MATEMÁTICA

Razão e Proporção, Regra de Três e Porcentagem

Livro Eletrônico

GRAN CURSOS ONLINE

SUMÁRIO

Apresentação

Olá, aluno(a)! Seja bem-vindo(a)!

Nesta aula, vamos falar sobre Regra de Três e Porcentagem, que é um tema bastante frequente em provas.

São conteúdos que possuem bastantes pegadinhas, portanto precisamos ficar de olho. Neste material, faremos uma análise bem detalhada dos principais tipos de questões que podem aparecer.

Após a teoria, você terá bastantes questões para resolver, tendo em vista que a Matemática requer bastante aprofundamento.

Aproveita e me segue no Instagram (@math.gran), pois lá também eu sempre posto muitas dicas.

RAZÃO E PROPORÇÃO, REGRA DE TRÊS E PORCENTAGEM

1. Razão e Proporção

Uma razão nada mais é do que uma fração. São exemplos de razões:

$$\frac{1}{3};\frac{3}{5}$$

Lê-se "1 está para 3" ou "3 está para 5".

Por outro lado, uma proporção diz respeito a uma relação de igualdades entre razões. Por exemplo:

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$$

Diz-se que "1 está para 3 assim como 2 está para 6".

Os casos mais interessantes de proporções, naturalmente, são aqueles que envolvem uma variável incógnita.

$$\frac{3}{5}=\frac{x}{4}$$

Esse tipo de equação pode ser resolvido com uma propriedade conhecida como **meio pelos extremos.** Numa proporção qualquer, é possível passar os termos pela igualdade, respeitando as seguintes regras:

- se o termo estiver no numerador, ele passará ao denominador;
- se o termo estiver no denominador, ele passará ao numerador.

Portanto, a nossa proporção pode ser resolvida passando o 4 pela igualdade. Como ele está no denominador, ele passará ao numerador.

$$\frac{3}{5}=\frac{x}{4}\therefore x=\frac{3.4}{5}=\frac{12}{5}=2{,}4$$

O meio pelos extremos é a técnica mais importante de resolução de problemas de Razão e Porcentagem. Absolutamente **tudo pode ser resolvido por ele**.

Porém, algumas questões acabam sendo um pouco mais complexas e pode ser útil conhecer algumas propriedades para facilitar. Vamos a elas.

1.1. Escala

As escalas são importantes proporções muito utilizadas em mapas. Como exemplo, tomemos o seguinte mapa extraído do Google Maps, mostrando os arredores do Parque Ibirapuera, em São Paulo.

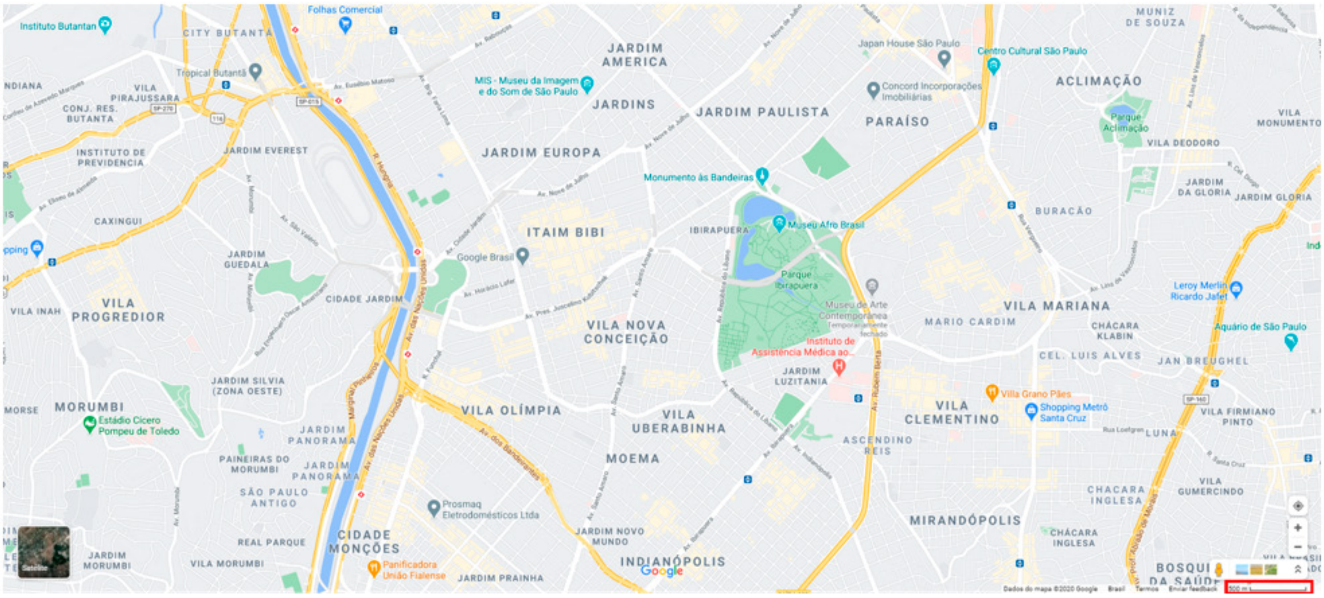
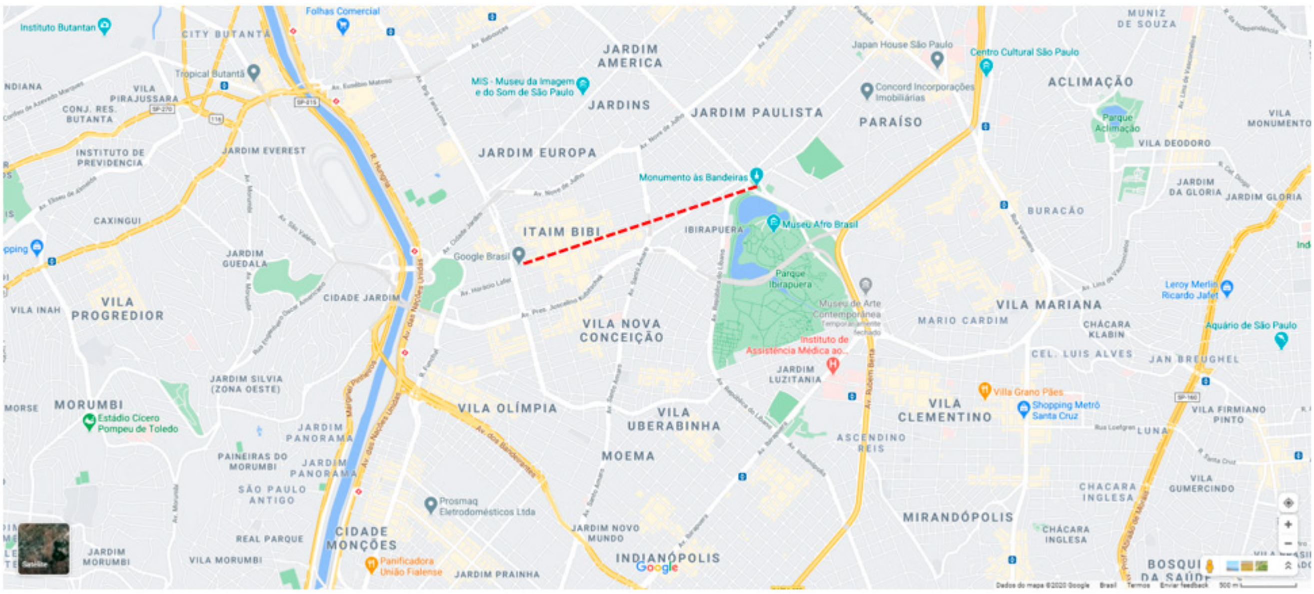


Figura 1: Exemplo de Mapa

A escala pode ser visualizada no canto inferior direito do mapa – está muito pequena, mas mostra a inscrição 500 m ao lado de um segmento de reta. Isso é uma escala. Se você imprimir essa folha em um papel A4, você verá que a medida desse segmento será igual a 6 mm.

Isso significa que um comprimento de 6 mm desenhado nesse mapa corresponde a 500 m de distância na realidade. Um exemplo de uso dessa escala pode ser feito para medir a distância entre o Monumento às Bandeiras, que fica próximo ao Parque Ibirapuera, e o Google Brasil.



A distância em linha entre os dois pontos mede 31 mm, se você imprimir essa página em uma folha A4. Dessa maneira, podemos utilizar a proporcionalidade da escala para determinar a distância real entre os dois pontos.

Desenho	**Real**
31 mm	500 m
6 mm	x

Montemos a proporção. Para isso, basta seguir as setas. A distância real está para a escala (500 metros), assim como o tamanho medido no desenho (31 mm) está para a escala (6 mm).

$$\frac{x}{500} = \frac{31}{6} \therefore x = 500 \cdot \frac{31}{6} \cong 2583\ m$$

Dessa forma, pelo nosso cálculo, a distância entre os dois pontos é igual a 2583 m.

Podemos calcular a distância real aproximada entre os dois pontos colocando no Google o caminho entre eles. Observe que o trajeto sugerido pelo site é ligeiramente maior que a distância real, porque não é uma linha reta, porém é uma distorção muito pequena. Note que a distância calculada pelo Google é igual a 2600 m, o que é bem próximo do que calculamos usando a escala.

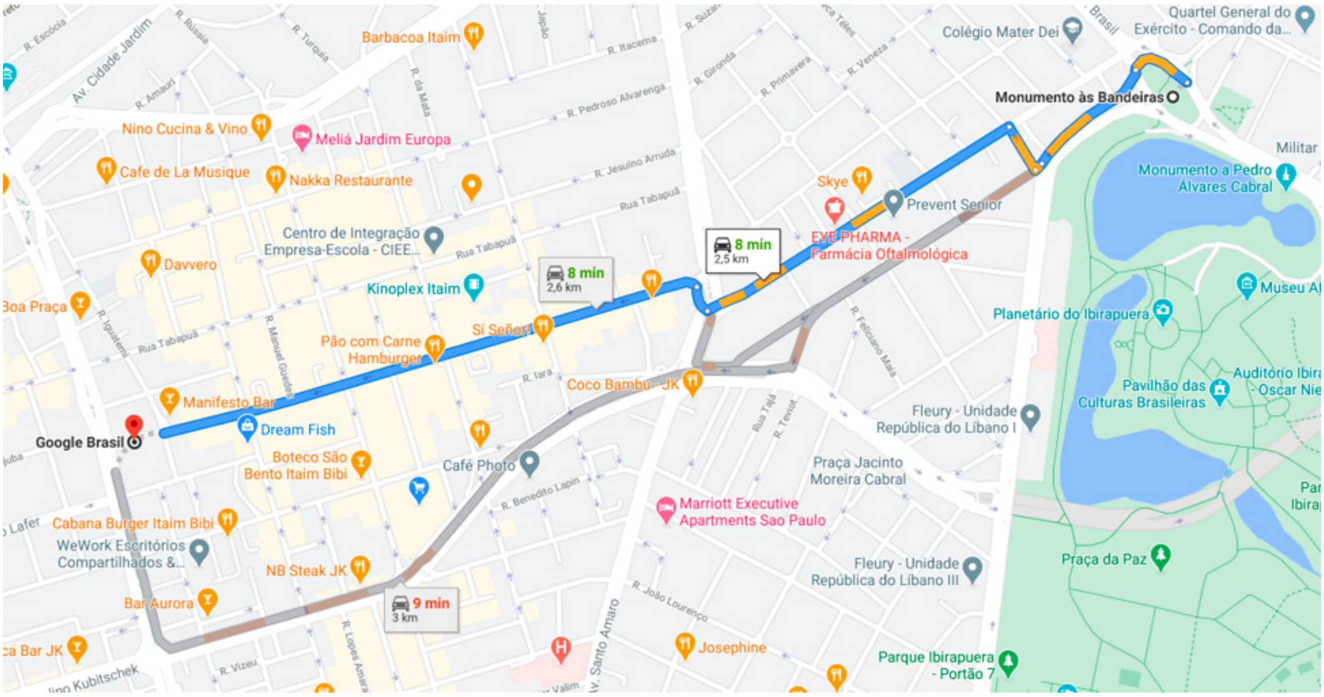


Figura 2: Distância Real entre os Pontos

1.2. Preço por Quilo

O preço por quilo é também uma das proporções mais utilizadas no nosso dia a dia. Ele tem a ideia de relacionar o quanto você está pagando por um alimento pela real quantidade que você está levando.

É muito comum fabricantes recorrerem a fazer um aumento velado de preços. Ou seja, eles mantêm o preço nominal, mas aumentam o preço do pacote. Porém, você será mais esperto(a) e saberá detectar essa situação calculando o preço por quilo.

Vejamos um exemplo: o biscoito X é vendido em pacotes de 200 g por R$ 7. Em determinado momento, ele passou a ser comercializado em pacotes de 140 g pelos mesmos R$ 7. Qual foi o aumento registrado no seu preço por quilo?

Nessa conta, utilizaremos o fato de que 1 kg é igual a 1000 g e que podemos transformar uma massa em gramas para quilos simplesmente dividindo por 1000. Dessa forma, 200 g é igual a 0,2 kg e 140 g é igual a 0,14 kg.

$$P_0 = \frac{preço\ do\ pacote}{peso\ do\ pacote} = \frac{7}{0{,}2} = R\$\ 35\ /kg$$

$$P_1 = \frac{preço\ do\ pacote}{peso\ do\ pacote} = \frac{7}{0{,}14} = R\$\ 50\ /kg$$

Portanto, o aumento do preço por quilo referente aos dois pacotes foi bastante significativo. Passou de R$ 35 para R$ 50.

Essa conta é muito útil também para comparar preços de dois produtos similares que são vendidos em embalagens diferentes.

Por exemplo, uma vez, em um grupo de aquarismo, algumas pessoas estavam revoltadas com os supostos preços absurdos das colas para corais. Segundo eles, era muito mais vantajoso usar uma cola tudo genérica muito utilizada em casa, porque ela custa apenas R$8, enquanto uma cola de coral é comercializada por R$150.

Mas vale notar que a cola de coral é vendida em um pacote de 100 g, enquanto dessa cola tudo pode comprada por R$8 um pacote de 3 g. Qual seria o preço por quilo dos dois produtos?

$$P_{cola\ coral} = \frac{preço\ do\ pacote}{peso\ do\ pacote} = \frac{150}{0{,}1} = R\$\ 1500\ /kg$$

$$P_{cola\ tudo} = \frac{preço\ do\ pacote}{peso\ do\ pacote} = \frac{8}{0{,}003} = R\$\ 2666{,}7\ /kg$$

Dessa forma, o preço por quilo da cola de coral é mais atrativo. É fato que o preço total de R$150 assusta inicialmente, porém a conta racional nos leva a concluir que realmente vale a pena comprar esse produto.

Direto do Concurso

001. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) Em um processo de pedido de patentes de um novo equipamento consta um desenho esquemático, desse mesmo equipamento, na escala 1:200. Com base nessa informação, julgue os itens a seguir.
Se o raio do parafuso no referido desenho for 0,05 cm, então o raio do parafuso real será 1 cm.

Sejam D e R as medidas do parafuso, respectivamente, no desenho e na realidade, temos que:

$$\frac{D}{R} = \frac{1}{200}$$

Segundo o enunciado, a medida no desenho é igual a D = 0,05 cm. Então, fazendo essa substituição, teremos:

$$\frac{0{,}05}{R} = \frac{1}{200} \therefore R = \frac{0{,}05.200}{1} = 10\ cm$$

Errado.

(CESPE/MEC/2009/AGENTE ADMINISTRATIVO) Levando em consideração que, em um supermercado, há biscoitos recheados de chocolate em embalagens de 130 g, 140 g e 150 g, com preços de R$ 1,58, R$ 1,68 e R$ 1,80, respectivamente, julgue os itens a seguir.

002. Proporcionalmente, os biscoitos nas embalagens de 130 g são mais baratos que aqueles nas embalagens de 140 g.

003. Proporcionalmente, os biscoitos nas embalagens de 140 g e 150 g saem pelo mesmo preço.

Nesse caso, o(a) aluno(a) deve comparar as proporções entre o preço do pacote e a massa.

$P_{130} = \frac{1,58}{130} = 0,01215$	$P_{140} = \frac{1,68}{140} = 0,012$	$P_{140} = \frac{1,80}{150} = 0,012$

A propósito, vou te ajudar com a simplificação do preço por grama da embalagem de 140g.

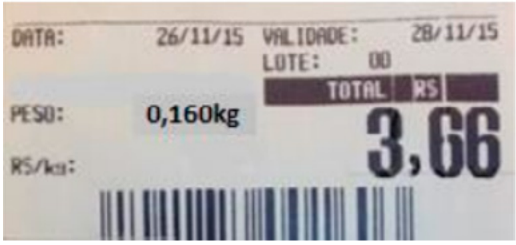
$$\frac{1{,}68}{140} = \frac{168}{14000}\ por\ 2\ \frac{84}{7000}\ por\ 7\ \frac{12}{1000} = 0{,}012$$

Dessa maneira, podemos concluir que o pacote de 130g é ligeiramente mais caro proporcionalmente que os pacotes de 140g e 150g. Já os pacotes de 140g e 150g guardam a mesma proporção.

Errado/Certo.

---

004. (FGV/MRE/2016) Em um supermercado uma embalagem com certa quantidade de frios fatiados estava com a etiqueta abaixo sem a informação R$/kg.



O preço aproximado de 1,0kg desse produto é:

a) R$20,50
b) R$21,10
c) R$21,80
d) R$22,30
e) R$22,90

O preço a ser pago pelos frios é **diretamente proporcional** ao peso do produto.

Preço	Peso do Produto
3,66	0,160
x	1

As setas evidenciam que o preço a ser pago pelo produto **cresce com o peso.** Dessa maneira, podemos montar a Regra de Três seguindo as setas.

$$\frac{x}{3{,}66} = \frac{1}{0{,}160}$$

$$x = \frac{3{,}66}{0{,}160} = 22{,}875$$

Letra e.

1.3. Propriedades das Proporções

É possível fazer muitas manipulações com os números de uma proporção. Por exemplo:

- **Somas Externas:** é possível somar os numeradores e os denominadores da proporção. Essa soma ainda preserva a proporção original.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Essa propriedade é muito importante para resolver questões envolvendo Regra da Sociedade.

- **Somas Internas:** é possível somar o numerador no denominador. Nesse caso, a proporção original não se preserva.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

É possível, ainda, trocar o numerador pelo denominador ao efetuar essa soma interna, desde que o mesmo procedimento seja feito do outro lado da proporção.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

- **Soma com Produto por Escalar:** é possível multiplicar o numerador ou o denominador por um número real qualquer e efetuar as somas internas. É importante destacar que as mesmas operações devem ser feitas em ambos os lados da proporção.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+2b}{b} = \frac{c+2d}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

Com essa lista de propriedades, acredito que você terá condições de resolver rapidamente qualquer questão que envolva Razão e Proporção.

Direto do Concurso

005. (FGV/IBGE/2017/AGENTE CENSITÁRIO ADMINISTRATIVO) Na equipe de Mário há 6 mulheres a mais do que homens. Sabendo que essa equipe tem ao todo 60 membros, a razão do número de mulheres para o número de homens é:

a) 6/5

b) 5/4
c) 3/5
d) 20/11
e) 11/9

Seja M o número de mulheres e H o número de homens, tem-se que:

- o número de mulheres M excede o número de homens em 6 unidades;

$$M = H + 6$$

- o total de membros na equipe – homens e mulheres – é igual a 60.

$$M + H = 60$$

Agora, podemos substituir:

$$(H + 6) + H = 60$$

$$2H = 60 - 6 = 54$$

$$\therefore H = \frac{54}{2} = 27$$

Agora, temos o número de mulheres.

$$\therefore M = H + 6 = 27 + 6 = 33$$

Agora, calculemos a razão entre o número de mulheres e o de homens.

$$\frac{M}{H} = \frac{33}{27}$$

Podemos simplificar a fração por 3, ou seja, dividir tanto o numerador como o denominador por 3.

$$\frac{M}{H} = \frac{33}{27}\ por\ 3 = \frac{11}{9}$$

Letra e.

1.4. Regra da Sociedade

Um dos tópicos mais comuns em questões de prova é “dividir uma determinada quantia, por exemplo R$11.000, em partes proporcionais a 2, 3 e 6”.

O passo a passo que devemos aprender é bem simples:

- Montar o sistema de proporções utilizando divisões. Se A, B e C são diretamente proporcionais a 2, 3 e 6, então:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{6}$$

- Resolver usando a propriedade de somas externas.

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{6} = \frac{A+B+C}{2+3+6}$$

A quantia total a ser distribuída, nesse exemplo, é igual a R$11.000. Portanto, podemos escrever:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{6} = \frac{11000}{11} = 1000$$

Agora, basta calcular cada fator:

$$\frac{A}{2} = 1000 \therefore A = 2.1000 = 2000$$

$$\frac{B}{3} = 1000 \therefore B = 3.1000 = 3000$$

$$\frac{C}{6} = 1000 \therefore C = 6.1000 = 6000$$

Vejamos mais exemplos agora com questões de prova.

Direto do Concurso

006. (FGV/IBGE/2017/RECENSEADOR) A quantia de 900 mil reais deve ser dividida em partes proporcionais aos números 4, 5 e 6. A menor dessas partes corresponde a:

a) 210 mil reais
b) 240 mil reais
c) 270 mil reais
d) 300 mil reais
e) 360 mil reais

Vamos chamar de A, B e C as quantias a serem distribuídas. Em primeiro lugar, devemos entender o sentido de números proporcionais. Dizer que A é proporcional a 4, B é proporcional a 5 e C é proporcional a 6 significa que as razões A/4, B/5 e C/6 são iguais.

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6}$$

Além disso, é importante lembrar que sabemos a soma A + B + C, pois isso equivale à quantia total a ser distribuída, ou seja, os 900 mil.

Por isso, podemos usar as propriedades de Razão e Proporção, podemos somar os numeradores e os denominadores.

$$\frac{A}{4} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6} = \frac{A+B+C}{4+5+6} = \frac{900000}{15} = 60000$$

A menor dessas partes é aquela que é proporcional a 4.

$$\frac{A}{4} = 60000 \therefore A = 4.60000 = 240000$$

Letra b.

Existe outra forma de visualizar o procedimento ensinado, que será mostrado a seguir:

- calcule o peso global, somando todos os pesos da regra da sociedade:

$$Total = \ 2 + 3 + 6 = 11.$$

- calcular a fração correspondente a cada peso como a razão entre o peso e o total calculado acima:

$$\boldsymbol{A = \frac{2}{11} \qquad B = \frac{3}{11} \qquad C = \frac{6}{11}} \cdot$$

- o quinhão referente a cada um dos pesos pode ser obtido multiplicando-se a fração obtida acima pela quantia total:

$$A = \frac{2}{11} \cdot 11000 = 2.1000 = 2000$$

$$B = \frac{3}{11} \cdot 11000 = 3.1000 = 3000$$

$$C = \frac{6}{11} \cdot 11000 = 6.1000 = 6000$$

Você pode utilizar qualquer um dos métodos. Eles sempre chegarão ao mesmo resultado. Vamos treinar uma questão agora que envolve.

