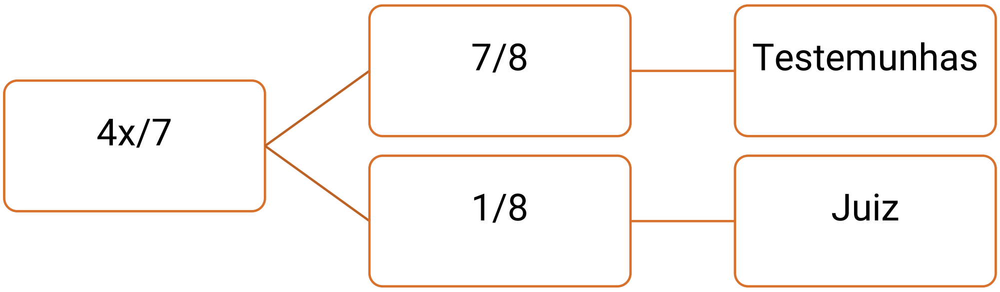
005. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/ANALISTA JUDICIÁRIO) Da duração total de um julgamento, 3/7 do tempo foi utilizado pelos advogados de defesa e acusação, 7/8 do tempo remanescente com os depoimentos de testemunhas. O tempo do julgamento foi ocupado, apenas, pelos advogados de defesa e acusação, pelos depoimentos de testemunhas, e pela fala do juiz, sendo que esta última foi de 7 minutos. De acordo com as informações fornecidas, a duração total do julgamento foi de 1 hora e

a) 24 minutos.
b) 38 minutos.
c) 42 minutos.
d) 26 minutos.
e) 02 minutos.

Seja **x** o tempo total do julgamento, temos que a distribuição desse tempo foi:



Em relação ao 4x/7, o tempo ocupado pelas testemunhas e juiz, temos:



Como foi fornecido o tempo ocupado pelo juiz, sendo igual a 7 minutos, podemos concluir que:

$$\frac{1}{8}.\frac{4x}{7} = 7$$

$$\therefore x = \frac{7.7.8}{4} = 98\ minutos$$

Podemos transformar esse tempo em horas e minutos dividindo por 60.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{98} & \mathbf{60} \\ \cline{2-2} \mathbf{-60} & 1 \\ \hline \mathbf{(38)} & \end{array}$$

Portanto, o tempo total de julgamento foi de 1 hora e 38 minutos.
Letra b.

006. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/TÉCNICO JUDICIÁRIO) Um investidor inicia seus negócios com um valor x. Após um mês, faz a 1ª apuração e verifica que perdeu 20% de seu valor inicial. Após outro mês, faz a 2ª operação e verifica que perdeu 30% do valor da 1ª apuração. Após o 3º mês, faz a 3ª apuração e verifica que havia recuperado 10% do valor que tinha no momento da 2ª apuração. Após esses três meses, no momento da 3ª apuração, esse investidor verificou que já perdera, em relação ao valor inicial x, uma parte correspondente, em %, a

a) 60.
b) 40.
c) 56.
d) 61,6.
e) 38,4.

Vamos fazer um esquema das operações do investidor.

$$x \xrightarrow{-20\%} 0{,}80x \xrightarrow{-30\%} 0{,}56x \xrightarrow{+10\%} 0{,}616x$$

Concluímos, portanto, que ele perdeu:

$$P = x - 0{,}616x = 0{,}384x$$

Portanto, ele perdeu 0,384 ou 38,4% do seu patrimônio inicial.

Letra e.

007. 7. (FCC/2018/SABESP/ANALISTA DE GESTÃO/SISTEMAS) O ICMS que incide em uma conta tem como base de cálculo o valor final a ser pago, que já inclui o próprio imposto. Assim, uma vez que a alíquota do ICMS é de 25%, o valor do tributo na conta deve ser 25% do valor final da conta, o qual já contempla o tributo. Por exemplo, se o valor da conta sem o ICMS for de 90 reais, o tributo deverá ser de 30 reais, já que, em relação ao valor final de (30 + 90) = 120 reais, os 30 reais representam 25%.

Se a parte do valor da conta referente ao ICMS em uma conta for de 55 reais, então o valor da conta sem o ICMS será, em reais, de

a) 165.
b) 220.
c) 255.
d) 280.
e) 315.

Seja **x** o valor da conta, temos que o ICMS é igual à alíquota de 25% multiplicado pelo valor da conta mais o ICMS **(x + 55).**

$$55 = 0{,}25.(x + 55)$$

Agora, vamos expandir o lado direito.

$$55 = 0{,}25x + 0{,}25.55$$

$$55 = 0{,}25x + 13{,}75$$

Isolando o **x**, temos:

$$0{,}25x = 55 - 13{,}75 = 41{,}25$$

$$\therefore x = \frac{41{,}25}{0{,}25}$$

Como o denominador terminou em 25, podemos multiplicar por 4 em cima e embaixo para facilitar.

$$x = \frac{41{,}25}{0{,}25} = \frac{165}{1} = 165$$

Letra a.

---

008. 8. (FCC/2016/CREMESP/OFICIAL ADMINISTRATIVO/ÁREA ADMINISTRATIVA) O dono utiliza o faturamento total mensal de uma loja do seguinte modo:
– 30% para cobrir os custos dos produtos vendidos;
– R$ 5.000,00 para pagamento de funcionários;
– R$ 4.000,00 para pagamento de custos fixos, tais como luz, água, telefone etc.;
– 20% para seu próprio lucro;
– R$ 8.000,00 para investimentos diversos.
Para fazer frente a todas essas necessidades, o faturamento mensal mínimo dessa loja precisa ser
a) R$ 27.000,00.
b) R$ 34.000,00.
c) R$ 50.000,00.
d) R$ 65.000,00.
e) R$ 45.000,00.

Seja **x** o faturamento da empresa, temos que: 0,30x e 0,20x são destinados, respectivamente, ao custo dos produtos vendidos e ao lucro.

Sendo assim, o faturamento mínimo da companhia:

$$x = 0{,}30x + 5000 + 4000 + 0{,}20x + 8000$$

$$x = 0{,}50x + 17000$$

$$x - 0{,}50x = 17000$$

$$0{,}50x = 17000$$

$$\therefore x = \frac{17000}{0{,}50} = 34000$$

Letra b.

---

009. (INEAA/CREA/GO/2014/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO) Um taxista recebe R$ 4,00 pela bandeirada e mais R$ 1,40 por quilômetro rodado. Se o taxista quiser ganhar pelo menos R$ 60,00 em uma única rodada, ele precisa percorrer:

a) 40 km ou mais.
b) menos que 40 km.
c) 39 km.
d) 39 km ou mais.
e) 38 km.

Seja **x** o número de quilômetros percorridos pelo taxista. Ele recebe R$1,40.x quando percorre x quilômetros. Além disso, recebe o valor da bandeirada, que é de R$4,00.
Portanto, para que a corrida seja de, pelo menos, R$60:

$$4 + 1{,}40x = 60$$

Vamos resolver a equação:

$$1{,}40x = 60 - 4$$

$$1{,}40x = 56$$

$$\therefore x = \frac{56}{1{,}40} = 40$$

Letra a.

---

010. (NUCEPE/PREFEITURA DE TERESINA/PI/2019/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) A soma de três números consecutivos é igual a 249. Qual a soma dos algarismos do primeiro número?

a) 8.
b) 10.
c) 11.
d) 12.
e) 13.

Seja **x** o primeiro número entre os três. O enunciado nos forneceu a informação:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 249$$

Somando tudo, temos:

$$3x + 3 = 249$$

$$3x = 249 - 3 = 246$$

$$\therefore x = \frac{246}{3} = 82$$

Portanto, a soma dos seus dígitos é igual a 8 + 2 = 10.
Letra b.

011. (FGV/PREFEITURA DE NITERÓI/RJ/2018/AUXILIAR ADMINISTRATIVO) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:
a) 18 processos;
b) 16 processos;
c) 12 processos;
d) 8 processos;
e) 6 processos.

O total de processos presentes nas duas gavetas é:

$$Total = 43 + 27 = 70$$

Assim, para que a distribuição entre as duas gavetas seja igual, cada uma delas deve armazenar:

$$\frac{Total}{2} = \frac{70}{2} = 35\ processos$$

Assim, devem ser retirados 8 processos da gaveta A para que ela fique com 35 processos e devem ser adicionados 8 processos à gaveta B para que ela também fique com 35 processos.
Letra d.

012. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR/BA/2019/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE) As amigas Flávia, Gilda e Hilda, saíram para fazer um lanche. A primeira tinha 35 reais, a segunda 45 reais e a terceira, 64 reais. Como Hilda tinha mais dinheiro, ela deu a cada uma das amigas alguma quantia de forma que ficassem, as três, com quantias iguais. É correto concluir que:

a) Flávia ganhou mais 10 reais do que Gilda.
b) Hilda ficou com menos 14 reais.
c) Flávia ganhou 12 reais.
d) Hilda perdeu a terça parte do que tinha.
e) Gilda ganhou 4 reais.

O total de dinheiro que as três amigas juntas possuem é:

$$T = 35 + 45 + 64 = 144$$

Somando tudo, temos:

$$\frac{T}{3} = \frac{144}{3} = 48$$

Portanto, as três amigas devem ficar com R$48 no final. Logo, Flávia deve receber R$13 e Gilda deve receber R$3 para chegar ao valor desejado de R$48. Em contrapartida, Hilda deve doar R$16, também atingindo a marca de R$16.
Portanto, Flávia deve ganhar R$10 a mais do que Gilda.
Letra a.

013. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR/BA/2019/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE) Em uma obra há várias tábuas, todas iguais. Cada tábua pesa 6 kg mais 1/6 de tábua. O peso de 20 tábuas é

a) 120 kg.
b) 132 kg.
c) 140 kg.
d) 144 kg.
e) 150 kg.

Seja **x** o peso da tábua, temos que:

$$x = 6 + \frac{1}{6}x$$

Podemos resolver a equação:

$$x - \frac{1}{6}x = 6$$

$$\frac{5x}{6} = 6$$

$$\therefore x = \frac{6.6}{5} = \frac{36}{5}$$

Como queremos o peso de 20 tábuas, queremos, na verdade:

$$P = 20x = 20.\frac{36}{5} = 4.36 = 144$$

Letra d.

---

3. Sistemas do Primeiro Grau

Um sistema linear é formado por um conjunto de equações e incógnitas. Os sistemas mais conhecidos são os sistemas de duas equações e duas incógnitas. Vejamos um exemplo:

$$x + y = 4$$

$$x - y = 2$$

Nesse capítulo, trabalharemos unicamente esse tipo de sistema.

Existem duas formas de resolvê-lo. Você sempre pode escolher a de sua preferência. Vamos estudá-las?

3.1. Método da Substituição

Consiste em isolar uma das incógnitas em uma das equações e substituir seu valor na equação seguinte.

Considere, por exemplo, o sistema mostrado no início da seção.

$$\begin{Bmatrix} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{Bmatrix}$$

Podemos isolar o valor de **x** na segunda equação:

$$x - y = 2 \rightarrow x = y + 2$$

O valor encontrado pode ser substituído na primeira equação:

$$x + y = 4$$

$$(y + 2) + y = 4$$

Agora, basta resolver a equação em **y**.

$$2y + 2 = 4$$

$$2y = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore y = \frac{2}{2} = 1$$

Podemos também calcular o valor de **x** com base na expressão encontrada.

$$x = y + 2 \rightarrow x = 1 + 2 = 3$$

Vejamos um exemplo um pouco mais sofisticado para treinarmos mais.

$$\begin{Bmatrix} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{Bmatrix}$$

Nesse caso, podemos isolar o valor de **y** na primeira equação:

$$4y = 7 - 3x \therefore y = \frac{7 - 3x}{4}$$

Agora, podemos substituir o valor encontrado na segunda equação:

$$2x + 3y = 5$$

$$2x + 3.\left(\frac{7 - 3x}{4}\right) = 5$$

$$2x + \frac{21}{4} - \frac{9x}{4} = 5$$

Podemos multiplicar tudo por 4 para facilitar:

$$8x + 21 - 9x = 20$$

$$-x + 21 = 20$$

$$\therefore x = 21 - 20 = 1$$

Podemos calcular o valor de **y** com base na expressão encontrada anteriormente:

$$y = \frac{7 - 3x}{4} = \frac{7 - 3.1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Portanto, fomos capazes de resolver o sistema.

$$\begin{Bmatrix} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{Bmatrix} \therefore x = 1, y = 1$$

Na minha visão, o método da substituição pode levar o aluno a fazer contas muito complicadas envolvendo frações. Por isso, eu prefiro o método da adição.

3.2. Método da Adição

Consiste em igualar os coeficientes da incógnita **y** nas duas equações e subtraí-las, de modo a eliminar **y**, facilitando o cálculo da outra incógnita.

O método também pode ser feito igualando os coeficientes da incógnita **x** nas duas equações para eliminá-la facilitando o cálculo da incógnita **y**.

Vejamos exemplos para facilitar.

Primeiramente, vamos a um sistema mais simples.

$$\begin{Bmatrix} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{Bmatrix}$$

Nessa equação, os coeficientes já estão igualados. Portanto, podemos somar diretamente as duas equações.

$$\begin{array}{rccc} & x + y & = & 4 \\ (+) & x - y & = & 2 \\ & 2x & = & 6 \end{array}$$

Note que o **+y** foi cancelado com o **−y**, o que podemos representar da seguinte forma.

$$\begin{array}{rccc} & x \cancel{+ y} & = & 4 \\ (+) & x \cancel{- y} & = & 2 \\ & 2x & = & 6 \end{array}$$

Agora, ficou simples resolver o sistema e encontrar o valor de **x**.

$$2x = 6 \therefore x = \frac{6}{2} = 3$$

Se for necessário, podemos também calcular o valor de **y** substituindo em qualquer uma das equações do sistema. Por exemplo, na primeira, temos:

$$x + y = 4$$

$$3 + y = 4 \rightarrow y = 4 - 3 = 1$$

Portanto, encontramos exatamente a mesma solução.

$$\begin{Bmatrix} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{Bmatrix} \therefore x = 3, y = 1$$

A meu ver, o método da adição é bastante útil quando o sistema é mais complicado, com muitos coeficientes, como o seguinte.

$$\begin{Bmatrix} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{Bmatrix}$$

Podemos, por exemplo, eliminar a incógnita **y**. Para isso, podemos fazer o produto cruzado. Ou seja, multiplicamos a primeira equação pelo coeficiente de y encontrado na segunda equação, e vice-versa. Vejamos como isso funciona.

$$(\times \mathbf{3})\quad \mathbf{3x} \quad \mathbf{4y} \;=\; \mathbf{7}$$

$$(\times \mathbf{4})\quad 2x \quad 3y \;=\; 5$$

Façamos as contas.

$$\mathbf{9x} \quad \mathbf{12y} = \mathbf{21}$$

$$\mathbf{8x} \quad \mathbf{12y} = 20$$

Podemos, agora, subtrair a segunda equação da primeira:

$$\mathbf{9x} \quad \mathbf{12y} = \quad \mathbf{21}$$

$$(-)\quad 8x \quad 12y \;=\; 20$$

$$9x \quad 8x \;=\; 21 - 20$$

Façamos as contas:

$$9x - 8x = 21 - 20$$

$$x = 1$$

Podemos encontrar o valor de **y**, se necessário, substituindo o valor de **x** em qualquer uma das equações:

$$3x + 4y = 7$$

$$3.1 + 4y = 7$$

$$4y = 7 - 3 = 4$$

$$\therefore y = \frac{4}{4} = 1$$

Assim, chegamos exatamente à mesma solução que havíamos encontrado pelo método da substituição.

$$\begin{Bmatrix} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{Bmatrix} \therefore x = 1, y = 1$$

Vale ressaltar que é muito comum que as questões peçam apenas o valor de uma das incógnitas. Por isso, podemos usar o método da adição para eliminar a outra incógnita e resolver rapidamente o problema.

Ou seja, se o enunciado pediu o valor de **x**, podemos usar o método da adição para eliminar a incógnita **y**. Assim, conseguimos resolver o problema mais rapidamente.

Trabalharemos tudo isso em muitos exercícios.

Direto do Concurso

014. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO) Tenho um filho. Nasci 20 anos antes do que ele. Daqui a dez anos terei o dobro da idade dele. Hoje a razão entre a idade dele e a minha é igual a:

a) 1/2
b) 1/4
c) 1/6
d) 1/3
e) 1/5

Seja x a minha idade e y a idade do meu filho, temos, pelo enunciado, que:

$$x = y + 20$$

$$(x + 10) = 2.(y + 10)$$

Trabalhando com a segunda equação:

$$x + 10 = 2y + 20 \therefore x - 2y = 20 - 10 = 10$$

Comparando essa equação com a primeira:

$$\boldsymbol{I} \quad \boldsymbol{x} \quad \boldsymbol{y} \quad = \boldsymbol{2\ 0}$$

$$\boldsymbol{I\,I} \quad x \quad 2y \quad = 10$$

$$\boldsymbol{I} \quad \boldsymbol{I\,I} \quad 2y \quad y \quad = 20 - 10$$

$$y = 10$$

Agora, de (I), podemos calcular a minha idade:

$$x = 10 + 20 = 30$$

Portanto, a razão solicitada será:

$$\frac{y}{x} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Letra d.

---

015. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/ADMINISTRAÇÃO) Hoje a razão entre a minha idade e a idade do meu filho é 3/2, e a soma de nossas idades é 120 anos. Já aconteceu de essa razão ser igual a 3, e, nessa ocasião, a idade de meu filho, em anos, era igual a

a) 8
b) 14
c) 16
d) 12
e) 10

Seja x a minha idade e y a idade do meu filho, temos, pelo enunciado, que:

$$x + y = 120$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

Podemos utilizar a propriedade de somas internas na proporção:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \therefore \frac{x}{x+y} = \frac{3}{3+2}$$

$$\frac{x}{120} = \frac{3}{5} \therefore x = \frac{3.120}{5} = 3.24 = 72$$

$$y = 120 - 72 = 48$$

Essas são as idades minha e do meu filho hoje. Porém, queremos saber em algum lugar do passado (há z anos) quando:

$$\frac{72-z}{48-z}=\frac{3}{1}$$

Agora, podemos usar a propriedade das somas internas novamente subtraindo o numerador do denominador:

$$\frac{72-z}{72-48}=\frac{3}{3-1}$$

$$\frac{72-z}{24}=\frac{3}{2}\therefore 72-z=\frac{24.3}{2}=36\therefore z=36$$

Portanto, há 36 anos, a razão entre a minha idade e a do meu filho era igual a 3. Nessa ocasião, minha idade era de 36 anos (72-36) e a dele era de 12 anos (48-36).
Letra d.

---

016. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/TÉCNICO JUDICIÁRIO) Um frasco contendo 30 pastilhas idênticas "pesa" 54 gramas. O mesmo frasco contendo apenas 12 dessas pastilhas "pesa" 32,4 gramas. Nas condições dadas, a razão entre o "peso" de uma pastilha e o do frasco vazio, nessa ordem, é igual a
a) 1/4
b) 3/16
c) 2/15
d) 1/12
e) 1/15

Seja **x** o peso do frasco vazio e **y** o peso de uma única pastilha.
Perceba que, ao retirar 18 pastilhas, o peso do frasco diminuiu de 54 gramas para 32,4 gramas. Sendo assim, o peso de 18 pastilhas é igual a:

$$18y = 54-32{,}4=21{,}6$$

$$\therefore y=\frac{21{,}6}{18}=1{,}2g$$

Sabemos que o peso do frasco com as 30 pastilhas é igual a 54 gramas, portanto podemos escrever:

$$x+30y=54$$

$$x+30.1{,}2=54$$

$$x+36=54$$

$$\therefore x=54-36=18$$

Logo, a razão pedida é:

$$\frac{y}{x} = \frac{1,2}{18} = \frac{12}{180}$$

Simplificando por 15:

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{15}$$

Letra e.

---

017. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/TÉCNICO JUDICIÁRIO) A idade do irmão mais novo está para 3, assim como a idade do irmão mais velho está para 4. A idade do irmão mais velho está para 2, assim como a idade do pai está para 11. O pai tinha 36 anos quando nasceu o filho mais velho. Dessa maneira, a diferença de idade entre esses dois irmãos é, em anos, igual a:

a) 1.
b) 5.
c) 3.
d) 2.
e) 4.

Sejam A o irmão mais novo, B o irmão mais velho e C o pai, temos, pelo enunciado, que:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4}$$

$$\frac{B}{2} = \frac{P}{11}$$

$$P = B + 36$$

Reunindo as duas últimas informações:

$$\frac{B}{2} = \frac{P}{11}$$

$$\frac{B}{2} = \frac{B + 36}{11}$$

Usando a substituição:

$$\frac{B}{2} = \frac{B + 36}{11} = \frac{36}{11 - 2} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\therefore \frac{B}{2} = 4 \therefore B = 2.4 = 8$$

Agora, vamos calcular a idade do irmão mais novo pela proporção fornecida no início da questão:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4}$$

$$\frac{A}{3} = \frac{8}{4} = 2 \therefore A = 3.2 = 6$$

Portanto, o irmão mais velho tem 8 anos e o mais novo tem 6 anos. Logo, a diferença de idade é igual a 2 anos.

Letra d.

---

018. (FUNDATEC/PREFEITURA DE FOZ DO IGUAÇU/PR/2016/PROFESSOR DE EDUCAÇÃO INFANTIL) Considere que a variável y representa o custo em centenas de reais da produção de x unidades produzidas de um brinquedo. Se a fábrica está analisando a proposta de dois fornecedores diferentes, onde o fornecedor A tem custo determinado por 21y=20x +16.800 e o fornecedor B tem custo expresso por 10x+3y=7.800. O custo dos dois fornecedores é igual quando são produzidos quantos brinquedos?

a) 30.
b) 120.
c) 402.
d) 420.
e) 800.

