

# COMPOSITION DE PHYSIQUE ET SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

(Durée : 4 heures)

L'utilisation des calculatrices est autorisée pour cette épreuve.

## Réacteur à plasma

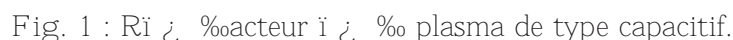
Plus de la moitié des opérations de fabrication des composants microélectroniques, tels que les mémoires et les microprocesseurs, sont effectuées dans des réacteurs plasmas. L'un de ce problème est l'étude et l'analyse des propriétés physiques et des méthodes des deux principaux types de réacteurs plasmas : les réacteurs capacitifs et les réacteurs inductifs. Dans ces deux types de réacteurs :

- (i) des champs électromagnétiques alternatifs transfèrent de la puissance à un gaz ionisé, qui ionise ainsi des ions et des électrons ;
- (ii) des champs électriques statiques extraient ces ions du gaz ionisé.

Les ions ainsi générés et extraits sont utilisés dans les procédés de dépôt de constituants des diodes et autres étapes de fabrication des composants microélectroniques.

La photographie ci-dessous (figure 1) présente un réacteur capacitif. La chambre cylindrique principale C, au centre de la photographie, est une enceinte à gaz ionisé. On peut distinguer deux bandes lumineuses claires, derrière le hublot, c'est le gaz ionisé ou plasma, P. Des mécanismes d'interaction champs-particules dans ce gaz ionisé sont étudiés dans les premières parties de cette composition. Au-dessus de cette chambre C, on distingue un boîtier vertical B, et la boîte d'accord, qui est un système électromécanique asservi du transfert de puissance dans le gaz ionisé. Les dernières parties de cette épreuve sont consacrées à l'étude de ce système et de la qualité des dépôts obtenus ou des gravures effectuées.

À gauche de ce boîtier B, le cylindre vertical A est une jauge permettant de piloter l'alimentation en gaz. Ici, on aperçoit ce système d'alimentation en gaz D et D' et le système de pompage est raccordé à la chambre principale C par les canalisations S.



La mise au point de ce type d'appareil est donc extrêmement complexe et les problèmes qui doivent être résolus sont de nature scientifique et technique. Dans la première partie de ce problème nous étudierons l'interaction champs-gaz ionisés dans le cas d'un acte. Dans la deuxième partie nous étudierons les mécanismes de l'émission ionique d'un. Dans la troisième partie nous construirons une modélisation électrique d'un rôle acteur ca. La quatrième partie est consacrée à l'analyse de l'optimisation du transfert de puissance entre un générateur et un rôle acteur capacitif. Enfin, la cinquième partie est centrée sur l'électromécanique asservie.

La charge des ions considérée sera prise égale à la charge d'un ion certain. Les masses des électrons et des ions seront notées respectivement  $m$  et  $M$ .

2

des équations de Maxwell :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} E &= \frac{\rho}{\epsilon_0} & \operatorname{div} B &= 0 \\ \operatorname{rot} E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} & \operatorname{rot} B &= \frac{1}{c} j + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \end{aligned}$$

Données numériques :

$$\begin{aligned} \text{permittivité du vide} & \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1} \\ \text{perméabilité du vide} & \mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1} \\ \text{masse de l'électron} & m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ \text{unité de masse atomique} & u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg} \\ \text{charge élémentaire} & e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C.} \end{aligned}$$

## Partie I

### Interaction champs - gaz ionisé

1.1 Une plaque métallique conductrice de grandes dimensions, parallèle à l'axe  $z$ , est parcourue par un courant surfacique de densité donnée  $j_s = j_0(t) e_y$ .

- 1 - Montrer, par des considérations de symétrie correctement explicitées, que ce courant engendre en tout point un champ magnétique aligné selon  $e_z$ .
- 2 - Montrer de plus qu'il est uniforme, à des distances faibles devant les dimensions de la plaque.

1.2 Un gaz ionisé occupe le demi-espace  $x > 0$  (figure 2). Les électrons de bords le long des directions  $y$  et  $z$  seront négligés. Ce gaz est composé d'électrons, est globalement neutre. La densité d'électrons est uniforme. Les ions, compte tenu de leur inertie, restent immobiles.