Direto do Concurso

007. (CESPE/SEFAZ-RS/2018/AUDITOR-FISCAL) João, Pedro e Tiago, três investidores amadores, animados com a popularização das criptomoedas, investiram 12, 14 e 24 mil reais, respectivamente, em moeda virtual. Após uma semana do investimento, eles perceberam que o prejuízo acumulado, que era de 8 mil reais, deveria ser dividido entre os três, em proporção direta aos valores investidos. Nessa situação, em caso de desistência do investimento após a constatação do prejuízo, João, Pedro e Tiago receberão, respectivamente, as quantias, em reais, de

a) 9.340, 11.340 e 21.340.
b) 10.080, 11.760 e 20.160.
c) 11.920, 13.240 e 22.840.
d) 2.660, 2.660 e 2.660.
e) 1.920, 2.240 e 3.840.

Como o prejuízo de R$ 8.000,00 reais será dividido diretamente proporcional ao investimento inicial de cada amigo, podemos obter o quanto o dinheiro investido pelos participantes corresponde em relação ao total que foi investido. O total investido corresponde à soma do que cada um investiu:

$$Total = 12000 + 14000 + 24000 = 50000$$

O percentual de participação de cada um dos investidores pode ser obtido como a razão entre o que eles investiram individualmente e o total investido.

$$\%João = \frac{dinheiro\ investido}{total} = \frac{12000}{50000} = 0{,}24 = 24\%$$

$$\%Pedro = \frac{14000}{50000} = 0{,}28 = 28\%$$

$$\%Tiago = \frac{24000}{50000} = 0{,}24 = 48\%$$

Sabemos que o prejuízo dos três somado foi igual a R$8 mil e que esse prejuízo deve ser dividido entre eles proporcionalmente à sua participação. Dessa forma, João deve absorver 24% do prejuízo, Pedro deve absorver 28% e Tiago 48%. Façamos as contas.

$$J = 0{,}24.50000 = R\$\ 1.920{,}00$$

$$P = 0{,}24.50000 = R\$\ 2.240{,}00$$

$$T = 0{,}24.50000 = R\$\ 3.840{,}00$$

Outra forma de resolver essa questão é usando a propriedade de somas externas. Sendo os valores a serem pagos por João, Pedro e Thiago, dados por J, P e T, respectivamente, tem-se a seguinte proporção:

$$\frac{J}{12000} = \frac{P}{14000} = \frac{T}{24000}$$

Com o uso das propriedades de razão e proporção, temos:

$$\frac{J}{12000} = \frac{P}{14000} = \frac{T}{24000} = \frac{J + P + T}{12000 + 14000 + 24000} = \frac{8000}{50000} = 0{,}16$$

Pois a soma das dívidas de cada um deles é R$ 8.000,00 (valor total).
Para encontrar os valores pagos por cada um deles, basta utilizar as igualdades:

$$\frac{J}{12000} = 0{,}16 \therefore J = 0{,}16.12000 = 1920$$

$$\frac{P}{14000} = 0{,}16 \therefore P = 0{,}16.14000 = 2240$$

$$\frac{T}{24000} = 0{,}16 \therefore T = 0{,}16.24000 = 3840$$

O exercício nos pede os valores que cada um dos colegas receberia em caso desistência. Isto é, o valor investido menos o valor pago referente ao prejuízo. Por este motivo, seus montantes serão de:

$$M_J = 12000 - 1920 = R\$\ 10.080{,}00$$

$$M_P = 14000 - 2240 = R\$\ 11.760{,}00$$

$$M_T = 24000 - 3840 = R\$\ 20.160{,}00$$

Letra b.

---

008. (FCC/SABESP/2018/ESTAGIÁRIO DE NÍVEL SUPERIOR) Cento e quarenta tarefas anuais serão distribuídas entre 4 funcionários diretamente proporcional ao tempo de empresa de cada um. Dois dos funcionários têm 6 anos de empresa. Dos 4 funcionários, aquele que tem mais tempo de empresa possui o triplo dos anos de empresa do único funcionário dos 4 com menos de 6 anos de empresa. Se a média aritmética simples dos anos de empresa dos 4 funcionários é de 7 anos, o funcionário com mais anos de empresa receberá a quantidade de tarefas anuais igual

a) 65
b) 64
c) 58
d) 66
e) 60

Sabe-se que os funcionários A e B possuem 6 anos de empresa. O funcionário C possui x anos, e o D 3x anos.
Sabe-se também que a média aritmética é igual a 4 anos. Portanto, podemos escrever:

$$\frac{6+6+x+3x}{4} = \frac{12+4x}{4} = 3 + x = 7 \therefore x = 4\ anos$$

Logo, o funcionário com menor tempo de empresa tem 4 anos de trabalho, e o de maior tempo possui 3*4=12 anos de empresa.

Da proporção de tarefas distribuídas, tem-se:

$$\frac{A}{6}=\frac{B}{6}=\frac{C}{4}=\frac{D}{12}$$

Usando a propriedade das somas internas, tem-se:

$$\frac{A}{6}=\frac{B}{6}=\frac{C}{4}=\frac{D}{12}=\frac{A+B+C+D}{6+6+4+12}=\frac{A+B+C+D}{28}=\frac{140}{28}=5$$

Logo, o funcionário com mais anos de empresa (D) receberá:

$$\frac{D}{12}=5 \therefore D=60\ tarefas$$

Letra e.

1.4.1. Com Grandezas Inversamente Proporcionais

É um tipo menos comum de questão, mas não menos importante. Consiste em distribuir uma quantia S a três pessoas, de modo que cada uma receba um quinhão inversamente proporcional a três números, por exemplo, 2, 3 e 6.

Na proporcionalidade direta, temos que a razão entre o quinhão e o número proporcional a que se refere é constante. Por outro lado, na proporcionalidade inversa, temos que **o produto é constante**.

Por exemplo, suponha que queiramos dividir 740 mil, porém, em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6. Para isso, chamando A, B e C das quantias a serem distribuídas, temos:

$$4A=5B=6C$$

Por outro lado, permanece verdade que:

$$A+B+C=740000$$

Gostaríamos de usar as conhecidas propriedades de razão e proporção, porém temos um produto:

$$4A = 5B = 6C$$

E nós não conhecemos nenhuma propriedade para os produtos. Porém, uma maneira simples de resolver esse problema é dividindo pelo MMC entre 4, 5 e 6.

4,	**5,**	**6**	2
2,	5,	3	2
1,	5,	3	3
1,	5,	1	5
1,	1,	1	$=2^2.3.5=60$

Agora, podemos dividir a proporção encontrada por 60.

$$4A = 5B = 6C\ (:60)$$

$$\frac{4A}{60} = \frac{5B}{60} = \frac{6C}{60}$$

Agora, podemos simplificar.

$$\frac{A}{15} = \frac{B}{12} = \frac{C}{10}$$

Chegamos a uma proporção típica. Agora, podemos somar os numeradores e denominadores.

$$\frac{A}{15} = \frac{B}{12} = \frac{C}{10} = \frac{A+B+C}{15+12+10} = \frac{740000}{37} = 20000$$

Agora, podemos calcular todos os quinhões:

$$\frac{A}{15} = 20000 \therefore A = 15.20000 = 300000$$

$$\frac{B}{12} = 20000 \therefore B = 12.20000 = 240000$$

$$\frac{C}{10} = 20000 \therefore C = 10.20000 = 200000$$

Resumindo: quando se deseja dividir uma quantia em números inversamente proporcionais, precisamos:

- escrever que os produtos entre os quinhões a que faz jus cada participação e os números fornecidos são iguais;
- dividir os produtos escritos acima pelo MMC;
- resolver o problema de razão e proporção usando a propriedade das somas externas.

DIRETO DO CONCURSO

009. (FGV/PREFEITURA DE OSASCO/SP/2014/AGENTE DE DEFESA CIVIL) Em uma equipe operacional com 24 membros, a razão entre o número de mulheres e o número de homens é 3 /5. Nessa equipe, o número de homens a mais do que o de mulheres é de:

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 8

Sejam H e M, respectivamente, o número de homens e mulheres na equipe, já sabemos que:

$$\frac{M}{H} = \frac{3}{5} \therefore \frac{M}{3} = \frac{H}{5}$$

Usamos a propriedade de Razão e Proporção para escrever a proporção de uma maneira mais conveniente.

Agora, podemos nos lembrar de que o total da equipe é de membros, ou seja:

$$M + H = 24$$

Agora, podemos somar os numeradores e denominadores da proporção.

$$\frac{M}{3} = \frac{H}{5} = \frac{M + H}{3 + 5} = \frac{24}{8} = 3$$

Temos duas maneiras de terminar o problema. Podemos calcular separadamente o número de homens e de mulheres.

$$\frac{M}{3} = 3 \therefore M = 3.3 = 9$$

$$\frac{H}{5} = 3 \therefore H = 3.5 = 15$$

Portanto, o número de homens supera o número de mulheres em 6 unidades.

Outra maneira de resolver o problema é subtraindo os numeradores e denominadores da proporção.

$$\frac{M}{3} = \frac{H}{5} = 3$$

$$\frac{M}{3} = \frac{H}{5} = \frac{H-M}{5-3} = 3$$

$$\frac{H-M}{5-3} = 3 \therefore \frac{H-M}{2} = 3 \therefore H - M = 3.2 = 6$$

Letra d.

---

010. (FCC/DPE-RS/2017/ANALISTA PROCESSUAL) O diretor de uma empresa designou uma quantia que será distribuída para os três melhores funcionários do ano. O prêmio de cada um será inversamente proporcional ao total de pontos negativos que cada um obteve em suas respectivas avaliações. O funcionário que mais recebeu tinha uma avaliação com apenas 12 pontos negativos, o segundo colocado obteve 15 pontos negativos e o terceiro colocado com 21 pontos negativos. Sabendo que a quantia total a ser distribuída é R$ 24.900,00, o maior prêmio superará o menor prêmio em exatos:

a) R$ 2.420,00
b) R$ 3.990,00
c) R$ 7.530,00
d) R$ 6.180,00
e) R$ 4.500,00

Querem saber a premiação de três funcionários (A, B e C). Devemos nos lembrar de que, quando se tem números *inversamente proporcionais*, **o produto é constante**.

$$12A = 15B = 21C$$

Sabemos ainda que a soma dos valores recebidos é:

$$A + B + C = 24900$$

Nós sabemos das propriedades da razão e proporção, mas não estudamos nenhuma propriedade sobre produtos. Por isso, o que eu recomendo é dividir pelo MMC entre 12, 15 e 21.

12,	**15,**	**21**	2
6,	15,	21	2
3,	15,	21	3
1,	5,	7	5
1,	1,	7	7
1,	1,	1	$=2^2.3.5.7=420$

Dividindo tudo por 420.

$$12A = 15B = 21C(:420)$$

$$\frac{12A}{420} = \frac{15B}{420} = \frac{21C}{420}$$

Agora, façamos as simplificações:

$$\frac{A}{35} = \frac{B}{28} = \frac{C}{20}$$

Podemos, agora, somar os numeradores e os denominadores:

$$\frac{A}{35} = \frac{B}{28} = \frac{C}{20} = \frac{A+B+C}{35+28+20} = \frac{24900}{83} = 300$$

Poderíamos calcular cada um dos termos, porém, como queremos só a diferença, podemos calcular direto:

$$\frac{A}{35} = \frac{C}{20} = 300$$

$$\frac{A}{35} = \frac{C}{20} = \frac{A-C}{35-20} = 300$$

$$\frac{A-C}{15} = 300 \therefore A - C = 300.15 = 4500$$

Letra e.

---

011. (CESPE/MDIC/2014/AGENTE ADMINISTRATIVO) Caso toda a produção de uma fábrica seja destinada aos públicos infantil, jovem e adulto, de modo que as porcentagens da produção destinadas a cada um desses públicos sejam inversamente proporcionais, respectivamente, aos números 2, 3 e 6, então mais de 30% da produção dessa fábrica destinar-se-á ao público jovem.

Uma questão muito interessante que misturou vários conceitos.
Sendo I, J e A as proporções de peças destinadas, respectivamente, aos públicos infantil, jovem e adulto da fábrica, sabemos que as grandezas em questão são inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 6. Portanto, tem-se:

$$2I = 3J = 6A$$

É sempre interessante transformar esse produto em razão. Isso pode ser feito de duas formas. A primeira delas seria dividir pelo MMC entre os termos que é 12. Porém, eu gostaria de mostrar uma outra forma para você.

$$\frac{I}{1/2} = \frac{J}{1/3} = \frac{A}{1/6}$$

Obs.: daqui, temos mais uma importante interpretação a respeito da Regra de Três Inversa. Quando A é inversamente proporcional a B, podemos dizer também que A é diretamente proporcional ao inverso de B, ou seja, a 1/B.

Usando a propriedade das somas das proporções, tem-se:

$$\frac{I}{1/2} = \frac{J}{1/3} = \frac{A}{1/6} = \frac{I + J + A}{1/2 + 1/3 + 1/6}$$

A soma das proporções dos três grupos corresponde a 100%. Portanto, tem-se que:

$$3J = \frac{100\%}{\frac{3+2+1}{6}} = \frac{100\%}{6/6} = 100\% \therefore J = \frac{100}{3}\% = 33{,}33\%$$

Certo.

---

2. Regra de Três

A Regra de Três é um método prático para resolver problemas envolvendo grandezas proporcionais.

2.1. Regra de Três Simples

A Regra de Três Simples envolve apenas duas grandezas. São elas:

- **Grandeza dependente:** é aquela cujo valor se deseja calcular a partir da grandeza explicativa;
- **Grandeza explicativa ou independente:** é aquela utilizada para calcular a variação da grandeza dependente.

Existem dois tipos principais de proporcionalidades que aparecem frequentemente em provas de concursos públicos;

- **Grandezas diretamente proporcionais:** o aumento de uma grandeza implica o aumento da outra;
- **Grandezas inversamente proporcionais:** o aumento de uma grandeza implica a redução da outra.

A forma mais adequada de resolver os problemas sobre Regra de Três é separar a grandeza dependente e raciocinar se ela deve aumentar ou diminuir quando cada uma das grandezas aumenta.

Para determinar se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais, não existe um manual ou um método. É preciso utilizar o bom senso e o seu conhecimento de mundo. Mas não se preocupe, as questões não serão muito profundas nesse tipo de análise. As bancas estão mais interessadas em saber se você é capaz de montar e resolver o problema.

Vamos esquematizar.

Diretamente Proporcionais

- Quando uma aumenta, a outra também aumenta;
- As setas são construídas no mesmo sentido;
- $\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2}$;

Inversamente Proporcionais

- Quando uma aumenta, a outra diminui;
- As setas são construídas em sentidos opostos;
- $A_1B_1 = A_2B_2$

Direto do Concurso

012. (INÉDITA/2021/2021) Com uma área de absorção de raios solares de 1, 2m2, uma lancha com motor movido a energia solar consegue produzir 400 watts por hora de energia. Aumentando-se essa área para 1,5m2, qual será a energia produzida?

A proporcionalidade pode ser expressa graficamente por meio de setas – é uma forma visual bastante simples de entender o problema. Primeiro, desenhamos a seta de crescimento da variável dependente, que é a produção de energia.

Produção de Energia	Área de Absorção
400	1,2
x	1,5

Agora, utilizamos o raciocínio de que a energia solar produzida pela lancha cresce com o aumento da área de absorção de raios solares. Portanto, essas grandezas são diretamente proporcionais.

As setas verdes devem mostrar que a produção de energia cresce com a área de absorção.

Produção de Energia	Área de Absorção
400	1,2
x	1,5

Obs.: as setas não precisam se relacionar com o sentido real de crescimento. Elas precisam apenas mostrar se o aumento da área de absorção provoca um aumento ou redução na produção de energia.

Para montar a Regra de Três, devemos seguir o sentido das setas. As setas partem de baixo para cima. Portanto, escrevemos x (base da seta) no numerador e o 400 (topo da seta) no denominador. Do outro lado, adotamos o mesmo procedimento.

$$\frac{x}{400} = \frac{1,5}{1,2}$$

Agora, basta resolver a proporcionalidade utilizando simplificações e a propriedade dos meios pelos extremos.

$$\frac{x}{400} = \frac{1,5}{1,2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5.400}{4} = 5.100 = 500$$

A unidade se conserva, portanto, a produção de energia será de 500 watts por hora.
500.

---

013. (INÉDITA/2021/2021) Um trem, deslocando-se a uma velocidade média de 400Km/h, faz um determinado percurso em 3 horas. Em quanto tempo faria esse mesmo percurso, se a velocidade utilizada fosse de 480km/h?

Mais uma vez, recorrermos à representação por meio de setas para facilitar a visualização do problema. Primeiro, desenhamos a seta de crescimento da variável dependente, que é o tempo.

Tempo	Velocidade
3	400
x	480

Agora, utilizamos o raciocínio de que, quanto maior a velocidade do trem, mais rapidamente ele chegará ao seu destino, ou seja, em um tempo menor. Portanto, o tempo de duração da viagem é **inversamente proporcional** à velocidade do trem.
Por isso, a seta de crescimento da velocidade deve ser construída no **sentido oposto.** Se a seta do tempo está para cima, a seta da velocidade deve estar para baixo.
Para montar a Regra de Três, devemos seguir o sentido das setas. As setas partem de baixo para cima. Portanto, escrevemos x (base da seta) no numerador e o 3 (topo da seta) no denominador. Do outro lado, adotamos o mesmo procedimento.

$$\frac{x}{3} = \frac{400}{480}$$

Agora, basta calcular o valor de x utilizando as propriedades das proporções.

$$x = \frac{400.3}{480} = \frac{400}{160} = \frac{100}{40} = \frac{25}{10} = 2{,}5h$$

O trem levará 2,5h para completar seu trajeto. Conforme previmos, com o aumento da velocidade, o trem chegará mais rápido ao seu destino.

2,5.

---

014. (CESPE/TJ/PA/2020/ANALISTA JUDICIÁRIO/PROGRAMADOR) Determinado equipamento é capaz de digitalizar 1.800 páginas em 4 dias, funcionando 5 horas diárias para esse fim. Nessa situação, a quantidade de páginas que esse mesmo equipamento é capaz de digitalizar em 3 dias, operando 4 horas e 30 minutos diários para esse fim, é igual a

a) 2.666.
b) 2.160.
c) 1.215.
d) 1.500.
e) 1.161.

Pelo enunciado, infere-se que se trata de grandezas diretamente proporcionais. Quanto maior o número de horas funcionando, maior o número de páginas digitalizadas. Conforme esquema abaixo:

Páginas digitalizadas	Tempo total em horas
1800	5*4=20 h
x	4,5*3=13,5 h

A proporção, por meio dos sentidos das setas, se torna:

$$\frac{1800}{x} = \frac{20}{13{,}5}$$

Fazendo o meio pelos extremos, temos:

$$\therefore x = 1215 \text{ páginas digitalizadas}$$

Letra c.

---

015. (VUNESP/MPE-SP/2016) Para as cadeiras em um auditório, 6 funcionários, todos com a mesma capacidade de produção, trabalharam por 3 horas. Para fazer o mesmo trabalho, 20 funcionários, todos com o mesmo rendimento dos iniciais, deveriam trabalhar um total de tempo, em minutos, igual a:

a) 48
b) 50
c) 46
d) 54
e) 52

Como o trabalho é o mesmo, as únicas grandezas envolvidas no problema são a quantidade de funcionários e o tempo necessário para o trabalho.

O tempo é a grandeza dependente. E, quanto mais funcionários houver, mais rapidamente eles farão o trabalho; portanto, o tempo diminuirá. Sendo assim, o tempo e o número de funcionários são grandezas **inversamente proporcionais.**

Tempo	Quantidade de Funcionários
3	6
x	20

Agora, podemos montar a Regra de Três seguindo as setas:

$$\frac{x}{3} = \frac{6}{20} \therefore x = \frac{6.3}{20} = \frac{18}{20}h$$

Chegamos à resposta em horas, porém a questão pediu o tempo em minutos. Podemos fazer a conversão nos lembrando de que uma hora é equivalente a 60 minutos; quanto mais horas temos, mais minutos também teremos. Portanto, são grandezas diretamente proporcionais.

Tempo (minutos)	Tempo (horas)
60	1
x	18/20

$$\frac{x}{60} = \frac{18/20}{1} \therefore x = \frac{60.18}{20} = 3.18 = 54\,min$$

Letra d.

---

016. (CESPE/CPRM/2016) Três caminhões de lixo que trabalham durante doze horas com a mesma produtividade recolhem o lixo de determinada cidade. Nesse caso, cinco desses caminhões, todos com a mesma produtividade, recolherão o lixo dessa cidade trabalhando durante:

a) 6 horas
b) 7 horas e 12 minutos
c) 7 horas e 20 minutos
d) 8 horas
e) 4 horas e 48 minutos

Mais uma vez, nesse caso, o trabalho a ser realizado é o mesmo. Portanto, as duas únicas grandezas estudadas nesse sistema são a quantidade de caminhões e o tempo de trabalho.

O tempo é a grandeza dependente. E, quanto mais caminhões houver, mais rapidamente eles farão o trabalho; portanto, o tempo diminuirá. Sendo assim, o tempo e o número de caminhões são grandezas **inversamente proporcionais.**

Tempo	Quantidade de Caminhões
12	3
T	5

Agora, podemos montar a Regra de Três seguindo as setas:

$$\frac{T}{12}=\frac{3}{5}\therefore x=\frac{12.3}{5}=\frac{36}{5}h$$

A questão pediu a resposta em horas e minutos. Para isso, devemos efetuar a divisão e separar a parte inteira.

$$T=\frac{36}{5}h=7{,}2h=7h+0{,}2h$$

A parte fracionária deve ser convertida em minutos por meio da Regra de Três.

Tempo (minutos)	Tempo (horas)
60	1
X	0,2

$$\frac{x}{60}=\frac{0{,}2}{1}\therefore x=\frac{0{,}2.60}{1}=12\ min$$

Dessa maneira, o tempo em horas e minutos pode ser expresso por:

$$T = 7{,}2h = 7h + 12min$$

Letra b.