Organizando as duas equações, temos:

$$21y - 20x = 16800$$

$$10x + 3y = 7800$$

Como queremos a quantidade de brinquedos que é produzida, ou seja, o valor de **x**, podemos multiplicar a segunda equação por 7 para aplicar o método da adição.

$$\begin{array}{ccccc} (-) & \mathbf{21y} & \mathbf{20x} & \mathbf{=} & \mathbf{16800} \\ (+) & 70x & 21y & = & 54600 \\ \hline & 70x & 20x & = & 54600 - 16800 \end{array}$$

Procedamos às contas:

$$90x = 37800$$

$$\therefore x = \frac{37800}{90} = 420$$

Letra d.

---

019. (FCC/SEFAZ/BA/2019/AUDITOR-FISCAL) A oferta para determinado produto foi modelada pela função y = 90 – 1,2x, em que y representa o preço unitário para uma oferta de x unidades do produto. A demanda para o mesmo produto foi modelada pela função y = 1,4x + 12, em que x representa o número de unidades procuradas quando o preço do produto é y. Nessas condições, as coordenadas para o ponto de equilíbrio de mercado, isto é, o ponto em que a oferta é igual à demanda, são:

a) (50, 30).
b) (40, 42).
c) (30, 54).
d) (20, 66).
e) (10, 78).

Vamos igualar as duas equações oferecidas.

$$y = 90 - 1{,}2x$$

$$y = 1{,}4x + 12$$

Comparando os valores de **y** nas duas equações, temos:

$$90 - 1{,}2x = 1{,}4x + 12$$

$$90 - 12 = 1{,}4x + 1{,}2x$$

$$78 = 2{,}6x \therefore x = \frac{78}{2{,}6} = 30$$

Agora, basta substituir o valor encontrado de **x** para sabermos **y** correspondente.

$$y = 90 - 1{,}2.x = 90 - 1{,}2.30 = 90 - 36 = 54$$

Portanto, as coordenadas do ponto em questão são (x,y) = (30, 54).

Letra c.

---

020. (FCC/SEFAZ/BA/2019/AUDITOR-FISCAL) Uma empresa estimou o custo unitário para produzir determinada peça de computador em 50 centavos de real. Considerando o custo fixo para a linha de produção dessa peça em 5 mil reais semanais, para obter um lucro semanal de 2 mil reais o número de milhares de unidades que seria preciso vender a 1 real cada é de

a) 7.
b) 9.
c) 11.
d) 14.
e) 16.

O custo para produzir uma quantidade **x** de peças é igual ao custo fixo mais os custos variáveis, que são de R$0,50.x:

$$Custo = 5000 + 0{,}50.x$$

A receita apurada com as vendas, por sua vez, é igual ao preço de venda multiplicado pela quantidade de unidades vendidas, no caso, **x**:

$$Receita = 1.x = x$$

O lucro, por sua vez, corresponde à diferença entre a receita e o custo da empresa.

$$Lucro = Receita - Custo$$

$$Lucro = x - (5000 + 0{,}50x) = 0{,}50x - 5000$$

Como queremos que o lucro seja de, pelo menos, R$2.000, podemos substituir:

$$0{,}50x - 5000 = 2000$$

$$0{,}50x = 5000 + 2000 = 7000$$

$$\therefore x = \frac{7000}{0{,}50} = 14000$$

Portanto, o número mínimo de unidades é de 14 mil.
Letra d.

4. Conceitos Básicos sobre Funções

Uma função estabelece uma relação entre os elementos de dois conjuntos. De modo geral, temos:

$$f: A \to B$$

$$y = f(x)$$

A primeira linha deve ser lida como "f de A em B".

Você pode entender, de uma maneira, uma função como uma máquina em que você entrega um número (x) e ela produz um resultado (y).

- **Domínio (A):** são as entradas da função, isto é, é o conjunto para o qual os valores da função são calculados, ou seja, os valores de x.
- **Contradomínio (B):** é o conjunto em que podem ser encontradas as saídas da função, isto é, seus resultados calculados, ou seja, os valores de y.
- **Imagem:** é o subconjunto do contradomínio que possui termos associados no domínio.

Pense, por exemplo, numa *vending machine.* Ela funciona perfeitamente como uma função.

Numa *vending machine*, você digita um número e ela te responde com um produto. Por exemplo:

34 – Coca-Cola
18 – Água mineral com gás
23 – Suco de laranja

Numa *vending machine*, o domínio corresponde ao conjunto de números que você pode digitar. No caso da máquina do exemplo, você pode digitar números de 1 a 50.

O que aconteceria se você digitasse 60? A máquina daria erro e falaria que não existe nenhum produto associado. Em outras palavras, ela diria que não é possível calcular a função.

Por outro lado, o contradomínio corresponde ao conjunto de produtos que você pode receber, ou seja, tudo o que está dentro da máquina.

Agora, precisamos entender a diferença entre contradomínio e conjunto imagem. Para isso, precisamos tomar como exemplo uma função numérica.

$$f: A \to B, A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$y = f(x) = \ x + 1$$

De acordo com a notação que aprendemos, o domínio da função é o conjunto A. O conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5}, portanto esses são os valores de x que devemos colocar na função.

Para calcular os valores de y correspondentes, devemos substituir os possíveis valores de “x” na expressão y = x + 1. Sendo assim, temos:

Tabela 1: Cálculo da Função

x	y
1	1 + 1 = 2
2	2 + 1 = 3
3	3 + 1 = 4
4	4 + 1 = 5
5	5 + 1 = 6
Pertencem ao conjunto A	**Pertencem ao conjunto B**

Podemos representar pelo seguinte Diagrama de Flechas:

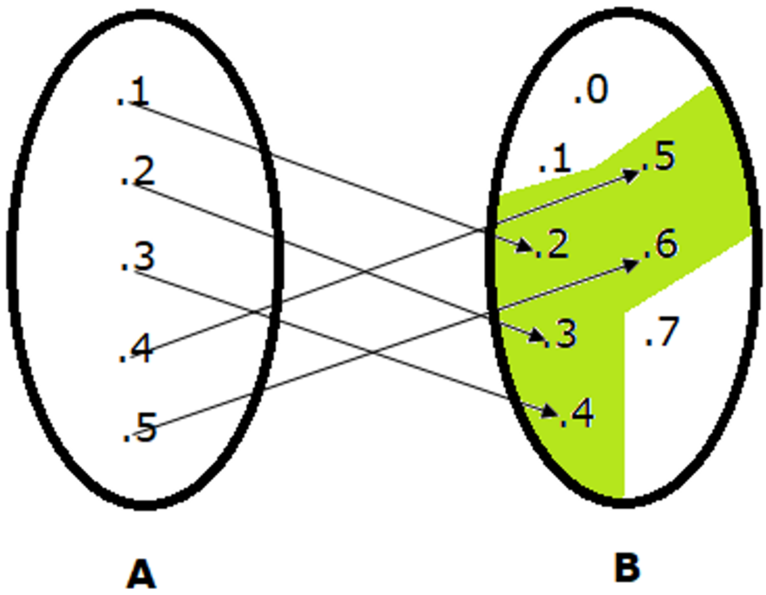


Figura 3: Exemplo de uma função

No conjunto B, destacamos uma região muito importante. A região verde corresponde à região em que chegam as flechas. Note que os elementos {0, 1, 7} não estão associados a nenhum elemento no conjunto A.

Por outro lado, a região verde é Im = {2, 3, 4, 5, 6}. Esse conjunto é denominado conjunto imagem.

Além disso, uma função deve atender à seguinte condição: todo elemento do domínio deve estar associado a exatamente um único elemento no contradomínio.

Portanto, se um elemento qualquer do elemento domínio não estiver associado a nenhum elemento ou estiver associado a mais de um elemento no contradomínio, a relação citada **não é uma função**.

Em outras palavras, no Diagrama de Flechas de uma função, não é permitido que:

- de um ponto qualquer do domínio, não saia nenhuma flecha;
- de um ponto qualquer do domínio, saiam duas flechas.

A seguir, temos os exemplos de duas relações que não são funções.

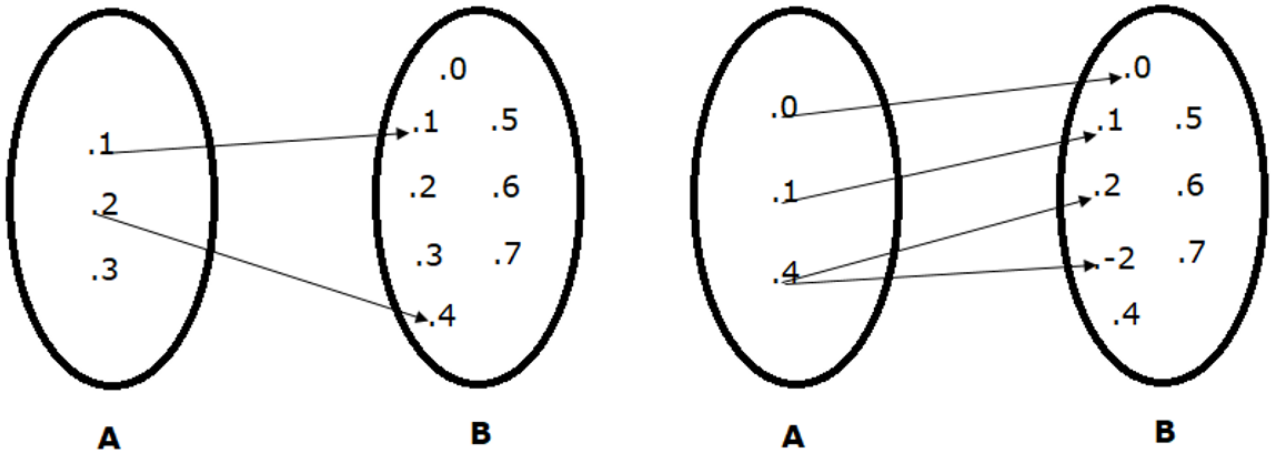


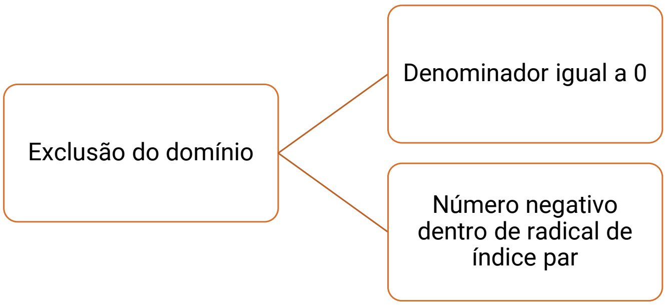
Figura 4: Exemplos do que não são funções

4.1. Domínio de uma Função

Em linhas gerais, consideraremos o domínio de uma função como o subconjunto do conjunto dos números reais mais amplo possível.

Não consideraremos funções de variável complexa, ainda que o seu edital preveja expressamente o assunto "Números Complexos", porque essas funções somente são estudadas em níveis muito avançados da Matemática. Por exemplo, eu só vi no segundo ano da faculdade e foi uma das matérias que meus colegas de turma mais sofreram para aprender. Portanto, não é nem um pouco razoável que elas aparecem em concursos públicos.

Os dois principais **impedimentos** para o domínio de uma função são:



Vamos ver exemplos dessas duas situações.

- **Denominador não pode ser nulo.**

Sabemos que não é possível dividir por zero. Sendo assim, quando uma função apresenta uma variável no denominador, devemos garantir que este não se anule. Vejamos um exemplo.

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

Devemos, portanto, excluir a possibilidade de que o denominador seja nulo. Façamos:

$$x - 2 \neq 0 \therefore x \neq 2$$

Chegamos à conclusão de que a função existe e que pode ser calculada para qualquer número real diferente de 2. Representando por A o domínio da função, há duas formas matemáticas de escrever, sendo a primeira a mais sintética e mais comum em provas.

$$A = \mathbb{R}\backslash\{2\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{R}, x \neq 2\}$$

Entendamos essas representações. A operação "\" representa uma diferença de conjuntos. Sendo assim, o conjunto $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ representa todo o conjunto de números reais, exceto o 2. É exatamente o que queremos dizer com $x \neq 2$.

Vejamos outro exemplo para fixar o entendimento.

$$f(x) = \frac{2(x^2+1)}{(x-1)(x-4)}$$

Nesse caso, devemos ter que o denominador tem que ser diferente de zero.

$$(x-1)(x-4) \neq 0$$

Para o produto de quaisquer dois números ser nulo, um deles deve ser obrigatoriamente zero. A *contrariu sensu* (sim, ando aprendendo algumas expressões em latim com nossos colegas de Direito ☺), se queremos que o produto de dois números seja diferente de zero, nenhum deles pode ser nulo.

Portanto, pode-se escrever que:

$$(x-1)(x-4) \neq 0 \leftrightarrow (x-1) \neq 0 \; e \; (x-4) \neq 0$$

$$(x-1) \neq 0 \;\; \therefore x \neq 1$$

$$e \; (x-4) \neq 0 \;\; \therefore x \neq 4$$

$$(x-1)(x-4) \neq 0 \leftrightarrow x \neq 1 \; e \; x \neq 4$$

Nesse caso, precisamos excluir dois números do domínio. Portanto, o domínio restará:

$$A = \mathbb{R}\backslash\{1,4\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{R}, x \neq 1 \; e \; x \neq 4\}$$

- **Radicais de índice par:** sabemos que as radiciações de índice de par só podem ser tomadas de números positivos.

O número $\sqrt{-1}$ não pertence ao conjunto dos números reais. Sendo assim, se houver radicais de índice par, devemos prezar que o seu interior tenha um número não negativo (maior ou igual a zero).

Qual o domínio da função a seguir?

$$f(x) = \sqrt{x-2}$$

Como a função é uma raiz quadrada, devemos tomar o número que está dentro do radical e impor que ele de ser não negativo.

$$x - 2 \geq 0 \therefore x \geq 2$$

Portanto, para que a função citada exista, devemos tomar os números reais maiores ou iguais a 2. Isso é um intervalo aberto.

$$A = [2, \infty)$$

Por outro lado, qual seria o domínio da função a seguir?

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1}$$

Nesse caso, tem-se um radical de índice ímpar. E sabemos que podemos tirar raiz cúbica de números negativos também. Por isso, não existe nenhum problema no domínio dessa função. Esse domínio será, portanto, todo o conjunto de números reais.

Uma última situação que pode vir a ser cobrada é quando o radical vem no denominador. Qual o domínio da seguinte função?

$$f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x-3}\,(x-1)}$$

Olha só, o denominador tem um radical e um termo por fora. Primeiramente, olhemos para o radical. Como é uma raiz quadrada, o interior do radical tem que ser não negativo. Porém, o radical também não pode ser nulo, porque ele está no denominador. Sendo assim, temos:

$$x - 3 > 0 \therefore x > 3$$

Além disso, temos outra condição:

$$x - 1 \neq 0 \therefore x \neq 1$$

Sendo assim, devemos considerar ambas as condições no nosso domínio.

$$A = (3, \infty)\backslash\{1\} = (3, \infty)$$

Nesse caso específico do problema apresentado, o conjunto $(3, \infty)$ já não contém o elemento 1, portanto ele já havia sido excluído do domínio da função na primeira condição. Podemos escrever, simplesmente, que o domínio será $(3, \infty)$.

4.2. Função Injetora

É aquela em que cada elemento do domínio tem uma imagem diferente.

Temos a seguir a representação matemática de uma função injetora.

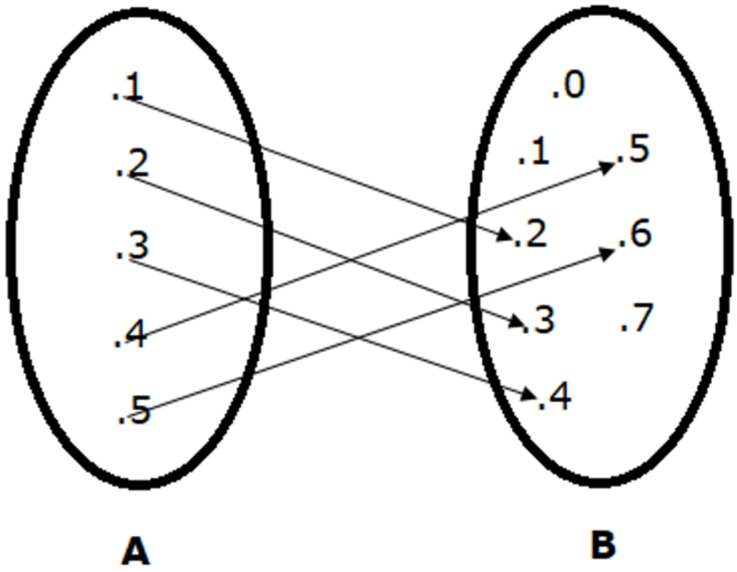


Figura 5: Representação no Diagrama de Flechas de uma Função Injetora

Uma notação bastante matemática para as funções injetoras é: "A função de x1 é igual à função de x2 se, e somente se, x1 for igual a x2."

$$f(x_1) = f(x_2) \leftrightarrow x_1 = x_2$$

A função injetora nos permite resolver equações. Vejamos:

$$x + 1 = 3$$

$$\therefore x = 3 - 1 = 2$$

Por que podemos fazer esse procedimento para resolver a equação x + 1 = 3?

A resposta é que a função $f(x) = x + 1$ é injetora. Note que $f(2) = 3$. Isso significa que não existe nenhum outro número real, além de 2, que produza o resultado 3.

Sendo assim, se $f(x) = 3 \leftrightarrow x = 2$.

Por outro lado, a função real $f(x) = x^2$ não é injetora. Vejamos:

x	y
-3	$-3^2 = 9$
-2	$-2^2 = 4$
-1	$-1^2 = 1$

x	y
0	$0^2 = 0$
1	$1^2 = 1$
2	$2^2=4$
3	$3^2 = 9$

Perceba que existem elementos diferentes no domínio que possuem a mesma imagem. É por isso que não podemos resolver uma equação do segundo grau da mesma forma que resolvemos uma equação do primeiro grau.

Tomemos como exemplo a equação $x^2 = 9$.

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3 \; ou \; x = -3$$

4.3. Função Sobrejetora

Na função sobrejetora, o contradomínio é igual ao conjunto imagem. Ou seja, todos os elementos do contradomínio recebem, pelo menos, uma seta.

É interessante destacar que os conceitos de função injetora e sobrejetora são independentes. Portanto, uma função pode ser injetora, mas não sobrejetora. Também é possível que uma função seja sobrejetora, mas não injetora.

Como exemplo, já temos que a função da Figura 5 é injetora, mas não é sobrejetora.

Por outro lado, podemos ter a seguinte função, que é sobrejetora, mas não é injetora. Essa função calcula o resto da divisão de um número por 4.

x	y = resto da divisão por 4
0	0
1	1
2	2
3	3
4	0
5	1
6	2
7	3

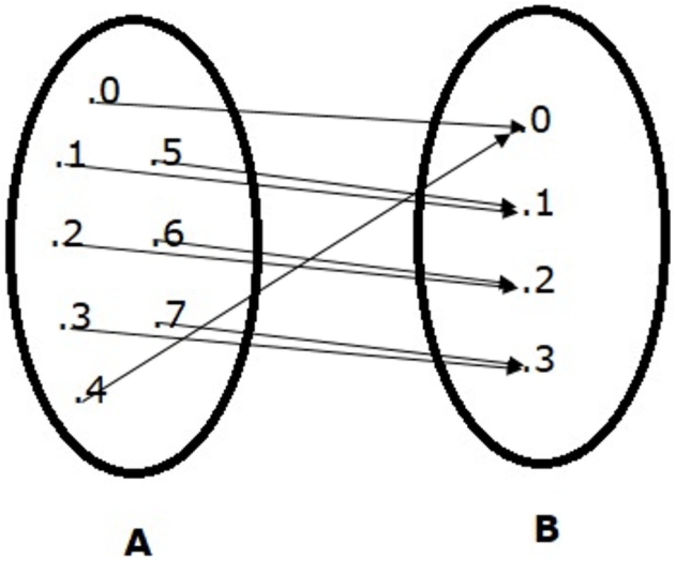


Figura 6: Função resto é sobrejetora, mas não é injetora

4.3.1. Estudo de Caso: Funções Criptográficas Não Injetoras

Esta é uma seção em que tentamos responder àquela famosa pergunta dos alunos: "Mas, professor, para que serve isso?"

Agora, falaremos de uma aplicação matemática importante no mundo real. Trata-se da criptografia.

A criptografia é a técnica de escrever uma mensagem de forma que, mesmo que ela seja interceptada, não possa ser lida por uma pessoa diferente do seu destinatário.

Suas aplicações são imensas no mundo real. Por exemplo, no sistema bancário, é indispensável que as mensagens sejam transmitidas de forma segura. Caso contrário, *hackers* poderiam adulterar tais informações e sequestrar o seu dinheiro durante uma transferência.

Para entender um pouco de criptografia, apresentaremos o conceito da função *hash*. O *hash* é um caso particular de funções que não são injetoras. É utilizado em criptografia como um garantidor do conteúdo da mensagem.

A função *hash* é calculada a partir da mensagem original. Vale lembrar que, em um computador, tudo o que se escrever é registrado na forma de números binários, os famosos 0 e 1; portanto, é possível calcular o *hash* de qualquer mensagem, seja ela uma figura, um texto ou até uma música.

O interessante é que, se você tiver o *hash* da mensagem, é impossível decifrar a mensagem original.

Tomemos, como exemplo, que o *hash* seja a função resto na divisão por 4. O *hash* fornecido da mensagem é 3. Qual o número que, quando dividido por 4, deixa resto 3?

Você percebeu que, como a função resto não é injetora, existem vários números cujo resto é igual 3? Alguns exemplos: 3, 7, 11, 15. Todas essas mensagens deixam o mesmo resto, em outras palavras, possuem o mesmo *hash*.

É o que acontece, por exemplo, com o CPF. O seu CPF é formado por um conjunto de nove dígitos. Isso mesmo. São apenas nove. Tomemos como exemplo um CPF fictício.