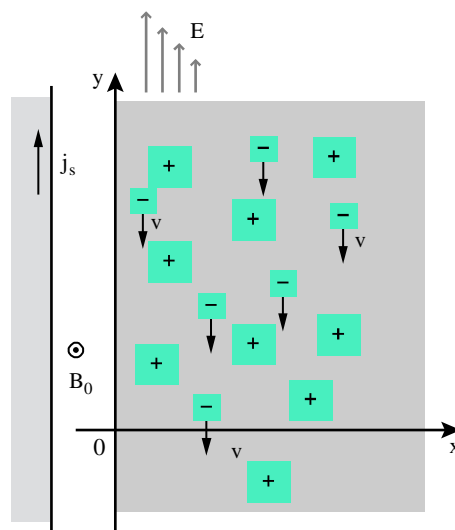


Fig. 2

Dans le demi-espace vide  $x < 0$ , entre plaque et plasma, on suppose le champ magnétique uniforme, de la forme :

$$B(t) = B_0(t) e_z \quad \text{si } x < 0.$$

Dans le demi-espace occupé par le plasma ( $x > 0$ ) on suppose le champ :

$$B(x, t) = B(x, t) e_z \quad \text{si } x > 0.$$

Ce champ magnétique variable engendre un champ électrique que l'on supposera dirigé le long de  $Oy$  :  $E(x, t) = E(x, t) e_y$  et qui accélère les électrons, dont on suppose la vitesse :

3 - Écrire les trois équations reliant dans le plasma  $B(x, t)$ ,  $E(x, t)$  et  $v(x, t)$ .

4 - Écrire les conditions aux limites vérifiées par le champ électromagnétique à la limite du vide.

5 - La force d'origine magnétique sur les électrons est négligée devant la force électrostatique. Alors des trois équations établies à la question 3 et 4, on résout :

$$\frac{1}{\lambda_D} E(x, t) = -\frac{1}{2} \frac{d^2 B(x, t)}{dx^2}$$

où  $\lambda_D$  est une longueur que l'on exprimera en fonction de la fréquence de plasma  $\omega_p$ .

$$\lambda_D = \frac{1}{\omega_p} \sqrt{\frac{ne^2}{m_0}}.$$

6 - Exprimer  $E(x, t)$ ,  $B(x, t)$ ,  $v(x, t)$  en tout point du demi-espace  $x > 0$  à chaque instant  $t$ , en fonction de  $B_0(t)$ .

7 - Application numérique : la longueur caractéristique des variations spatiales des champs dans le demi-espace  $x > 0$  dans le cas d'un réacteur inductif où la densité des électrons est de  $10^{17} \text{ m}^{-3}$ .

1.3 À haute pression, les collisions modifient la réponse électronique. La relation constitutive du milieu devient alors la loi d'Ohm  $E = j / \sigma$ , où  $\sigma$  est la conductivité du gaz ionisé. Comme précédemment, on suppose, pour la plaque et le plasma, le champ magnétique uniforme donné par  $B(t) = B_0(t) e_z$ .

8 - Établir dans ce régime collisionnel le système de trois équations régissant les dépendances spatio-temporelles des champs et du courant dans le demi-espace  $x > 0$ .

9 - En déduisant l'équation aux dérivées partielles  $\nabla^2 B(x, t) = \mu_0 \frac{d^2 B(x, t)}{dt^2}$ . Comment appelle-t-on ce type d'équation ? Quelle est la dimension du coefficient  $1/\lambda_D^2$  ?

10 - On suppose  $B_0(t)$  sinusoïdal,  $B_0(t) = B_0 \exp(j\omega t)$  en notation complexe. On recherche une solution de l'équation établie à la question 8 sous la forme  $B(x, t) = B(x) \exp(j\omega t)$ . Établir l'équation différentielle vérifiée par  $B(x)$  et la résoudre.

11 - Résoudre cette équation et exprimer  $B(x, t)$  à chaque instant et en tout point du demi-espace  $x > 0$ .

12 - Quelle est la longueur caractéristique des variations spatiales des champs dans ce régime collisionnel ?