---

017. (FCC/COPERGÁS/2016/TÉCNICO OPERACIONAL MECÂNICO) Com 15 máquinas de asfaltar ruas, a prefeitura de uma cidade pode terminar a obra que pretende fazer em exatos 42 dias de trabalho. O prefeito pretende diminuir esse prazo e está disposto a trazer mais máquinas, além das 15 máquinas disponíveis, para executarem essa obra em 35 dias. O número de máquinas, que o prefeito precisará acrescentar para conseguir o seu intento, é igual a:

a) 5
b) 9
c) 4
d) 3
e) 7

Para reduzir o tempo necessário para o serviço, deverão ser adquiridas mais máquinas. Portanto, são grandezas inversamente proporcionais.

Máquinas	Dias
15	42
x	35

Agora, montemos a proporção:

$$\frac{x}{15} = \frac{42}{35} = \frac{6}{5} \therefore x = \frac{6.15}{5} = 6.3 = 18$$

Portanto, o número de máquinas deve ser aumentado em 3 unidades (de 15 para 18).

Letra d.

---

018. (FGV/ANALISTA LEGISLATIVO/2015) João, quando chega à sua oficina de artesanato, leva meia hora para arrumar suas ferramentas e depois inicia imediatamente seu trabalho. Nesse trabalho, João produz 12 peças a cada 20 minutos. Certo dia, João chegou à oficina às 8 horas da manhã e trabalhou sem parar até sair da oficina, ao meio-dia.

O número de peças que João produziu nesse dia foi:

a) 96
b) 108
c) 120
d) 126
e) 144

O primeiro passo, como sempre, é encontrar as variáveis: número de peças e horas de trabalho. Nesse caso, o tempo de arrumação deve ser levado em consideração. Logo, como ele chegou às 8h e saiu às 12h, o tempo de trabalho é 3h e 30 minutos (210 minutos).
Agora, montemos a tabela:

Número de Peças	Minutos de Trabalho
12	20
x	210

Para associar o sentido correto das setas, devemos entender que, quanto mais tempo de trabalho, maior será o número de peças produzidas por João. Dessa maneira, são grandezas diretamente proporcionais.
Por isso, devemos construir as setas no mesmo sentido.

Número de Peças	Minutos de Trabalho
12	20
x	210

A equação correspondente à Regra de Três deve ser montada seguindo as direções das setas.

$$\frac{x}{12} = \frac{210}{20} \therefore x = \frac{12.210}{20} = \frac{12.21}{2} = 6.21 = 126$$

Letra d.

2.2. Regra de Três Composta

A Regra de Três Composta envolve mais de duas variáveis. As análises sobre se as grandezas são diretamente e inversamente proporcionais devem ser feitas cautelosamente levando em conta alguns princípios:

- as análises devem sempre partir da variável dependente em relação às outras variáveis;
- as análises devem ser feitas individualmente. Ou seja, deve-se comparar as grandezas duas a duas, mantendo as demais constantes;
- a variável dependente fica isolada em um dos lados da proporção.

Observados esses princípios, basta seguir a direção das setas. Não se preocupe: as questões de Regra de Três Composta são bem simples quando você entende a lógica por trás.

O principal trabalho em qualquer Regra de Três é determinar se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

E, agora, mãos à obra. Vamos às nossas questões de provas

DIRETO DO CONCURSO

019. (CESPE/CPRM/2016/TÉCNICO EM GEOCIÊNCIAS/HIDROLOGIA) Por 10 torneiras, todas de um mesmo tipo e com igual vazão, fluem 600 L de água em 40 minutos. Assim, por 12 dessas torneiras, todas do mesmo tipo e com a mesma vazão, em 50 minutos fluirão:

a) 625L de água
b) 576L de água
c) 400L de água
d) 900L de água
e) 750L de água

Em todos os problemas de Regra de Três, devemos primeiramente identificar as grandezas envolvidas no problema. São elas: a quantidade de torneiras, o tempo que elas passam ligadas e a quantidade de água que flui.

O problema deseja saber a quantidade de água que fluiu das torneiras. Portanto, essa é a variável dependente. Portanto, montemos a tabela.

Quantidade de Água	Número de Torneiras	Tempo
600	10	40
x	12	50

Quanto maior a quantidade de torneiras, maior também será a quantidade de água que fluirá delas. Portanto, são grandezas diretamente proporcionais.

Também, quanto maior o tempo que as torneiras passarem ligadas, maior será a quantidade de água. Mais uma vez, são grandezas diretamente proporcionais.

Sendo assim, as setas devem ser construídas no mesmo sentido para ilustrar a proporcionalidade direta.

Quantidade de Água	Número de Torneiras	Tempo
600	10	40
x	12	50

Agora, montemos a equação. Como sempre, basta seguir as setas e isolar a variável dependente.

$$\frac{x}{600}=\frac{12}{10}.\frac{50}{40}\therefore x=\frac{12.50.600}{10.40}=\frac{12.50.6}{1.4}=3.50.6=900$$

Letra d.

---

020. (CESPE/ANTAQ/2014/ANALISTA ADMINISTRATIVO) Uma concessionária ganhou a concessão para explorar economicamente uma rodovia federal pelo período de 20 anos. A concessionária realizará melhorias na via como a duplicação de trechos, manutenção do asfalto, da iluminação, reforço na sinalização.
Considerando que a concessionária esteja autorizada a cobrar pedágios, julgue o item subsequente.
Considere que 12 empregados da concessionária, trabalhando 6 horas por dia e no mesmo ritmo, constroem 3 km de rodovia em 9 dias. Nessa situação, 24 empregados, trabalhando 6 horas por dia e no mesmo ritmo do grupo inicial, construirão 6 km de estrada em 6 dias.

A questão envolve três grandezas: o tempo para a construção da estrada (em dias), o número de empregados e a quilometragem da estrada.
A questão ainda citou a quantidade de horas por dia de trabalho dos empregados. Porém, esse dado não variou entre as duas situações – permaneceu 6 horas. Como não há variação dessa grandeza, ela não é relevante para a montagem da Regra de Três.
Podemos tomar, por exemplo, o tempo como variável dependente. Para isso, nós calculamos o tempo necessário para a construção da estrada e comparamos com o valor que foi proposto no enunciado (6 dias).

Tempo de Construção	Empregados	Quilometragem da Estrada
9	12	3
x	24	6

Agora, montemos as setas uma a uma.
Quanto mais empregados houver, menor será o tempo necessário para a construção. Portanto, são grandezas **inversamente proporcionais.** Dessa maneira, devemos colocar a seta dos empregados no sentido oposto.
Por outro lado, quanto maior for a quilometragem da estrada, mais tempo será necessário para construí-la. Portanto, são grandezas **diretamente proporcionais.**

Tempo de Construção ↑	Empregados ↓	Quilometragem da Estrada ↑
9	12	3
x	24	6

Basta, agora, montar a Regra de Três seguindo as setas e lembrando-se de isolar o tempo de construção das demais variáveis:

$$\frac{x}{9} = \frac{12}{24} \cdot \frac{6}{3} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

Portanto, temos que:

$$\frac{x}{9} = 1 \therefore x = 9$$

Sendo assim, o tempo de construção da estrada será de 9 dias; logo, a afirmativa está errada.
Errado.

---

021. (FCC/DPE/RS/2017/ANALISTA/ADMINISTRAÇÃO) Um grupo de 8 funcionários analisou 32 propostas de reestruturação de um determinado setor de uma empresa em 16 horas de trabalho. Para analisar 48 dessas propostas, em 12 horas de trabalho, um outro grupo de funcionários, em igualdade de condições do grupo anterior, deverá ser composto por um número de pessoas igual a:

a) 18
b) 12
c) 16
d) 14
e) 20

A questão envolve três grandezas: o número de funcionários, as propostas estudadas e o número de horas de trabalho. A grandeza desejada é o número de horas de trabalho.
Como queremos saber o número de funcionários, tomaremos essa como a variável dependente.

Funcionários ↑	Horas de Trabalho	Propostas
8	16	32
x	12	48

Quanto mais propostas estudadas, mais funcionários serão necessários. Portanto, são grandezas diretamente proporcionais. Por outro lado, quanto mais horas cada funcionário trabalha, menos funcionários serão necessários. Desse modo, são grandezas inversamente proporcionais.

Tempo de Construção	Horas de Trabalho	Propostas
8	16	32
x	12	48

Agora, montemos a proporção seguindo a seta:

$$\frac{x}{8}=\frac{16}{12}.\frac{48}{32}\therefore x=8.\frac{16}{12}.\frac{48}{32}=8.\frac{1}{2}.4=8.2=16$$

Letra c.

---

022. (FCC/PREFEITURA DE TERESINA/PI/2016/TÉCNICO DE NÍVEL SUPERIOR/ADMINISTRADOR) Em uma empresa, um prêmio em dinheiro foi dividido entre 3 funcionários (Antônio, Bento e Celso) em partes diretamente proporcionais ao tempo de serviço de cada um na empresa e inversamente proporcionais ao número de faltas injustificadas deles dentro de um período. O quadro abaixo forneceu as informações necessárias para o cálculo desta divisão.

Informação	Antônio	Bento	Celso
Tempo de serviço	8 anos	10 anos	18 anos
Número de faltas injustificadas	2 dias	5 dias	6 dias

Se Celso recebeu R$ 13.500,00, então Antônio recebeu, em reais,

a) 12.000,00
b) 9.000,00
c) 27.000,00
d) 18.000,00
e) 22.500,00

O enunciado já nos forneceu todas as informações.

Quantia Recebida	Faltas	Tempo de Serviço
13.500	6	18
x	2	8

Agora, montemos a proporção seguindo as setas.

$$\frac{x}{13500}=\frac{6}{2}.\frac{8}{18}=\frac{3.4}{9}\therefore x=\frac{3.4.13500}{9}=3.4.1500=18000$$

Letra d.

---

023. (CESPE/STM/2011) Seis juízes foram encarregados de analisar alguns processos e concluíram esse trabalho em treze dias. Sabendo que cada juiz levou três dias para analisar cada processo e que todos os juízes trabalharam nesse ritmo, julgue os itens seguintes.
Quatro juízes analisaram dez processos em sete dias.

Nessa questão, temos três variáveis sendo relacionadas: o número de juízes, o tempo para o trabalho e a quantidade de processos. Podemos tomar, por exemplo, o tempo como variável dependente.

Dias	Juízes	Quantidade de Processos
3	1	1
x	4	10

Quanto mais juízes houver para analisar os processos, mais rápido será o trabalho, ou seja, o número de dias necessários será menor. Portanto, são grandezas inversamente proporcionais. Logo, a seta em juízes deve ser desenhada no sentido oposto à seta dos dias.
Por outro lado, quanto mais processos houver para serem analisados, maior será o número de dias necessários para o trabalho. Trata-se, portanto, de grandezas diretamente proporcionais. Logo, a seta em quantidade de processos deve ser desenhada no mesmo sentido da seta dos dias.

Dias	Juízes	Quantidade de Processos
3	1	1
x	4	10

Para montar a Regra de Três, devemos seguir o sentido das setas. As setas partem de baixo para cima.

$$\frac{x}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{1} = \frac{5}{2}$$

Agora, basta calcular o valor de x utilizando as propriedades das proporções.

$$x = \frac{3.5}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5 \; dias$$

Dessa maneira, os quatro juízes analisarão dez processos em 7,5 dias, não em 7 como afirmado pelo enunciado.
Errado.

---

3. Porcentagem

3.1. Conceito

A porcentagem é uma medida de razão com base 100. Trata-se de um modo de **expressar uma proporção** entre dois números: um deles é a parte e o outro o inteiro.

Sendo assim, a porcentagem **corresponde a uma fração**, **cujo denominador é 100.** Podemos converter um número porcentual em fração dividindo por 100. Vejamos alguns exemplos:

$$20\% = \frac{20}{100}$$

Além disso, podemos transformar esse número em decimal deslocando a vírgula duas casas para a direita.

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{20{,}0}{100} = 0{,}200 = 0{,}20$$

Outra conversão muito interessante para ser usada em questões é a fração simplificada. Note que é possível simplificar a fração 20/100 por 4 e depois por 5 como mostramos a seguir.

$$20\% = 0{,}20 = \frac{20}{100} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

Sendo assim, a razão **20%** pode ser escrita de **várias maneiras**:

$$20\% = 0{,}20 = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

As três primeiras são as mais importantes, porque podem ser escritas **para qualquer número porcentual**. Vejamos mais alguns exemplos:

$$34{,}7\% = \frac{34{,}7}{100} = 0{,}347$$

$$12{,}6\% = \frac{12{,}6}{100} = 0{,}126$$

Também é possível fazer a conversão inversa, isto é, transformar um número decimal em porcentual.

$$0{,}296 = \frac{29{,}6}{100} = 29{,}6\%$$

Algumas frações importantes que aparecem bastante em provas e que vale a pena você saber as frações simplificadas correspondentes:

$$\mathbf{10\% = \frac{1}{10}} \qquad \mathbf{20\% = \frac{1}{5}} \qquad \mathbf{25\% = \frac{1}{4}} \qquad \mathbf{50\% = \frac{1}{2}}$$

3.2. Número Relativo

A porcentagem traz uma relação entre uma parte e um todo. Quando dizemos 1% de 1000, o 1000 corresponde ao todo. Já o 1% corresponde à fração do todo que estamos especificando. Para descobrir a quanto isso corresponde, basta multiplicar 1% por 1000.

$$1\%\ de\ 1000 = \frac{1}{100}.1000 = 10$$

Dessa maneira, 1000 é todo, já 10 é a parte que corresponde a 1% de 1000.

Como a porcentagem é uma proporção, ela é sempre um número relativo. O número 1% não tem nenhum significado próprio. É preciso dizer 1% de quê?

$$1\%\ de\ 1000 = \frac{1}{100}.1000 = 10$$

$$1\%\ de\ 2000 = \frac{1}{100}.2000 = 20$$

Quando o todo varia, a porcentagem também varia. Um exemplo interessante pode ser visto no resultado da eleição do ano de 2020 no município de São Paulo.

Figura 3: Apuração eleitoral nas eleições municipais de São Paulo. Fonte: MRSP

O candidato Bruno Covas foi reeleito com 59,38% dos votos, atingindo 3,0 milhões de eleitores. Por outro lado, a soma dos votos brancos, nulos e abstenções atingiu 40,57% dos eleitores, totalizando 3,5 milhões.

Como pode um candidato com 59,38% dos votos ter menos votos que os brancos, nulos e abstenções que atingiram 40,57%?

A resposta é que os percentuais se referem a valores totais diferentes. Cuidado com a confusão. O percentual de 40,57% de brancos, nulos e abstenções se refere ao total de eleitores do município de São Paulo.

Já o percentual de 59,38% se refere apenas aos votos válidos, que correspondem ao total de 5.154.376 votos, que é a soma dos votos recebidos pelos dois candidatos que competiram na eleição.

Então, fique de olho, certo? Porcentagem é um número relativo. Agora, vamos treinar com algumas questões.

Direto do Concurso

024. (INÉDITA/2021) Joana assistiu 2 aulas de Matemática Financeira. Sabendo que o curso que ela comprou possui um total de 8 aulas, qual é o percentual de aulas já assistidas por Joana?

O todo de aulas é 8. Para descobrir o percentual, devemos dividir a parte pelo todo e obter uma fração.

$$P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Para transformar em porcentagem, devemos transformar o denominador em 100. Uma forma simples de fazer isso é efetuando a divisão:

$$P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Agora, basta transformar o número decima em percentual:

$$P = 0{,}25 = 25\%$$

25%.

025. (CESPE/INPI/2013) Considerando que o custo de produção de um refrigerante em lata seja R$ 0,50 por unidade produzida e que essa mesma latinha seja vendida a R$ 2,50, julgue os itens seguintes.

O preço de custo do refrigerante em lata representa 20% do valor de sua venda.

Tomemos a razão entre o preço de custo da latinha e o seu preço de venda:

$$P = \frac{Preço\ de\ Custo}{Preço\ de\ Venda} = \frac{0{,}50}{2{,}50} = \frac{1}{5} = 0{,}20 = 20\%$$

Certo.

3.3. Soma e Subtração de Porcentagem

As operações de soma e subtração de porcentagem são as mais comuns. É o que acontece quando se diz que um número excede ou é superior ao outro em tantos por cento.

Essas operações são muito simples de fazer. A grandeza inicial corresponderá sempre a **100%**. Então, basta somar ou subtrair o percentual fornecido dos 100% e multiplicar pelo valor da grandeza. Vejamos alguns exemplos:

Direto do Concurso

026. (INÉDITA/2021) Joana comprou um curso de 200 horas-aula. Porém, com a publicação do edital, a escola precisou aumentar a carga horária em 15%. Qual o total de horas-aula do curso ao final?

Inicialmente, o curso de Joana tinha um total de 200 horas-aula que correspondiam a 100%. Com o aumento porcentual, o novo curso passou a ter 100% + 15% das aulas inicialmente previstas.
Portanto, o total de horas-aula do curso será:

$$N = (1 + 0{,}15).200 = 1{,}15.200 = 230$$

A questão poderia ainda ter perguntado somente de quanto foi o aumento, ou seja, a variação do número de aulas. Nesse caso, precisaríamos levar em conta apenas os 15%.

$$\Delta N = 0{,}15.200 = 30$$

De qualquer maneira, da forma como foi pedido no enunciado, a resposta é 230.
230.

027. (FGV/IBGE/2016/TÉCNICO EM INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS E ESTATÍSTICAS) Rubens percorreu o trajeto de sua casa até o trabalho com uma determinada velocidade média. Rubinho, filho de Rubens, percorreu o mesmo trajeto com uma velocidade média 60% maior do que a de Rubens. Em relação ao tempo que Rubens levou para percorrer o trajeto, o tempo de Rubinho foi:

a) 12,5% maior
b) 37,5% menor

c) 60% menor
d) 60% maior
e) 62,5% menor

Uma boa questão misturando proporcionalidade com porcentagem. Podemos chamar a velocidade de Rubens de v e o tempo que ele levou para percorrer o trajeto de t.
Nesse caso, a velocidade de Rubinho será 60% maior, portanto, podemos escrever:

$$v_{Rubinho} = (1 + 0{,}60)v_{Rubens} = 1{,}60v$$

Para calcular o tempo, basta nos lembrar de que são grandezas inversamente proporcionais. Quanto mais veloz for o piloto, menos tempo ele gastará para chegar ao seu destino.

Velocidade	**Tempo**
v	t
$1{,}60v$	$t_{Rubinho}$

Portanto, temos:

$$\frac{1{,}6v}{v} = \frac{t}{t_{Rubinho}} \therefore 1{,}6 = \frac{t}{t_{Rubinho}}$$

$$\therefore \frac{t_{Rubinho}}{t} = \frac{1}{1{,}6} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0{,}625$$

$$\therefore t_{Rubinho} = 0{,}625t = (1 - 0{,}375)t$$

Sendo assim, o tempo de Rubinho será 37,5% menor que o tempo de Rubens (t).
Letra b.

3.3.1. Variação Percentual

A variação percentual avalia o aumento ou redução de uma grandeza em relação ao seu valor inicial. E esse é um ponto a que devemos prestar muita atenção: **a referência é o valor inicial.**

A expressão matemática dessa grandeza é a razão entre a variação observada (valor final menos o valor inicial) e o valor inicial.

$$Variação\ Percentual = \frac{Valor\ Final - Valor\ Inicial}{Inicial}$$

Por exemplo, suponha que o preço do arroz de um determinado fabricante era igual a R$5,00. Devido a uma safra ruim, esse preço foi reajustado para R$6,00. Qual foi a variação percentual observada?

$$Variação\ Percentual = \frac{Valor\ Final - Valor\ Inicial}{Inicial}$$

Além disso, o sinal da variação percentual informa se houve crescimento ou redução percentual.

Variação Percentual Positiva
- Houve crescimento percentual

Variação Percentual Negativa
- Houve redução percentual

Vamos entender melhor com algumas questões?

Direto do Concurso

028. (INÉDITA/2021) Pedro percebeu que ele ainda não assistiu a 200 aulas do seu curso. Ele deseja reduzir o número de aulas não assistidas a 180. É correto afirmar que o percentual de aulas não assistidas por Pedro cairá 20%?

A variação percentual de uma grandeza corresponde ao índice:

$$Variação\ Percentual = \frac{Valor\ Final - Valor\ Inicial}{Valor\ Inicial} = \frac{180 - 200}{200} = -\frac{20}{200} = -0{,}10 = -10\%$$

Como o resultado foi negativo, podemos afirmar que houve uma redução percentual de 10% nas aulas ainda não assistidas por Pedro. O enunciado está errado ao afirmar que essa redução foi de 20%.

Errado.

---

029. (CESPE/INPI/2013) Considerando os dados apresentados no gráfico, julgue os itens seguintes.

O número de acidentes ocorridos em 2008 foi, pelo menos, 26% maior que o número de acidentes ocorridos em 2005.

Nessa questão, devemos nos lembrar de que o crescimento percentual deve ser sempre medido em relação ao valor inicial da grandeza estudada.

$$Aumento\ Percentual = \frac{Final - Inicial}{Inicial} = \frac{141 - 110}{110} = \frac{31}{110} \cong 0{,}282 = 28{,}2\% > 26\%$$

Dessa maneira, como o enunciado diz "pelo menos", a afirmativa está correta, tendo em vista que 28,2% é maior que 26%.

Certo.

030. (CESPE/INPI/2013) Considerando que o custo de produção de um refrigerante em lata seja R$ 0,50 por unidade produzida e que essa mesma latinha seja vendida a R$ 2,50, julgue os itens seguintes.

Se o custo de produção de cada refrigerante for reduzido em 40%, mantendo-se o mesmo valor de venda do produto, então o lucro por latinha aumentará 20%.

Com a redução em 40%, o novo custo de produção será:

$$C' = (1 - 0{,}40).0{,}50 = 0{,}60.0{,}50 = 0{,}30$$

Dessa maneira, o lucro por latinha será:

$$L' = Preço\ de\ Venda - C' = 2{,}50 - 0{,}30 = 2{,}20$$

Antes da redução, o lucro era de:

$$L = Preço\ de\ Venda - Custo\ Inicial\ = 2{,}50 - 0{,}50 = 2{,}00$$

Dessa maneira, o aumento percentual do lucro será:

$$Aumento = \frac{Aumento\ do\ Lucro}{Lucro\ Inicial} = \frac{Lucro\ Novo - Lucro\ Inicial}{Lucro\ Inicial}$$

$$Aumento = \frac{2{,}20 - 2{,}00}{2{,}00} = \frac{0{,}20}{2{,}00} = 0{,}10 = 10\%$$

Portanto, o aumento percentual do lucro foi de apenas 10%. A afirmativa está errada.

Errado.

Agora, vamos falar de uma pegadinha muito comum em provas de concursos.