395.624.780

Esse é o CPF. E o que fazem aqueles dois dígitos no final? Aqueles dígitos formam um *hash*.

395.624.780-**34**

A intenção do *hash* é evitar que você digite o seu CPF errado e caia no CPF de outra pessoa. Se você digitar qualquer número errado, por descuido, por exemplo.

395.624.750

O *hash* calculado seria diferente.

395.624.750-**19**

Portanto, se você digitou "395.624.750-34", o CPF é inválido, porque o número 395.624.750 possui *hash* 19, não 34. Sendo assim, só pode ter havido um erro de digitação (ou uma tentativa de fraude).

É importante repetir que, como a função *hash* não é injetora, caso você saiba os dígitos finais do CPF de uma pessoa, você não será capaz de deduzir o restante do CPF.

No caso do CPF, é relativamente possível você chutar e encontrar um CPF verdadeiro. Existem apenas 100 *hash*es (0 a 99), por isso você pode testar todas as combinações – isso gastará um tempo, mas é possível.

O que aconteceria se o *hash* fosse formado por mais dígitos?

Por exemplo, no caso do algoritmo SHA-256, todas as mensagens são codificadas por um *hash* de 256 dígitos binários. Isso mesmo, 256.

Isso significa que existem 2^{256} *hash*es = 6.10^{76} *hash*es no SHA-256. Como esse número é uma quantidade inimaginavelmente grande, o *hash* calculado para uma mensagem será praticamente único e será uma ferramenta extremamente interessante para garantir o conteúdo dela.

Na Tabela 2, mostramos um contrato social fictício de uma empresa e uma tentativa de fraude bem sutil.

Tabela 2: Tentativa de Fraude em um Contrato Social

Contrato Original	Contrato Fraudado
CLÁUSULA OITAVA: É expressamente vedado, sendo absolutamente ineficaz em relação à sociedade, o uso da denominação social em títulos, avais, fianças, ou quaisquer outras garantias que não forem consideradas de exclusivo interesse da sociedade, tomadas por decisão unânime dos sócios, sob pena de responsabilidade perante terceiros e a sociedade. CLÁUSULA NONA: Para a alienação a qualquer título de bens da sociedade, ou para a constituição de ônus ou gravames reais sobre os mesmos, será necessária a assinatura dos 03 (três) sócios em conjunto. A assinatura de apenas alguns deles invalida quaisquer documentos firmados para o fim previsto nesta cláusula. CLÁUSULA DÉCIMA: os administradores declaram, sob as penas da lei, que não estão incursos em quaisquer crimes previstos em lei ou restrições legais, que possam impedi-los de exercer atividade empresarial conforme artigo 1.011, 1º do CC/2002. CLÁUSULA DÉCIMA PRIMEIRA: Firma ato contínuo a solicitação a solicitação do contrato social da sociedade empresária limitada, conforme ato:	CLÁUSULA OITAVA: É expressamente vedado, sendo absolutamente ineficaz em relação à sociedade, o uso da denominação social em títulos, avais, fianças, ou quaisquer outras garantias que não forem consideradas de exclusivo interesse da sociedade, tomadas por decisão unânime dos sócios, sob pena de responsabilidade perante terceiros e a sociedade. CLÁUSULA NONA: Para a alienação a qualquer título de bens da sociedade, ou para a constituição de ônus ou gravames reais sobre os mesmos, será necessária a assinatura dos 03 (três) sócios em conjunto. A assinatura de apenas alguns deles valida quaisquer documentos firmados para o fim previsto nesta cláusula. CLÁUSULA DÉCIMA: os administradores declaram, sob as penas da lei, que não estão incursos em quaisquer crimes previstos em lei ou restrições legais, que possam impedi-los de exercer atividade empresarial conforme artigo 1.011, 1º do CC/2002. CLÁUSULA DÉCIMA PRIMEIRA: Firma ato contínuo a solicitação a solicitação do contrato social da sociedade empresária limitada, conforme ato:
12859adb2012b961f1fcbb57069989f0f49bd37d669d03b6c79ceddfb75b46cd	d3e6603bdc9dc9845a285aad3973857aadbc442e9b39a32599315aaa4e02b17a

Perceba que houve uma mínima alteração no contrato. Caso você ainda não tenha percebido, a Cláusula Nona foi modificada – o verbo “invalida” foi trocado por “valida”.

Embora a mudança tenha sido ínfima e bastante difícil de se perceber a olho nu – ainda mais se você for um advogado que cuida de milhares de contratos de centenas de empresas diferentes –, o *hash* calculado foi completamente diferente.

Perceba o poder que existe por trás dessa ferramenta. Sempre que alguém lhe enviar um contrato para você saber se aquela informação não foi alterada por ninguém, você pode, em vez de ler, simplesmente calcular o *hash*.

Se o *hash* calculado for **exatamente igual**, o contrato **não sofreu absolutamente nenhuma modificação**. Porém, qualquer vírgula a mais ou a menos produzirá um *hash* completamente diferente.

Outro fato interessante é que o *hash* é uma função somente de ida. Não é possível obter a mensagem original a partir dele. Como já dissemos, a razão para isso é que se trata de uma função que não é injetora.

Sendo assim, essa interessantíssima função garante a integridade da sua mensagem ao receptor. Além disso, mesmo que o *hash* seja interceptado por um terceiro invasor, este não será capaz de ler a mensagem original.

O algoritmo SHA-256 pertence a um conjunto de funções criptográficas, denominado SHA-2, projetado pela NSA (Agência de Segurança Nacional dos Estados Unidos). A sigla SHA significa *Secure Hashing Algorithm* (Algoritmo de *Hash* Seguro). Uma de suas aplicações mais conhecidas é o Bitcoin.

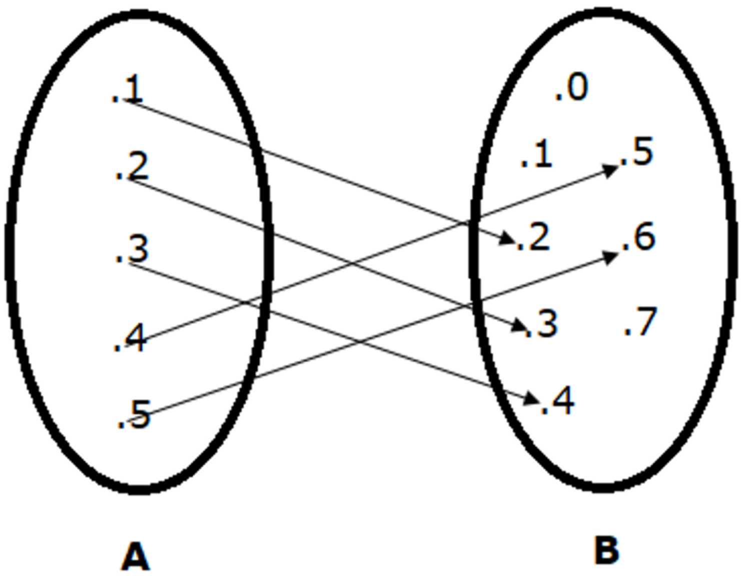
Agora, vamos começar a estudar individualmente as principais funções cobradas em prova.

Direto do Concurso

021. (FGV/PREFEITURA DE OSASCO/SP/2014/ATENDENTE) Dois conjuntos A e B, ambos não vazios e com número finito de elementos, são, respectivamente, o domínio e o contradomínio de uma função injetora $f: A \to B$. Nestas condições, pode-se afirmar que:

a) A e B devem ter a mesma quantidade de elementos;
b) A pode ter mais elementos que B;
c) A pode ter menos elementos que B;
d) A deve ser subconjunto de B;
e) B deve ser subconjunto de A.

Em uma função injetora, dois elementos diferentes do domínio A possuem imagens diferentes no contradomínio B.
Por isso, não é possível que A tenha mais elementos que B. Porém, é verdade que B pode ter mais elementos que A, como no caso dessa função.



É possível também que tenha exatamente o mesmo número de elementos. Nesse caso, a função seria também sobrejetora, portanto seria uma função bijetora.

Letra c.

5. Funções do Primeiro Grau

A função do primeiro grau é também conhecida como **função afim.** Ela possui domínio e imagem em todo o conjunto dos números reais.

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$y = f(x) = ax + b$$

O gráfico da função do primeiro grau é uma reta.

5.1. Inclinação

O coeficiente "a" é conhecido como coeficiente linear, é o que multiplica a variável principal, determina a **inclinação** do gráfico. Tem-se dois casos a comentar:

a > 0: a função será crescente;

a < 0: a função será decrescente.

Vejamos dois tipos:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = 2\boldsymbol{x} - 4 \quad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = -3\boldsymbol{x} + 9$$

Calcularemos alguns valores e, a seguir, plotaremos o gráfico dessas funções.

x	f(x)	g(x)
-3	-10	18
-2	-8	15
-1	-6	12
0	-4	9
1	-2	6
2	0	3
3	2	0

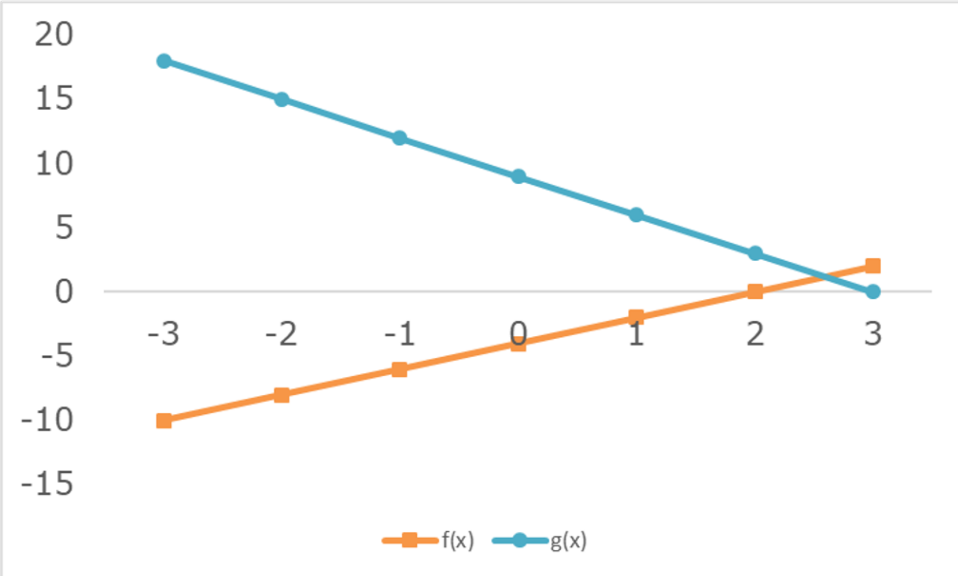


Figura 7: Comportamento das Funções f e g

Note que a função f tem o coeficiente a positivo, por isso será crescente. Já a função g tem o coeficiente a negativo, por isso será decrescente.

Quanto maior o módulo do coeficiente linear, maior será a inclinação do gráfico. Para deixar isso claro, comparemos duas funções variando apenas esse coeficiente.

$$f(x) = 2x - 4 \quad g(x) = 3x - 4$$

A seguir, temos a tabela de valores e o respectivo gráfico plotado para essas duas funções.

x	f(x)	g(x)
-3	-10	-13
-2	-8	-10
-1	-6	-7
0	-4	-4
1	-2	-1
2	0	2
3	2	5

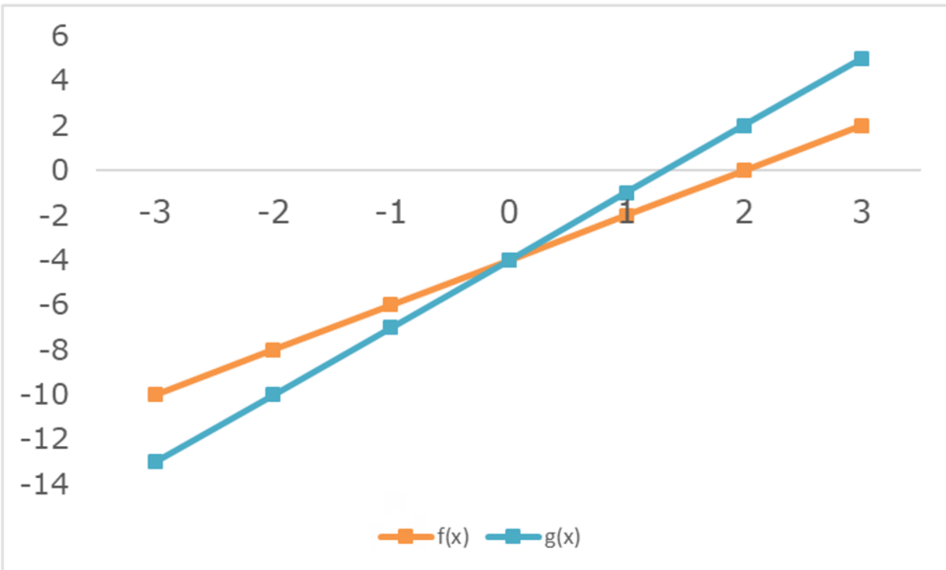


Figura 8: Influência do Coeficiente Linear no Gráfico da Função do Primeiro Grau

Perceba que ambas as funções, *f* e *g*, são crescentes, porque possuem coeficiente linear positivo. Além disso, a função g possui um coeficiente linear maior, portanto cresce com maior velocidade.

5.2. Taxa de Variação

Numa função do primeiro grau, o coeficiente a é associado à taxa de variação de y em função de x. Em outras palavras, se temos três pontos no gráfico $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$, temos:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

Podemos tomar como exemplo a função

x	f(x)
0	3
1	5
2	7
3	9

Podemos calcular as diferenças em relação ao ponto x = 0, que é o ponto (0,3).

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-3}{1-0} = \frac{2}{1} = 2 = a$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7-3}{2-0} = \frac{4}{2} = 2 = a$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-3}{3-0} = \frac{6}{3} = 2 = a$$

Perceba, portanto, que o coeficiente a indica uma proporcionalidade entre as variações da variável dependente (y) com a variável dependente (x).

Suponha, agora, que a função $f(x) = 2x + 3$ represente o custo de fabricação de um produto em função do número de unidades produzidas (x).

Podemos dizer que esse custo aumenta 2 unidades a cada unidade produzida que é aumentada, justamente porque o coeficiente a = 2.

Por conta disso, o coeficiente a é frequentemente associado aos **custos variáveis** quando se avaliam os custos de produção.

Esse custo variável aparece em várias situações: é o custo para se adicionar um novo convidado a uma festa, é o preço a se pagar para andar 1 quilômetro a mais de táxi ou Uber, é o quanto você gasta de gasolina – esse custo depende de quanto você anda com o seu carro, não é verdade?

5.3. Intercepto

Agora, vejamos o efeito do coeficiente b. Esse coeficiente provoca apenas um deslocamento vertical no gráfico da função, criando uma reta paralela.

$$\boldsymbol{f(x) = x + 1} \qquad \boldsymbol{g(x) = x - 1}$$

x	f(x)	g(x)
-3	-2	-4
-2	-1	-3
-1	0	-2
0	1	-1
1	2	0
2	3	1
3	4	2

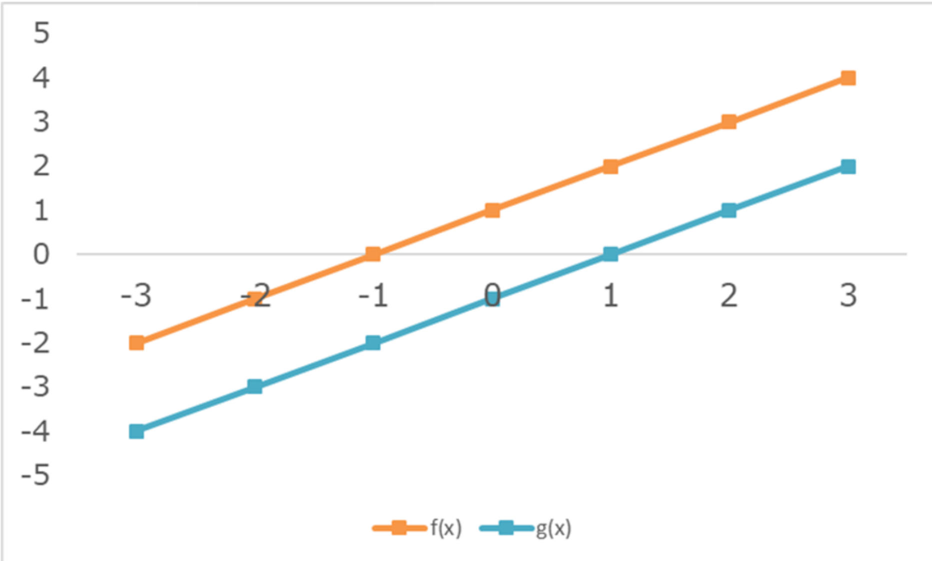


Figura 9: Influência do Coeficiente b no Gráfico da Função do Primeiro Grau

O coeficiente b é, por vezes, chamado de **intercepto**, porque determina o momento de encontro entre o gráfico da função e o eixo y.

No eixo y, temos que x = 0, portanto:

$$y = ax + b = a.0 + b = b$$

No caso das funções *f* e *g*, temos que os interceptos são, respectivamente, -1 e 1.

O intercepto é frequentemente associado **aos custos fixos** na produção de um determinado produto.

Por exemplo, se você tem um carro, há custos que você deverá ter independentemente de rodar com ele: seguro, IPVA e boa parte da manutenção do veículo.

No caso de uma fábrica, também há custos que ela não pode evitar, ainda que não esteja produzindo, como os custos administrativos e o aluguel do espaço.

Se a função $f(x) = 2x + 3$ representa o custo de produzir x unidades de um dado produto, temos que o intercepto b = 3 é o custo fixo da companhia.

5.4. Como Esboçar o Gráfico de uma Função do Primeiro Grau

Em questões, é muito útil desenhar por conta própria o gráfico de uma função do primeiro grau.

Uma reta pode ser desenhada a partir de dois pontos. Portanto, só precisamos marcar dois pontos e traçar a reta para esboçar um gráfico de uma função do primeiro grau.

De maneira geral, podemos adotar o seguinte procedimento em dois passos:

Calculamos o ponto de intersecção do gráfico dessa função com o eixo "x", ou seja, calculamos com x = 0.

$$y = a.0 + b = b$$

Portanto, a função do primeiro grau passa pelo ponto $(0, b)$. O cruzamento do gráfico da função com o eixo "x" sempre ocorrerá no intercepto.

Calculamos o ponto de intersecção do gráfico dessa função com o eixo "y", ou seja, calculamos com y = 0.

$$0 = ax + b \therefore ax = -b \therefore x = -\frac{b}{a}$$

Portanto, a função do primeiro grau também passa pelo ponto $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$.

Traçaremos, então, os dois pontos selecionados no plano cartesiano. Como sabemos, se a > 0, o gráfico será crescente, conforme ilustrado na Figura 10.

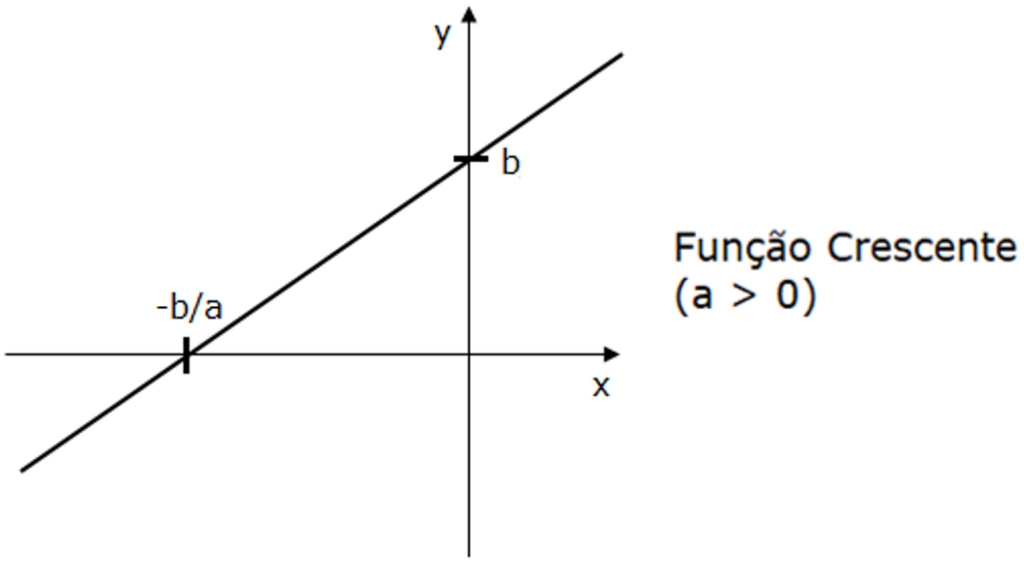


Figura 10: Função do Primeiro Grau Crescente

De posse desse algoritmo, vejamos dois exemplos para fins de fixação. Considere a função linear:

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$$

Calculemos os dois pontos notáveis do gráfico. Para x = 0, temos:

$$y = \frac{1}{2}.0 - 1 = -1 \therefore P(0, -1)$$

Para y = 0, temos:

$$y = \frac{1}{2}.x - 1 = 0 \therefore \frac{1}{2}x = 1 \therefore x = 2 \therefore P(2,0)$$

Agora, vamos desenhar ambos os pontos no gráfico.

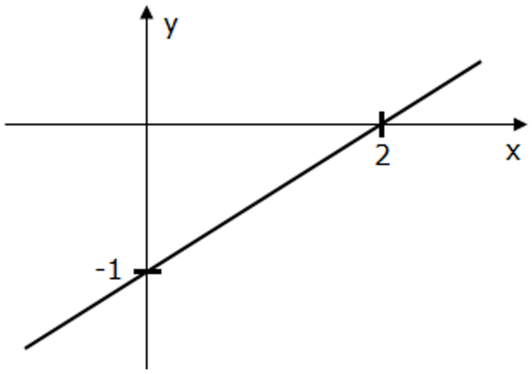


Figura 11: Função Linear Crescente

Agora, considere a função linear:

$$f(x) = 1 - 2x$$

Calculemos os dois pontos notáveis do gráfico. Para x = 0, temos:

$$y = 1 - 2.0 = 1 \therefore P(0,1)$$

Para y = 0, temos:

$$y = 1 - 2x = 0 \therefore 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2} \therefore P\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

Agora, vamos desenhar ambos os pontos no gráfico.