13 - La conductivité est reliée au temps moyen entre collisions par  $\sigma = ne^2 / m \tau$ . Exprimer le rapport entre les deux longueurs caractéristiques des questions 5 et 12 en fonction de  $(\omega \tau)^{1/2}$ .  
 14 - Application numérique : est de l'ordre de  $10^{-7}$  s dans les réacteurs industriels haute pression. La densité est de l'ordre de  $n = 10^{17} \text{ m}^{-3}$ . La pulsation des champs est notée avec  $\omega = 13,5 \text{ MHz}$ . Quelle est la valeur de la longueur de pénétration collisionnelle des champs ?

## Partie II

### Émission ionique

2.1 Dans cette seconde partie, les champs électriques sont statiques. On considère un gaz ionisé, globalement neutre, constitué de ions et d'électrons en nombres égaux. Pour l'utiliser dans les industries de microélectronique, le processus d'émission ionique est le plus dominant. Dans ces réacteurs, les électrodes sont polarisées de manière à extraire un ion du gaz ionisé qui est ensuite accéléré dans une zone appelée gaine. La physique de cette zone est extrêmement complexe. Nous admettrons que la gaine ne contient que des ions qui s'écoulent entre une anode plane infinie située en  $x = 0$  et une cathode plane infinie située en  $x = D$  (figure 3).

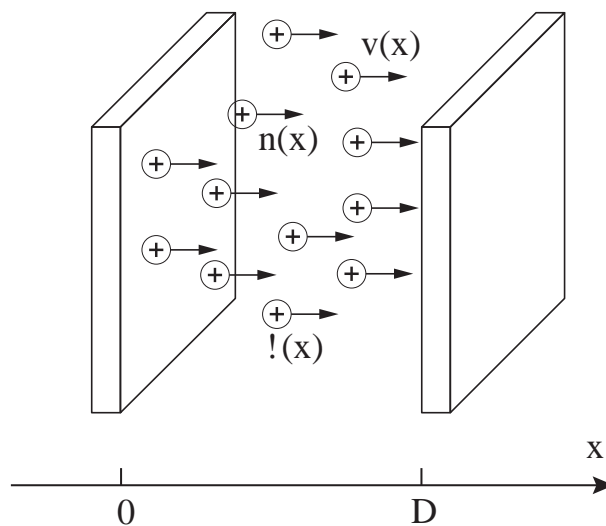


Fig. 3

Cet écoulement ionique est uni-dimensionnel et stationnaire le long de  $x$ . Les ions sont décrits par leur densité  $n(x)$  et leur vitesse  $v(x) \mathbf{e}_x$ . Soit  $\phi(x)$  le potentiel électrostatique au point  $x$ . Les conditions aux limites de ce problème uni-dimensionnel sont, au positif :

$$\phi(0) = 0 \quad \phi(D) = \phi_0 < 0 \quad , \quad v(0) = 0 \quad , \quad \mathbf{E}(0) = 0$$

où  $\mathbf{E}$  est le champ électrique.

Le courant ionique  $\mathbf{J} = J \mathbf{e}_x$ , avec  $J = en(x)v(x)$ , est constant et considéré ici comme une donnée du problème. Le but de l'étude est de déterminer la caractéristique courant-tension en fonction de la pression de la gaine

15 - Exprimer la vitesse d'un ion  $v(x)$  en fonction du potentiel électrostatique  $\phi(x)$ . En déduire la relation entre  $n(x)$  et  $\phi(x)$ .

16 - Déterminer la relation différentielle du deuxième ordre vérifiée par

17 - En déduire la relation entre  $\phi = d\phi/dx$  et  $x$ . On prendra en compte les conditions aux limites et le fait que le potentiel est négatif et fonction décroissante de

18 - Montrer que le potentiel  $\phi(x)$  est donné par  $\phi(x) = -\frac{1}{2}x^{4/3}$  où  $\alpha$  est un coefficient que l'on exprimera en fonction de  $J, e, M$  et  $\tau_0$ .

19 - En déduire la relation courant-tension dans la gaine en exprimant la différence de potentiel  $U$  en fonction du courant ionique  $J$  et des paramètres du problème.

20 - Application numérique Une valeur typique de la densité de flux de particules est  $J/e = 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  pour  $U = 50 \text{ V}$ . Quelle est la valeur de  $D$ , la pression typique de ces gaines ioniques dans le cas des ions  $\text{H}^+$  ?