PEGADINHA DA BANCA

Dizer que A é 20% maior que B não é a mesma coisa que dizer que B é 20% menor que A.
Por exemplo, seja B = 100. A é 20% maior que B implica que:

$$A = (1 + 0{,}20).100) = 1{,}20.100$$

Nesse caso, não podemos dizer que B é 20% menor que A.

$$Redução\ Percentual = \frac{B - A}{A} = \frac{100 - 120}{120} = -\frac{20}{120} = -\frac{1}{6} = -16{,}7\%$$

As bancas adoram fazer essa pegadinha. Fique atento.

3.4. Porcentagem de Porcentagem

Uma confusão frequente dos alunos diante de questões de provas é quando é necessário fazer uma porcentagem de outra porcentagem.

Nessas situações, devemos nos lembrar que o percentual é uma divisão por 100. Desse modo, se queremos calcular 30% de 10%, teríamos:

$$P = \frac{30}{100} \cdot \frac{10}{100}$$

Efetuando as simplificações por 10, teremos:

$$P = \frac{3}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{18}{100} = 18\%$$

Agora, vamos resolver treinar com uma questão de prova.

Direto do Concurso

031. (CESPE/CPRM/2016) Considere que 85% das residências de determinado município estão ligadas à rede de abastecimento de água tratada e que 60% dessas residências estão ligadas à rede de esgotamento sanitário. Nessa situação, a percentagem de residências do município que são servidas de água tratada e estão ligadas à rede de esgotamento sanitário é igual a:

a) 40%
b) 25%
c) 15%
d) 60%
e) 51%

De um total de 100% das residências do município, 85% delas estão ligadas à rede de abastecimento.

Desses 85%, 60% estão também ligadas à rede de esgotamento sanitário. Portanto, para saber qual o percentual de casa com acesso a ambos os serviços, temos uma porcentagem de porcentagem.

$$P = 0{,}85.0{,}60 = 0{,}51 = 51\%$$

Letra e.

3.4.1. Razão de Porcentagem

Outra situação importante é quando lidamos com razão de porcentagens. Nesse caso, os símbolos de percentual "%" podem ser simplificados.

Por exemplo, se queremos calcular 30% dividido por 10%, teríamos:

$$R = \frac{30\%}{10\%} = \frac{30}{10} = 3$$

A explicação para essa propriedade é que, como as porcentagens são razões por 100, esse termo 100 pode ser simplificado, como mostrado a seguir:

$$R = \frac{30\%}{10\%} = \frac{\frac{30}{100}}{\frac{10}{100}} = \frac{30}{100} \cdot \frac{100}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

Agora, vamos resolver treinar com uma questão de prova.

Direto do Concurso

032. (FGV/COMPESA/2016/ASSISTENTE DE SANEAMENTO E GESTÃO) O resultado da divisão de 100% por 20% é:

a) 0,5%
b) 5%
c) 50%
d) 500%
e) 5000%

Questão interessante para você entender sobre porcentagem. Devemos lembrar que a porcentagem é uma razão por 100. Sendo assim, temos:

$$x = \frac{100\%}{20\%} = \frac{\frac{100}{100}}{\frac{20}{100}}$$

Para resolver uma divisão de frações, devemos multiplicar a primeira pelo inverso da segunda:

$$x = \frac{\frac{100}{100}}{\frac{20}{100}} = \frac{100}{100} \cdot \frac{100}{20} = 1.5 = 5$$

Para transformar o 5 em número percentual, devemos multiplicar e dividir por 100:

$$x = 5 = \frac{5.100}{100} = \frac{500}{100} = 500\%$$

De agora em diante, você sabe que poderá simplesmente cortar os percentuais, no caso de uma divisão. Vejamos:

$$x = \frac{100\%}{20\%} = \frac{100}{20} = 5$$

Letra d.

3.5. Porcentagens Sucessivas

Nas porcentagens sucessivas, devemos ter o cuidado de atualizar o termo base da porcentagem.

Por exemplo, suponha que João receba R$100 para fazer um determinado trabalho e que ele vai receber dois aumentos sucessos de 10% e 20%. Qual o pagamento final que ele vai receber?

O primeiro aumento de 10% incide sobre os R$100.

$$P_1 = (1 + 0{,}10).100 = 1{,}10.100 = 110$$

Em seguida, o aumento de 20% deve ser aplicado sobre os R$110 que foram calculados no passo anterior.

$$P_2 = (1 + 0{,}20).110 = 1{,}20.110 = 132$$

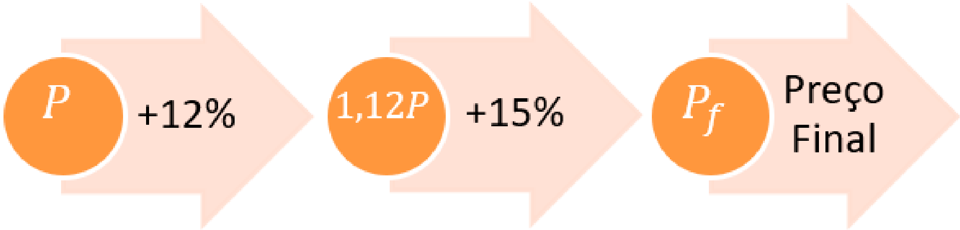
Podemos representar essa situação graficamente.

$$100 \xrightarrow[\text{de R\$100}]{+10\%} 110 \xrightarrow[\text{de R\$110}]{+20\%} 132$$

Direto do Concurso

033. (CESPE/FUB/2009/ADMINISTRADOR DE EDIFÍCIOS) Considere que sobre o preço de fábrica de um automóvel zero km incida um imposto federal de 12% e sobre o preço de fábrica acrescido do imposto federal incida um imposto estadual de 15%. Nessa situação, o preço de venda do automóvel será pelo menos 28% superior ao preço de fábrica.

Seja P o preço de fábrica, temos que houve dois aumentos referentes aos impostos estadual e federal.



Observe que o preço final deve ser calculado sobre o preço já calculado após o imposto federal que é de 1,12P. Portanto:

$$P_f = (1 + 0{,}15).\,1{,}12P = 1{,}15.1{,}12P = 1{,}288P$$

O preço após os impostos, portanto, será superior ao preço de fábrica em:

$$\frac{P_f - P}{P} = \frac{1{,}288P - P}{P} = \frac{0{,}288P}{P} = 0{,}288 = 28{,}8\% > 28\%$$

Certo.

034. (FCC/TST/2017/TÉCNICO JUDICIÁRIO) A equipe de segurança de um Tribunal conseguia resolver mensalmente cerca de 35% das ocorrências de dano ao patrimônio nas cercanias desse prédio, identificando os criminosos e os encaminhando às autoridades competentes. Após uma reestruturação dos procedimentos de segurança, a mesma equipe conseguiu aumentar o percentual de resolução mensal de ocorrências desse tipo de crime para cerca de 63%. De acordo com esses dados, com tal reestruturação, a equipe de segurança aumentou sua eficácia no combate ao dano ao patrimônio em:

a) 35%.
b) 28%.
c) 63%.
d) 41%.
e) 80%

Devemos utilizar a mesma expressão sempre conhecida para a variação percentual.

$$\Delta\% = \frac{Variação}{Inicial} = \frac{0{,}63 - 0{,}35}{0{,}35} = \frac{0{,}28}{0{,}35} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\%$$

Letra e.

Chegamos ao fim da nossa aula demonstrativa.

Não se esqueça de me seguir no Instagram:

https://www.instagram.com/math.gran/

Forte abraço!

Thiago Cardoso

RESUMO

Propriedades das Proporções

- **Somas Externas:**

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}.$$

- **Somas Internas:**

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}.$$

- **Soma com Produto por Escalar:** é possível multiplicar o numerador ou o denominador por um número real qualquer e efetuar as somas internas.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+2b}{b}=\frac{c+2d}{d}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

Regra da Sociedade

- É o problema de dividir uma certa quantia em partes proporcionais a r_1, r_2, ..., r_N, que são denominados pesos. Por exemplo, como dividir R$26.000 em partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 6.
- Existem duas técnicas para resolver esse problema: a soma dos pesos e as somas internas.

Passo a Passo pela Soma dos Pesos

- Calcule a soma dos pesos:

$$P=r_1+r_2+r_3=3+4+6=13$$

- Divida a quantia total pela soma dos pesos:

$$fração=\frac{Q}{P}=\frac{26000}{13}=2000$$

- Cada uma das partes é obtida como o produto do seu peso pelo valor calculado anteriormente.

$$A = r_1 . fração = 3.2000 = 6000$$

$$A = r_2 . fração = 4.2000 = 8000$$

$$A = r_3 . fração = 6.2000 = 12000$$

Passo a Passo pelas Somas Internas

- Escreva as proporções:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5}$$

- Use a propriedade de somas internas:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{3+4+6}$$

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = \frac{26000}{13} = 2000$$

- Resolva as proporções:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} = 2000$$

$$\frac{A}{3} = 2000 \therefore A = 3.2000 = 6000$$

$$\frac{B}{4} = 2000 \therefore B = 4.2000 = 8000$$

$$\frac{C}{6} = 2000 \therefore C = 6.2000 = 12000$$

Com Grandezas Inversamente Proporcionais

- **Exemplo:** como dividir R$26.000 em quantias inversamente proporcionais a 2, 5 e 6?
- Em grandezas inversamente proporcionais, o produto é constante. Nesse caso, A, B e C são inversamente proporcionais a 2, 5 e 6.

$$2.A = 5.B = 6.C$$

- O truque é usar o MMC entre os pesos para transformar as grandezas inversamente proporcionais em diretamente proporcionais. Nesse caso, o MMC é igual a 30.

$$2A = 5B = 6C$$

$$\frac{2A}{30} = \frac{5B}{30} = \frac{6C}{30}$$

$$\frac{A}{15} = \frac{B}{6} = \frac{C}{5}.$$

- Agora, basta usar as somas internas:

$$\frac{A}{15} = \frac{B}{6} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{26}$$

$$\frac{A}{15} = \frac{B}{6} = \frac{C}{5} = \frac{26000}{26} = 1000$$

$$\therefore \frac{A}{15} = 1000 \therefore A = 15.1000 = 15000$$

$$\therefore \frac{B}{6} = 1000 \therefore B = 6.1000 = 6000$$

$$\therefore \frac{C}{5} = 1000 \therefore C = 5.1000 = 5000$$

Regra de Três

Devemos investigar as relações de todas as variáveis com a variável dependente. É importante identificar se as grandezas são:

- **Grandezas Diretamente Proporcionais:** o aumento de uma grandeza implica o aumento da outra. Nesse caso, desenhe as setas no mesmo sentido.
- **Grandezas Inversamente Proporcionais:** o aumento de uma grandeza implica a redução da outra. Nesse caso, desenhe as setas em sentidos opostos.

Exemplo: 12 empregados demoram 9 horas para construir 3 km de estrada. Quanto tempo 24 empregados levarão para construir 6 km de estrada?

Tempo de Construção	Empregados	Quilometragem da Estrada
9	12	3
x	24	6

Agora, basta montar as proporções seguindo as setas:

$$\frac{x}{9} = \frac{12}{24} \cdot \frac{6}{3}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = 1$$

$$\therefore x = 9.1 = 9$$

Porcentagem

A porcentagem **corresponde a uma fração, cujo denominador é 100.**

$$20\% = \frac{20}{100}$$

Além disso, podemos transformar esse número em decimal deslocando a vírgula duas casas para a direita.

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{20{,}0}{100} = 0{,}200 = 0{,}20$$

Como a porcentagem é uma proporção, ela é sempre um número relativo. O número 1% não tem nenhum significado próprio. É preciso dizer 1% de quê?

$$1\%\ de\ 1000 = \frac{1}{100} \cdot 1000 = 10$$

$$1\%\ de\ 2000 = \frac{1}{100} \cdot 2000 = 20$$

- **Soma e Subtração de Porcentagem:** a grandeza original corresponde a 100% (ou 1) e ao percentual deve ser somado ou subtraído de 100% antes de multiplicar o valor inicial da grandeza.

Ex.: João ganhava R$120 para fazer um trabalho. Certo mês, seu chefe lhe concedeu um aumento de 15%. Quanto ele passou a receber?

$$S = (1 + 0{,}15) \cdot 120$$

$$S = 1{,}15 \cdot 120 = 138$$

- **Porcentagem de Porcentagem:** devemos recorrer à operação de multiplicação, tomando o cuidado de que o símbolo % significa dividido por 100.

Por exemplo, quanto é 20% de 5%?

$$P = \frac{20}{100} \cdot \frac{5}{100} = \frac{100}{100.100} = \frac{1}{100} = 1\%$$

- **Variação Percentual:** deve ser calculada sempre em relação ao valor inicial da grandeza.

Por exemplo, o preço de um determinado bem caiu de R$5 para R$4. Quanto foi a redução percentual?

$$Red = \frac{Valor\ Final - Valor\ Inicial}{Valor\ Inicial} = \frac{4-5}{5} = -\frac{1}{5} = -0{,}20$$

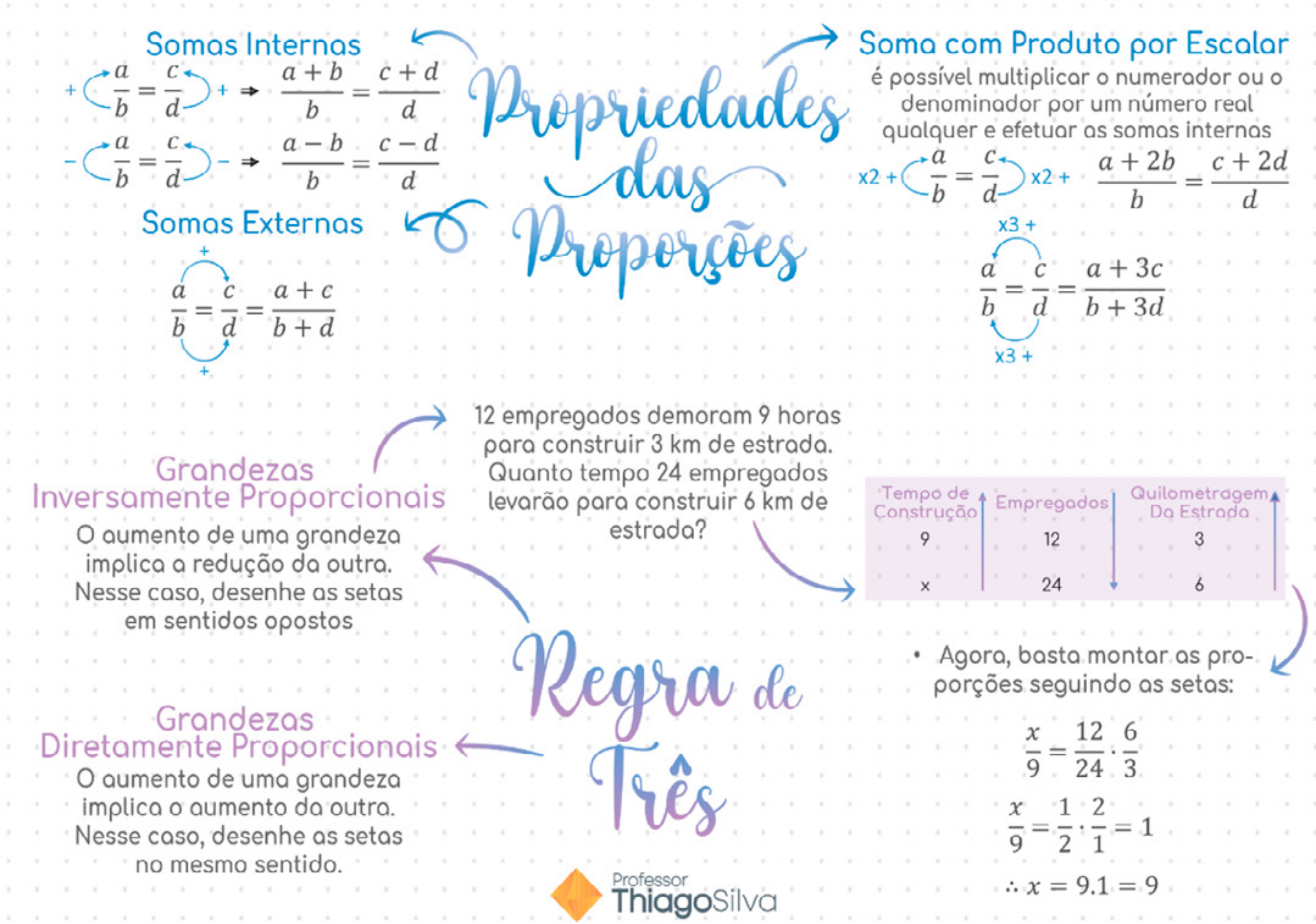
$$Red = -20\%$$

- **Razão de Porcentagem:** os símbolos de % podem ser simplificados.

Por exemplo, quanto é 20% dividido por 5%?

$$R = \frac{20\%}{5\%} = \frac{20}{5} = 4$$

MAPAS MENTAIS



Regra da Sociedade

Como dividir R$26.000 em partes diretamente proporcionais a 3, 4 e 6?

Somas Internas

1) Escreva as proporções

$$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}$$

2) Use a propriedade de somas internas

$$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}=\frac{A+B+C}{3+4+6}$$

$$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{6}=\frac{26000}{13}=2000$$

3) Resolva as proporções

$$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{6}=2000$$

$$\frac{A}{3}=2000 \therefore A=3.2000=6000$$

$$\frac{B}{4}=2000 \therefore B=4.2000=8000$$

$$\frac{C}{6}=2000 \therefore C=6.2000=12000$$

Soma dos Pesos

1) Calcule a soma dos pesos:

$$P=r_1+r_2+r_3=3+4+6=13$$

2) Divida a quantia total pela soma dos pesos

$$fração=\frac{Q}{P}=\frac{26000}{13}=2000$$

3) Cada uma das partes é obtida como o produto do seu peso pelo valor calculado anteriormente.

$$A=r_1.fração=3.2000=6000$$

$$A=r_2.fração=4.2000=8000$$

$$A=r_3.fração=6.2000=12000$$

Grandezas Inversamente Proporcionais

Como dividir R$26.000 em quantias inversamente proporcionais a 2, 5 e 6?

1) Em grandezas inversamente proporcionais, o produto é constante

$$2.A=5.B=6.C$$

2) O truque é usar o MMC entre os pesos para transformar as grandezas inversamente proporcionais em diretamente proporcionais. Nesse caso, o MMC é igual a 30.

$$2A=5B=6C$$

$$\frac{2A}{30}=\frac{5B}{30}=\frac{6C}{30}$$

$$\frac{A}{15}=\frac{B}{6}=\frac{C}{5}.$$

3) Agora, basta usar as somas internas:

$$\frac{A}{15}=\frac{B}{6}=\frac{C}{5}=\frac{A+B+C}{26}$$

$$\frac{A}{15}=\frac{B}{6}=\frac{C}{5}=\frac{26000}{26}=1000$$

$$\therefore \frac{A}{15}=1000 \therefore A=15.1000=15000$$

$$\therefore \frac{B}{6}=1000 \therefore B=6.1000=6000$$

$$\therefore \frac{C}{5}=1000 \therefore C=5.1000=5000$$

Professor ThiagoSilva

porcentagem

A porcentagem corresponde a uma fração, cujo denominador é 100.

$$20\% = \frac{20}{100}$$

Além disso, podemos transformar esse número em decimal deslocando a vírgula duas casas para a direita.

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{20,0}{100} = 0,200 = 0,20$$

Razão de Porcentagem

os símbolos de % podem ser simplificados.

Por exemplo, quanto é 20% dividido por 5%?

$$R = \frac{20\%}{5\%} = \frac{20}{5} = 4$$

Como a porcentagem é uma proporção, ela é sempre um número relativo. O número 1% não tem nenhum significado próprio. É preciso dizer 1% de quê?

$$1\%\ de\ 1000 = \frac{1}{100} \cdot 1000 = 10$$

$$1\%\ de\ 2000 = \frac{1}{100} \cdot 2000 = 20$$

Porcentagem de Porcentagem

devemos recorrer à operação de multiplicação, tomando o cuidado de que o símbolo % significa dividido por 100.

Por exemplo, quanto é 20% de 5%?

$$P = \frac{20}{100} \cdot \frac{5}{100} = \frac{100}{100.100} = \frac{1}{100} = 1\%$$

Variação Percentual

deve ser calculada sempre em relação ao valor inicial da grandeza. Por exemplo, o preço de um determinado bem caiu de R$5 para R$4.

Quanto foi a redução percentual?

$$Red = \frac{Valor\ Final - Valor\ Inicial}{Valor\ Inicial}$$

$$Red = \frac{4-5}{5} = -\frac{1}{5} = -0,20$$

$$Red = -20\%$$

Soma & Subtração

a grandeza original corresponde a 100% (ou 1) e ao percentual deve ser somado ou subtraído de 100% antes de multiplicar o valor inicial da grandeza.

João ganhava R$120 para fazer um trabalho. Certo mês, seu chefe lhe concedeu um aumento de 15%. Quanto ele passou a receber?

$$S = (1 + 0,15) \cdot 120$$

$$S = 1,15 \cdot 120 = 138$$

Professor ThiagoSilva

QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) Em um processo de pedido de patentes de um novo equipamento consta um desenho esquemático, desse mesmo equipamento, na escala 1:200. Com base nessa informação, julgue os itens a seguir.
Se o raio do parafuso no referido desenho for 0,05 cm, então o raio do parafuso real será 1 cm.

(CESPE/MEC/2009/AGENTE ADMINISTRATIVO) Levando em consideração que, em um supermercado, há biscoitos recheados de chocolate em embalagens de 130 g, 140 g e 150 g, com preços de R$ 1,58, R$ 1,68 e R$ 1,80, respectivamente, julgue os itens a seguir.

002. Proporcionalmente, os biscoitos nas embalagens de 130 g são mais baratos que aqueles nas embalagens de 140 g.

003. Proporcionalmente, os biscoitos nas embalagens de 140 g e 150 g saem pelo mesmo preço.

004. (FGV/MRE/2016) Em um supermercado uma embalagem com certa quantidade de frios fatiados estava com a etiqueta abaixo sem a informação R$/kg.

O preço aproximado de 1,0kg desse produto é:
a) R$20,50
b) R$21,10
c) R$21,80
d) R$22,30
e) R$22,90

005. (FGV/IBGE/2017/AGENTE CENSITÁRIO ADMINISTRATIVO) Na equipe de Mário há 6 mulheres a mais do que homens. Sabendo que essa equipe tem ao todo 60 membros, a razão do número de mulheres para o número de homens é:
a) 6/5
b) 5/4
c) 3/5
d) 20/11
e) 11/9

006. (FGV/IBGE/2017/RECENSEADOR) A quantia de 900 mil reais deve ser dividida em partes proporcionais aos números 4, 5 e 6. A menor dessas partes corresponde a:

a) 210 mil reais
b) 240 mil reais
c) 270 mil reais
d) 300 mil reais
e) 360 mil reais

007. (CESPE/SEFAZ-RS/2018/AUDITOR-FISCAL) João, Pedro e Tiago, três investidores amadores, animados com a popularização das criptomoedas, investiram 12, 14 e 24 mil reais, respectivamente, em moeda virtual. Após uma semana do investimento, eles perceberam que o prejuízo acumulado, que era de 8 mil reais, deveria ser dividido entre os três, em proporção direta aos valores investidos. Nessa situação, em caso de desistência do investimento após a constatação do prejuízo, João, Pedro e Tiago receberão, respectivamente, as quantias, em reais, de

a) 9.340, 11.340 e 21.340.
b) 10.080, 11.760 e 20.160.
c) 11.920, 13.240 e 22.840.
d) 2.660, 2.660 e 2.660.
e) 1.920, 2.240 e 3.840.