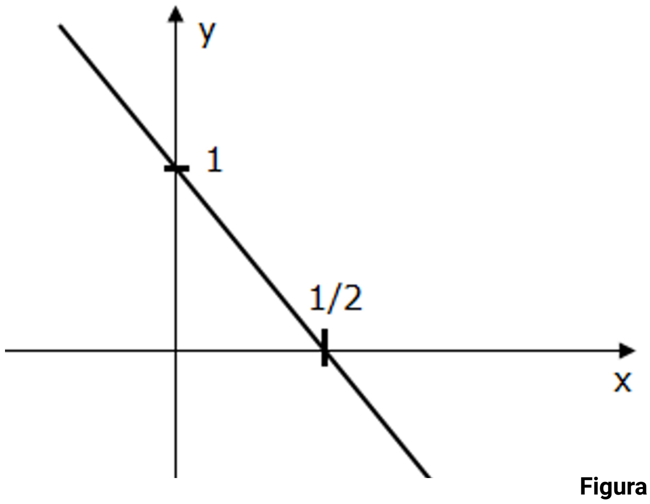


Figura 12: Função Linear Decrescente

Às vezes, as questões falam de duas funções do primeiro grau. Nesse caso, pode ser útil adotar como um dos pontos exatamente o ponto de encontro entre essas duas retas. Isso é algo que você verá quando fizermos algumas questões de prova.

Direto do Concurso

022. (FCC/SEGEP/MA/2016/ANALISTA AMBIENTAL/BIÓLOGO) Um casal começa a planejar sua festa de casamento a partir das seguintes estimativas:
De acordo com essas estimativas, desconsiderando outros gastos, o custo total C da festa de casamento, em reais, em função do número de convidados n, pode ser expresso pela fórmula:

Convite	01 convite para cada convidado R$ 4,00 (unidade)
Trajes dos noivos	R$ 5.000,00
Espaço para a festa	R$ 3.500,00
Decoração	R$ 5.000,00
Buffet	R$ 200,00 por convidado
Vinho	1 taça para cada convidado R$ 10,00 (taça)
Doces e bolos	R$ 30,00 por convidado
Foto e vídeo	R$ 8.000,00

a) C = 21500 + 234n
b) C = 21500 + 238n
c) C = 21500 + 244n

d) C = 21500 + 248n

e) C = 21500 + 274n

Uma questão muito boa para começar a entender na prática como funcionam as funções de primeiro grau.

Os custos da festa são divididos em dois grupos: os custos fixos, que independem do número de convidados, e os custos variáveis, que são proporcionais ao número de convidados.

Primeiramente, somaremos os custos fixos:

$$b = CF = 5000 + 3500 + 5000 + 8000 = 21500$$

Esses R$21.500 serão gastos independentemente da quantidade de convidados que participem da festa. Mesmo que só haja um único convidado, a festa ainda terá que ter fotos e vídeo, trajes dos noivos e o aluguel do espaço com decoração.

Por outro lado, os demais custos – convites, *buffet*, vinho e doces – dependem do número de convidados presentes. Se os noivos chamarem 100 convidados, terão que confeccionar 100 convites, o que custará R$400. Se os noivos chamarem 200 convidados, terão que confeccionar 200 convites, o que custará R$800.

Sendo assim, calcularemos os custos variáveis.

$$CV = an = 4n + 200n + 10n + 30n = 244n$$

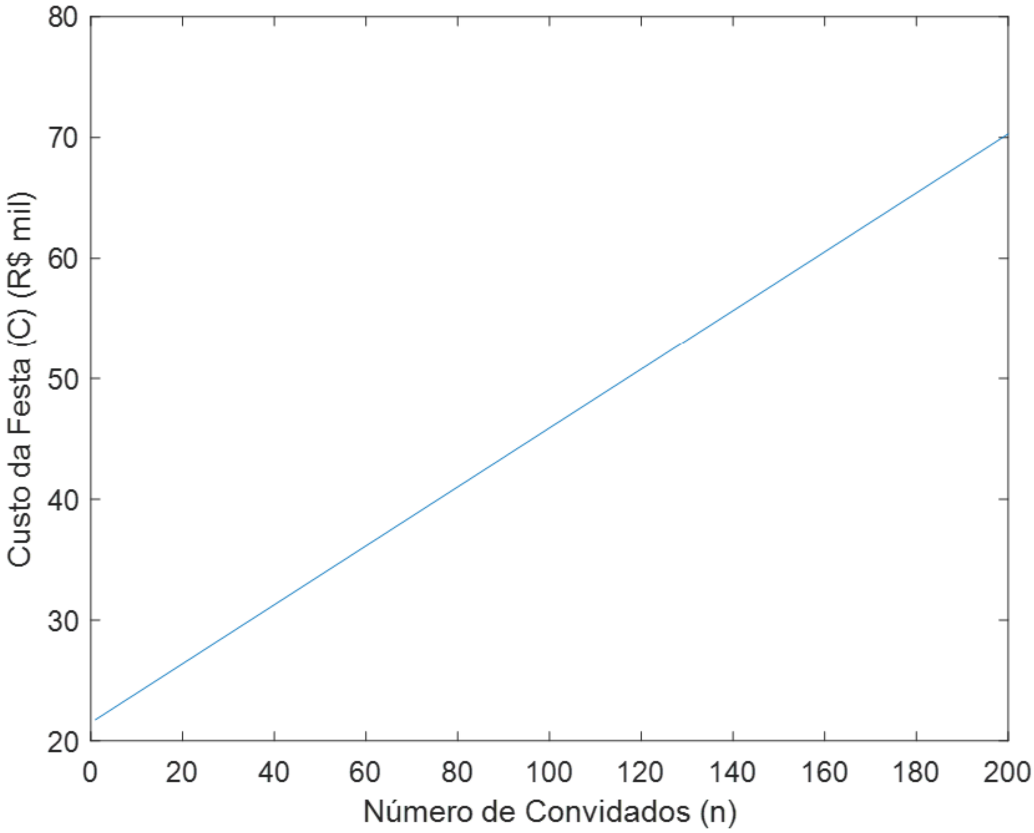
O custo total da festa será a soma dos custos fixos com os custos variáveis.

$$C = CF + CV = an + b = 244n + 21500$$

Já podemos marcar a alternativa C. Porém, para fins didáticos, vamos explorar ainda mais o problema.

Traçamos o gráfico dessa função em MatLab, mostrando o comportamento do custo da festa em função do número de convidados.

Perceba que o intercepto, ou seja, o ponto de encontro com o eixo y ocorre justamente um pouco acima de R$20 mil, exatamente no ponto R$21.500, que corresponde ao total de custos fixos da festa.



Letra c.

---

023. (ESAF/ANAC/2016/TÉCNICO ADMINISTRATIVO) Sejam f(x) = ax + 7 e g(x) = 3x + 6 funções do primeiro grau. O valor de "a" que faz com que f(2) seja igual a g(3) é igual a:

a) 6
b) 3
c) 5
d) 4
e) 7

Calculamos primeiramente o valor de f(2), que deve ser obtido substituindo x por 2.

$$f(x) = ax + 7 \therefore f(2) = a.2 + 7 = 7 + 2a$$

Agora, vamos ao valor de g(3).

$$g(x) = 3x + 6 \therefore g(3) = 3.3 + 6 = 15$$

Agora, precisamos igualar os dois valores.

$$f(2) = g(3)$$

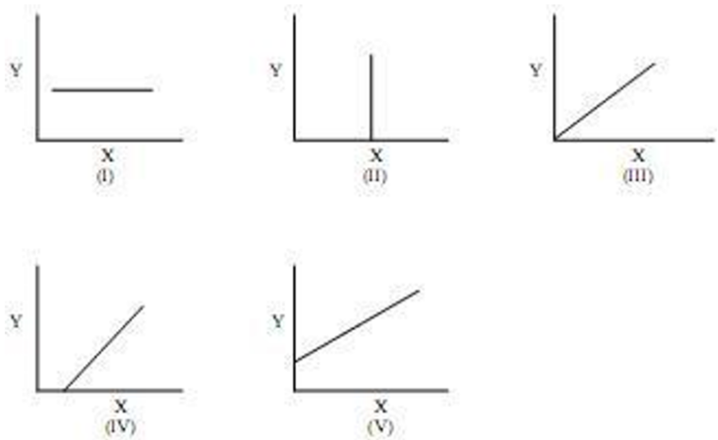
$$\therefore 7 + 2a = 15 \therefore 2a = 15 - 7 = 8$$

$$\therefore a = \frac{8}{2} = 4$$

Letra d.

---

024. (ESAF/DNIT/2013/ANALISTA EM INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES) Suponha que a seguinte relação aritmética foi obtida entre duas variáveis X e Y quaisquer: Y = 3X + 4. Com base nas cinco ilustrações abaixo, assinale a opção que melhor corresponde à equação apresentada acima.



a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

Para esboçar o gráfico de uma função, devemos ter em mente o intercepto, que é o ponto de encontro da curva com o eixo y.

$$f(x) = 3x + 4 \therefore f(0) = 3.0 + 4 = 4$$

Isso já elimina os gráficos II (nunca encontro o eixo x), III (o intercepto é nulo), IV (o intercepto é negativo).

Além disso, o coeficiente a = 3 > 0, portanto a função é crescente, exatamente como mostrado no gráfico V.

Letra e.

O preço de uma corrida de táxi convencional é calculado somando o valor da bandeirada (inicial e fixo) com o valor da distância percorrida. Essa relação pode ser representada, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais *x*O*y*, por uma função da forma *y = f(x)*, em que *y* é o preço cobrado pela corrida de *x* quilômetros. Considerando que o valor da bandeirada seja de R$ 5,00 e R$ 0,50 por quilômetro percorrido, julgue o próximo item.

025. (CESPE/SEE/AL/2013/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Se uma corrida de táxi custou R$ 55,00, então a distância percorrida foi superior a 90 km.

A bandeirada representa um custo fixo que deve ser sempre acrescido ao valor da corrida.

$$f(x) = 5 + 0{,}50.x = 55$$

$$\therefore 0{,}50x = 55 - 5 = 50$$

$$\therefore x = \frac{50}{0{,}50} = \frac{50.2}{0{,}50.2} = 100 > 90$$

Certo.

---

026. (CESPE/SEE/AL/2013/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Considere que uma cooperativa de taxistas dispense o valor da bandeirada, mas passe a cobrar R$ 1,00 por quilômetro rodado. Nesse caso, para o usuário desse serviço, independentemente da quantidade de quilômetros rodados, é mais vantajoso utilizar os táxis da referida cooperativa.

Nesse caso, o custo da corrida de x quilômetros será:

$$g(x) = 0 + 1.x = x$$

Queremos saber quando será mais vantajoso usar essa cooperativa, em outras palavras, quando o custo será menor.

$$g(x) < f(x)$$

$$x < 5 + 0{,}5x$$

$$\therefore x - 0{,}5x < 5 \therefore 0{,}5x < 5$$

$$\therefore x < \frac{5}{0{,}5} = 10$$

Sendo assim, a corrida pela cooperativa B somente será mais vantajosa quando a distância percorrida for menor que 10 km. Se for maior que 10 km, será mais vantajosa a cooperativa A.
Podemos, ainda, explorar mais o problema traçando os gráficos respectivos de cada uma das funções.
Primeiramente, elas se encontram no ponto x = 10. Nesse caso, calculamos:

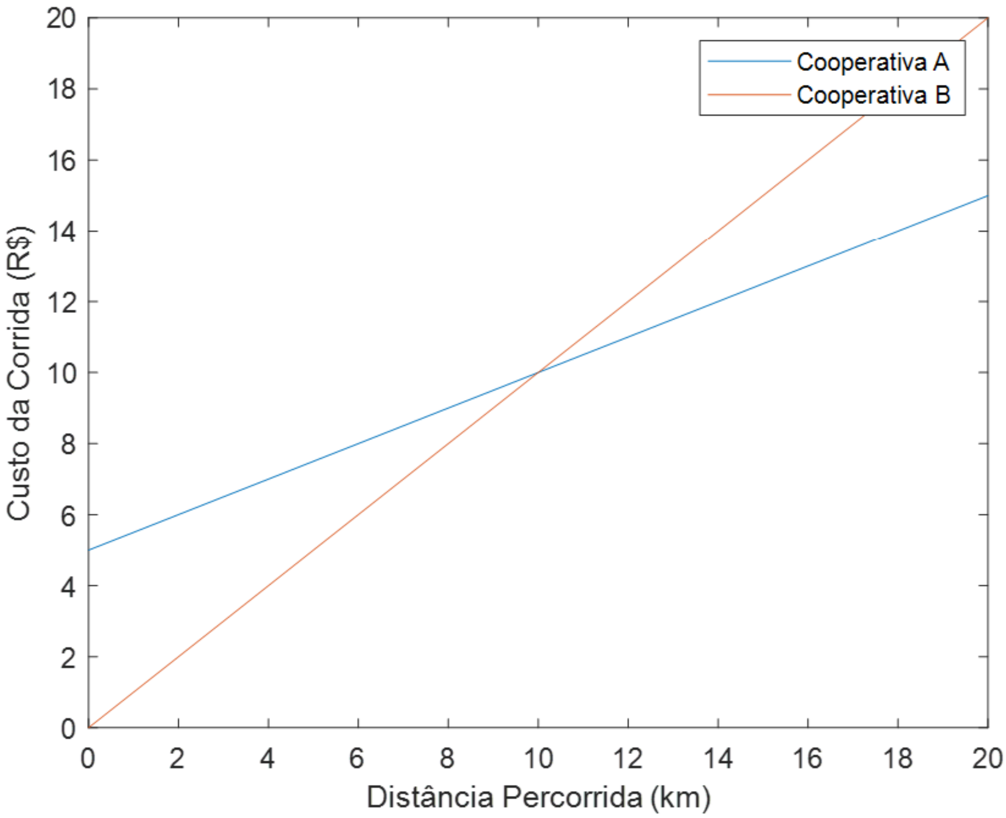
$$f(x) = g(x) = x = 10$$

Além disso, podemos usar outro ponto, que é o próprio intercepto. Ou seja, o valor avaliado da função para x = 0, que corresponde ao próprio valor da bandeirada.

$$f(x) = 5 + 0{,}5x \therefore f(0) = 5 + 0{,}5.0 = 5$$

$$g(x) = x \therefore g(0) = 0$$

Com isso, traçamos os gráficos de ambas as funções, obtendo o seguinte resultado.



Errado.

Considerando que, em determinado dia, a quantidade de homens e mulheres, em um *shopping center*, entre 10 h e 20 h, seja dada, respectivamente, pelas expressões $y = 5t + 200$ e $x = 3t + 234$, em que t seja a hora correspondente, julgue os itens que se seguem.

027. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) A quantidade de pessoas no *shopping center*, às 20h, é superior à quantidade de pessoas às 10h.

Um ponto a notar nessa questão é que a variável independente foi chamada de t. Já vimos que não há nenhum problema nisso. O número de pessoas corresponde à soma de homens e mulheres.

$$N = x + y = (3t + 234) + (5t + 200) = 8t + 434$$

Perceba que, como a > 0, a função é crescente, portanto, realmente, às 20h, a quantidade de pessoas é superior à quantidade de pessoas às 10h. Não é preciso nem fazer a conta.

Certo.

028. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) Ao longo do dia em questão, a quantidade de homens dentro do *shopping* aumentou, enquanto que a quantidade de mulheres no *shopping* diminuiu.

A quantidade de mulheres no shopping também é descrita como uma função no tempo.

$$x = 3t + 234$$

Como a = 3 > 0, temos que a função é crescente, portanto a quantidade de mulheres no shopping também aumenta ao longo do dia entre as 10h e 20h.

Errado.

029. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) A quantidade de homens no *shopping* torna-se igual à quantidade de mulheres antes das 18 h.

Agora, precisamos calcular o ponto de encontro em que x = y.

$$x = y \leftrightarrow 3t + 234 = 5t + 200$$

$$234 - 200 = 5t - 3t$$

$$34 = 2t$$

$$\therefore t = \frac{34}{2} = 17h < 18h$$

Realmente, o número de mulheres e homens se igualou às 17h, o que é antes das 18h.

Certo.

030. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) A cada hora, a quantidade de homens aumenta 20 unidades a mais do que a quantidade de mulheres.

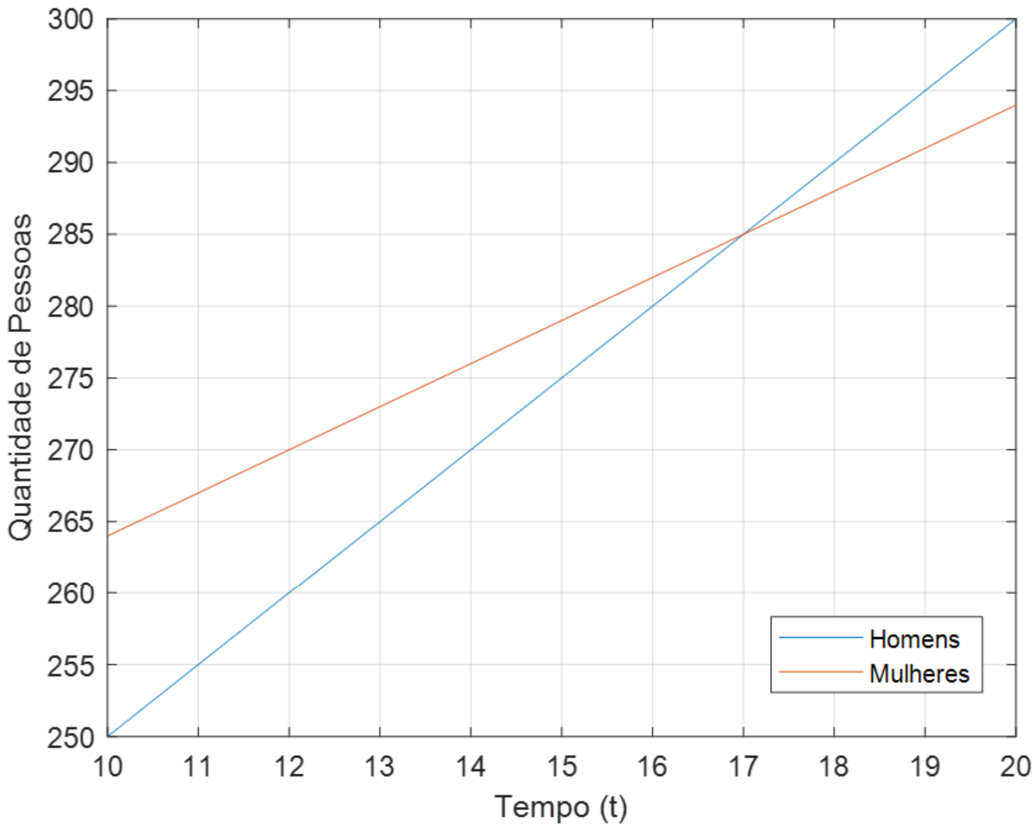
Nesse caso, o enunciado quer saber da diferença entre homens e mulheres no shopping.

$$D = y - x = (5t + 200) - (3t + 234) = (5t - 3t) + (200 - 234)$$

$$\therefore D = 2t - 34$$

Sendo assim, a inclinação dessa função é a = 2, portanto a quantidade de homens aumenta 2 unidades a mais que a quantidade de mulheres por hora.

Agora, vamos traçar os gráficos em MatLab do número de mulheres e do número de homens no shopping entre as 10h e as 20h.



Errado.

Considere que, em 2009, tenha sido construído um modelo linear para a previsão de valores futuros do número de acidentes ocorridos nas estradas brasileiras. Nesse sentido, suponha que o número de acidentes no ano *t* seja representado pela função F(t) = At + B, tal que F(2007) = 129.000 e F(2009) = 159.000. Com base nessas informações e no gráfico apresentado, julgue os seguintes itens.

031. (CESPE/PRF/2013) A diferença entre a previsão para o número de acidentes em 2011 feita pelo referido modelo linear e o número de acidentes ocorridos em 2011 dado no gráfico é superior a 8.000.

A constante A é dada pela inclinação do gráfico. Sendo assim:

$$A = \frac{F(2009) - F(2007)}{2009 - 2007} = \frac{159000 - 129000}{2} = \frac{30000}{2} = 15000 > 14500$$

Essa constante pode ser utilizada para estimar o número de acidentes em 2011.

$$A = \frac{F(2011) - F(2009)}{2011 - 2009} = 15000$$

$$\frac{F(2011) - 159000}{2} = 15000 \therefore F(2011) - 159000 = 2.15000 = 30000$$

$$\therefore F(2011) = 159000 + 30000 = 189000$$

Dessa forma, o modelo previu exatamente a quantidade de acidentes em 2011. Não houve nenhuma diferença.

Errado.

032. (CESPE/PRF/2013) O valor da constante A em F(t) é superior a 14.500.

Como vimos na resolução do item anterior, o coeficiente A calculado foi igual a 15.000, portanto A é superior a 14.500.

Certo.

033. (FGV/SEDUC/SP/2013) Seja f uma função real do 1º grau tal que f (7) – f (3) = 6. O valor de f (15) – f (9) é:

a) 7
b) 9
c) 10
d) 12
e) 13

O coeficiente de inclinação pode ser obtido como a razão entre a variação do valor calculado da função e a variação x.

$$a = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(15) - f(9)}{15 - 9} = \frac{f(7) - f(3)}{7 - 3}$$

$$\therefore \frac{f(15) - f(9)}{6} = \frac{6}{4}$$

$$\therefore f(15) - f(9) = \frac{6.6}{4} = 3.3 = 9$$

Letra b.