2.2 Le modèle de pression de gaine ionique est pertinent dans les régimes dits basse pression. Mais, pour les pressions de densité d'ions, il est nécessaire de travailler à plus haute pression où les collisions ioniques deviennent un phénomène dominant. La relation entre la vitesse des ions et le potentiel électrostatique, établie ici pour la question 15, doit être remplacée par :

$$v(x) = \frac{e}{M} E_x = \frac{e}{M} \frac{d\phi}{dx}$$

où  $\tau_0$  est le temps moyen entre collisions des ions. On considère donc le modèle de pression de gaine ainsi que des conditions aux limites semblables ; seule la relation entre vitesse et potentiel électrostatique est modifiée par dans ce régime haute pression.

21 - Déterminer la relation différentielle vérifiée par

22 - Exprimer  $\phi(x)$  en fonction de  $x$ .

23 - En déduire la nouvelle caractéristique courant-tension dans la gaine.

24 - Application numérique Pour une densité de flux de  $10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ , sachant que  $\tau_0 = 10^{-10} \text{ s}$  et  $U = 50 \text{ V}$ , quelle est la valeur typique de  $D$  dans le cas des ions  $\text{H}^+$  ?

25 - Déterminer un critère permettant de décider de la pertinence du modèle sans collision ou du modèle collisionnel selon les caractéristiques du flux ionique.

### Partie III

#### Modélisation d'un réacteur

Afin de réaliser des réacteurs capacitifs efficaces, il est nécessaire d'optimiser la puissance du générateur radiofréquence (13,5 MHz) qui permet de polariser les électrodes, via le réacteur composé de ces deux électrodes planes situées de part et d'autre de la tranche de gaz ionisée (figure 4). Il est donc utile de modéliser le réacteur électriquement et de calculer son impédance équivalente.

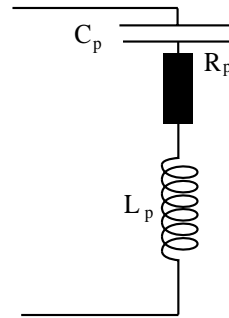


Fig. 4

26 - On considère un système de deux électrodes planes parallèles séparées par une distance  $d$ . L'espace entre les électrodes est vide. Si l'on néglige les effets de bord, quelle est la capacité  $C_p$  de ce système ?

On considère un milieu conducteur constitué d'un gaz ionisé possédant la conductivité  $\sigma$  et une permittivité  $\epsilon$ . Le réacteur est modélisé par un rectangle de hauteur  $a$  et de largeur  $b$ . Une tension  $V(t)$  est appliquée entre les faces haute et basse, créant un champ électrique uniforme  $E = E(t)$ .

27 - On considère un électron soumis à ce champ. Les collisions introduisent pour sa vitesse un amortissement de constante de temps  $\tau$ , se traduisant dans l'expression de l'équation de son mouvement par une force moyenne  $-eE(t)/\tau$ . Écrire cette équation.

28 - Soit  $n$  la densité électronique supposée uniforme. Exprimer la densité de courant associée au mouvement électronique à l'aide de

29 - Soit  $I_p(t)$  le courant électronique total si l'on considère la relation entre  $I_p(t)$ ,  $dI_p/dt$  et  $V(t)$ .

30 - En disant que la tranche de gaz ionisée est caractérisée par une résistance  $R_p$  et une inductance  $L_p$  en série, que l'on exprime en fonction de  $n, e, m, \tau$  et des données géométriques de la tranche.

La résistance et l'inductance qui viennent d'être calculées permettent de construire un circuit équivalent du réacteur capacitif (figure 4). En revanche, la capacité  $C_p$  calculée précédemment doit être modifiée car les champs sont essentiellement concentrés dans la tranche de gaz ionisée. Dans la suite, on utilisera la valeur  $d_p$  au lieu de  $d$  dans la formule (question 26) donnant  $C_p$ .

31 - Pour une pulsation  $\omega$ , quelle est l'impédance complexe d'un circuit équivalent représenté sur la figure 4 ?

32 - Dans la suite du problème, on considère le régime de fonctionnement haute pression du réacteur que l'on suppose  $1/\omega \ll R_p$ . Est-il alors justifié de négliger l'impédance inductive du réacteur devant son impédance résistive ? Pourquoi ?