008. (FCC/SABESP/2018/ESTAGIÁRIO DE NÍVEL SUPERIOR) Cento e quarenta tarefas anuais serão distribuídas entre 4 funcionários diretamente proporcional ao tempo de empresa de cada um. Dois dos funcionários têm 6 anos de empresa. Dos 4 funcionários, aquele que tem mais tempo de empresa possui o triplo dos anos de empresa do único funcionário dos 4 com menos de 6 anos de empresa. Se a média aritmética simples dos anos de empresa dos 4 funcionários é de 7 anos, o funcionário com mais anos de empresa receberá a quantidade de tarefas anuais igual

a) 65
b) 64
c) 58
d) 66
e) 60

009. (FGV/PREFEITURA DE OSASCO/SP/2014/AGENTE DE DEFESA CIVIL) Em uma equipe operacional com 24 membros, a razão entre o número de mulheres e o número de homens é 3 /5. Nessa equipe, o número de homens a mais do que o de mulheres é de:

a) 3
b) 4

c) 5
d) 6
e) 8

010. (FCC/DPE-RS/2017/ANALISTA PROCESSUAL) O diretor de uma empresa designou uma quantia que será distribuída para os três melhores funcionários do ano. O prêmio de cada um será inversamente proporcional ao total de pontos negativos que cada um obteve em suas respectivas avaliações. O funcionário que mais recebeu tinha uma avaliação com apenas 12 pontos negativos, o segundo colocado obteve 15 pontos negativos e o terceiro colocado com 21 pontos negativos. Sabendo que a quantia total a ser distribuída é R$ 24.900,00, o maior prêmio superará o menor prêmio em exatos:
a) R$ 2.420,00
b) R$ 3.990,00
c) R$ 7.530,00
d) R$ 6.180,00
e) R$ 4.500,00

011. (CESPE/MDIC/2014/AGENTE ADMINISTRATIVO) Caso toda a produção de uma fábrica seja destinada aos públicos infantil, jovem e adulto, de modo que as porcentagens da produção destinadas a cada um desses públicos sejam inversamente proporcionais, respectivamente, aos números 2, 3 e 6, então mais de 30% da produção dessa fábrica destinar-se-á ao público jovem.

012. (INÉDITA/2021) Com uma área de absorção de raios solares de 1, 2m2, uma lancha com motor movido a energia solar consegue produzir 400 watts por hora de energia. Aumentando-se essa área para 1,5m2, qual será a energia produzida?

013. (INÉDITA/2021) Um trem, deslocando-se a uma velocidade média de 400Km/h, faz um determinado percurso em 3 horas. Em quanto tempo faria esse mesmo percurso, se a velocidade utilizada fosse de 480km/h?

014. (CESPE/TJ-PA/2020/ANALISTA JUDICIÁRIO/PROGRAMADOR) Determinado equipamento é capaz de digitalizar 1.800 páginas em 4 dias, funcionando 5 horas diárias para esse fim. Nessa situação, a quantidade de páginas que esse mesmo equipamento é capaz de digitalizar em 3 dias, operando 4 horas e 30 minutos diários para esse fim, é igual a
a) 2.666.
b) 2.160.
c) 1.215.
d) 1.500.
e) 1.161.

015. (VUNESP/MPE-SP/2016) Para as cadeiras em um auditório, 6 funcionários, todos com a mesma capacidade de produção, trabalharam por 3 horas. Para fazer o mesmo trabalho, 20 funcionários, todos com o mesmo rendimento dos iniciais, deveriam trabalhar um total de tempo, em minutos, igual a:

a) 48
b) 50
c) 46
d) 54
e) 52

016. (CESPE/CPRM/2016) Três caminhões de lixo que trabalham durante doze horas com a mesma produtividade recolhem o lixo de determinada cidade. Nesse caso, cinco desses caminhões, todos com a mesma produtividade, recolherão o lixo dessa cidade trabalhando durante:

a) 6 horas
b) 7 horas e 12 minutos
c) 7 horas e 20 minutos
d) 8 horas
e) 4 horas e 48 minutos

017. (FCC/COPERGÁS/2016/TÉCNICO OPERACIONAL MECÂNICO) Com 15 máquinas de asfaltar ruas, a prefeitura de uma cidade pode terminar a obra que pretende fazer em exatos 42 dias de trabalho. O prefeito pretende diminuir esse prazo e está disposto a trazer mais máquinas, além das 15 máquinas disponíveis, para executarem essa obra em 35 dias. O número de máquinas, que o prefeito precisará acrescentar para conseguir o seu intento, é igual a:

a) 5
b) 9
c) 4
d) 3
e) 7

018. (FGV/ANALISTA LEGISLATIVO/2015) João, quando chega à sua oficina de artesanato, leva meia hora para arrumar suas ferramentas e depois inicia imediatamente seu trabalho. Nesse trabalho, João produz 12 peças a cada 20 minutos. Certo dia, João chegou à oficina às 8 horas da manhã e trabalhou sem parar até sair da oficina, ao meio-dia.
O número de peças que João produziu nesse dia foi:

a) 96
b) 108
c) 120

d) 126
e) 144

019. (CESPE/CPRM/2016/TÉCNICO EM GEOCIÊNCIAS/HIDROLOGIA) Por 10 torneiras, todas de um mesmo tipo e com igual vazão, fluem 600 L de água em 40 minutos. Assim, por 12 dessas torneiras, todas do mesmo tipo e com a mesma vazão, em 50 minutos fluirão:
a) 625L de água
b) 576L de água
c) 400L de água
d) 900L de água
e) 750L de água

020. (CESPE/ANTAQ/2014/ANALISTA ADMINISTRATIVO) Uma concessionária ganhou a concessão para explorar economicamente uma rodovia federal pelo período de 20 anos. A concessionária realizará melhorias na via como a duplicação de trechos, manutenção do asfalto, da iluminação, reforço na sinalização.
Considerando que a concessionária esteja autorizada a cobrar pedágios, julgue o item subsequente.
Considere que 12 empregados da concessionária, trabalhando 6 horas por dia e no mesmo ritmo, constroem 3 km de rodovia em 9 dias. Nessa situação, 24 empregados, trabalhando 6 horas por dia e no mesmo ritmo do grupo inicial, construirão 6 km de estrada em 6 dias.

021. (FCC/DPE/RS/2017/ANALISTA/ADMINISTRAÇÃO) Um grupo de 8 funcionários analisou 32 propostas de reestruturação de um determinado setor de uma empresa em 16 horas de trabalho. Para analisar 48 dessas propostas, em 12 horas de trabalho, um outro grupo de funcionários, em igualdade de condições do grupo anterior, deverá ser composto por um número de pessoas igual a:
a) 18
b) 12
c) 16
d) 14
e) 20

022. (FCC/PREFEITURA DE TERESINA/PI/2016/TÉCNICO DE NÍVEL SUPERIOR/ADMINISTRADOR) Em uma empresa, um prêmio em dinheiro foi dividido entre 3 funcionários (Antônio, Bento e Celso) em partes diretamente proporcionais ao tempo de serviço de cada um na empresa e inversamente proporcionais ao número de faltas injustificadas deles dentro de um período. O quadro abaixo forneceu as informações necessárias para o cálculo desta divisão.

Informação	Antônio	Bento	Celso
Tempo de serviço	8 anos	10 anos	18 anos
Número de faltas injustificadas	2 dias	5 dias	6 dias

Se Celso recebeu R$ 13.500,00, então Antônio recebeu, em reais,

a) 12.000,00
b) 9.000,00
c) 27.000,00
d) 18.000,00
e) 22.500,00

023. (CESPE/STM/2011) Seis juízes foram encarregados de analisar alguns processos e concluíram esse trabalho em treze dias. Sabendo que cada juiz levou três dias para analisar cada processo e que todos os juízes trabalharam nesse ritmo, julgue os itens seguintes.
Quatro juízes analisaram dez processos em sete dias.

024. (INÉDITA/2021) Joana assistiu 2 aulas de Matemática Financeira. Sabendo que o curso que ela comprou possui um total de 8 aulas, qual é o percentual de aulas já assistidas por Joana?

025. (CESPE/INPI/2013) Considerando que o custo de produção de um refrigerante em lata seja R$ 0,50 por unidade produzida e que essa mesma latinha seja vendida a R$ 2,50, julgue os itens seguintes.
O preço de custo do refrigerante em lata representa 20% do valor de sua venda.

026. (INÉDITA/2021) Joana comprou um curso de 200 horas-aula. Porém, com a publicação do edital, a escola precisou aumentar a carga horária em 15%. Qual o total de horas-aula do curso ao final?

027. (FGV/IBGE/2016/TÉCNICO EM INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS E ESTATÍSTICAS) Rubens percorreu o trajeto de sua casa até o trabalho com uma determinada velocidade média. Rubinho, filho de Rubens, percorreu o mesmo trajeto com uma velocidade média 60% maior do que a de Rubens. Em relação ao tempo que Rubens levou para percorrer o trajeto, o tempo de Rubinho foi:

a) 12,5% maior
b) 37,5% menor
c) 60% menor
d) 60% maior
e) 62,5% menor

028. (INÉDITA/2021) Pedro percebeu que ele ainda não assistiu a 200 aulas do seu curso. Ele deseja reduzir o número de aulas não assistidas a 180. É correto afirmar que o percentual de aulas não assistidas por Pedro cairá 20%?

029. (CESPE/INPI/2013) Considerando os dados apresentados no gráfico, julgue os itens seguintes.

O número de acidentes ocorridos em 2008 foi, pelo menos, 26% maior que o número de acidentes ocorridos em 2005.

030. (CESPE/INPI/2013) Considerando que o custo de produção de um refrigerante em lata seja R$ 0,50 por unidade produzida e que essa mesma latinha seja vendida a R$ 2,50, julgue os itens seguintes.
Se o custo de produção de cada refrigerante for reduzido em 40%, mantendo-se o mesmo valor de venda do produto, então o lucro por latinha aumentará 20%.

031. (CESPE/CPRM/2016) Considere que 85% das residências de determinado município estão ligadas à rede de abastecimento de água tratada e que 60% dessas residências estão ligadas à rede de esgotamento sanitário. Nessa situação, a percentagem de residências do município que são servidas de água tratada e estão ligadas à rede de esgotamento sanitário é igual a:
a) 40%
b) 25%
c) 15%
d) 60%
e) 51%

032. (FGV/COMPESA/2016/ASSISTENTE DE SANEAMENTO E GESTÃO) O resultado da divisão de 100% por 20% é:

a) 0,5%
b) 5%
c) 50%
d) 500%
e) 5000%

033. (CESPE/FUB/2009/ADMINISTRADOR DE EDIFÍCIOS) Considere que sobre o preço de fábrica de um automóvel zero km incida um imposto federal de 12% e sobre o preço de fábrica acrescido do imposto federal incida um imposto estadual de 15%. Nessa situação, o preço de venda do automóvel será pelo menos 28% superior ao preço de fábrica.

034. (FCC/TST/2017/TÉCNICO JUDICIÁRIO) A equipe de segurança de um Tribunal conseguia resolver mensalmente cerca de 35% das ocorrências de dano ao patrimônio nas cercanias desse prédio, identificando os criminosos e os encaminhando às autoridades competentes. Após uma reestruturação dos procedimentos de segurança, a mesma equipe conseguiu aumentar o percentual de resolução mensal de ocorrências desse tipo de crime para cerca de 63%. De acordo com esses dados, com tal reestruturação, a equipe de segurança aumentou sua eficácia no combate ao dano ao patrimônio em:
a) 35%.
b) 28%.
c) 63%.
d) 41%.
e) 80%

QUESTÕES DE CONCURSO

035. (FGV/PREFEITURA DE PAULÍNIA/SP/2016/AGENTE DE CONTROLE DE VETOR) Uma máquina fabrica uma peça inteira do motor de um carro em 8 min. Trabalhando continuamente, o número de peças inteiras que a máquina fará em 9 horas é:

a) 67.
b) 68.
c) 72.
d) 73.
e) 112.

Pelo anunciado, infere-se que se trata de parâmetros diretamente proporcionais. Quanto mais horas trabalhadas, maior será o número de peças produzidas. Sabe-se que 9 h de trabalho correspondem a:

$$t = 9 \times 60 = 540\ min$$

Portanto,

Tempo trabalhado	Peças produzidas
8min	1
9*60=540min	x

Vamos agora montar a proporção seguindo as setas:

$$\frac{8}{540} = \frac{1}{x}$$

Para resolver a conta, podemos fazer o produto em cruz (ou meio pelos extremos):

$$8x = 540$$

$$x = \frac{540}{8} = 67{,}5$$

Apesar de o valor de peças calculado ser de 67,5, apenas as peças completamente feitas nos interessam (números inteiros); portanto, em 9 h são fabricadas 67 peças.
Não poderíamos marcar 68 peças, porque são feitas apenas 67 peças inteiras. Uma peça ficou ainda pela metade, não estando, portanto, completa.

Letra a.

036. (FCC/SABESP/2018/ESTAGIÁRIO DE NÍVEL MÉDIO) Em uma empresa, 5 funcionários conseguem preparar 15 caixas para despacho em 3 horas. O gerente de despacho quer agilizar o preparo de outras 4 caixas (iguais às anteriores) e gastar apenas 20 minutos nessa tarefa. Esse gerente sabe que todos funcionários à disposição desempenham tal serviço com a mesma velocidade. Para conseguir isso, ele precisará deslocar, para trabalhar junto com os outros 5, mais:

a) 7 funcionários.
b) 12 funcionários.
c) 5 funcionários.
d) 10 funcionários.
e) 8 funcionários.

Podemos montar uma Regra de Três Composta. Para isso, devemos observar que:

- quanto maior o tempo disponível para carregar as caixas, menos funcionários serão necessários. Portanto, são grandezas inversamente proporcionais;
- quanto mais caixas precisarem ser carregadas, mais funcionários serão necessários. Portanto, são grandezas diretamente proporcionais.

Note, ainda, que o tempo de 3 horas é igual a 180 minutos, porque cada hora tem 60 minutos. Dessa forma, podemos montar o seguinte esquema para as proporções:

Funcionários	Minutos	Caixas
5	180	15
x	20	4

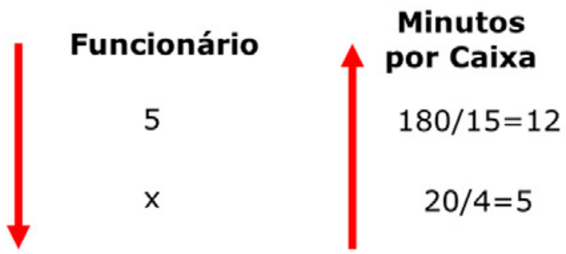
$$\frac{x}{5} = \frac{180}{20} \cdot \frac{4}{15}$$

Podemos simplificar, notando que 180/15 = 12 e que 4/20 = 1/5.

$$\frac{x}{5} = \frac{12}{5} \therefore x = \frac{12}{5} \cdot 5 = 12\ funcionários$$

Outra forma de ver esse problema é criando uma nova variável denominada **minutos por caixa.** Observe que, quanto mais funcionários existirem, menor será a quantidade de tempo que elas precisarão para carregar uma única caixa.

Assim, concluímos que são duas grandezas inversamente proporcionais. Podemos montar o esquema abaixo:



Por meio dos sentidos das setas, podemos escrever:

$$\frac{5}{x} = \frac{5}{12} \therefore x = 12\ funcionários\ no\ total$$

Por ambas as técnicas de cálculo, concluímos que são necessários 12 funcionários no total. Como já existiam 5 funcionários, devem ser adicionados:

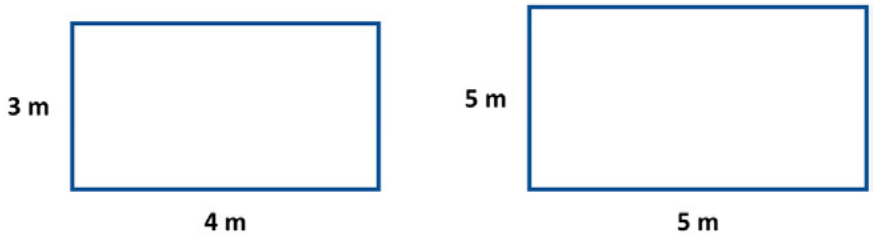
$$12 - 5 = 7\ funcionários$$

Letra a.

---

037. (FGV/IBGE/2020/COORDENADOR CENSITÁRIO) Um pintor de paredes pinta uma parede retangular com 3m de altura e 4m de comprimento em 18 minutos.
Com a mesma eficiência, esse pintor pintará uma parede retangular com 4m de altura e 5m de comprimento em:
a) 20 minutos;
b) 24 minutos;
c) 25 minutos;
d) 28 minutos;
e) 30 minutos.

Por meio do anunciado, infere-se que se trata de parâmetros diretamente proporcionais. Quanto maior a área a ser pintada, maior será o tempo de trabalho.
A área de um retângulo é dada pelo produto das duas dimensões.



$$S_1 = 3.4 = 12\ m^2 \qquad S_2 = 4.5 = 20\ m^2$$

Quanto maior a área a ser pintada, mais tempo será necessário para o trabalho. Portanto, são grandezas diretamente proporcionais.

Área pintada	Tempo em minutos
3*4=12 m²	18
4*5=20 m²	x

Montemos a proporção seguindo as setas:

$$\frac{12}{20} = \frac{18}{x}$$

Multiplicando em cruz:

$$12x = 18.20 = 360$$

$$\therefore x = \frac{360}{12} = 30\ min$$

Letra e.

---

038. (CESPE/INPI/2013/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL) Sabendo que, para produzir 5 unidades de determinado produto, é necessário 2 operários trabalhando 6 horas por dia durante 3 dias, julgue os itens seguintes.
Se, para cada trabalhador, o custo de produção de cada unidade aumentar 2% por hora trabalhada além das 8 horas diárias, então, ao produzir 10 unidades, com somente dois trabalhadores, em dois dias, o custo diminuirá em 40%.

Uma questão muito boa em que o(a) aluno(a) deverá ter uma boa capacidade de interpretar. Devemos calcular a quantidade de horas que os empregados deverão trabalhar para produzir as unidades necessárias.

Horas por Dia	Dias	Unidades
6	3	5
x	2	10

Quanto mais dias os empregados trabalham, menor será a carga horária necessária; portanto, são grandezas inversamente proporcionais, como evidenciado pelos sentidos das setas.
Por outro lado, quanto mais unidades deverão ser produzidas, mais tempo será necessário; portanto, aumenta a carga horária. Assim, são grandezas diretamente proporcionais.
O número de operários é igual a 2 em ambas as situações; por isso, essa grandeza é irrelevante para a Regra de Três. De posse dessas informações, podemos montar a conta seguindo as setas.

$$\frac{x}{6} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{5} \therefore x = \frac{3.10.6}{2.5} = 3.6 = 18$$

Os empregados tiveram que trabalhar um total de 18 horas por dia, o que significa um excesso de 10 horas por dia. Portanto, o custo de produção da fábrica aumentará em:

Aumento do Custo	Número de Operários	Horas Extras
+2%	1	1
y	2	10

Mais uma vez, seguindo as setas, podemos calcular o aumento do custo devido às horas extras:

$$\frac{y}{+2\%} = \frac{2}{1} \cdot \frac{10}{1} = 20 \therefore y = +2\%.20 = +40\%$$

O único erro do enunciado é afirmar que o custo de produção diminui. Na verdade, o custo aumenta em 40%.

Errado.

---

039. (FCC/AL/AP/2020/ANALISTA LEGISLATIVO/ADMINISTRADOR) Um reservatório de água estava completamente cheio quando passou a perder água a um ritmo constante. Após 30 dias, o volume de água no reservatório correspondia a 2/3 da capacidade máxima. Contando a partir do momento em que o reservatório estava cheio, o tempo necessário para que o volume de água atinja a marca de 10% da capacidade máxima do reservatório é

a) 81 dias.
b) 60 dias.
c) 270 dias.
d) 45 dias.
e) 171 dias.

Por meio do anunciado, infere-se que se trata de parâmetros diretamente proporcionais, se considerarmos a perda de água pelo tempo. Quanto maior a porcentagem de água perdida no reservatório, maior é o tempo.

Na primeira parte do problema, o reservatório perdeu 1/3 de sua capacidade de água, pois:

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Para encontrar a fração de água perdida na segunda parte do problema, subtrai-se 1/10, fração final de água, de 2/3, fração inicial de água:

$$\frac{2}{3}-\frac{1}{10}=\frac{20}{30}-\frac{3}{30}=\frac{17}{30}$$

Fração do Reservatório perdida	Tempo decorrido
1/3	30
17/30	x

Montemos a proporção seguindo as setas:

$$\frac{1/3}{17/30}=\frac{30}{x}$$

Do lado esquerdo, temos uma razão de frações, que pode ser resolvida, multiplicando-se a primeira fração pelo inverso da segunda.

$$\frac{1/3}{17/30}=\frac{1}{3}\cdot\frac{30}{17}=\frac{10}{17}$$

$$\therefore\frac{10}{17}=\frac{30}{x}$$

Multiplicando em cruz:

$$10.x=30.17$$

$$\therefore x=17\cdot\frac{30}{10}=17.3=\ 51\ dias$$

O total de dias decorridos, contando a partir do reservatório cheio, é de:

$$N=\ 51+30=81\ dias$$

Letra a.

---

040. (CESPE/TJ-PR/2019/TÉCNICO JUDICIÁRIO) No estado do Paraná, segundo o IBGE, entre 1970 e 2010, a densidade populacional — quantidade média de habitantes por quilômetro quadrado — cresceu à taxa média de 9% a cada 10 anos, como mostra a tabela a seguir, em que os valores foram aproximados.

ano	densidade populacional
1970	35
1980	38,15
1990	41,59
2000	45,33
2010	49,41

Internet: <www.ibge.gov.br> (com adaptações).