---

034. (FCC/SEE/MG/2012/SUPERVISOR PEDAGÓGICO) Um cliente parcelou o valor total a ser pago por um determinado produto. Verificou que no boleto bancário informava-se que haveria multa por atraso. A tabela abaixo indica o valor da multa dependendo do número de dias em atraso.

Número de dias em atraso	Multa em R$
1	35
2	42
3	49
4	56

Considerando **y** como sendo a multa a ser paga em reais e **x** o número de dias em atraso, a função que representa corretamente a situação descrita é:

a) y = 35x
b) y = 28 + 7x
c) y = x – 5 / 7
d) y = – 7x + 28

Como estamos em busca de uma função linear, primeiramente, calcularemos a inclinação.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{42 - 35}{2 - 1} = \frac{7}{1} = 7$$

De posse da inclinação, podemos obter o intercepto.

$$y = ax + b \therefore 35 = 7.1 + b \therefore b = 35 - 7 = 28$$

Portanto, a nossa função procurada é:

$$y = ax + b = 7x + 28$$

Letra b.

---

035. (FGV/SEDUC/SP/2013/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Seja R a região do plano cartesiano desigualdades definida pelas 2 < x < 10 e 0 < y < (x+8)/2, a área da região R é igual a:

a) 50
b) 56
c) 58
d) 62
e) 64

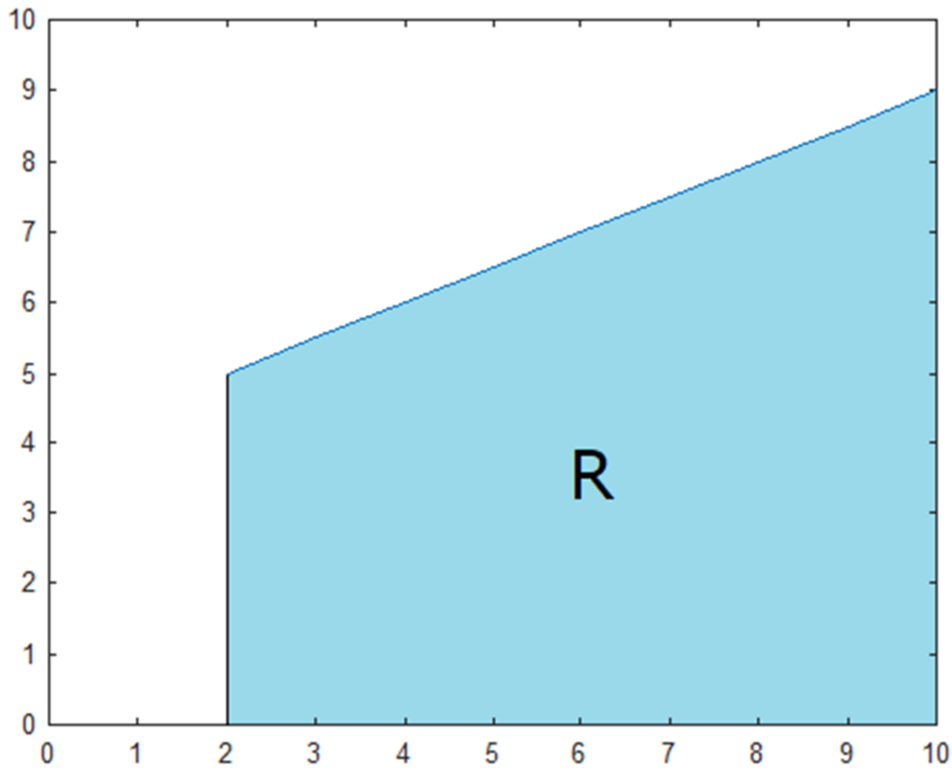
Precisamos traçar o gráfico de y = (x+8)/2 entre os pontos x = 2 e x = 10. Para isso, avaliaremos a função.

$$f(x) = \frac{x+8}{2}$$

$$\therefore f(2) = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\therefore f(10) = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Agora, basta desenhar o gráfico pedido e as retas.



A região R pedida é um trapézio, que possui como base menor o lado de 5 e como base maior o lado de 8. A altura é a distância perpendicular entre as duas bases, que corresponde ao segmento entre 2 e 10; portanto, tem comprimento igual a 8.

$$R = \frac{(5+9)}{2}.(8) = \frac{14}{2}.8 = 7.8 = 56$$

Letra b.

QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO) Para ir ao trabalho caminhando, Rodrigo percorreu a terça parte do percurso sem qualquer parada. Descansou um pouco e, em seguida, percorreu a quinta parte do que restava do percurso e, novamente, parou para descansar. Após essas duas etapas, ainda faltavam 1 080 metros para Rodrigo chegar ao destino. A diferença entre o número de metros que Rodrigo caminhou na primeira etapa em relação à segunda etapa é igual a
a) 405.
b) 470.
c) 525.
d) 580.
e) 625.

002. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/ADMINISTRAÇÃO) Gabriel está no ponto A, e Felipe, no ponto B. Eles iniciam simultaneamente uma caminhada, e pelo mesmo percurso; Gabriel no sentido de A até B, e Felipe no sentido de B até A. Numa primeira etapa, Gabriel percorreu 1/5 da distância entre A e B, e Felipe percorreu 1/6 dessa mesma distância. Na segunda etapa, Gabriel percorreu o equivalente à quarta parte do que faltava a Felipe percorrer ao final da primeira etapa, e Felipe percorreu o equivalente à terça parte do que faltava a Gabriel percorrer ao final da primeira etapa. Sabe-se que, após a segunda etapa, a distância que os separa é de 6,65 km. Nessas condições, é correto afirmar que a distância total que separa os pontos A e B é, em quilômetros, igual a:
a) 40
b) 44
c) 43
d) 41
e) 42

003. (FCC/2018/TRT 15ª REGIÃO-SP/ANALISTA JUDICIÁRIO/ÁREA ADMINISTRATIVA) Alberto, Breno e Carlos têm, ao todo, 40 figurinhas. Alberto e Breno têm a mesma quantidade de figurinhas e Carlos tem a metade da quantidade de figurinhas de Breno. A quantidade de figurinhas que Alberto e Carlos têm juntos é
a) 16
b) 8
c) 24
d) 32
e) 20

004. (FCC/2018/TRT 15ª REGIÃO-SP/ANALISTA JUDICIÁRIO/ÁREA ADMINISTRATIVA) Quando se diz que um imposto com alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R$ 100,00, é usual concluir que, com o acréscimo desse imposto, o preço final do produto seria de R$ 120,00. Isso é chamado de cálculo "por fora". Porém, há impostos em que se utiliza o chamado "cálculo por dentro". Nesses casos, se uma alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R$ 100,00, então o preço final é de R$ 125,00, pois 20% do valor final deve ser relativo ao imposto.
Com um imposto de alíquota 18% sobre um produto cujo valor inicial é de R$ 1.640,00, a diferença entre os preços finais calculados por dentro e por fora é de:
a) R$ 128,40.
b) R$ 32,40.
c) R$ 360,00.
d) R$ 64,80.
e) R$ 640,00.

005. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/ANALISTA JUDICIÁRIO) Da duração total de um julgamento, 3/7 do tempo foi utilizado pelos advogados de defesa e acusação, 7/8 do tempo remanescente com os depoimentos de testemunhas. O tempo do julgamento foi ocupado, apenas, pelos advogados de defesa e acusação, pelos depoimentos de testemunhas, e pela fala do juiz, sendo que esta última foi de 7 minutos. De acordo com as informações fornecidas, a duração total do julgamento foi de 1 hora e
a) 24 minutos.
b) 38 minutos.
c) 42 minutos.
d) 26 minutos.
e) 02 minutos.

006. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/TÉCNICO JUDICIÁRIO) Um investidor inicia seus negócios com um valor x. Após um mês, faz a 1ª apuração e verifica que perdeu 20% de seu valor inicial. Após outro mês, faz a 2ª operação e verifica que perdeu 30% do valor da 1ª apuração. Após o 3º mês, faz a 3ª apuração e verifica que havia recuperado 10% do valor que tinha no momento da 2ª apuração. Após esses três meses, no momento da 3ª apuração, esse investidor verificou que já perdera, em relação ao valor inicial x, uma parte correspondente, em %, a
a) 60.
b) 40.
c) 56.
d) 61,6.
e) 38,4.

007. (FCC/2018/SABESP/ANALISTA DE GESTÃO/SISTEMAS) O ICMS que incide em uma conta tem como base de cálculo o valor final a ser pago, que já inclui o próprio imposto. Assim, uma vez que a alíquota do ICMS é de 25%, o valor do tributo na conta deve ser 25% do valor final da conta, o qual já contempla o tributo. Por exemplo, se o valor da conta sem o ICMS for de 90 reais, o tributo deverá ser de 30 reais, já que, em relação ao valor final de (30 + 90) = 120 reais, os 30 reais representam 25%.
Se a parte do valor da conta referente ao ICMS em uma conta for de 55 reais, então o valor da conta sem o ICMS será, em reais, de
a) 165.
b) 220.
c) 255.
d) 280.
e) 315.

008. (FCC/2016/CREMESP/OFICIAL ADMINISTRATIVO/ÁREA ADMINISTRATIVA) O dono utiliza o faturamento total mensal de uma loja do seguinte modo:
– 30% para cobrir os custos dos produtos vendidos;
– R$ 5.000,00 para pagamento de funcionários;
– R$ 4.000,00 para pagamento de custos fixos, tais como luz, água, telefone etc.;
– 20% para seu próprio lucro;
– R$ 8.000,00 para investimentos diversos.
Para fazer frente a todas essas necessidades, o faturamento mensal mínimo dessa loja precisa ser
a) R$ 27.000,00.
b) R$ 34.000,00.
c) R$ 50.000,00.
d) R$ 65.000,00.
e) R$ 45.000,00.

009. (INEAA/CREA/GO/2014/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO) Um taxista recebe R$ 4,00 pela bandeirada e mais R$ 1,40 por quilômetro rodado. Se o taxista quiser ganhar pelo menos R$ 60,00 em uma única rodada, ele precisa percorrer:
a) 40 km ou mais.
b) menos que 40 km.
c) 39 km.
d) 39 km ou mais.
e) 38 km.

010. (NUCEPE/PREFEITURA DE TERESINA/PI/2019/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) A soma de três números consecutivos é igual a 249. Qual a soma dos algarismos do primeiro número?

a) 8.
b) 10.
c) 11.
d) 12.
e) 13.

011. (FGV/PREFEITURA DE NITERÓI/RJ/2018/AUXILIAR ADMINISTRATIVO) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:

a) 18 processos;
b) 16 processos;
c) 12 processos;
d) 8 processos;
e) 6 processos.

012. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR/BA/2019/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE) As amigas Flávia, Gilda e Hilda, saíram para fazer um lanche. A primeira tinha 35 reais, a segunda 45 reais e a terceira, 64 reais. Como Hilda tinha mais dinheiro, ela deu a cada uma das amigas alguma quantia de forma que ficassem, as três, com quantias iguais. É correto concluir que:

a) Flávia ganhou mais 10 reais do que Gilda.
b) Hilda ficou com menos 14 reais.
c) Flávia ganhou 12 reais.
d) Hilda perdeu a terça parte do que tinha.
e) Gilda ganhou 4 reais.

013. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR/BA/2019/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE) Em uma obra há várias tábuas, todas iguais. Cada tábua pesa 6 kg mais 1/6 de tábua. O peso de 20 tábuas é

a) 120 kg.
b) 132 kg.
c) 140 kg.
d) 144 kg.
e) 150 kg.

014. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO) Tenho um filho. Nasci 20 anos antes do que ele. Daqui a dez anos terei o dobro da idade dele. Hoje a razão entre a idade dele e a minha é igual a:

a) 1/2
b) 1/4
c) 1/6
d) 1/3
e) 1/5

015. (VUNESP/TCE/SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/ADMINISTRAÇÃO) Hoje a razão entre a minha idade e a idade do meu filho é 3/2, e a soma de nossas idades é 120 anos. Já aconteceu de essa razão ser igual a 3, e, nessa ocasião, a idade de meu filho, em anos, era igual a

a) 8
b) 14
c) 16
d) 12
e) 10

016. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/TÉCNICO JUDICIÁRIO) Um frasco contendo 30 pastilhas idênticas “pesa” 54 gramas. O mesmo frasco contendo apenas 12 dessas pastilhas “pesa” 32,4 gramas. Nas condições dadas, a razão entre o “peso” de uma pastilha e o do frasco vazio, nessa ordem, é igual a

a) 1/4
b) 3/16
c) 2/15
d) 1/12
e) 1/15

017. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/2014/TÉCNICO JUDICIÁRIO) A idade do irmão mais novo está para 3, assim como a idade do irmão mais velho está para 4. A idade do irmão mais velho está para 2, assim como a idade do pai está para 11. O pai tinha 36 anos quando nasceu o filho mais velho. Dessa maneira, a diferença de idade entre esses dois irmãos é, em anos, igual a:

a) 1.
b) 5.
c) 3.
d) 2.
e) 4.

018. (FUNDATEC/PREFEITURA DE FOZ DO IGUAÇU/PR/2016/PROFESSOR DE EDUCAÇÃO INFANTIL) Considere que a variável y representa o custo em centenas de reais da produção de x unidades produzidas de um brinquedo. Se a fábrica está analisando a proposta de dois fornecedores diferentes, onde o fornecedor A tem custo determinado por 21y=20x +16.800 e o fornecedor B tem custo expresso por 10x+3y=7.800. O custo dos dois fornecedores é igual quando são produzidos quantos brinquedos?

a) 30.
b) 120.
c) 402.
d) 420.
e) 800.

019. (FCC/SEFAZ/BA/2019/AUDITOR-FISCAL) A oferta para determinado produto foi modelada pela função y = 90 – 1,2x, em que y representa o preço unitário para uma oferta de x unidades do produto. A demanda para o mesmo produto foi modelada pela função y = 1,4x + 12, em que x representa o número de unidades procuradas quando o preço do produto é y. Nessas condições, as coordenadas para o ponto de equilíbrio de mercado, isto é, o ponto em que a oferta é igual à demanda, são:

a) (50, 30).
b) (40, 42).
c) (30, 54).
d) (20, 66).
e) (10, 78).

020. (FCC/SEFAZ/BA/2019/AUDITOR-FISCAL) Uma empresa estimou o custo unitário para produzir determinada peça de computador em 50 centavos de real. Considerando o custo fixo para a linha de produção dessa peça em 5 mil reais semanais, para obter um lucro semanal de 2 mil reais o número de milhares de unidades que seria preciso vender a 1 real cada é de

a) 7.
b) 9.
c) 11.
d) 14.
e) 16.

021. (FGV/PREFEITURA DE OSASCO/SP/2014/ATENDENTE) Dois conjuntos A e B, ambos não vazios e com número finito de elementos, são, respectivamente, o domínio e o contradomínio de uma função injetora $f: A \to B$. Nestas condições, pode-se afirmar que:

a) A e B devem ter a mesma quantidade de elementos;
b) A pode ter mais elementos que B;

c) A pode ter menos elementos que B;
d) A deve ser subconjunto de B;
e) B deve ser subconjunto de A.

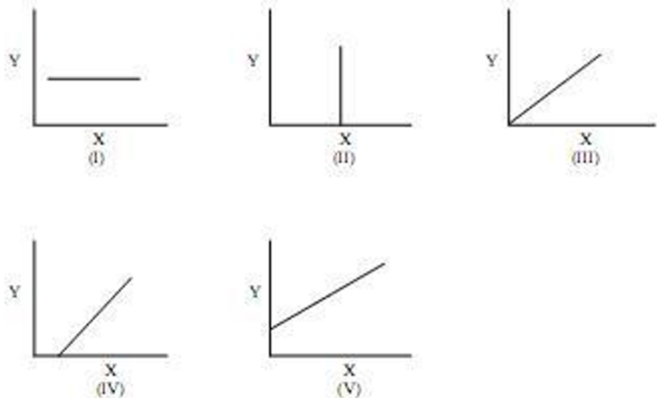
022. (FCC/SEGEP/MA/2016/ANALISTA AMBIENTAL/BIÓLOGO) Um casal começa a planejar sua festa de casamento a partir das seguintes estimativas:
De acordo com essas estimativas, desconsiderando outros gastos, o custo total C da festa de casamento, em reais, em função do número de convidados n, pode ser expresso pela fórmula:

Convite	01 convite para cada convidado R$ 4,00 (unidade)
Trajes dos noivos	R$ 5.000,00
Espaço para a festa	R$ 3.500,00
Decoração	R$ 5.000,00
Buffet	R$ 200,00 por convidado
Vinho	1 taça para cada convidado R$ 10,00 (taça)
Doces e bolos	R$ 30,00 por convidado
Foto e vídeo	R$ 8.000,00

a) C = 21500 + 234n
b) C = 21500 + 238n
c) C = 21500 + 244n
d) C = 21500 + 248n
e) C = 21500 + 274n

023. (ESAF/ANAC/2016/TÉCNICO ADMINISTRATIVO) Sejam f(x) = ax + 7 e g(x) = 3x + 6 funções do primeiro grau. O valor de "a" que faz com que f(2) seja igual a g(3) é igual a:
a) 6
b) 3
c) 5
d) 4
e) 7

024. (ESAF/DNIT/2013/ANALISTA EM INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES) Suponha que a seguinte relação aritmética foi obtida entre duas variáveis X e Y quaisquer: Y = 3X + 4. Com base nas cinco ilustrações abaixo, assinale a opção que melhor corresponde à equação apresentada acima.



a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

O preço de uma corrida de táxi convencional é calculado somando o valor da bandeirada (inicial e fixo) com o valor da distância percorrida. Essa relação pode ser representada, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais *x*O*y*, por uma função da forma *y = f(x)*, em que *y* é o preço cobrado pela corrida de *x* quilômetros. Considerando que o valor da bandeirada seja de R$ 5,00 e R$ 0,50 por quilômetro percorrido, julgue o próximo item.

025. (CESPE/SEE/AL/2013/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Se uma corrida de táxi custou R$ 55,00, então a distância percorrida foi superior a 90 km.

026. (CESPE/SEE/AL/2013/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Considere que uma cooperativa de taxistas dispense o valor da bandeirada, mas passe a cobrar R$ 1,00 por quilômetro rodado. Nesse caso, para o usuário desse serviço, independentemente da quantidade de quilômetros rodados, é mais vantajoso utilizar os táxis da referida cooperativa.
Considerando que, em determinado dia, a quantidade de homens e mulheres, em um *shopping center*, entre 10 h e 20 h, seja dada, respectivamente, pelas expressões $y = 5t + 200$ e $x = 3t + 234$, em que *t* seja a hora correspondente, julgue os itens que se seguem.

027. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) A quantidade de pessoas no *shopping center*, às 20h, é superior à quantidade de pessoas às 10h.

028. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) Ao longo do dia em questão, a quantidade de homens dentro do *shopping* aumentou, enquanto que a quantidade de mulheres no *shopping* diminuiu.

029. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) A quantidade de homens no *shopping* torna-se igual à quantidade de mulheres antes das 18 h.

030. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) A cada hora, a quantidade de homens aumenta 20 unidades a mais do que a quantidade de mulheres.
Considere que, em 2009, tenha sido construído um modelo linear para a previsão de valores futuros do número de acidentes ocorridos nas estradas brasileiras. Nesse sentido, suponha que o número de acidentes no ano *t* seja representado pela função F(t) = At + B, tal que F(2007) = 129.000 e F(2009) = 159.000. Com base nessas informações e no gráfico apresentado, julgue os seguintes itens.

031. (CESPE/PRF/2013) A diferença entre a previsão para o número de acidentes em 2011 feita pelo referido modelo linear e o número de acidentes ocorridos em 2011 dado no gráfico é superior a 8.000.

032. (CESPE/PRF/2013) O valor da constante A em F(t) é superior a 14.500.

033. (FGV/SEDUC/SP/2013) Seja f uma função real do 1º grau tal que f (7) – f (3) = 6. O valor de f (15) – f (9) é:
a) 7
b) 9
c) 10
d) 12
e) 13

034. (FCC/SEE/MG/2012/SUPERVISOR PEDAGÓGICO) Um cliente parcelou o valor total a ser pago por um determinado produto. Verificou que no boleto bancário informava-se que haveria multa por atraso. A tabela abaixo indica o valor da multa dependendo do número de dias em atraso.

Número de dias em atraso	Multa em R$
1	35
2	42
3	49
4	56

Considerando **y** como sendo a multa a ser paga em reais e **x** o número de dias em atraso, a função que representa corretamente a situação descrita é:

a) y = 35x
b) y = 28 + 7x
c) y = x – 5 / 7
d) y = – 7x + 28

035. (FGV/SEDUC/SP/2013/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Seja R a região do plano cartesiano desigualdades definida pelas 2 < x < 10 e 0 < y < (x+8)/2, a área da região R é igual a:

a) 50
b) 56
c) 58
d) 62
e) 64

QUESTÕES DE CONCURSO

036. (IMPARH/2019/PREFEITURA DE FORTALEZA-CE/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) O gráfico de uma função de 1º grau que passa pelos pontos (2; 1) e (-1; -5) tem como representação a função do tipo:

a) ƒ(x) = −x − 1.
b) ƒ(x) = x −2.
c) ƒ(x) = 2x − 3.
d) ƒ(x) = 3x − 4.