33 - Application numérique :  $a = 0,3$  m,  $b = 0,2$  m,  $d = 0,04$  m,  $p = 0,038$  m,  $n = 10^{16}$  m<sup>-3</sup> et  $\tau = 10^{-10}$  s. Calculer  $C_p$  et  $R_p$ .

## Partie IV

### Optimisation du transfert de puissance

#### 4.1 Adaptation

Un dipôle électrocinétique linéaire passif est, en régime sinusoïdal permanent, caractérisé par son impédance complexe  $Z = R + jX$ .

34 - À quels aspects énergétiques, transfert et/ou stockage, correspondent respectivement  $R$  et  $X$  lorsque ce dipôle est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale.

Le réacteur est optimisé par un circuit série  $R_p$  et  $C_p$ . D'une part pour des raisons de rendement énergétique, mais surtout pour une stabilisation du régime de fonctionnement du réacteur à plasma, il est très important que la partie résistive de l'impédance à vu du générateur qui alimente le système soit la plus faible possible.

La capacité  $C_p$  du réacteur dépend de ses conditions de fonctionnement et est susceptible de varier au cours du processus. On procède à sa compensation en deux étapes. On ajoute une inductance  $L$  en série, pour s'assurer que cette branche du circuit soit inductive à la fréquence de travail (13,5 MHz) et pour toute la plage de variation de  $C_p$  ; puis on l'accorde avec l'ensemble avec une capacité en parallèle (figure 5)  $Z = R + jX$  l'impédance de l'ensemble.

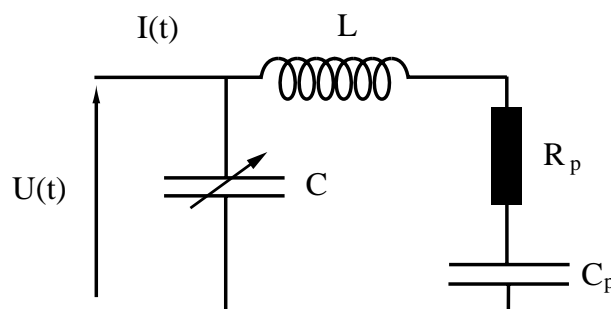


Fig. 5

35 - Exprimer  $Z_{ad}$  en fonction de  $L, C_p, R_p, C$  et  $\omega$  ; déterminer la valeur  $C_{ad}$  de  $C$  qui annule la partie résistive de l'impédance  $Z_{ad}$ .

Cette condition étant réalisée, donner l'expression de  $Z_{ad}$ .



36 - Application numérique On donne  $\omega = 10^6 \text{ rad/s}$ ,  $C_p = 300 \text{ pF}$ ,  $R_p = 30 \text{ } \Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$ . Calculer  $C_{ad}$  et  $R_0$ .

Au cours du temps,  $R_p$  et  $C_p$  varient en raison des décharges thermiques et de la modification de l'épaisseur des gaines ioniques. Il y a donc des fluctuations plus rapides dues à l'instabilité du plasma. Un fonctionnement satisfaisant du réacteur nécessite donc un dispositif assurant que la condition  $C = C_{ad}$  demeure vérifiée pendant toute la durée du processus de traitement.

37 - On note  $C = C_p + C_{ad}$  la capacité totale. Exprimer  $Z_{ad}$  en fonction de  $R_0$ ,  $C$  et  $\omega$ . Quelle est la contrainte sur  $C$  pour que la partie résistive de  $Z_{ad}$  soit inférieure à 1% de sa partie réactive ?

Le dispositif à capacité variable est obtenu en considérant la translation d'une plaque isolante  $S$  en PCV d'épaisseur égale à la distance inter-armatures d'un condensateur plan. Les armatures de ce condensateur restent fixes et parallèles (Fig. 6). La plaque  $S$  glisse sans frottement dans l'espace inter-armatures. On obtient ainsi une capacité variable qui peut être ajustée à la valeur  $C_{ad}$  par translation de  $S$ . Un condensateur plan, dont on néglige les effets de bord, a pour capacité  $C_0$  lorsque l'espace inter-armatures est vide, et pour capacité  $C$  lorsque l'espace inter-armatures est rempli d'un diélectrique, ces deux valeurs étant reliées par  $C = \epsilon_r C_0$  où  $\epsilon_r$  est la constante diélectrique (permittivité relative).