Se for constatado que, a partir de 2010, houve uma queda de 20% na taxa média de crescimento da densidade populacional, então, em 2020, essa densidade será

a) inferior a 53 habitantes por km².
b) superior a 53 habitantes e inferior a 54 habitantes por km².
c) superior a 54 habitantes e inferior a 55 habitantes por km².
d) superior a 55 habitantes e inferior a 56 habitantes por km².
e) superior a 56 habitantes por km².

Observe que a taxa média de crescimento da densidade populacional é igual a 9%. Porém, segundo informado pelo enunciado, houve queda de 20% na taxa de crescimento populacional em relação a essa média. Portanto, a taxa de crescimento será:

$$tx = (1 - 0{,}20).9\% = 0{,}80.9\% = 7{,}2\%$$

Podemos converter essa taxa percentual para números decimais:

$$tx = 7{,}2\% = \frac{7{,}2}{100} = 0{,}072$$

Basta, portanto, aplicar esse percentual de crescimento ao dado obtido no último ano.

$$D_{2011} = (1 + 0{,}072).49{,}41 = 1{,}072.49{,}41 = 52{,}96752 < 53$$

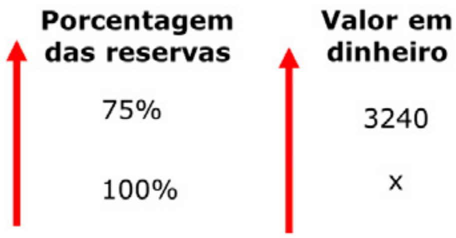
Letra a.

041. (CESPE/PGE-PE/2019/ANALISTA ADMINISTRATIVO DE PROCURADORIA) Pedro aplicou 25% de suas reservas em um investimento financeiro e ainda sobraram R$ 3.240. Nessa situação, antes da aplicação, as reservas de Pedro somavam R$ 4.320.

Pedro aplicou 25% de suas reservas, logo sobrou:

$$100\% - 25\% = 75\%$$

Estes 75% equivalem a R$ 3.240,00.
Utilizando a proporção direta, conforme esquema abaixo:



Por meio do sentido das setas, tem-se:

$$\frac{x}{3240} = \frac{100\%}{75\%} \therefore x = \frac{100}{75} \cdot 3240 = \frac{4}{3} \cdot 3240$$

Façamos as contas.

$$\therefore x = 4.1080 = R\$\ 4.320{,}00$$

Certo.

---

042. (VUNESP/PREFEITURA DE CAMPINAS/SP/2019/AGENTE FISCAL TRIBUTÁRIO) Em tempos de bicicletas e patinetes elétricos, uma pessoa gasta 18 minutos para ir de sua casa até o centro da cidade utilizando como meio de locomoção uma bicicleta, percorrendo, em média, 300 metros a cada minuto. Utilizando como meio de locomoção um patinete elétrico, essa mesma pessoa percorre, em média, 360 metros a cada minuto. Desse modo, o mesmo percurso, realizado com o patinete, deverá durar

a) 12 minutos.
b) 10 minutos.
c) 15 minutos.
d) 9 minutos.
e) 6 minutos.

De bicicleta, a pessoa percorre 300 metros em 1 minuto. O tempo e a distância percorrida são grandezas diretamente proporcionais, porque quanto mais tempo se passa, mais distância a pessoa pode andar.

Como ela gastou 18 minutos, podemos calcular a distância total percorrida por essa pessoa usando a proporcionalidade direta.

tempo	distância percorrida
1	300
18	x

$$\frac{x}{300} = \frac{18}{1}$$

$$\therefore x = 18.300 = 5400\ m$$

Portanto, a distância da sua casa até o centro da cidade é igual a 5400 metros. De patinete, ela percorre 360 metros em 1 minuto. Assim, o tempo necessário para percorrer a mesma distância usando esse novo meio de transporte é:

tempo	distância percorrida
1	360
t	5400

$$\frac{t}{1} = \frac{5400}{360} \therefore t = 15$$

Letra c.

043. (CESPE/MDS/2009/AGENTE ADMINISTRATIVO) Em importante campanha de informação sobre saúde pública, o secretário de saúde municipal determinou que os agentes de saúde deveriam visitar todas as residências daquele município. Foram designados 5 agentes para realizar a campanha. Uma análise preliminar concluiu que esses agentes terminariam as visitas no município em 12 dias úteis, se todos trabalhassem com a mesma eficiência, de segunda a sexta-feira, durante 8 horas diárias.
Considerando essas informações, julgue os seguintes itens.
Considere que os agentes receberiam uma gratificação de R$ 12.000,00 a serem divididos entre eles, de forma diretamente proporcional ao número de dias que cada um trabalhou. Nesse caso, se do total de dias trabalhados, dois dos agentes faltaram a 50% desses dias, um dos agentes faltou 25% dos dias e os outros dois trabalharam todos os dias, então os agentes que mais faltaram ao trabalho receberiam menos de R$ 1.800,00 cada um.

Sejam A, B, C, D e E as gratificações recebidas pelos 5 agentes. Considere, ainda, que os agentes A e B foram os mais faltosos, o agente C faltou 25% dos dias, e os agentes D e E trabalharam todos os 12 dias.
Nessa situação, os agentes A e B trabalharam 6 dias, enquanto o agente C faltou 3 dias (25% de 12), portanto, trabalhou 9 dias.
Dessa maneira, temos a proporcionalidade:

$$\frac{A}{6}=\frac{B}{6}=\frac{C}{9}=\frac{D}{12}=\frac{E}{12}$$

Agora, basta usar a propriedade das Somas Externas:

$$\frac{A}{6}=\frac{B}{6}=\frac{C}{9}=\frac{D}{12}=\frac{E}{12}=\frac{A+B+C+D+E}{6+6+9+12+12}$$

A soma A + B + C + D + E corresponde ao total recebido de gratificação por todos os agentes, que é de R$12.000,00.

$$\frac{A}{6}=\frac{B}{6}=\frac{C}{9}=\frac{D}{12}=\frac{E}{12}=\frac{A+B+C+D+E}{6+6+9+12+12}=\frac{12000}{45}$$

Agora, calculemos as gratificações de cada agente.

$$\frac{A}{6}=\frac{B}{6}=\frac{12000}{45}\therefore A=\frac{12000.6}{45}=\frac{4000.2}{5}=800.2=1600<1800$$

Portanto, o enunciado está correto.

Certo.

044. (CESPE/SEE-AL/2013) Um bônus de R$ 47.600,00 foi distribuído, a três funcionários de uma empresa, em partes diretamente proporcionais às respectivas idades. Sabendo que as idades são 23, 35 e 54 anos, a diferença, em reais, entre o valor daquele que recebeu mais e o valor daquele que recebeu menos, é

a) 16650
b) 8925
c) 12745
d) 13175
e) 9850

Sabe-se, do enunciado, que a quantia de R$ 47.600,00 deve ser dividida proporcionalmente a 23, 35 e 54, correspondentes às idades dos funcionários.

Vamos chamar de A, B e C o dinheiro recebido por cada um dos funcionários. De proporção, sabe-se que:

$$\frac{A}{23} = \frac{B}{35} = \frac{C}{54}$$

Pode-se utilizar as propriedades de Razão e Proporção, pois temos o vamos de A+B+C, o montante total.

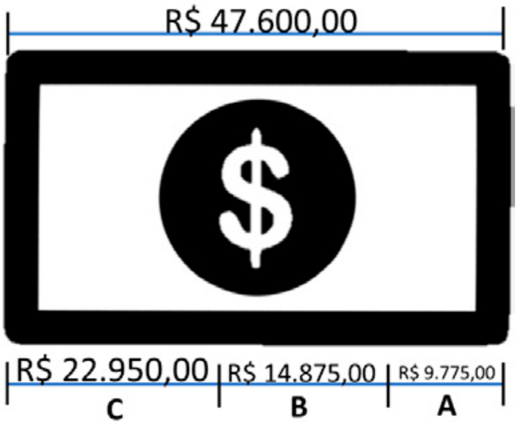
$$\frac{A}{23} = \frac{B}{35} = \frac{C}{54} = \frac{A+B+C}{23+35+54} = \frac{A+B+C}{112} = \frac{47600}{112} = 425$$

Agora, podemos substituir para encontrar os valores de A, B e C:

$$\frac{A}{23} = 425 \therefore A = R\$\,9.775{,}00$$

$$\frac{B}{35} = 425 \therefore B = R\$\,14.875{,}00$$

$$\frac{C}{54} = 425 \therefore C = R\$\,22.950{,}00$$



A diferença entre C e A é:

$$22950 - 9775 = 13175$$

Letra d.

045. (CESPE/PGE-PE/2019/ANALISTA ADMINISTRATIVO DE PROCURADORIA) Uma loja vende determinado produto em promoção com 15% de desconto sobre o preço de venda. Mário comprou o produto e, por ter pagado à vista, ganhou mais 10% de desconto sobre o preço do produto na promoção. Nessa situação, o desconto total concedido a Mário foi de 25% sobre o preço de venda.

Se o valor inicial do produto é x, com a promoção, seu valor passa a ser:

$$0{,}85x$$

Mário comprou o produto por 0,85x e, em cima deste valor, ganhou mais 10% de desconto. O valor pago por Mário foi:

$$0{,}9 \cdot 0{,}85x = 0{,}765x$$

Mário, no fim das contas, obteve um desconto total de:

$$x - 0{,}765x = 0{,}235x$$

Esse desconto é, portanto, equivalente a 23,5%, que é inferior a 25%.

Errado.

046. (CESPE/SEDUC-AL/2018/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Para liquidar o estoque de determinado produto, o lojista ofereceu um desconto de 10% no preço de venda. Passados alguns dias, para o estoque remanescente, o lojista concedeu novo desconto, agora de 20% sobre o preço já com primeiro desconto. Nessa situação, o valor do desconto que é equivalente a um único desconto aplicado sobre o preço do produto é igual a 28%.

Considerando x o valor inicial do produto, o valor pós-desconto de 10% passa a ser 90% do primeiro, então:

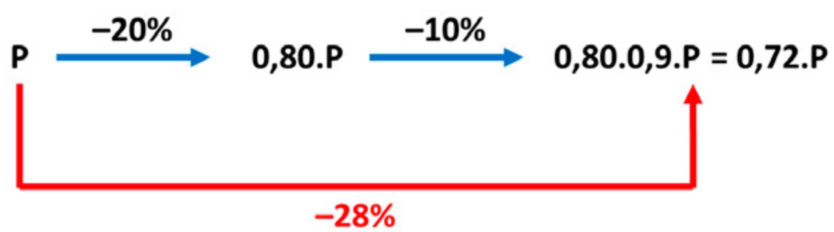
$$0{,}9x$$

João agora decide dar mais 20% de desconto sobre o valor anterior (0,9x) e o valor do produto passa a ser 80% do anterior:

$$0{,}8.\,0{,}9x = 0{,}72x$$

Considerando o valor final, este passou a ser 72% de x, valor inicial, o que corresponde a:

$$100\% - 72\% = 28\%\ de\ desconto$$



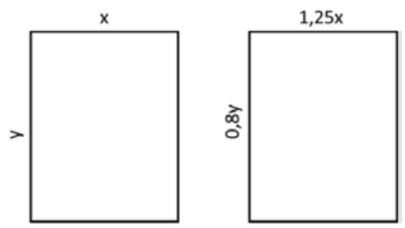
Certo.

047. (CESPE/SEFAZ-RS/2018/AUDITOR DO ESTADO) Em um bairro nobre de determinada cidade, uma imobiliária colocou à venda vários terrenos: independentemente do tamanho, o preço do metro quadrado é o mesmo para todos os terrenos à venda. Um terreno retangular de 600 m2 de área custa R$ 3.240.000. Em outro terreno, também retangular, um dos lados é 25% maior que o lado equivalente do primeiro terreno; o outro lado é 20% menor que o lado equivalente do primeiro terreno.

Nesse caso, o preço do segundo terreno é igual a

a) R$ 1.458.000.
b) R$ 3.240.000.
c) R$ 3.402.000.
d) R$ 3.078.000.
e) R$ 3.564.000.

O primeiro terreno possui 600 m² de área e o segundo possui um lado maior em 25% e o outro menor em 20%. Desse modo, se o primeiro terreno possui lados x e y, os dois terrenos são dados conforme o esquema abaixo:



$$S = xy = 600\ m^2$$

A área do primeiro terreno é dada por xy e a área do segundo terreno é dada por:

$$0{,}8y.\,1{,}25x = xy$$

Ou seja, o segundo terreno possui área igual ao primeiro, 600 m².

Logo, seu valor é igual do dado para o primeiro terreno:

$$R\$\ 3.240.000{,}00$$

Letra b.

---

048. (CESPE/STM/2018/ANALISTA JUDICIÁRIO) Ao passar com seu veículo por um radar eletrônico de medição de velocidade, o condutor percebeu que o velocímetro do seu carro indicava a velocidade de 99 km/h. Sabe-se que a velocidade mostrada no velocímetro do veículo é 10% maior que a velocidade real, que o radar mede a velocidade real do veículo, mas o órgão fiscalizador de trânsito considera, para efeito de infração, valores de velocidade 10% inferiores à velocidade real.

Nessa situação, considerando que a velocidade máxima permitida para a via onde se localiza o referido radar é de 80 km/h,

O condutor não cometeu infração, pois, descontando-se 20% da velocidade mostrada no velocímetro de seu veículo, o valor de velocidade considerada pelo órgão fiscalizador será de 79 km/h.

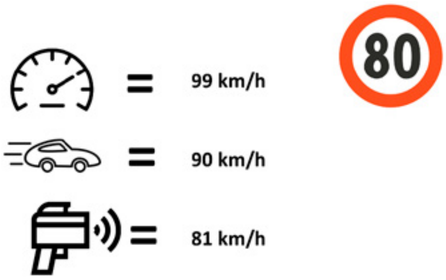
Sabe-se que o velocímetro indicava 99 km/h, valor correspondente a 1,1 (10% maior) da velocidade real, dada por x, então:

$$99 = 1{,}1x \therefore x = 90\ km/h$$

O órgão fiscalizador, porém, considera valores 10% inferiores à sua velocidade real, ou seja 90% do valor real:

$$0{,}9.90 = 81\ km/h$$

O condutor será multado, pois a velocidade permitida é de 80 km/h e ele estava a 81 km/h. Não se pode somar os descontos.



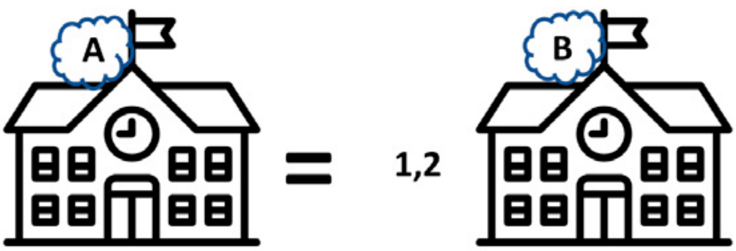
Errado.

049. (CESPE/IFF/2018) A quantia de R$ 360.000 deverá ser repassada às escolas A, B e C para complemento da merenda escolar. A distribuição será em partes diretamente proporcionais às quantidades de alunos de cada escola. Sabe-se que a escola A tem 20% a mais de alunos que a escola B e que a escola C tem 20% a menos de alunos que a escola B. Nesse caso, a escola A deverá receber

a) R$ 140.000.
b) R$ 144.000.
c) R$ 168.000.
d) R$ 192.000.
e) R$ 216.000.

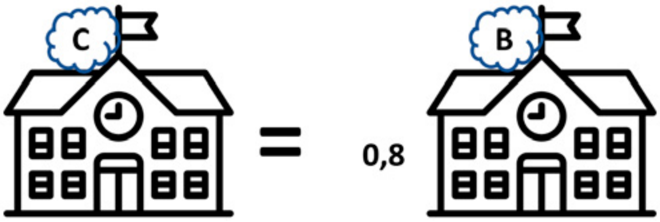
A escola A possui 20% de alunos a mais que a escola B, logo:

$$A = 1{,}2B$$



A escola C possui 20% de alunos a menos que a escola B, logo:

$$C = 0{,}8B$$



A proporção entre o valor revertido e o número de escolas se torna, portanto:

$$\frac{x}{1{,}2B} = \frac{y}{B} = \frac{z}{0{,}8B}$$

Nessa equação, as incógnitas x, y e z correspondem aos valores revertidos para as escolas A, B e C, respectivamente.

Por meio das propriedades de Razão e Proporção, tem-se:

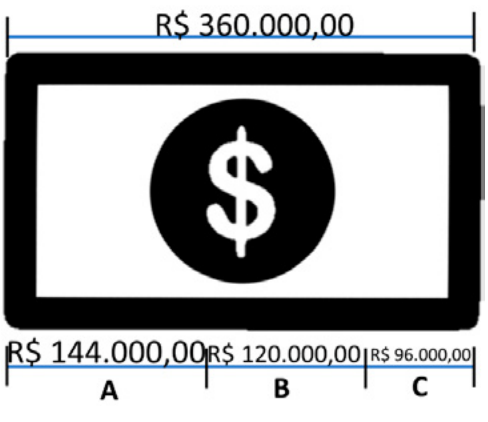
$$\frac{x}{1{,}2B} = \frac{y}{B} = \frac{z}{0{,}8B} = \frac{x+y+z}{1{,}2B + B + 0{,}8B} = \frac{360000}{3B} = \frac{120000}{B}$$

A escola A receberá:

$$\frac{x}{1{,}2B} = \frac{120000}{B}$$

Os valores de B se cancelam e x se torna:

$$x = 1{,}2 \times 120000 = R\$\ 144.000{,}00$$



Letra b.

---

050. (CESPE/STM/2018/ANALISTA JUDICIÁRIO) Os irmãos Jonas, Pierre e Saulo, que têm, respectivamente, 30, 20 e 18 anos de idade, herdaram de seu pai a quantia de R$ 5 milhões. O testamento prevê que essa quantia deverá ser dividida entre os irmãos em partes inversamente proporcionais às suas idades.

Nessa situação hipotética, Jonas receberá 50% a mais que Saulo.

Trata-se de um problema de proporção inversa. Se J, P e S correspondem aos valores recebidos por Jonas, Pierre e Saulo neste testamento, então:

$$\frac{J}{\frac{1}{30}} = \frac{P}{\frac{1}{20}} = \frac{S}{\frac{1}{18}}$$

$$30.J = 20.P = 18.S$$

Para facilitar a conta, podemos dividir tudo pelo MMC entre 18, 20 e 30, que é igual a 180. Dividindo todas as igualdades por 180, ficamos com:

$$\frac{30.J}{180} = \frac{20.P}{180} = \frac{18.S}{180}$$

Efetuando as simplificações, teremos que 180/30 = 6; 180/20 = 9; 180/18 = 10.

$$\frac{J}{6} = \frac{P}{9} = \frac{S}{10}$$

Tem-se o valor da herança total, pode-se, então, utilizar as propriedades de Somas Internas:

$$\frac{J}{6} = \frac{P}{9} = \frac{S}{10} = \frac{J+P+S}{6+9+10} = \frac{5000000}{25} = 200.000$$

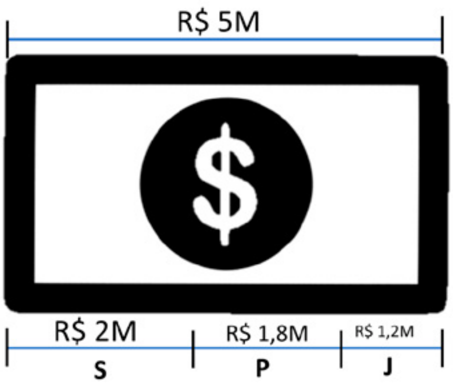
Jonas e Saulo receberão, respectivamente:

$$\frac{J}{6} = 200000 \therefore J = R\$\ 1.200.000{,}00$$

$$\frac{S}{10} = 200000 \therefore S = R\$\ 2.000.000{,}00$$

Jonas receberá 60% do valor de Saulo:

$$\% = \frac{valor\ recebido\ por\ Jonas}{valor\ recebido\ por\ Saulo} = \frac{1200000}{2000000} = 0{,}6 = 60\%$$



Portanto, na realidade, Jonas receberá 40% a menos que Saulo.

Errado.

051. (CESPE/FUB/2018/ASSISTENTE EM ADMINISTRAÇÃO) A respeito de razões, proporções e inequações, julgue o item seguinte.
Situação hipotética: Vanda, Sandra e Maura receberam R$ 7.900 do gerente do departamento onde trabalham, para ser divido entre elas, de forma inversamente proporcional a 1/6, 2/9 e 3/8, respectivamente. Assertiva: Nessa situação, Sandra deverá receber menos de R$ 2.500.

Sejam V, S e M as quantias recebidas por Vanda, Sandra e Maura, respectivamente. Essas quantias são inversamente proporcionais a 1/6, 2/9 e 3/8. Vamos começar a armar a proporção. Como a divisão é inversamente proporcional, a proporção terá a seguinte estrutura:

$$\frac{V}{\frac{1}{\frac{1}{6}}} = \frac{S}{\frac{1}{\frac{2}{9}}} = \frac{M}{\frac{1}{\frac{3}{8}}}$$

Vamos agora fazer as contas no denominador. Basta inverter todas as frações.

$$\therefore \frac{V}{6} = \frac{S}{\frac{9}{2}} = \frac{M}{\frac{8}{3}}$$

Dividindo ambas as igualdades por 6:

$$\frac{V}{6.6} = \frac{S}{\frac{9}{2} \cdot 6} = \frac{M}{\frac{8}{3} \cdot 6}$$

Façamos as contas no denominador:

$$\frac{V}{36} = \frac{S}{27} = \frac{M}{16}$$

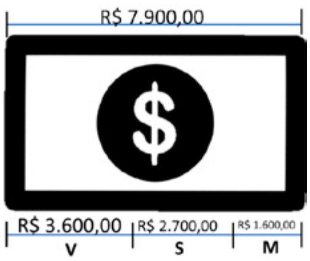
Sabe-se que a quantia total, V+S+M, é R$ 7.900,00. Utilizando as propriedades de Razão e Proporção:

$$\frac{V}{36} = \frac{S}{27} = \frac{M}{16} = \frac{7900}{36 + 27 + 16} = \frac{7900}{79} = 100$$

Podemos, agora, calcular a quantia que Sandra receberá:

$$\frac{S}{27} = 100 \therefore S = 27.100 = R\$\ 2.700{,}00$$

Sandra recebe uma quantia maior que R$ 2.500,00.



Errado.

052. (CESPE/BNB/2018/ANALISTA BANCÁRIO) Vilma, Marta e Cláudia trabalham em uma mesma agência bancária. Vilma está nesse emprego há 5 anos, Marta, há 7 anos e Cláudia, há 12 anos. Para premiar a eficiência dessas funcionárias, a direção do banco concedeu-lhes uma bonificação de R$ 12.000, que deverão ser divididos entre as três, de forma diretamente proporcional aos respectivos tempos de serviço. Nesse caso, Vilma receberá mais de R$ 3.000 de bonificação.