Uma função do primeiro grau possui como equação geral:

$$y = ax + b$$

Vamos substituir os pontos dados na equação geral.
Se (2; 1) faz parte da reta, então:

$$1 = 2a + b\ (I)$$

Se (-1; -5) faz parte da reta, então:

$$-5 = -1a + b\ (II)$$

As equações (I) e (II) formam um sistema linear. Vamos subtrair (II) de (I):

(I)	$1 = 2a + b$
(II)	$-5 = -1a + b$
(I)-(II)	$6 = 3a\ (III)$

Vamos isolar a na equação (III).

$$3a = 6$$

$$\therefore a = \frac{6}{3} = 2$$

Conhecido o valor de a, vamos substituí-lo em (I):

$$1 = 2 \cdot 2 + b$$

Isolando b:

$$b = 1 - 4 = -3$$

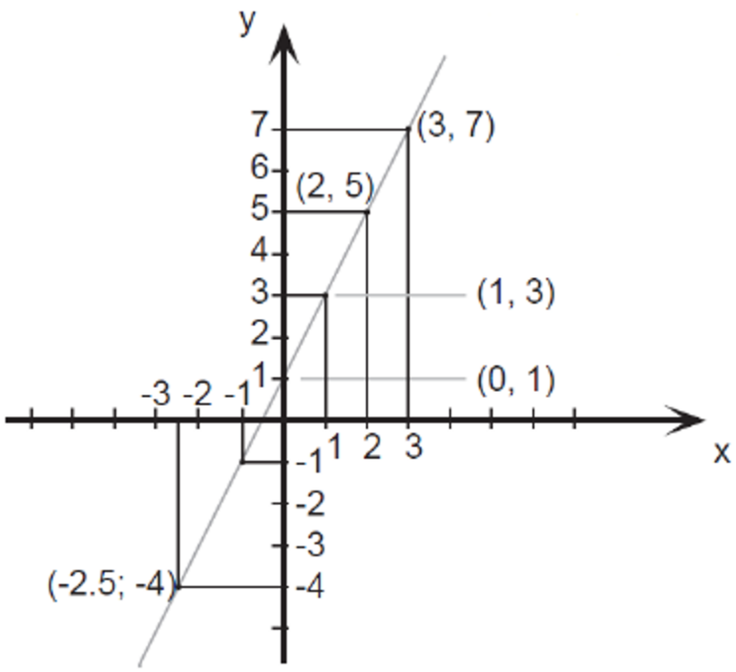
A equação da reta é então:

$$y = 2x - 3$$

Letra c.

---

037. (CETREDE/2019/PREFEITURA DE JUAZEIRO DO NORTE-CE/TERAPEUTA OCUPACIONAL) Esse é o gráfico representa alguns pontos e um segmento traçado da função f(x) = 2.x + 1. Julgue as afirmações a seguir.



A: f(x) é uma função crescente.
B: f(x) é uma função par.
C: f(0) = 0.
Assinale a alternativa correta.
a) A – verdadeira / B – falsa / C – verdadeira.
b) A – verdadeira / B – falsa / C – falsa.
c) A – falsa / B – falsa / C – falsa.
d) A – verdadeira / B – verdadeira / C – falsa.
e) A – verdadeira / B – verdadeira C – verdadeira.

Vamos julgar as afirmações:
A: f(x) é uma função crescente.
Sabemos que, se a>0, então f(x) é crescente. É possível verificar por meio do gráfico, em que a reta cresce conforme o eixo x aumenta.
B: f(x) é uma função par.

Uma função par é aquela cuja igualdade abaixo é válida:

$$f(x) = f(-x)$$

Vamos substituir (-x) em sua equação:

$$f(-x) = 2(-x) + 1 = -2x + 1 \neq 2x + 1$$

f(x) não é uma função par. Vale notar que as funções do primeiro grau nunca são pares. Elas podem ser ímpares quando o coeficiente b for nulo.
É possível observar que não há simetria com relação ao eixo y, o que define uma função par.
C: f(0)=0.
Vamos substituir 0 em x.

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1 \neq 0$$

$$f(0) = 1 \neq 0$$

As afirmações B e C estão erradas.
Letra b.

---

038. (FAUEL/2020/PREFEITURA DE JAGUAPITÃ-PR/TÉCNICO EM ENFERMAGEM) Para quais valores a função f(x)=3x – 12 assume valores negativos?
a) Para valores menores que 4.
b) Para valores menores ou iguais a 4.
c) Para valores maiores ou iguais a 4.
d) Para valores maiores que 4.

O enunciado questiona os valores de x para os quais f(x) se torna negativa. Assim:

$$f(x) = 3x - 12 < 0$$

Vamos resolver a inequação.

$$3x - 12 < 0$$

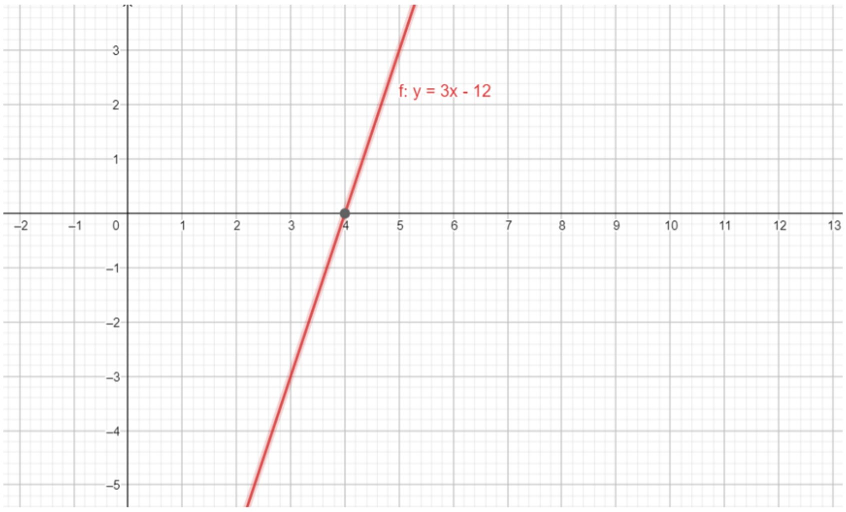
$$3x < 12$$

$$x < \frac{12}{3}$$

$$x < 4$$

A função assume valores negativos para x menor que 4.

Ao construir o gráfico da reta em questão, também podemos observar a resposta, conforme figura abaixo:



Letra a.

---

039. (INSTITUTO CONSULPLAN/2020/CÂMARA DE AMPARO-SP/TÉCNICO ADMINISTRATIVO) As informações contextualizam a questão. Leia-as atenciosamente.
"Altair é um empresário do ramo de alimentos e inaugurou um novo restaurante de comida árabe que oferece um serviço de entrega de esfirras no valor de R$ 2,50 a unidade, mais uma taxa de entrega fixa no valor de R$ 8,00."
De acordo com o serviço de entrega do restaurante de Altair, qual é a função que representa o valor "v" de uma entrega em relação à quantidade "x" de esfirras encomendadas por um cliente?
a) v = 10,5x
b) v = 8x + 2,5
c) v = 2,5x + 8
d) v = 2,5x – 8

O custo das esfirras é composto por duas partes:

- **custo fixo:** corresponde à sua taxa de entrega, que é de R$ 8,00, independentemente da quantidade de esfirras;
- **custo variável:** é o custo pago proporcional à quantidade de esfirras adquiridas. Nesse caso, corresponde aos R$ 2,50, que são pagos a cada unidade de esfirra.

Se x for o número de esfirras, então 2,5x é o valor total gasto com esfirras. Se somarmos o valor da entrega, então teremos a função v do custo para o cliente. Assim:

$$v = 2{,}5x + 8$$

Letra c.

---

040. (FUNDATEC/2020/PREFEITURA DE SANTIAGO DO SUL-SC/ASSISTENTE SOCIAL) Dois taxistas, Pedro e Aurélio, cobram suas corridas de maneiras distintas. Pedro utiliza a seguinte f(x) = 2,8x + 4,50 e Aurélio usa a g(x) = 3,20x + 3,00, em que x é a quantidade de quilômetros rodados e o resultado será o valor a ser cobrado. Supondo que Márcia quer fazer uma corrida de 8 km e fez orçamento com os dois, assinale a alternativa correta.

a) Indo com Pedro a economia será de R$ 1,70.
b) Indo com Aurélio a economia será de R$ 1,70.
c) Pedro cobra mais que Aurélio por corrida.
d) Aurélio cobra menos que Pedro por corrida.
e) Ambos cobram o mesmo valor final.

Márcia deseja fazer uma corrida de 8 km, vamos substituir 8 em ambas as funções, de Pedro e de Aurélio.

O preço da corrida cobrado por Pedro é:

$$f(x) = 2{,}8x + 4{,}50$$

$$f(8) = 2{,}8 \cdot 8 + 4{,}50 = 22{,}4 + 4{,}5 = R\$\ 26{,}90$$

Já o preço da corrida cobrado por Aurélio é:

$$g(x) = 3{,}20x + 3{,}00$$

$$g(8) = 3{,}20 \cdot 8 + 3{,}00 = 25{,}60 + 3{,}00 = R\$\ 28{,}60$$

Pedro cobra menos que Aurélio e a economia será de:

$$g(8) - f(8) = 28{,}60 - 26{,}90 = R\$\ 1{,}70$$

Letra a.

---

041. (FAUEL/2020/PREFEITURA DE ASSIS CHATEAUBRIAND-PR/ADVOGADO) Sobre a função: f(x) = 2x – 4, assinale a alternativa CORRETA.

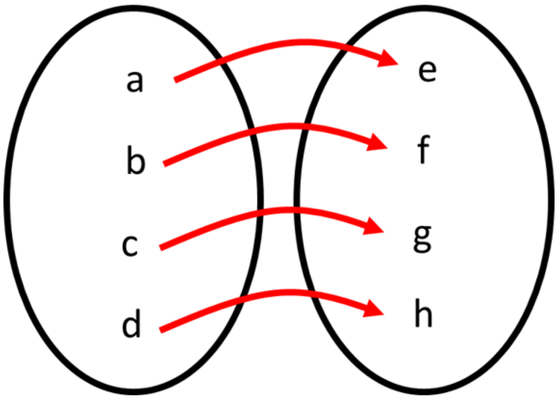
a) ƒ(50) = 104
b) É uma função bijetora, considerando x e ƒ(x)∈ R
c) Não é uma função injetora, uma vez que alguns elementos do conjunto Domínio não possuem respectivos valores no conjunto Imagem.
d) É uma função do segundo grau, uma vez que a variável x está multiplicada por 2.

Vamos analisar as afirmações.

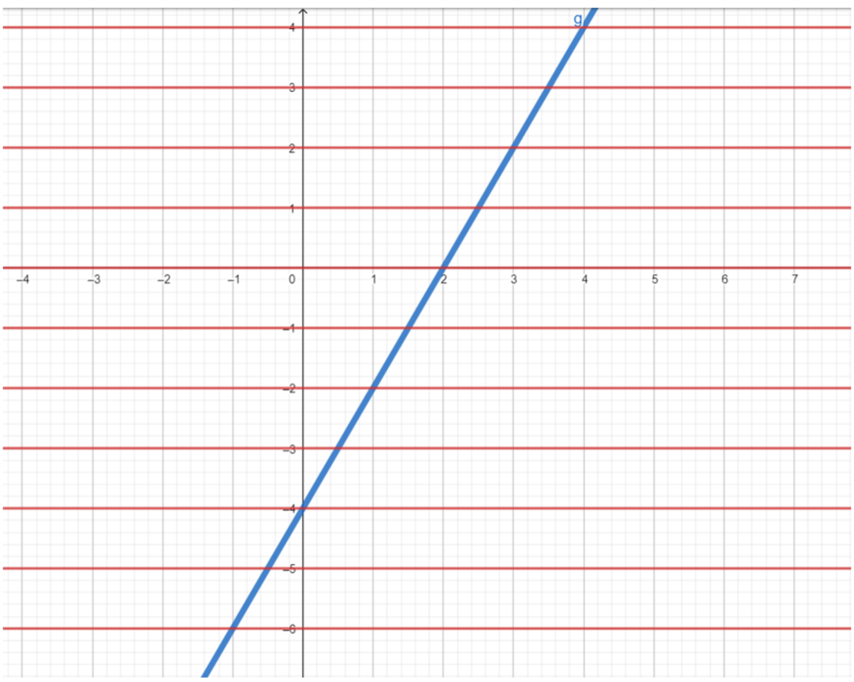
a) Errada. Basta calcular a função para x = 50.

$$f(x) = 2.50 - 4 = 100 - 4 = 96$$

b) Certa. Uma função é bijetora quando cada elemento de x possui um único y diferente e cada y possui um único x diferente. Isso acontece em gráficos de retas, por exemplo, que não são verticais, do tipo x=a, nem horizontais, do tipo y=b. A figura abaixo demonstra o funcionamento de uma função bijetora, o conjunto da esquerda representa os valores de x e o conjunto da direita representa os valores de y.



O gráfico abaixo mostra como a reta é bijetora.



Vale ressaltar que toda função do primeiro grau é bijetora, se forem considerados como domínio e contradomínio o conjunto dos números reais.

c) Errada. Como vimos, a função é bijetora, então, automaticamente, ela é injetora e sobrejetora.

d) Errada. Essa é uma função do primeiro grau, porque o maior expoente da variável independente **x** é igual a 1.

Letra b.

---

042. (AMEOSC/2019/PREFEITURA DE SÃO JOÃO DO OESTE-SC/TÉCNICO DE ENFERMAGEM) Sobre uma função de primeiro grau (y = ax + b), assinale a alternativa correta:

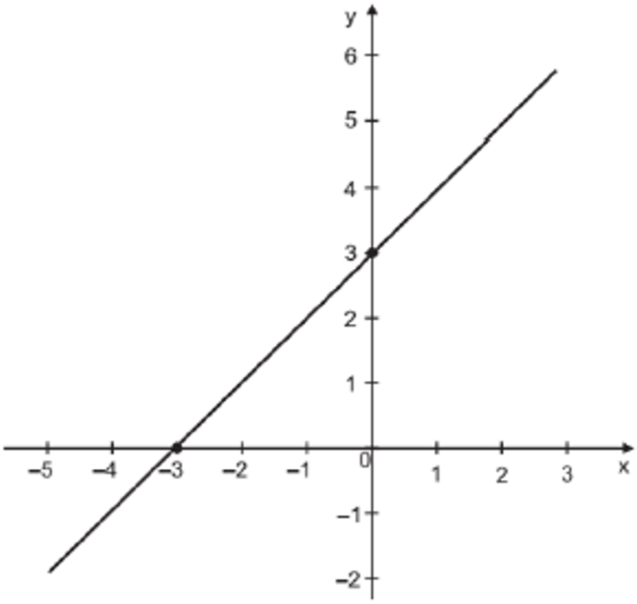
a) Será decrescente à medida que o valor da variável "y" diminui e a variável "x" aumenta.
b) Será decrescente à medida que o valor da variável "y" aumenta a variável "x" diminui.
c) Será crescente sempre que o sinal à frente de "ax" for negativo.
d) Será crescente sempre que "b" for positivo.

Uma função de primeiro grau é decrescente se, e somente se, seu valor de "a" em $y = ax + b$ for negativo. Quando isso ocorre, a variável y diminui quando aumentamos a variável x. Por outro lado, se a > 0, a função será crescente.

Letra a.

---

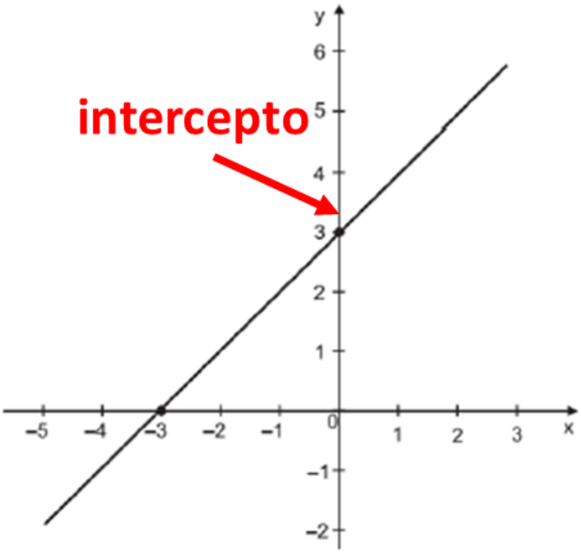
043. (GUALIMP/2020/PREFEITURA DE CONCEIÇÃO DE MACABU-RJ/AGENTE ADMINISTRATIVO) O gráfico abaixo representa uma função do primeiro grau na forma f(x) = ax + b, onde a e b $\in \mathbb{R}$.



Analisando esse gráfico, os coeficientes a e b são, respectivamente:

a) Negativo e positivo.
b) Negativo e negativo.
c) Positivo e negativo.
d) Positivo e positivo.

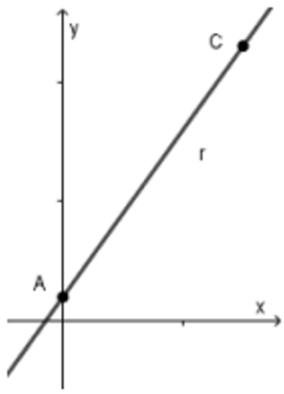
O coeficiente a é chamado de coeficiente angular. Se a > 0, a reta é ascendente. Por outro lado, se a < 0, a reta é descendente. A reta da figura é ascendente, então a é positivo.
O coeficiente b é chamado de “linear” ou “intercepto” e diz respeito ao valor em y interceptado pela reta. b, da figura, vale 3, que é positivo.



Letra d.

---

044. (IDECAN/2018/CRF-SP/DESENVOLVEDOR WEB) Na figura a seguir, a reta r representa o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) que são solução da equação do primeiro grau y – ax = b. Os pontos A e C de r são dados respectivamente pelos pares ordenados (0, 2) e (3, 23).



De posse dessas informações qual das alternativas a seguir fornece corretamente o valor de a e de b, respectivamente?

a) 3 e 9.
b) 4 e 2.
c) 5 e 3.
d) 7 e 2.

Se y – ax = b, então:

$$y = ax + b$$

A forma mais simples de calcular o coeficiente de inclinação é por meio da relação entre as variações da variável dependente (y) e a variável independente (x).

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{23 - 2}{3 - 0} = \frac{21}{3} = 7$$

Para calcular o coeficiente b, podemos utilizar o ponto (3, 23). Assim, teremos:

$$23 = 7 \cdot 3 + b$$

$$23 = 21 + b$$

$$\therefore b = 23 - 21 = 2$$

A equação da reta é, portanto:

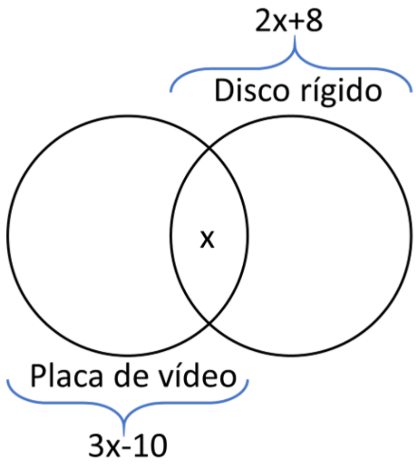
$$y = 7x + 2$$

Letra d.

045. (IDECAN/2017/PREFEITURA DE MANHUMIRIM-MG/GESTOR MUNICIPAL DE CONTRATO) No depósito de uma loja de informática encontram-se vários modelos de computadores. Dentre eles (2x + 8) apresentam disco rígido de 500 gb, outros (3x – 10) apresentam placa de vídeo. O número de computadores com os dois componentes é x, e o total de computadores é 74. O número de computadores que apresentam apenas placa de vídeo é

a) 22.
b) 27
c) 28.
d) 29.

Vamos somar os computadores que apresentam disco rígido de 500 gb e os computadores que apresentam placa de vídeo e subtrair o total que possui os dois componentes (x). Sabemos que esta expressão vale 74, o total de computadores. A figura abaixo demonstra melhor como esse cálculo foi efetuado.



$$2x + 8 + 3x - 10 - x = 74$$

Isolando x,

$$2x + 3x - x = 74 - 8 + 10$$

$$4x = 76$$

$$\therefore x = \frac{76}{4} = 19$$

Assim, conhecendo x, podemos substituí-lo na função que nos retorna o número de computadores com placa de vídeo menos o número de computadores que possui os dois componentes. Desse modo, encontraremos o total de computadores que possuem apenas placa de vídeo.

$$3x - 10 - x$$

$$3 \cdot 19 - 10 - 19 = 47 - 19 = 28$$

28 computadores apresentam apenas placa de vídeo.
Letra c.