Si un condensateur est partiellement rempli avec un diélectrique, sa capacité peut être considérée comme la somme d'une capacité  $C_1$  pour la partie vide, et d'une capacité  $C_2$  pour la partie pleine de diélectrique.

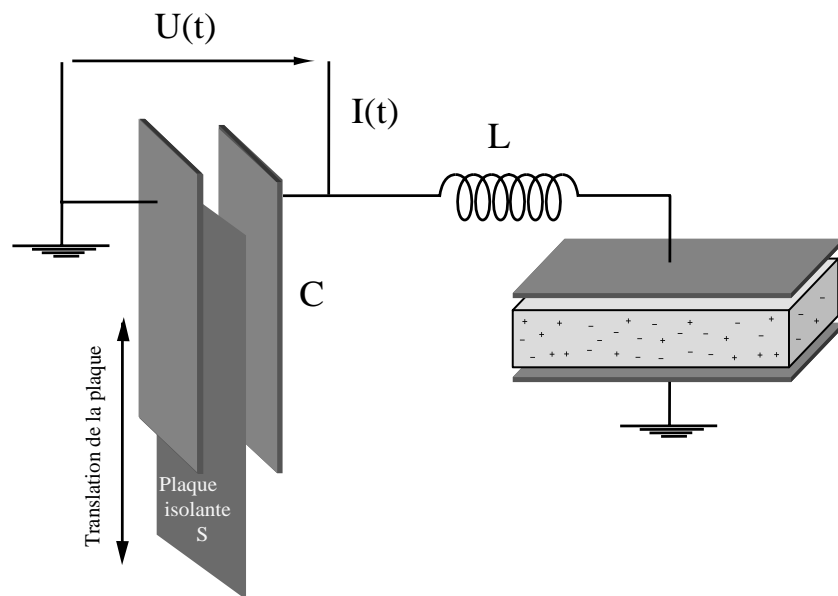


Fig. 6 : Contrôle de l'adaptation.

Un modèle fonctionnel de l'asservissement en capacité qui assure l'adaptation de l'impédance est donné par le schéma de la figure 7

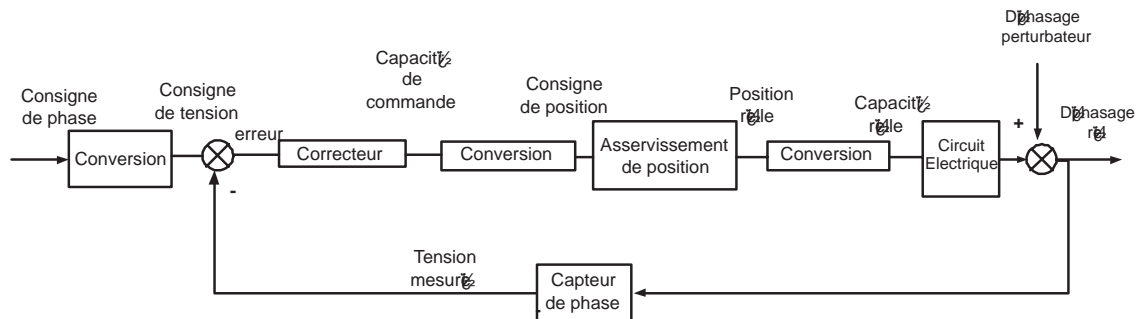


Fig. 7 : Schéma fonctionnel du système d'adaptation de l'impédance.