Por meio do enunciado, infere-se que o problema se trata de uma proporção direta. Quanto maior o tempo de serviço, maior a bonificação. Conforme abaixo:

$$\frac{V}{5} = \frac{M}{7} = \frac{C}{12}$$

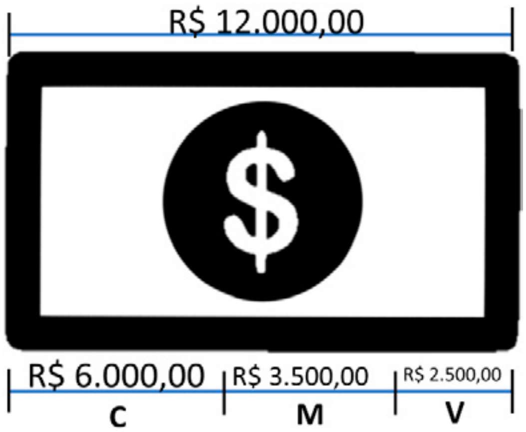
Sabemos que o total das bonificações é de R$ 12.000,00. Podemos, portanto, utilizar as propriedades das Somas Internas, como se segue:

$$\frac{V}{5} = \frac{M}{7} = \frac{C}{12} = \frac{V + M + C}{5 + 7 + 12} = \frac{12000}{24} = 500$$

Vilma receberá, portanto:

$$\frac{V}{5} = 500 \therefore V = R\$\ 2.500{,}00$$

Este valor é inferior a R$ 3.000,00.



Errado.

053. (FCC/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO/SP/2019/ANALISTA EM VIGILÂNCIA SANITÁRIA/ENFERMEIRO) Em seu turno de trabalho, uma enfermeira deveria medicar cada uma de três crianças com uma dose recomendada de 6,0 mL de determinado xarope. Constatando que havia apenas 16,0 mL de xarope na embalagem, optou por medicar cada criança com uma quantidade de xarope proporcional à sua massa, desde que essa dose não excedesse a dose recomendada. Sabe-se que as massas das crianças eram de, respectivamente, 12 kg, 15 kg e 21 kg, e sabe-se, também, que a enfermeira decidiu que, na situação em que alguma dose calculada dessa forma excedesse a dose recomendada, tal excedente deveria ser distribuído igualmente para as outras crianças, no limite da dose. Assim, a criança de 12 kg recebeu, em mL, uma dose de xarope correspondente a:

a) 6,0
b) 4,5
c) 4,0
d) 5,0
e) 5,5

Sabe-se, do enunciado, que a quantia de 16 mL deve ser dividida proporcionalmente a 12, 15 e 21, correspondentes às massas das crianças.

Vamos chamar de A, B e C as doses de xarope de cada uma das crianças. De proporção, sabe-se que:

$$\frac{A}{12} = \frac{B}{15} = \frac{C}{21}$$

Pode-se usar a propriedade de somas internas de Razão e Proporção, pois sabemos o valor de A+B+C.

$$\frac{A}{12} = \frac{B}{15} = \frac{C}{21} = \frac{A+B+C}{12+15+21} = \frac{A+B+C}{48} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$$

Verificando se nenhuma criança receberá mais xarope que o recomendado (6 mL):

$$\frac{A}{12} = \frac{1}{3} \therefore A = 4\ mL$$

$$\frac{B}{15} = \frac{1}{3} \therefore B = 5\ mL$$

$$\frac{C}{21} = \frac{1}{3} \therefore C = 7\ mL$$

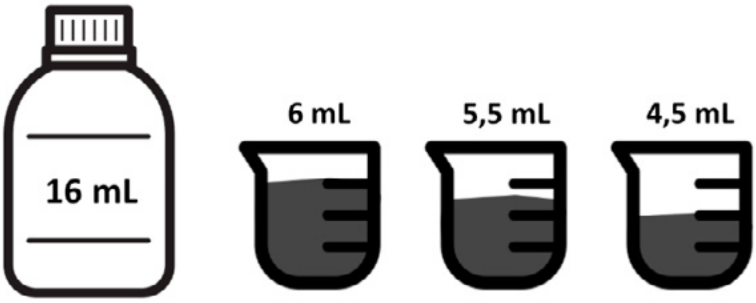
A dosagem de xarope da criança de 21 kg excedeu em 1 mL o limite recomendado. Portanto, este excedente deverá ser distribuído igualmente para as outras duas crianças, conforme orientação do enunciado.

$$\frac{1}{2} = 0{,}5\ mL$$

Logo, a criança de 12 kg receberá:

$$C_{final} = C + 0{,}5 = 4 + 0{,}5 = 4{,}5\ mL$$

Dessa maneira, o xarope será distribuído da seguinte forma entre as três crianças:



Letra b.

---

054. (FCC/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO-SP/2019/ANALISTA EM VIGILÂNCIA SANITÁRIA/ENFERMEIRO) Numa região delimitada de um determinado açude, biólogos faziam um estudo sobre duas espécies de peixes, A e B, acerca de sua atração ou repelência a certas substâncias dissolvidas na água. Num determinado instante t0, para cada 7 peixes da espécie A na região delimitada, havia 5 peixes da espécie B. Transcorrido um certo tempo, entraram na região mais 27 peixes da espécie A e saíram 18 da espécie B. Com isso, a razão entre as quantidades de peixes na região delimitada passou a ser de 10 peixes da espécie A para cada 3 peixes da espécie B. Pode-se concluir que o número de peixes da espécie A presentes nessa região, no instante t_0, era:

a) 63
b) 14
c) 45
d) 28
e) 7

No instante t_0, a proporção de peixes A e B era a seguinte:

$$\frac{A}{7} = \frac{B}{5} \qquad \text{I}$$

Ao adicionar 27 peixes da espécie A e retirar 18 peixes da espécie B, a proporção passa a ser:

$$\frac{A+27}{10} = \frac{B-18}{3} \qquad \text{II}$$

Multiplicando (I) por 3:

$$\frac{3A}{7} = \frac{3B}{5} \therefore 15A = 21B \qquad \text{III}$$

Multiplicando (II) em cruz e multiplicando por 5:

$$5.3.(A+27) = 10 \times . \times (B-18) \therefore 15A + 405 = 50B - 900 \quad \text{IV}$$

Subtraindo (III) de (IV):

$$\begin{array}{cc} \boldsymbol{(III)} & \mathbf{15A = 21B} \\ \boldsymbol{(IV)} & 15A + 405 = 50B - 900 \\ \hline \boldsymbol{(IV) - (III)} & 405 = 50B - 900 - 21B \end{array}$$

Trabalhando a equação obtida acima, temos:

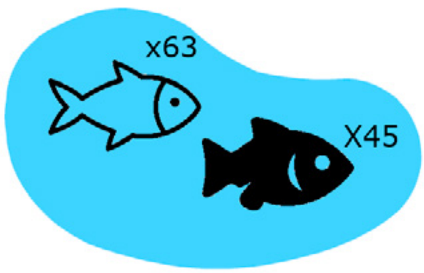
$$405 = 29B - 900 \therefore B = \frac{1305}{29} = 45\ peixes$$

Substituindo em (III):

$$15A = 21B = 21.45 = 945$$

$$15A = 945 \therefore A = \frac{945}{15} = 63\ peixes$$

Havia 63 peixes da espécie A no instante t_0.



Letra a.

---

055. (FGV/SENADO FEDERAL/2008/CONSULTOR DE ORÇAMENTO) Admita que 3 operários, trabalhando 8 horas por dia, construam um muro de 36 metros em 5 dias. O tempo necessário para que 5 operários, trabalhando 6 horas por dia, construam um muro de 30 metros é de:

a) 3 dias mais 2 horas.
b) 3 dias mais 4 horas.
c) 3 dias mais 8 horas.
d) 4 dias mais 3 horas.
e) 4 dias mais 4 horas.

Não há absolutamente nenhuma diferença quando o problema envolve quatro variáveis. Vejamos:

Dias	Operários	Carga Horária	Muro
5	3	8	36
X	5	6	30

Agora, precisamos relacionar a variável em estudo (tempo para a construção do muro) com as demais variáveis:

- quanto mais operários houver, mais rápida será a obra, ou seja, tomará menos dias. Portanto, são grandezas inversamente proporcionais;
- quanto maior a carga horária dos operários, mais rápida também será a obra. Portanto, carga horária e tempo são grandezas inversamente proporcionais;
- quanto maior o muro, mais tempo levará para ser construído. Portanto, tempo e tamanho do muro são grandezas diretamente proporcionais.

Agora, construiremos as setas que reflitam esse raciocínio.

Dias	Operários	Carga Horária	Muro
5	3	8	36
x	5	6	30

Agora, basta montar as proporções:

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{5}.\frac{8}{6}.\frac{30}{36} \therefore x = \frac{3.8.30.5}{5.6.36} = \frac{3.8.30}{6.36} = \frac{1.4.30}{36} = \frac{1.4.5}{6} = \frac{20}{6}\ dias$$

A questão pediu o tempo em dias e horas. Para isso, precisamos efetuar a divisão e pegar a parte inteira. 20 dividido por 6 é igual a 3 e deixa resto 2. Portanto, podemos escrever que:

$$x = \frac{20}{6} = 3 + \frac{2}{6} = 3 + \frac{1}{3}$$

Portanto, a obra levou 3 dias mais um terço de dia. Note que, nesse caso, um dia de trabalho tem 6 horas, portanto, 1/3 de um dia é correspondente a 2 horas. Assim, podemos escrever:

$$x = 3\ dias + \frac{1}{3} dia = 3\ dias + \frac{1}{3}.6h = 3dias + 2h$$

Letra a.

---

056. (CESPE/SEFAZ/RS/2018/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL) A tabela seguinte mostra as alíquotas para a cobrança do imposto de renda de pessoas físicas, por faixa salarial, em uma economia hipotética.

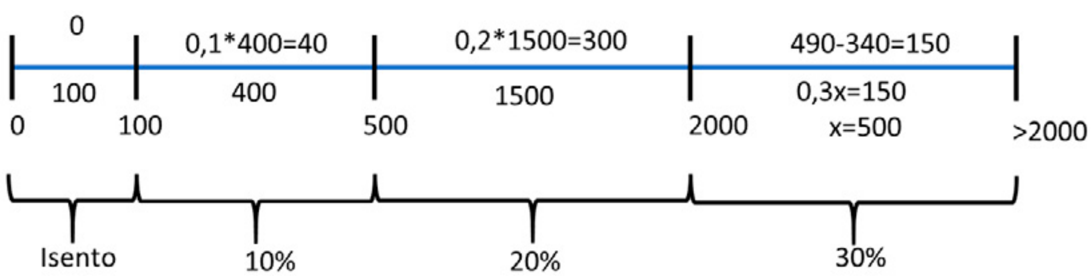
faixas de renda bruta	alíquota
até \$ 100	isento
acima de \$ 100 e até \$ 500	10%
acima de \$ 500 e até \$ 2.000	20%
acima de \$ 2.000	30%

O imposto é cobrado progressivamente, isto é, sobre a parte da renda bruta do indivíduo que estiver em cada faixa incide o imposto de acordo com a alíquota correspondente.

De acordo com essas informações, se um indivíduo paga $ 490 de imposto de renda, então a sua renda bruta é:

a) inferior a $ 1.600.
b) superior a $ 1.600 e inferior a $ 2.100.
c) superior a $ 2.100 e inferior a $ 2.600.
d) superior a $ 2.600 e inferior a $ 3.100.
e) superior a $ 3.100.

A imposto é cobrado progressivamente, de acordo com a renda bruta do indivíduo, conforme esquema abaixo:



São cobrados R$ 0,00 de seus primeiros R$ 100,00 de renda bruta, R$ 40,00 de seus outros R$ 400,00 e assim sucessivamente, conforme as alíquotas do enunciado.

Na parte inferior do esquema, estão os valores pelos quais houve cobrança de imposto naquela faixa.

No fim, o valor total da renda bruta do indivíduo é de:

$$100 + 400 + 1500 + 500 = R\$\ 2.500,00$$

Valor maior que R$ 2.100,00 e menor que R$ 2.600,00.

Letra c.

---

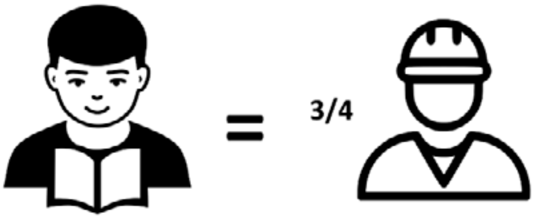
057. (CESPE/SEFAZ-RS/2018/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL) Dois marceneiros e dois aprendizes, cada um trabalhando durante quatro dias, seis horas por dia, constroem três cadeiras e uma mesa. Os marceneiros trabalham com a mesma eficiência, mas a eficiência dos aprendizes é igual a 75% da eficiência dos marceneiros. Para construir uma mesa, gasta-se 50% a mais de tempo que para construir uma cadeira.

Nesse caso, para construírem doze cadeiras e duas mesas em oito dias, dois marceneiros e quatro aprendizes com eficiências iguais às daqueles citados anteriormente devem trabalhar

a) 4,2 h/dia.
b) 6 h/dia.
c) 6,3 h/dia.

d) 7 h/dia.
e) 7,5 h/dia.

Para resolver este problema, vamos deixá-lo em função de marceneiros e cadeiras, trocando as variáveis com as transformações citadas, para facilitar.
No primeiro caso, são utilizados 2 aprendizes e 2 marceneiros.
Cada aprendiz corresponde a ¾ de um marceneiro:



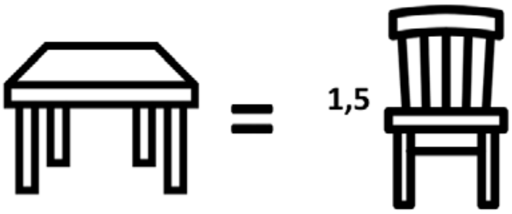
Portanto, os trabalhadores equivalem a:

$$2 + 2 \cdot \frac{3}{4} = 3{,}5\; marceneiros$$

Cada um dos funcionários trabalha 6h por dia durante 4 dias, o equivalente a:

$$6.4 = 24\; h\; totais$$

Estes funcionários constroem 3 cadeiras e uma mesa, em que 1 mesa equivale ao tempo de 1,5 cadeira a ser construída:



Estes móveis são equivalentes a:

$$3 + 1 \times 1{,}5 = 4{,}5\; cadeiras$$

Em homem-hora, que diz respeito às horas totais pagas pela marcenaria, tem-se:

$$HH = 3{,}5 \times 24 = 84$$

Segundo caso:
O objetivo é construir 12 cadeiras e 2 mesas, o equivalente a:

$$12 + 2 \times 1{,}5 = 15\; cadeiras$$

Utilizam-se 2 marceneiros e 4 aprendizes, o equivalente a:

$$2 + 4 \times \frac{3}{4} = 5\; marceneiros$$

Serão trabalhadores 8 dias, x h por dia. Este valor é equivalente a:

$$8.x = 8.h\ totais$$

O valor homem-hora para o segundo caso é:

$$8x.5 = 40x$$

Utilizando as variáveis homem-hora e cadeiras, o problema se trata de uma proporção direta, conforme esquema abaixo:

Homem-Hora	Cadeiras produzidas
84	4,5
40x	15

Conforme o sentido das setas, a proporção é:

$$\frac{40x}{84} = \frac{15}{4{,}5}$$

$$\therefore x = \frac{84}{40} \cdot \frac{15}{4{,}5}$$

Façamos as contas para x. Primeiramente, vamos multiplicar por 2 o numerador e o denominador. A seguir, vamos simplificar por 10 e depois simplificar por 3.

$$x = \frac{84}{40} \cdot \frac{30}{9} = \frac{3}{4} \cdot \frac{84}{9} = \frac{1}{4} \cdot \frac{84}{3} = \frac{28}{4} = 7\ h$$

Letra d.

---

058. (FCC/SABESP/2019/ESTAGIÁRIO DE NÍVEL SUPERIOR) A razão entre o número de homens e o número de mulheres hospedados em um hotel no sábado era de 5 para 7. No dia seguinte hospedaram-se nesse hotel mais alguns homens e mais 14 mulheres e nenhum hóspede deixou o hotel. Considerando todas as pessoas hospedadas no domingo, o hotel estava com 6 homens para cada 7 mulheres. Se o número total de hóspedes homens no domingo passou a ser o mesmo número de mulheres hospedadas no sábado, então o número de homens que se hospedaram no domingo foi

a) 30
b) 18
c) 24
d) 12
e) 36

A proporção de homens e mulheres no sábado era:

$$\boxed{\frac{H}{5} = \frac{M}{7} \quad (I)}$$

No domingo, após a entrada de alguns homens e 14 mulheres, a razão passou a ser:

$\boldsymbol{\frac{H+x}{6}=\frac{M+14}{7}}$	$\boldsymbol{(II)}$

O número total de hóspedes homens no domingo passou a ser igual ao número de mulheres hospedadas no sábado, então:

$$H+x=M$$

Substituindo em (II):

$$\frac{M}{6}=\frac{M+14}{7}$$

Fazendo o meio pelos extremos, temos:

$$\therefore 7M=6M+6.14$$

$$7M=6M+84$$

$$7M-6M=84$$

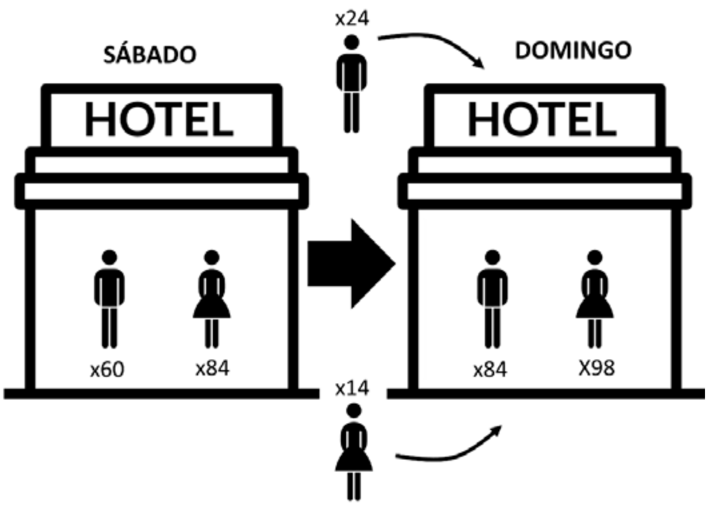
$$\therefore M=84$$

De (I), temos:

$$\frac{H}{5}=\frac{84}{7}\therefore H=\frac{84}{7}\cdot 5=12.5=60$$

Como o total de homens no domingo era 84, o número de homens que se hospedaram no domingo é:

$$x=84-60=24\ homens$$



Letra c.

059. (CESPE/SEFAZ-RS/2019/AUDITOR-FISCAL DA RECEITA ESTADUAL) Em uma fábrica de doces, 10 empregados igualmente eficientes, operando 3 máquinas igualmente produtivas, produzem, em 8 horas por dia, 200 ovos de Páscoa. A demanda da fábrica aumentou para 425 ovos por dia. Em razão dessa demanda, a fábrica adquiriu mais uma máquina, igual às antigas, e contratou mais 5 empregados, tão eficientes quanto os outros 10.

Nessa situação, para atender à nova demanda, os 15 empregados, operando as 4 máquinas, deverão trabalhar durante

a) 8 horas por dia

b) 8 horas e 30 minutos por dia.

c) 8 horas e 50 minutos por dia.

d) 9 horas e 30 minutos por dia.

e) 9 horas e 50 minutos por dia.

Podemos resolver o problema montando uma Regra de Três composta, notando que desejamos saber o número de horas de trabalho diária dos empregados. Essa variável se relaciona com as demais da seguinte forma:

- quanto mais empregados estiverem presentes, menos horas eles precisarão trabalhar. Portanto, são grandezas inversamente proporcionais;
- quanto mais máquinas estiverem disponíveis, menos horas os empregados precisarão trabalhar. Portanto, são grandezas inversamente proporcionais.
- quanto mais ovos de páscoa precisarem ser produzidos, mais horas por dia será necessário trabalhar. Portanto, são grandezas diretamente proporcionais.

Horas de Trabalho	Empregados	Máquinas	Ovos de Páscoa
8	10	3	200
x	15	4	425

Montemos a proporção, seguindo as setas:

$$\frac{x}{8} = \frac{10}{15} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{425}{200}$$

Podemos passar o 8 para o outro lado.

$$\therefore x = \frac{10}{15} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{425}{200} \cdot 8$$

Podemos simplificar 425 e 15 por 5, chegando a 85 e 3. A seguir, podemos simplificar o 85 e 200 por 5, chegando a 17 e 40.

$$\therefore x = \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{17}{40} \cdot 8 = \frac{17.8}{4.4} = \frac{17}{2} = 8{,}5\ h$$

Portanto, a jornada de trabalho precisará ser de 8,5 horas. Como 1 hora tem 60 minutos, o intervalo de tempo de meia hora terá 30 minutos. Portanto, o tempo de 8,5 horas é equivalente a 8 horas e 30 minutos.

Outra maneira de se resolver regra de três composta é tentar encontrar outras variáveis a partir das iniciais e, assim, simplificar o problema.

Considerando homem-hora trabalhada, que pode ser entendida como a quantidade de horas totais pagas por uma empresa e o número de ovos por máquina, o problema se trata de uma proporção direta, conforme o esquema:

Homem-Hora	Ovos por máquina
80	200/3
15x	425/4

Conforme o sentido da seta:

$$\frac{15x}{80} = \frac{\frac{425}{4}}{\frac{200}{3}} \therefore x = 8{,}5h = 8\ h\ e\ 30\ min$$

Letra b.

---

060. (FGV/PREFEITURA DE OSASCO-SP/2014/ATENDENTE) O preço de determinado produto, ao longo de dois meses consecutivos, sofre aumentos de 10% e 20%, respectivamente. No terceiro mês, o preço cai e retorna ao valor original, antes dos aumentos. Em relação ao preço aumentado do produto, o percentual que mais se aproxima da redução ocorrida no terceiro mês é:

a) 20%
b) 25%
c) 30%
d) 70%
e) 75%

Seja P o preço inicial do produto. Os dois aumentos podem ser representados a seguir.