---

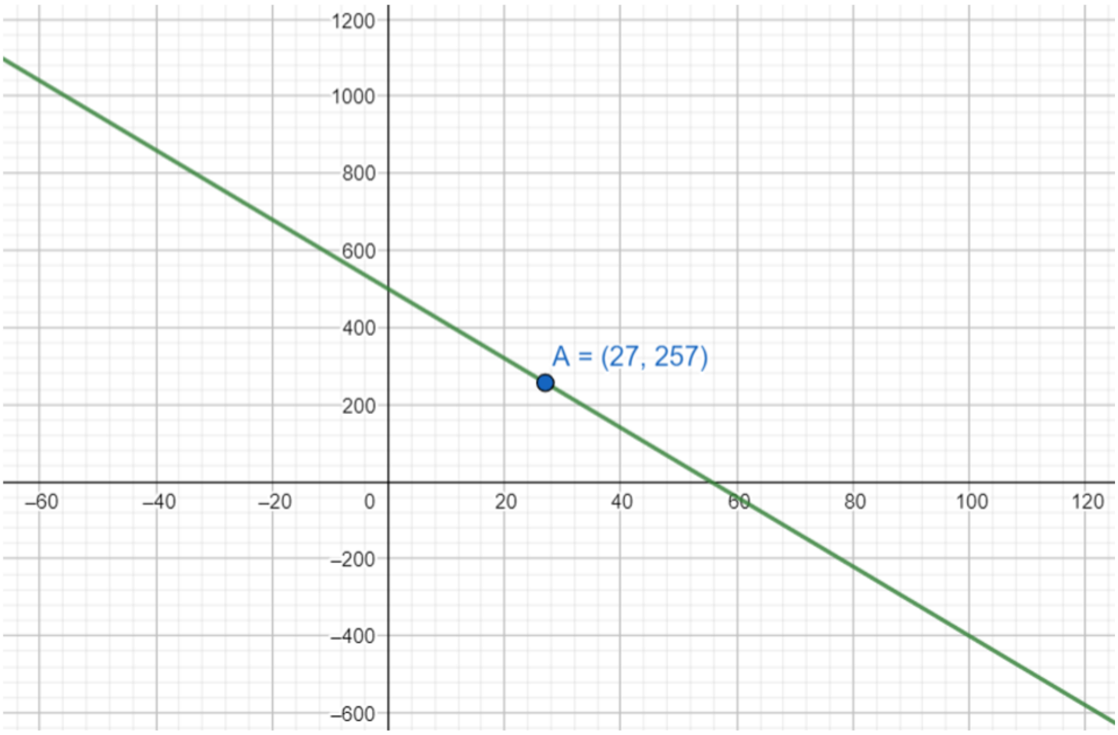
046. (OBJETIVA/2019/PREFEITURA DE VIADUTOS-RS/PROFESSOR/ENSINO FUNDAMENTAL NOS ANOS FINAIS/MATEMÁTICA) Certo recipiente que contém 500L de água será esvaziado, e a função f(x) = -9x + 500 indica a quantidade de água nesse recipiente em função do tempo decorrido (em minutos) do processo de esvaziamento. Sendo assim, quantos litros haverá no recipiente após 27 minutos de esvaziamento?

a) 243 L
b) 257 L
c) 265 L
d) 273 L

Sabendo que a função $f(x) = -9x + 500$ diz respeito ao restante de água restante no recipiente após um tempo em minutos, vamos substituir 27 em x de modo a encontrar o total após decorridos 27 minutos.

$$f(27) = -9 \cdot 27 + 500 = 257\ L$$

O gráfico abaixo demonstra o momento em que isso ocorre.

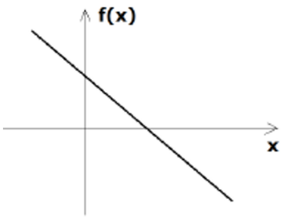


Letra b.

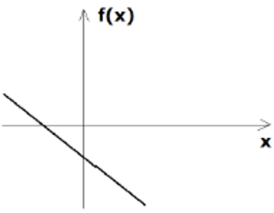
---

047. (FUNDATEC/2019/PREFEITURA DE TAPEJARA-RS/MÉDICO) O esboço gráfico que pode representar a função f (x) = 3x + 4 é:

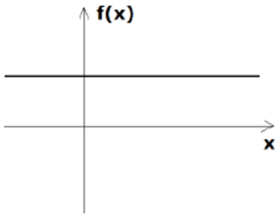
a)



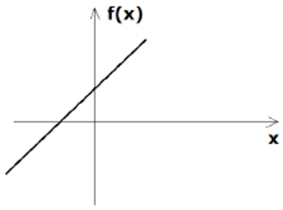
b)



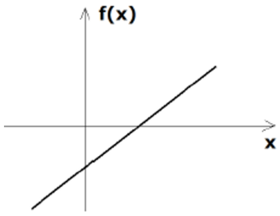
c)



d)



e)



A função $f(x) = 3x + 4$ possui a>0 e b>0. Isso significa que é crescente e corta o eixo y em sua parte positiva. O único gráfico que cumpre estas exigências é o D.

Letra d.

048. (OBJETIVA/2020/PREFEITURA DE SENTINELA DO SUL-RS/FISCAL) A tabela abaixo representa o custo de produção de peças para motores de portões automáticos. A fórmula matemática que dá o custo C em função do número de peças x é dada por:

Número de peças	Custo R$
1	14,50
2	29,00
3	43,50
4	58,00
5	72,50

a) C(x) = 14,50x
b) C(x) = 29,00x
c) C(x) = 43,50x
d) C(x) = 58,00x

Pela tabela, é possível perceber que, a cada número de peças, são adicionados 14,50 em seu custo. Se o parâmetro a em $y = ax + b$ representa o custo variável, então:

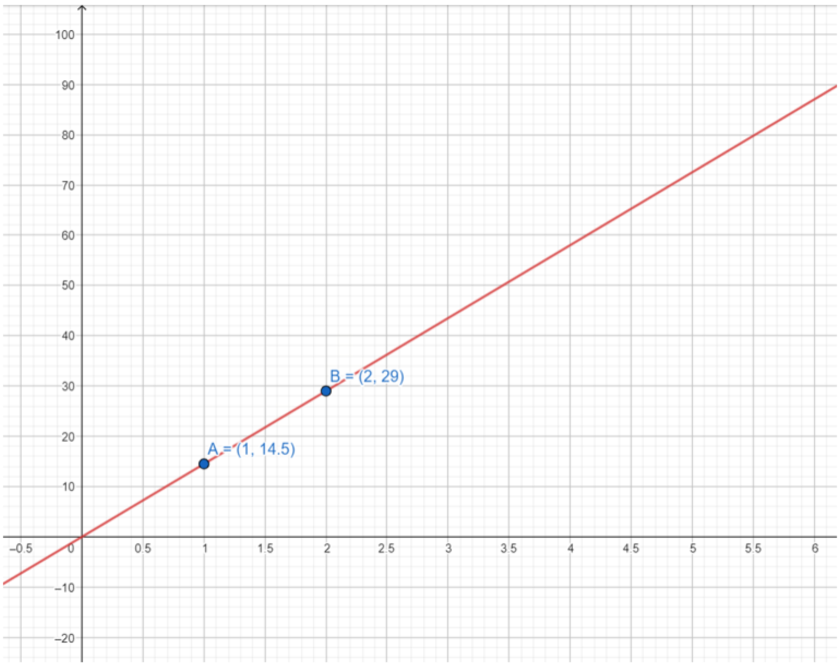
$$C(x) = 14{,}50x$$

Outro modo de encontrar a equação que representa o custo é substituir dois pontos como (1,14,50) e (2,29,00) na equação geral da reta, de modo que:

$$14{,}50 = 1a + b$$

$$29{,}00 = 2a + b$$

Resolvendo o sistema, encontramos $a = 14{,}50$ e $b = 0$. $C(x) = 14{,}50x$.
O gráfico abaixo demonstra a resolução.



Letra a.

---

049. (CESPE/2018/SEFAZ-RS/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL/PROVA 1) Em uma tecelagem, o custo de produção e o custo de venda de x metros de tecido são expressos, respectivamente, por Cp(x) = 2bx e Cv(x) = c + dx, em que b, c e d são constantes reais e d é o valor da comissão a ser recebida pelo vendedor para cada metro de tecido vendido. Na produção e venda de 50 m de tecido, tem-se que Cp(50) + Cv(50) = 420 e a comissão do vendedor é igual a 100. No caso de produção e venda de 100 m de tecido, Cp(100) + Cv(100) = 620. Nesse caso, c, b e d são, respectivamente, iguais a

a) 200, 1 e 2.
b) 200, 2 e 2.
c) 220, 1 e 2.
d) 220, 2 e 2.
e) 220, 2 e 4.

Do enunciado, temos as seguintes informações sobre os custos de produção (Cp) e venda (Cv):

$$Cp(x) = 2bx \ (I)$$

$$Cv(x) = c + dx \ (II)$$

O enunciado também nos informou a soma dos custos de produção e venda para 50 unidades, 100 unidades e, ainda, a comissão com a venda de 50 unidades. Essas informações estão organizadas a seguir:

$$Cp(50) + Cv(50) = 420 \ (III)$$

$$Comissão = dx = 100 \ (IV)$$

$$Cp(100) + Cv(100) = 620 \ (V)$$

Vamos, agora, utilizar a expressão geral dos custos de produção e venda:
Substituindo (I) e (II) em (III), (IV) e (V), temos:

$$2b \cdot 50 + c + 50d = 420 \ (VI)$$

$$2b \cdot 100 + c + 100d = 620 \ (VII)$$

Rearranjando (VI) e (VII) e subtraindo-os:

(VI)	$100b + c + 50d = 420$
(VII)	$200b + c + 100d = 620$
(VII) – (VI)	$100b + 50d = 200 \ (VII)$

Sabemos que a comissão completa para o primeiro caso (x=50) foi de 100. Então:

$$Se \ x = 50, dx = 100$$

$$50d = 100$$

$$\therefore d = \frac{100}{50} = 2$$

Substituindo d em (VII):

$$100b + 50 \cdot 2 = 200$$

$$100b = 200 - 100$$

$$100b = 100$$

$$\therefore b = \frac{100}{100} = 1$$

Calculados b e d, podemos substituí-los em (V):

$$100 \cdot 1 + c + 2 \cdot 50 = 420$$

$$c = 420 - 100 - 100$$

$$\therefore c = 220$$

Letra c.

---

050. (CESPE/2017/PREFEITURA DE SÃO LUÍS-MA/PROFESSOR NÍVEL SUPERIOR/PNS-A/MATEMÁTICA) Texto 11A1AAA
Se x ≥ 0 representa a quantidade de quilômetros percorridos por um veículo em determinado dia, então:
ƒ(x) = x/12 representa a quantidade de litros de combustível consumido pelo veículo para percorrer x quilômetros;
g(x) = 60 – x/12 representa a quantidade de litros de combustível que restam no tanque do veículo depois de percorridos x quilômetros.
Tendo como referência as informações do texto 11A1AAA e considerando que o veículo tenha iniciado o percurso com o tanque de combustível cheio, 45 restarem exatamente 15 litros de combustível no tanque, então, até aquele instante, o veículo terá percorrido
a) mais de 150 km e menos de 300 km.
b) mais de 300 km e menos de 450 km.
c) mais de 450 km e menos de 600 km.
d) mais de 600 km.
e) menos de 150 km.

A função que dá a informação de litros restantes é a g(x). Vamos substituir g(x)=15.

$$g(x) = 60 - \frac{x}{12} = 15$$

$$\therefore \frac{x}{12} = 60 - 15$$

$$\frac{x}{12} = 45$$

$$\therefore x = 12 \cdot 45 = 540\ km$$

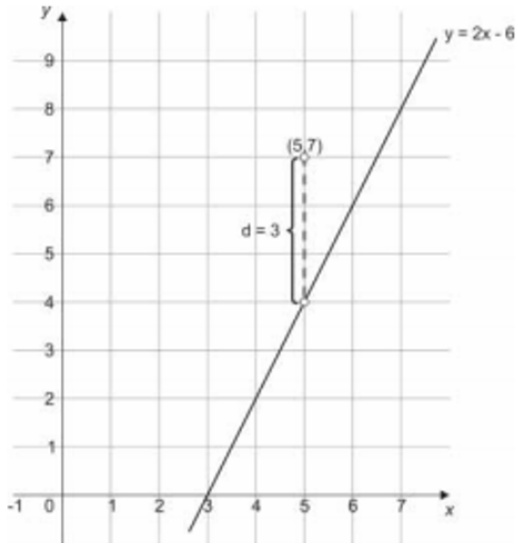
Assim, o motorista percorreu 540 km.

$$450\ km < 540\ km < 600\ km$$

Letra c.

---

051. (FCC/2018/SEDU-ES/PROFESSOR/ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO/MATEMÁTICA) Seja d o módulo da diferença entre a ordenada de um ponto P qualquer do plano cartesiano e a ordenada do ponto de mesma abscissa que P e pertencente à reta de equação y = 2x − 6. A figura abaixo ilustra um exemplo com P (5, 7) e, consequentemente, d = 3.



O valor de d na situação em que P tem coordenadas (10, 20) é

a) 8.
b) 9.
c) 7.
d) 6.
e) 5.

Devemos entender que o valor de x em P(x,y) é o mesmo para o ponto pertencente à reta y=2x − 6. Se x = 10, então:

$$y = 2 \cdot x - 6 = 2 \cdot 10 - 6 = 20 - 6 = 14$$

O valor de d é sempre dado pela diferença dos y dos pontos P e aquele pertencente à reta, conforme figura do enunciado; assim, quando P(10,20), d é:

$$d = y_P - y = 20 - 14 = 6$$

Letra d.

---

052. (FCC/2019/SANASA CAMPINAS/ANALISTA ADMINISTRATIVO/SERVIÇOS ADMINISTRATIVOS) Adriana, Bruna e Cristina trabalharam em uma tarefa, sujeitas a condições de remuneração diferentes. Adriana vai receber R$ 15,00 por hora inteira trabalhada, recebendo uma hora inteira por qualquer fração de hora que não exceda uma hora, e necessitou de 5 horas e 20 minutos para terminar a tarefa. O contrato de Bruna foi fechado ao valor de R$ 0,27 o minuto trabalhado, e ela cumpriu a tarefa em 5 horas e meia. Finalmente, Cristina acertou que vai receber R$ 15,00 por hora inteira trabalhada e, a partir de 4 horas de trabalho, R$ 0,35 por minuto trabalhado. Cristina realizou a tarefa em 5 horas e 25 minutos.

Nessas condições,

a) Cristina recebeu mais do que Adriana, que, por sua vez, recebeu mais do que Bruna.
b) Adriana recebeu mais do que Bruna, que, por sua vez, recebeu mais do que Cristina.
c) Adriana recebeu mais do que Cristina, que, por sua vez, recebeu mais do que Bruna.
d) Cristina recebeu mais do que Bruna, que, por sua vez, recebeu mais do que Adriana.
e) Bruna recebeu mais do que Cristina, que, por sua vez, recebeu mais do que Adriana.

Vamos montar as equações referentes aos salários de Adriana, Bruna e Cristina.

Sendo x as horas trabalhadas para Adriana e sabendo que ela recebe R$ 15,00 por hora, temos:

$$A = 15x$$

Adriana trabalhou 5 horas e 20 minutos. Os 20 minutos, sendo uma fração de hora, contam como uma hora completa para seu contrato. Então:

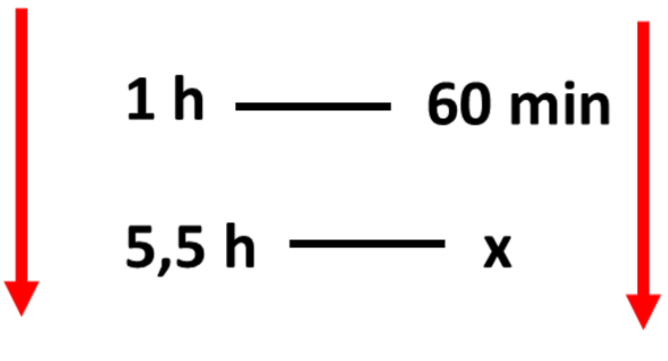
$$x = 5 + 1 = 6h$$

$$A = 15 \cdot 6 = R\$\ 90{,}00$$

Se x forem os minutos trabalhados para Bruna e sabendo que ela recebe R$ 0,27 por minuto, temos:

$$B = 0{,}27x$$

Bruna trabalhou por 5,5 h. Se cada hora possui 60 minutos, então:



$$\frac{1}{5{,}5} = \frac{60}{x} \rightarrow x = 60 \cdot 5{,}5 = 330\ min$$

$$B = 0{,}27 \cdot 330 = R\$\ 89{,}10$$

Se x forem as horas trabalhadas por Cristina até 4h de trabalho e sabendo que ela ganha R$ 15,00 por estas horas, temos:

$$C_1 = 15x, até\ x = 4\ h$$

Para as 4h iniciais trabalhadas, Cristina recebeu então:

$$C_1 = 15 \cdot 4 = R\$\ 60{,}00$$

Contudo, Cristina trabalhou mais 1h e 25min (total de 5h e 25min), que serão contados os minutos trabalhos. Cada minuto trabalhado vale R$ 0,35. Se uma hora possui 60 minutos, 1h e 25min possuem $60 + 25 = 85\ min$. Neste período, Cristina recebeu:

$$C_2 = 0{,}35x = 0{,}35 \cdot 85 = R\$\ 29{,}75$$

O total recebido por Cristina foi:

$$C = C_1 + C_2 = 60 + 29{,}75 = R\$\ 89{,}75$$

Assim,

$$B < C < A$$

$$R\$\ 89{,}10 < R\$\ 89{,}75 < R\$\ 90{,}00$$

Letra c.

---

053. (FGV/2019/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/PROFESSOR/MATEMÁTICA) O gráfico da função real ƒ é uma reta. Sabe-se que ƒ(6) = 10 e que ƒ(22) = 18.
Então, ƒ(88) é igual a
a) 29.
b) 40.
c) 51.
d) 62.
e) 76.

Em uma reta, podemos sempre dizer que o coeficiente de inclinação é constante. O coeficiente de inclinação pode ser calculado como a variação das coordenadas y dividida pela variação das coordenadas x, como mostrado a seguir, entre os dois pontos fornecidos no enunciado.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{18 - 10}{22 - 6} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

Esse mesmo coeficiente de inclinação pode ser calculado para o f(88). Assim, teremos:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(88) - 18}{88 - 22} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{f(88) - 18}{66} = \frac{1}{2} \therefore f(88) - 18 = \frac{66}{2} = 33$$

$$\therefore f(88) = 18 + 33 = 51$$

Outra forma de fazer o problema é utilizando a equação geral da reta:

$$y = f(x) = ax + b$$

Para f(6):

$$10 = 6a + b\ (I)$$

Para f(22):

$$18 = 22a + b\ (II)$$

Vamos subtrair a equação (I) de (II) com o objetivo de isolar a incógnita a:

(I)	$10 = 6a + b$
(II)	$18 = 22a + b$
(II)-(I)	$8 = 16a\ (III)$

De (III):

$$16a = 8$$

$$a = \frac{8}{16} = 0{,}5$$

Substituindo o valor de a em (I):

$$10 = 6 \cdot 0{,}5 + b$$

$$10 = 3 + b$$

$$b = 10 - 3 = 7$$

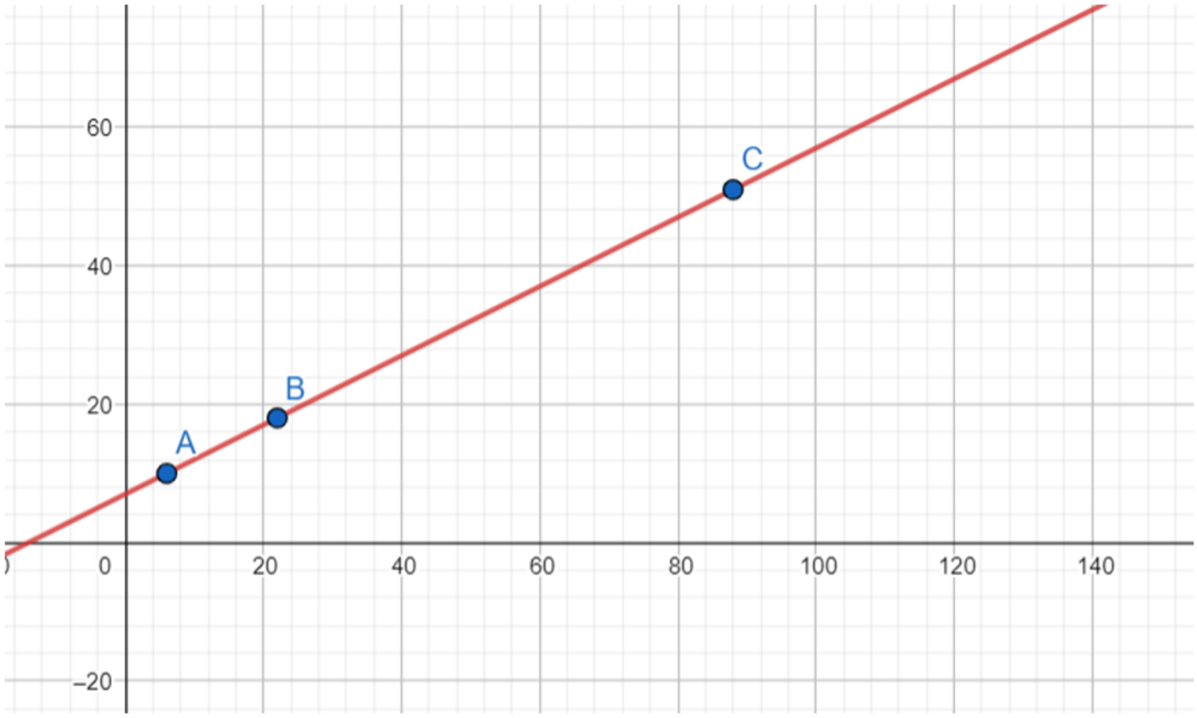
A equação da reta é:

$$y = 0{,}5x + 7$$

Para f(88), temos:

$$f(88) = 0{,}5 \cdot 88 + 7 = 44 + 7 = 51$$

A figura abaixo mostra como os três pontos pertencem à mesma reta:



Letra c.

---

054. (FCC/2019/SEFAZ-BA/AUDITOR-FISCAL/ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/PROVA II) A oferta para determinado produto foi modelada pela função y = 90 – 1,2x, em que y representa o preço unitário para uma oferta de x unidades do produto. A demanda para o mesmo produto foi modelada pela função y = 1,4x + 12, em que x representa o número de unidades procuradas quando o preço do produto é y. Nessas condições, as coordenadas para o ponto de equilíbrio de mercado, isto é, o ponto em que a oferta é igual à demanda, são:

a) (50, 30).
b) (40, 42).
c) (30, 54).
d) (20, 66).
e) (10, 78).