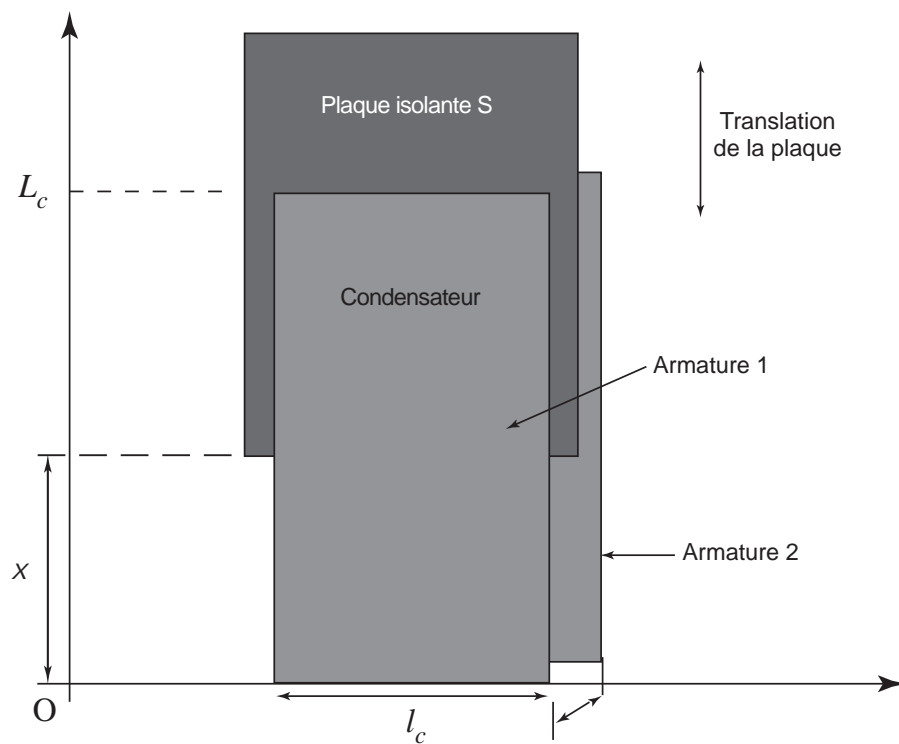


Fig. 8 : Dispositif de variation de la capacité  $C_0$

## 4.2 Modélisation

### Nomenclature

| Notation      | Désignation  |
|---------------|--|
| $x_c$         | consigne de position de l'extrémité de la plaque   |
| $L_c$         | longueur de l'armature                             |
| $x_e$         | abscisse de l'extrémité de la plaque à l'équilibre |
| $l_c$         | largeur des armatures                              |
| $x_r$         | abscisse relative de l'extrémité de la plaque      |
|               | distance entre les armatures du condensateur       |
| $C_r$         | valeur de la variation relative de la capacité     |
| $\tilde{C}_c$ | consigne de variation de la capacité               |
|               | déphasage relatif                                  |
| $\varphi_c$   | consigne du déphasage = 0                          |
| $V$           | tension en sortie du capteur de phase              |
| $V_c$         | tension de consigne                                |
|               | erreur : $V_c - V$                                 |

### Modèles retenus

Dans cette partie, on modélise les différents composants du système qui permettent de réaliser l'adaptation de l'impédance.

38 - Établir la relation donnant la capacité en fonction de  $x$ , longueur de l'armature sans plaque diélectrique,  $\epsilon_0$  et  $\epsilon_r$  constante diélectrique de la plaque ; l'air étant assimilé au vide (figure 8).

39 - Application numérique  $r = 5$ ,  $\epsilon_0 = 1$  mm,  $l_c = 6$  cm,  $L_c = 12$  cm. Calculer la distance  $x = x_e$  qui assure la valeur désirée  $C_{ad} = 200$  pF.

On s'intéresse maintenant aux petites variations autour de ce point d'équilibre et on pose

$$C = C_{ad} + \tilde{C}, \quad x = x_e + \tilde{x}, \text{ etc.}$$

On note les transformées de Laplace :  $C_r(p) = L[\tilde{C}]$ ,  $X_r(p) = L[\tilde{x}_r]$ ,  $X_c(p) = L[\tilde{x}_c]$ ,  $C_c = L[\tilde{C}_c]$  etc.

On souhaite déterminer les fonctions de transfert de chacun des composants du système, linéarisées autour du point d'équilibre. Les fluctuations de la résistance du reacteur sont prises en compte par un déphasage perturbateur.