É importante destacar que o primeiro aumento de 10% eleva o preço para 1,10P. Já o segundo aumento de 20% deve ser aplicado sobre esse novo preço de 1,10P.

$$\underset{\text{Mês 0}}{P} \xrightarrow{+10\%} \underset{\text{Mês 1}}{1{,}10P} \xrightarrow{+20\%} \underset{\text{Mês 2}}{\overset{1{,}20.1{,}10P\ =}{1{,}32P}} \xrightarrow{-x\%} \underset{\text{Mês 3}}{\overset{(1\text{-}x).1{,}32P\ =}{P}}$$

Da mesma forma, a redução percentual de x% deve ser aplicada sobre o preço no mês 3. Temos, portanto, que:

$$(1-x).\,1{,}32P = P \therefore (1-x) = \frac{1}{1{,}32}$$

A forma mais simples de converter essa fração em percentual é multiplicando por 100%.

$$(1-x) = \frac{100}{1{,}32}\% \cong 75\% \therefore x = 100\% - 75\% = 25\%$$

Letra b.

---

061. (FCC/TRT-11ª REGIÃO/AM/RR/TÉCNICO JUDICIÁRIO) O preço de um sapato, após um aumento de 15%, é R$ 109,25. Se o preço do sapato não tivesse sofrido esse aumento de 15%, mas um aumento de 8%, a diferença, em reais, entre os preços do sapato com cada aumento seria de:

a) R$ 7,65.
b) R$ 5,80.
c) R$ 14,25.
d) R$ 7,60.
e) R$ 6,65.

Em primeiro lugar, calcularemos o preço inicial do sapato. Sendo P o preço inicial, após o aumento, esse preço passará a ser 1,15P.

$$1{,}15P = 109{,}25 \therefore P = \frac{109{,}25}{1{,}15} = \frac{10925}{115} = \frac{2185}{23} = 95$$

Agora, precisamos calcular o preço após o aumento de 8%:

$$P_8 = (1+0{,}08)P = 1{,}08.95 = 102{,}6$$

Sendo assim, a diferença de preços será:

$$\Delta P = P_{15} - P_8 = 109{,}25 - 102{,}6 = 6{,}65$$

Poderíamos, ainda, fazer de uma forma simples. Uma vez calculado o preço inicial P = 95, bastaria notar que:

$$\Delta P = P_{15} - P_8 = 1{,}15P - 1{,}08P = 0{,}07P = 0{,}07.95 = 6{,}65$$

Letra e.

---

062. (FCC/ELETROBRAS/2016/TÉCNICO EM SEGURANÇA DO TRABALHO) Um grande concurso premiou 52 felizardos, cada um com a quantia de R$ 102.000,00. Havia uma condição prévia para cada pessoa receber o prêmio. Se a condição não fosse cumprida por algum dos premiados, ele seria eliminado e a quantia de seu prêmio seria distribuída igualmente entre os demais premiados. Dentre os premiados, 18 pessoas não cumpriram a condição estabelecida. Desse modo, a quantia a mais que cada um dos premiados recebeu foi, em reais,

a) 48.000,00.
b) 36.000,00.
c) 66.000,00.
d) 54.000,00.
e) 72.000,00.

Como 18 pessoas não cumpriram a condição estabelecida, o prêmio correspondente a elas deverá ser distribuído igualmente entre os demais 34 participantes.

Sendo assim, o prêmio total a ser redistribuído será:

$$P = 18.102000$$

E o prêmio recebido pelos participantes remanescentes será a divisão desse valor em 34 partes iguais.

$$p = \frac{18.102000}{34} = 18.3000 = 54000$$

Letra d.

063. (CESPE/FUB/2009/ADMINISTRADOR DE EDIFÍCIOS) Considere que uma loja venda seus produtos nas seguintes condições: à vista, com 20% de desconto sobre o preço de tabela; no cartão de crédito, com 5% de acréscimo sobre o preço de tabela. Nessa situação, um produto que é vendido por R$800,00 à vista terá, no cartão, preço superior a R$1.000,00.

Seja P o preço de tabela, temos que o preço à vista será:

$$P_{AV} = (1 - 0{,}20)P = 0{,}80P = 800$$

Portanto, podemos calcular o preço de tabela do produto:

$$P = \frac{800}{0{,}8} = 1000$$

Agora, passemos a calcular o preço no cartão de crédito, que corresponde a um aumento percentual de 5% sobre o preço de tabela de R$1.000,00.

$$P_C = (1 + 0{,}05)P = 1{,}05.1000 = 1050 > 1000$$

Vale dizer que a banca vacilou na elaboração da questão. O(A) aluno(a) não precisava nem mesmo calcular o preço do cartão de crédito. Bastava ver que o preço de tabela já era de R$1.000,00; portanto, o preço no cartão de crédito teria de ser superior.

Certo.

064. (FCC/TST/2017/TÉCNICO JUDICIÁRIO/SEGURANÇA JUDICIÁRIA) Em uma empresa, trabalham oito funcionários, na mesma função, mas com cargas horárias diferentes: um deles trabalha 32 horas semanais, um trabalha 24 horas semanais, um trabalha 20 horas semanais, três trabalham 16 horas semanais e, por fim, dois deles trabalham 12 horas semanais. No final do ano, a empresa distribuirá um bônus total de R$ 74.000,00 entre esses oito funcionários, de forma que a parte de cada um seja diretamente proporcional à sua carga horária semanal. Dessa forma, nessa equipe de funcionários, a diferença entre o maior e o menor bônus individual será, em R$, de:

a) 10.000,00.
b) 8.000,00.
c) 20.000,00.
d) 12.000,00.
e) 6.000,00.

Temos três casos de funcionários A, B, C, D e E que trabalham, respectivamente, 32, 24, 20, 16 e 12 horas. Como os bônus serão distribuídos de forma proporcional às horas trabalhadas, tem-se:

$$\frac{A}{32} = \frac{B}{24} = \frac{C}{20} = \frac{D}{16} = \frac{E}{12}$$

Nós sabemos que o total dos bônus a serem distribuídos é:

$$\boldsymbol{A + B + C + 3D + 2E = 74000 \quad (I)}$$

Agora, vamos usar as propriedades da razão e proporção:

$$\frac{A}{32} = \frac{B}{24} = \frac{C}{20} = \frac{D}{16} = \frac{E}{12}$$

Vamos chamar de p a proporção que já desenhamos e podemos trabalhá-la melhor a fim de deixar mais parecida com a expressão (I):

$$p = \frac{A}{32} = \frac{B}{24} = \frac{C}{20} = \frac{3D}{3.16} = \frac{2E}{2.12}$$

Agora, basta somar os numeradores e os denominadores das expressões. É importante lembrar que essa operação mantém o valor da proporção p.

$$p = \frac{A + B + C + 3D + 2E}{32 + 24 + 20 + 3.16 + 2.12} = \frac{74000}{148}$$

Perceba que podemos simplificar.

$$p = \frac{74000}{148} por2 = \frac{37000}{74} por37 = \frac{1000}{2}$$

Vamos calcular o maior bônus:

$$\frac{A}{32} = \frac{74000}{148} = \frac{1000}{2} \therefore A = \frac{32.1000}{2} = 16000$$

$$\frac{E}{12} = \frac{1000}{2} \therefore E = \frac{12.1000}{2} = 6000$$

Portanto, a diferença entre o maior o menor bônus é de 10000.

Letra a.

---

065. (VUNESP/UNIFESP/2016/TÉCNICO DE SEGURANÇA DO TRABALHO) Em uma casa, a razão entre o número de copos coloridos e o número de copos transparentes é 3/5. Após a compra de mais 2 copos coloridos, a razão entre o número de copos coloridos e o número de copos transparentes passou a ser 2/3. O número de copos coloridos nessa casa, após a compra, é:

a) 24
b) 23
c) 22
d) 21
e) 20

Uma questão muito boa e muito útil para você aprender mais algumas dicas de Razão e Proporção. Sejam C o número de copos coloridos e T o número de copos transparentes, tínhamos inicialmente que:

$$\boldsymbol{\frac{C}{T} = \frac{3}{5}\ (\mathrm{I})}$$

Após a compra de mais dois copos coloridos, o número de copos coloridos passou a ser C + 2 e a razão aumentou para 2/3:

$$\boldsymbol{\frac{C+2}{T} = \frac{2}{3}\ (\mathrm{II})}$$

Temos, portanto, duas equações e duas incógnitas. Sendo assim, é possível resolver o problema. O modo mais fácil é dividir a equação (I) pela (II). Assim, chegamos a:

$$\frac{(I)}{(II)} = \frac{C/T}{(C+2)/T} = \frac{3/5}{2/3}$$

Para resolver a razão de frações, devemos multiplicar a primeira pelo inverso da segunda.

$$\frac{C}{T} \cdot \frac{T}{C+2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{C}{C+2} = \frac{9}{10}$$

Agora, podemos utilizar as propriedades que aprendemos sobre razão e proporção. Podemos, por exemplo, subtrair o numerador do denominador.

$$\frac{C}{C+2-C}=\frac{9}{10-9}$$

$$\frac{C}{2}=\frac{9}{1}\ \therefore C=9.2=18$$

Portanto, antes da compra, havia 18 copos coloridos. A questão, no entanto, pediu o número de copos coloridos **após a compra**. Para isso, bastar somar 2; portanto, foram 20 copos coloridos após a compra.

Letra e.

---

066. (CESPE/TCE-PB/2018/AUDITOR DE CONTAS PÚBLICAS) Se um lojista aumentar o preço original de um produto em 10% e depois der um desconto de 20% sobre o preço reajustado, então, relativamente ao preço original, o preço final do produto será

a) 12% inferior.
b) 18% inferior.
c) 8% superior.
d) 15% superior.
e) 10% inferior.

Chamando de x o preço original do produto, o aumento de 10% faz seu valor se tornar:

$$1{,}1x$$

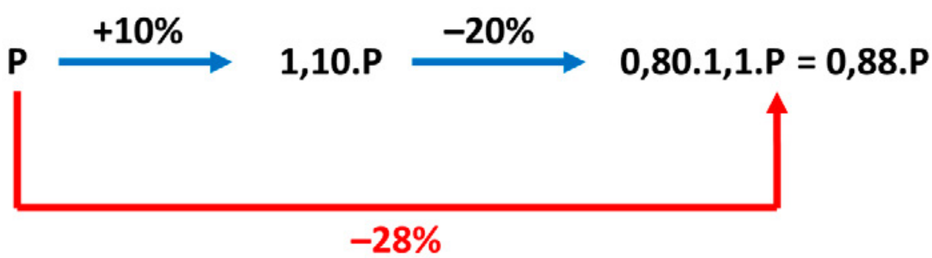
Após esse reajuste, houve mais 20% de desconto sobre o preço anterior (não o original); então, o valor passa a ser:

$$0{,}8.1{,}1x=0{,}88x$$

O valor final passou a ser 88% do valor inicial. Isso significa:

$$100\%-88\%=12\%\ de\ desconto\ final$$

Podemos montar um esquema para a sequência de descontos:



Letra a.

---

067. (CESPE/FUB/2011/ASSISTENTE DE ADMINISTRAÇÃO) Na proporção x/5 = y/7 = z/11, sabe-se que 2x + y + 3z = 250.
Nesse caso, é correto afirmar que x + y + z < 110.

Essa questão pode ser resolvida muito facilmente usando as propriedades da Razão e Proporção.

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{11}$$

Podemos reescrever essa proporção de maneira mais conveniente:

$$\frac{2x}{10} = \frac{y}{7} = \frac{3z}{33}$$

Agora, utilizamos a propriedade das Somas Externas:

$$\frac{2x}{10} = \frac{y}{7} = \frac{3z}{33} = \frac{2x + y + 3z}{10 + 7 + 33} = \frac{250}{50} = 5$$

Podemos, então, calcular cada um dos termos:

$$\frac{x}{5} = 5 \ \therefore x = 5.5 = 25$$

$$\frac{y}{7} = 5 \therefore y = 5.7 = 35$$

$$\frac{z}{11} = 5 \therefore \ z \ = 5.11 = 55$$

Portanto, a soma pedida no enunciado vale:

$$S = x + y + z = 25 + 35 + 55 = 115 > 110$$

Errado.

068. (CESPE/PRF/2013) Considerando que uma equipe de 30 operários, igualmente produtivos, construa uma estrada de 10 km de extensão em 30 dias, julgue os próximos itens.
Se a tarefa estiver sendo realizada pela equipe inicial de 30 operários e, no início do quinto dia, 2 operários abandonarem a equipe, e não forem substituídos, então essa perda ocasionará atraso de 10 dias no prazo de conclusão da obra.

As variáveis envolvidas no problema são: o número de operários, a extensão da estrada e o prazo para a conclusão da obra. Podemos entender a variável dependente como o prazo da obra. Para montar a tabela da Regra de Três, precisamos observar que a perda dos dois operários só ocorreu no quinto dia. Sendo assim, nos quatro primeiros dias, a estrada foi construída normalmente. Por isso, precisamos saber quanto da estrada foi construída nesse período.

Extensão da Estrada	Prazo da Obra
10	30
x	4

Quanto maior o tempo de construção da obra, maior será a extensão construída da estrada. Por isso, as grandezas são diretamente proporcionais como ilustrado anteriormente.

$$\frac{x}{10} = \frac{4}{30} \therefore x = \frac{4.10}{30} = \frac{4}{3}$$

Dessa maneira, até o quarto dia, foram construídos 4/3 km da estrada. Portanto, ainda restam:

$$L = 10 - \frac{4}{3} = \frac{30-4}{30} = \frac{26}{30}\ km$$

A partir do quinto dia, a quilometragem restante da estrada deverá ser construída pelos 28 operários restantes. Podemos calcular o tempo necessário para construir a segunda parte dessa obra (t_2):

Prazo da Obra	Número de Operários	Extensão da Estrada
30	30	10
t_2	28	26/3

Para a interpretação correta dos sentidos das setas, devemos perceber que: quanto maior o número de operários, mais rapidamente eles terminarão a obra; portanto, o prazo será menor. Dessa maneira, o número de operários e o prazo da obra são grandezas inversamente proporcionais.

Por outro lado, quanto maior a extensão da estrada, maior o prazo necessário para concluí-la. Portanto, trata-se de grandezas inversamente proporcionais.

Prazo da Obra	Número de Operários	Extensão da Estrada
30	30	10
t_2	28	26/3

$$\frac{t_2}{30} = \frac{30}{28} \cdot \frac{26/3}{10} \therefore t_2 = \frac{30.26.30}{28.3.10} = \frac{30.26}{28} = \frac{30.13}{14} = \frac{390}{14} = \frac{39}{14}$$

Fazendo as contas aproximadas:

$$t_2 = \frac{52}{14} \cong 27{,}8\ dias$$

Além disso, não podemos nos esquecer de que houve o gasto inicial de 4 dias para a obra. Nesse período, foi construído o trecho de 4/3 km. Portanto, o tempo total para a conclusão da obra será de:

$$t = 4 + 27{,}8 = 31{,}8\ dias$$

Assim, o prazo da obra deverá ser alongado a 32 dias, o que representa um atraso de apenas 2 dias, não de 10 dias, como afirmado pelo enunciado.

Errado.

---

069. (FCC/SEGEP-MA/2016/TÉCNICO DA RECEITA ESTADUAL/ARRECADAÇÃO E FISCALIZAÇÃO DE MERCADORIAS EM TRÂNSITO) Caberá a cada um dos doze funcionários de uma repartição, acompanhar um determinado número de um total de 360 projetos. Esse número de projetos deverá ser diretamente proporcional ao número de anos de serviço de cada funcionário. Sabe-se que três dos doze funcionários têm 4 anos de serviço, cinco deles têm 6 anos de serviço, três deles têm 7 anos de serviço e um deles tem 9 anos de serviço. Dessa maneira, o total de projetos que serão acompanhados pelo grupo dos mais jovens, em serviço, superará o número de projetos que o mais velho, em serviço, acompanhará, em um número igual a:

a) 20
b) 12
c) 45
d) 30
e) 15

Tem-se três grupos de funcionários A, B, C e D. Sabemos que o número de projetos recebido pelos funcionários de cada grupo é *diretamente proporcional* aos anos de serviço, por isso **temos que a razão é constante.**

$$p = \frac{A}{4} = \frac{B}{6} = \frac{C}{7} = \frac{D}{9}$$

Agora, organizaremos quantos funcionários pertencem a cada grupo:

- três pertencem ao grupo A;
- cinco pertencem ao grupo B;
- três pertencem ao grupo C;
- um pertence ao grupo D.

Como sabemos que o total de projetos a ser distribuído é de 360, podemos escrever que:

$$3A + 5B + 3C + 1D = 360$$

Agora, podemos reescrever a proporção p de maneira mais conveniente para lembrar essa equação.

$$p = \frac{A}{4} = \frac{B}{6} = \frac{C}{7} = \frac{D}{9}$$

$$p = \frac{3.A}{3.4} = \frac{5.B}{5.6} = \frac{3.C}{3.7} = \frac{D}{9}$$

Agora basta somar os numeradores e os numeradores:

$$p = \frac{3.A}{3.4} = \frac{5.B}{5.6} = \frac{3.C}{3.7} = \frac{D}{9} = \frac{3A + 5B + 3C + D}{12 + 30 + 21 + 9} = \frac{360}{72} = 5$$

Os mais jovens em serviço (grupo A) receberão cada um:

$$\frac{A}{4} = 5 \therefore A = 4.5 = 20$$

Como são 3, temos que eles receberão o total de 60 projetos. Já o mais velho em serviço (grupo D) receberá:

$$\frac{D}{9} = 5 \therefore D = 45$$

Portanto, o grupo dos mais jovens receberá 15 projetos a mais do que o funcionário mais velho.
Outra forma mais rápida de resolver o problema é usar diretamente a proporção. Como são três jovens no grupo A, o total de projetos a ser recebido por eles será 3A, enquanto o mais velho está sozinho no grupo D; por isso, precisamos da diferença 3A – D.

$$\frac{3.A}{3.4} = \frac{D}{9} = 5$$

$$\frac{3A - D}{3.4 - 9} = 5 \therefore \frac{3A - D}{12 - 9} = 5$$

$$\therefore \frac{3A - D}{3} = 5 \therefore 3A - D = 3.5 = 15$$

Letra e.

---

070. (FCC/TRF-3ª REGIÃO/2016/ANALISTA JUDICIÁRIO/ÁREA ADMINISTRATIVA) Uma herança de R$ 82.000,00 será repartida de modo inversamente proporcional às idades, em anos completos, dos três herdeiros. As idades dos herdeiros são: 2, 3 e x anos. Sabe-se que os números que correspondem às idades dos herdeiros são números primos entre si (o maior divisor comum dos três números é o número 1) e que foi R$ 42.000,00 a parte da herança que o herdeiro com 2 anos recebeu. A partir dessas informações o valor de x é igual a:

a) 7

b) 5

c) 11

d) 1
e) 13

Sendo A, B e C os três herdeiros de 2, 3 e x anos, respectivamente, como a herança foi dividida em partes diretamente proporcionais, temos que **o produto é constante**:

$$2A = 3B = xC$$

Podemos calcular o valor recebido pelo herdeiro de 3 anos usando esta expressão:

$$2A = 3B \therefore 2.42000 = 3B$$

$$\therefore B = \frac{2.42000}{3} = 2.14000 = 28000$$

Agora, podemos calcular a parte que coube ao herdeiro C, lembrando-nos de que o total da herança foi de R$42.000,00.

$$A + B + C = 82000$$

$$42000 + 28000 + C = 82000$$

$$70000 + C = 82000$$

$$C = 82000 - 70000 = 12000$$

Agora, podemos calcular a sua idade (x anos) usando a regra que foi fornecida – números inversamente proporcionais.

$$2A = xC$$

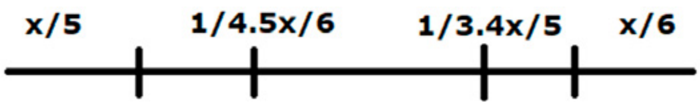
$$2.42000 = x.12000 \therefore x = \frac{2.42000}{12000} = \frac{2.42}{12} = \frac{42}{6} = 7$$

Letra a.

071. (VUNESP/TCE-SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/ADMINISTRAÇÃO) Gabriel está no ponto A, e Felipe, no ponto B. Eles iniciam simultaneamente uma caminhada, e pelo mesmo percurso; Gabriel no sentido de A até B, e Felipe no sentido de B até A. Numa primeira etapa, Gabriel percorreu 1/5 da distância entre A e B, e Felipe percorreu 1/6 dessa mesma distância. Na segunda etapa, Gabriel percorreu o equivalente à quarta parte do que faltava a Felipe percorrer ao final da primeira etapa, e Felipe percorreu o equivalente à terça parte do que faltava a Gabriel percorrer ao final da primeira etapa. Sabe-se que, após a segunda etapa, a distância que os separa é de 6,65 km. Nessas condições, é correto afirmar que a distância total que separa os pontos A e B é, em quilômetros, igual a:
a) 40

b) 44
c) 43
d) 41
e) 42

Seja *x* o comprimento total do percurso. Rodrigo andou a terça parte (x/3), depois andou a quinta parte do que restava (1/5.2/3x) e, depois de andar esses dois trechos, ainda faltavam 1080 metros para chegar ao destino (x). Sendo assim:



Portanto, Gabriel e Felipe andaram:

$$G: \frac{x}{5} + \frac{1}{4}\frac{5x}{6} = \frac{x}{5} + \frac{5x}{24} = \frac{24x + 25x}{120} = \frac{49x}{120}$$

$$F: \frac{x}{6} + \frac{1}{3}\frac{4x}{5} = \frac{5x + 2.4x}{30} = \frac{13x}{30}$$

Após essas etapas, ainda faltavam 6,65 km para completar a distância total x:

$$\frac{49x}{120} + \frac{13x}{30} + 6{,}65 = x$$

$$\frac{49x}{120} + \frac{52x}{120} + 6{,}65 = x$$

$$\frac{101x}{120} + 6{,}65 = x \therefore \frac{27x}{40} + 6{,}65 = x$$

$$6{,}65 = x - \frac{101x}{120}$$

Vamos tirar o MMC na fração à direita:

$$6{,}65 = \frac{120x}{120} - \frac{101x}{120} = \frac{19x}{120}$$

$$6{,}65 = \frac{19x}{120}$$

Por fim, efetuando o meio pelos extremos, teremos:

$$\therefore x = \frac{6{,}65.120}{19} = 42$$

Letra e.

GABARITO

1. E
2. E
3. C
4. e
5. e
6. b
7. b
8. e
9. d
10. e
11. C
12. 500
13. 2, 5
14. c
15. d
16. b
17. d
18. d
19. d
20. E
21. c
22. d
23. E
24. 25%
25. C
26. 230
27. b
28. E
29. C
30. E
31. e
32. d
33. C
34. e
35. a
36. a
37. e
38. E
39. a
40. a
41. C
42. c
43. C
44. d
45. E
46. C
47. b
48. E
49. b
50. E
51. E
52. E
53. b
54. a
55. a
56. c
57. d
58. c
59. b
60. b
61. e
62. d
63. C
64. a
65. e
66. a
67. E
68. E
69. e
70. a
71. e

Thiago Cardoso

Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.