Para encontrar o ponto em comum entre duas retas não paralelas, utilizamos um sistema linear.

$$Oferta = 90 - 1{,}2x \qquad \text{(I)}$$

$$Demanda = 1{,}4x + 12 \qquad \text{(II)}$$

Vamos, então, igualar a oferta e a demanda, isto é, as equações (I) e (II); teremos:

$$90 - 1{,}2x = 1{,}4x + 12$$

Em seguida, podemos isolar a incógnita x:

$$1{,}4x + 1{,}2x = 90 - 12$$

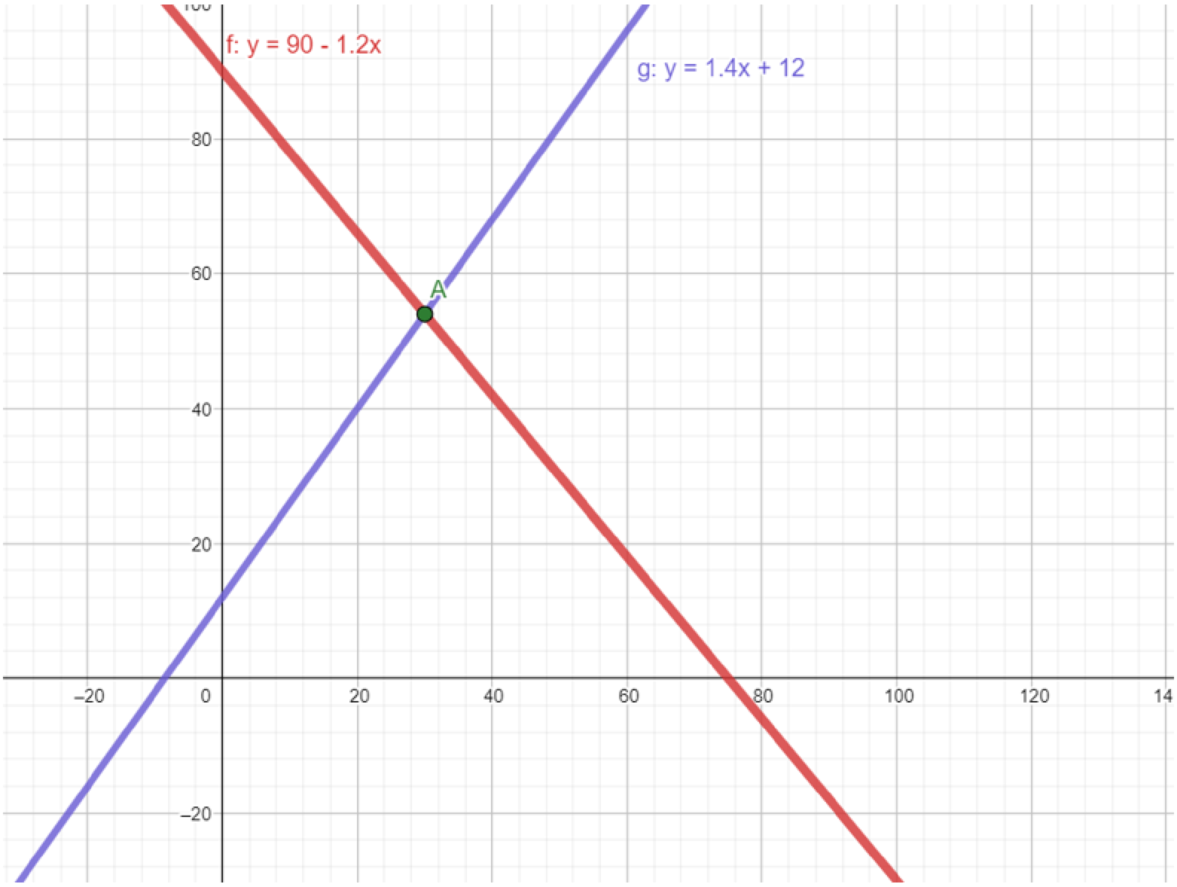
$$2{,}6x = 78$$

$$x = 30$$

Substituindo o valor de x na equação (II) da demanda, teremos:

$$y = 1{,}4 \cdot 30 + 12 = 54$$

O ponto de interseção é o (30, 54) e está esquematizado na figura abaixo:



Letra c.

---

055. (FCC/2019/SEFAZ-BA/AUDITOR-FISCAL/ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/PROVA II) A função receita diária, em reais, de determinada empresa de consultoria financeira é dada por r(x) = 750x, em que x é o número de consultorias realizadas por dia. Seja a função custo diário c(x), em reais, dessa mesma empresa dada por c(x) = 250x + 10000. O número de consultorias que precisariam ser realizadas, por dia, para que fosse obtido um lucro diário L(x), definido como L(x) = r(x) – c(x), de 5 mil reais é igual a

a) 10.
b) 15.
c) 20.
d) 25.
e) 30.

O lucro diário L(x) é definido por:

$$L(x) = r(x) - c(x) = 750x - (250x + 10000)$$

$$L(x) = 750x - 250x - 10000$$

$$L(x) = 500x - 10000$$

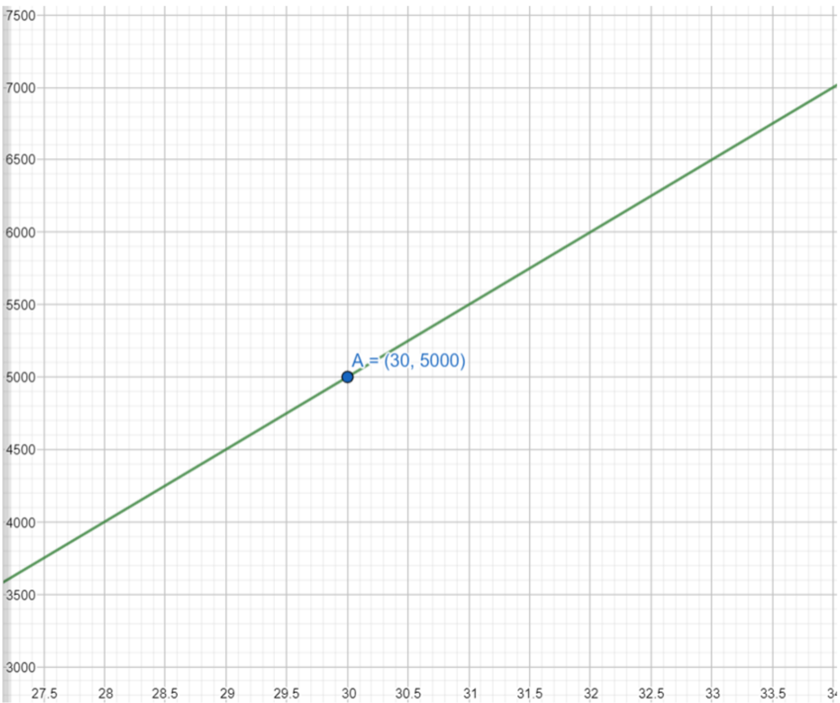
Se o nosso objetivo de lucro é R$ 5.000,00, temos que L(x)=5.000.

$$5000 = 500x - 10000$$

$$500x = 15000$$

$$\therefore x = \frac{15000}{500} = \frac{150}{5} = 30$$

São necessárias, portanto, 30 consultorias diárias.
A figura abaixo demonstra as consultorias necessárias para um lucro de R$ 5.000,00.



Letra e.

056. (FCC/2019/SEFAZ-BA/AUDITOR-FISCAL/ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/PROVA II) Após licitação, notebooks foram adquiridos por secretaria municipal, no valor unitário de 12 mil reais. Suponha que o preço do equipamento (y) seja uma função y = mx + n, sendo x o número de anos de utilização do equipamento, com m e n parâmetros reais. Considerando que na época inicial (x = 0) tem-se que y = 12 mil reais e que para x = 7 o valor de y é igual a 800 reais, o valor do equipamento para x = 4 é igual a, em reais,

a) 4200.
b) 4600.
c) 5200.
d) 5600.
e) 7200.

O coeficiente de inclinação de uma reta é o termo que acompanha a variável independente **x** – nesse caso, é o coeficiente **m.** Como o preço do notebook é dado por uma função linear, podemos utilizar a ideia de que o coeficiente de inclinação é constante. Podemos calculá-lo pelos dados fornecidos para x = 0 e x = 7:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{800 - 12000}{7 - 0} = \frac{-11200}{7} = -1600$$

Podemos utilizar novamente o coeficiente de inclinação para calcular o preço do notebook para x = 4. Para isso, podemos comparar com o preço inicial – y(0) = 12000, quando x = 0.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - 12000}{4 - 0} = -1600$$

$$\frac{y - 12000}{4} = -1600 \therefore y - 12000 = -4.1600$$

$$y - 12000 = -6400$$

$$\therefore y = 12000 - 6400 = 5600$$

Outra forma de resolver o problema é utilizar a equação que foi fornecida para o preço do notebook:

$$y = mx + n$$

Para x = 0, temos:

$$y = m \cdot 0 + n = 12000$$

$$n = 12000$$

Para x = 7, temos:

$$y = m \cdot 7 + 12000 = 800$$

$$7m = 800 - 12000$$

$$7m = -11200$$

$$m = -1600$$

A equação que define o valor do notebook é, portanto:

$$y = -1600x + 12000$$

Para x=4, temos que o preço do notebook é:

$$y = -1600 \cdot 4 + 12000 = -6400 + 1200 = R\$\, 5.600{,}00$$

Letra d.

---

057. (FCC/2019/SEFAZ-BA/AUDITOR-FISCAL/TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO/PROVA II) Uma empresa estimou o custo unitário para produzir determinada peça de computador em 50 centavos de real. Considerando o custo fixo para a linha de produção dessa peça em 5 mil reais semanais, para obter um lucro semanal de 2 mil reais o número de milhares de unidades que seria preciso vender a 1 real cada é de

a) 7.
b) 9.
c) 11.
d) 14.
e) 16.

Nesse problema, o custo de produção da peça foi fornecido em duas partes:

- **custo fixo (b):** são custos que independem da quantidade de peças fabricadas;
- **custo variável (a):** são custos que são proporcionais à quantidade de peças fabricadas.

Dessa forma, podemos escrever o custo de produção como:

$$Custo = ax + b$$

No nosso problema, a é o custo variável, e b, o custo fixo.

$$a = 0{,}50$$

$$b = 5000$$

A função para o custo total é dada por:

$$Custo = 0{,}5x + 5000$$

O enunciado nos fornece informações suficientes para encontrar a receita das vendas da peça de computador.

Se cada peça é vendida por R$ 1,00, então a função da receita é, para x sendo o número de peças vendidas:

$$Receita = 1{,}00 \cdot x = x$$

Como o lucro é a diferença dos custos para a receita e o enunciado deseja um lucro de R$2.000, pode-se escrever:

$$L = Receita - Custos = 2000$$

$$L = \ x - (0{,}5x + 5000) = 2000$$

$$x - 0{,}5x - 5000 = 2000$$

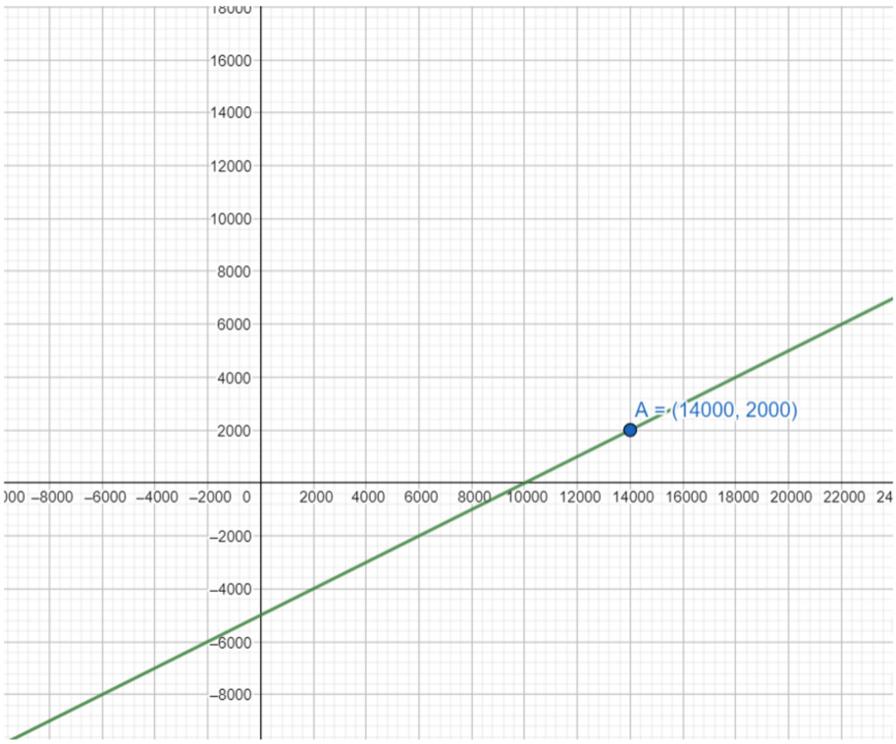
$$0{,}5x - 5000 = 2000$$

Então, podemos isolar o número de peças vendidas (x):

$$\therefore 0{,}5x = 5000 + 2000 = 7000$$

$$\therefore x = \frac{7000}{0{,}5} = 14000$$

A figura abaixo mostra o gráfico do lucro e o ponto questionado.



Letra d.

---

058. (FCC/2019/SEFAZ-BA/AUDITOR-FISCAL/TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO/PROVA II) Em uma negociação salarial, o sindicato representativo dos trabalhadores de uma empresa de alta tecnologia em manufatura de peças para computadores pediu 31,25 reais por hora de trabalho mais uma taxa adicional por empreitada de 7,05 reais por unidade inteira fabricada em cada hora. A empresa por sua vez ofereceu 12,03 reais por hora trabalhada mais 12,03 reais por taxa de empreitada por unidade inteira produzida por hora. Na audiência de negociação, foram estabelecidas equações para o salário por hora de cada uma das propostas em termos de n, o número inteiro de peças produzidas por hora. O valor por hora trabalhada mais a taxa de empreitada que a empresa ofereceu só é maior que o valor solicitado pelo sindicato quando

a) $n < 2$.
b) $n = 2$.
c) $n = 3$.
d) $n < 3$.
e) $n > 3$.

Em ambas as situações, o salário dos trabalhadores tem um componente fixo e um componente variável que é proporcional ao número de horas trabalhadas (n). Portanto, os salários dos trabalhadores, em ambas as propostas, serão expressos por uma função do 1º grau.

Para a proposta do sindicato, temos:

$$S = 31{,}25 + 7{,}05n$$

Já, para a contraproposta da empresa, o salário recebido pelo trabalhador será:

$$E = 12{,}03 + 12{,}03n$$

O enunciado deseja saber quando a proposta da empresa será melhor que a proposta do sindicato, isto é:

$$E > S$$

$$12{,}03 + 12{,}03n > 31{,}25 + 7{,}05n$$

$$12{,}03n - 7{,}05n > 31{,}25 - 12{,}03$$

$$4{,}98n > 19{,}22$$

$$n > \frac{19{,}22}{4{,}98}$$

$$n > 3{,}86$$

Como o número de peças produzidas por hora deve ser um número inteiro, então a quantidade mínima de peças a serem produzidas é igual a 4, que é maior que 3.

Assim, para que a proposta da empresa seja mais vantajosa para os trabalhadores do que a proposta do sindicato, ele deve produzir mais que 3 peças por hora trabalhada.

Letra e.

---

059. (FCC/2019/BANRISUL/ESCRITURÁRIO) Utilizando o método dos mínimos quadrados, obteve-se a equação de tendência $T_t = 15 + 2{,}5t$, sendo t = 1, 2, 3,..., com base nos lucros anuais de uma empresa, em milhões de reais, nos últimos 10 anos, em que t = 1 representa 2009, t = 2 representa 2010 e assim por diante. Por meio dessa equação, obtém-se que a previsão do lucro anual dessa empresa, no valor de 55 milhões de reais, será para o ano

a) 2021.
b) 2025.
c) 2024.
d) 2023.
e) 2022.

A equação da tendência de lucros anuais da empresa, em milhões de reais, é:

$$T_t = 15 + 2{,}5t$$

Se o objetivo é que a tendência de lucros seja igual a 55 milhões de reais, basta substituir esse valor na expressão de T_t:

$$55 = 15 + 2{,}5t$$

Isolando t, teremos:

$$2{,}5t = 55 - 15 = 40$$

$$2{,}5t = 40$$

$$\therefore t = \frac{40}{2{,}5} = \frac{400}{25} = 16$$

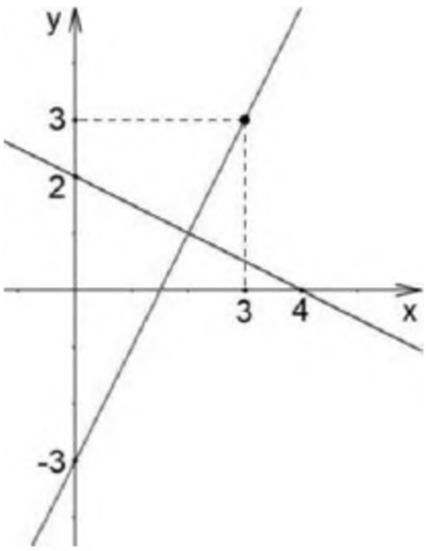
Se t = 1 corresponde a 2009, t = 16, 15 anos depois, corresponde a:

$$2009 + 15 = 2024$$

Letra c.

---

060. (IBADE/2018/PREFEITURA DE MANAUS-AM/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Considere duas funções representadas no Plano Cartesiano, na qual f é a função crescente e g é a função decrescente, ambas do tipo afim e de domínio Real.



Neste caso, pode-se afirmar que o conjunto solução de $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0$ está corretamente representado pelo intervalo:

a) $\left\{x \in \mathbb{R} \middle| \frac{3}{2} < x \leq 4\right\}$

b) $\left\{x \in \mathbb{R} \middle| \frac{3}{2} \leq x \leq 4\right\}$

c) $\left\{x \in \mathbb{R} \middle| x \leq \frac{3}{2}\ ou\ x \geq 4\right\}$

d) $\left\{x \in \mathbb{R} \middle| x < \frac{3}{2}\ ou\ x \geq 4\right\}$

Para resolver esta questão, lembre-se de que:

$$\frac{positivo}{positivo} = positivo$$

$$\frac{positivo}{negativo} = negativo$$

$$\frac{negativo}{positivo} = negativo$$

$$\frac{negativo}{negativo} = positivo$$

O segundo passo é encontrar as equações das retas.

A reta crescente, f(x), passa pelos pontos (0, −3) e (3, 3). Considerando que a equação geral da reta é $y = ax + b$, podemos calcular os coeficientes substituindo os pontos fornecidos no enunciado.

Substituindo (0, 3), temos:

$$-3 = 0a + b$$

$$b = -3$$

Substituindo (3, 3) e considerando b=-3, calculado anteriormente:

$$3 = 3a - 3$$

$$3a = 6$$

$$a = \frac{6}{3} = 2$$

A equação da reta crescente é $f(x) = y = 2a - 3$.

Agora, vamos encontrar a equação da reta decrescente, g(x).

Sabemos que esta reta passa pelos pontos (4, 0) e (0, 2). Substituindo estes pontos na equação geral $y = ax + b$, temos:

Para o ponto (4, 0):

$$0 = 4a + b$$

$$b = -4a$$

Para o ponto (0,2):

$$2 = 0.a + b$$

$$b = 2$$

Então:

$$2 = -4a$$

$$a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

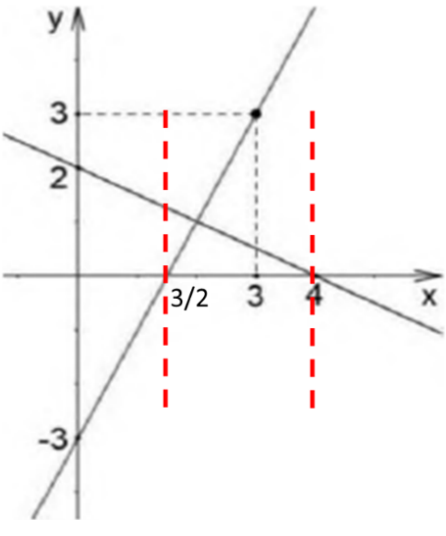
A reta crescente, cuja função é $g(x) = y = 2x - 3$, intercepta o eixo x quando y=0, isto é:

$$0 = 2x - 3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

A figura abaixo demonstra as mudanças de sinal para ambas as funções.



O sinal de uma função é definido observando se seus pontos estão acima ou abaixo do eixo x, para y>0 ou y<0.

Para $x < 3/2$, as duas funções possuem sinais distintos, então $\frac{g(x)}{f(x)} < 0$.

Para $\frac{3}{2} < x < 4$, as duas funções possuem sinais iguais, então $\frac{g(x)}{f(x)} > 0$.

Se incluirmos g(x)=0, temos: $\frac{3}{2} < x < 4$ e $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0$.

Assim, $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0 \leftrightarrow \frac{3}{2} < x \leq 4$.

Letra a.

GABARITO

1. a
2. e
3. c
4. d
5. b
6. e
7. a
8. b
9. a
10. b
11. d
12. a
13. d
14. d
15. d
16. e
17. d
18. d
19. c
20. d
21. c
22. c
23. d
24. e
25. C
26. E
27. C
28. E
29. C
30. E
31. E
32. C
33. b
34. b
35. b
36. c
37. b
38. a
39. c
40. a
41. b
42. a
43. d
44. d
45. c
46. b
47. d
48. a
49. c
50. c
51. d
52. c
53. c
54. c
55. e
56. d
57. d
58. e
59. c
60. a

Thiago Cardoso

Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.


LEI Nº 8.666/1993 - LICITAÇÃO
Avaliação
Comentário
Seu feedback é valioso. Você gostaria de deixar um comentário e assim nos ajudar a melhorar nossos produtos e serviços?
Obs: A avaliação da aula em pdf é exclusivamente pedagógica. Clique aqui para relatar problemas técnicos, pois serão desconsiderados deste canal.
Sim, salvar comentário.
Não, obrigado.
NÃO SE ESQUEÇA DE AVALIAR ESTA AULA!
SUA OPINIÃO É MUITO IMPORTANTE PARA MELHORARMOS AINDA MAIS NOSSOS MATERIAIS.
ESPERAMOS QUE TENHA GOSTADO DESTA AULA!
PARA AVALIAR, BASTA CLICAR EM LER A AULA E, DEPOIS, EM AVALIAR AULA.
AVALIAR