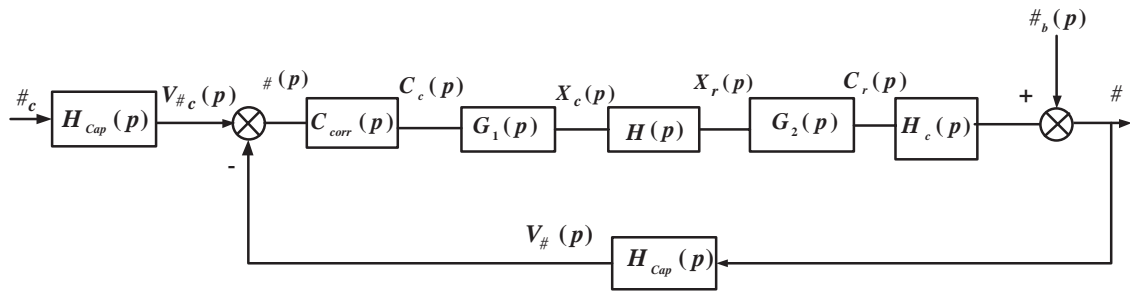


Fig. 9 : Modélisation linéaire d'un système d'adaptation de la commande

40 - Exprimer la relation entre les variations  $\tilde{C}$  et  $\tilde{X}$ . En déduire la fonction de transfert  $G_1(p) = \frac{X_c(p)}{C_c(p)}$  et la fonction de transfert  $G_2(p) = \frac{C_r(p)}{X_r(p)}$ . Préciser l'influence de ces deux fonctions de transfert sur la stabilité et les performances du système.

La fonction de transfert  $H(p) = \frac{X_r(p)}{X_c(p)}$  qui modélise le asservissement de la position de la plaque sera étudiée dans la partie 4. Elle peut être assimilée à une fonction de transfert du second ordre avec les caractéristiques suivantes : gain statique unitaire, délai de 25 ms et temps de montée de 20 ms.

41 - Pour un système du second ordre  $\frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2}$ , la relation entre le premier délai de passage  $D$  et le coefficient d'amortissement est :

$$D = e^{-\frac{\zeta\omega_0}{1 - \zeta^2\omega_0^2}}$$

Le temps de montée est défini en fonction de la pulsation propre par :

$$t_m = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

Exprimer la fonction de transfert  $H(p)$  en explicitant les valeurs numériques des coefficients.

On se propose maintenant de déterminer la fonction de transfert reliant la phase de la commande  $\tilde{C}$  à la valeur de  $\tilde{C}$ .

42 - Exprimer la variation  $\tilde{\phi}$  de la phase en fonction de  $R_0$ ,  $\tilde{C}$  et  $\tilde{X}$ . Comparer cette expression au résultat donné par le graphe de la figure 10. Déduire de ce graphe la valeur numérique de  $H_c(p)$ .

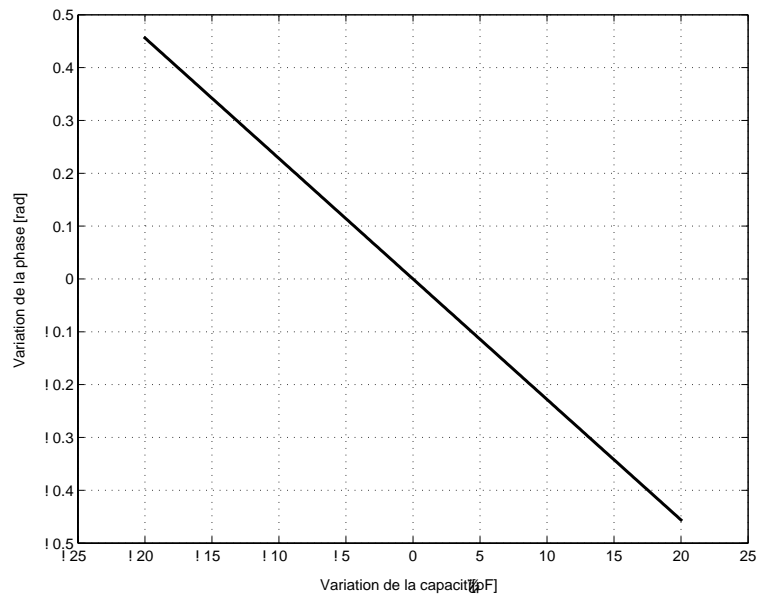


Fig. 10 : Variation de la phase pour une variation de capacité  $\%$ .

La phase peut être mesurée par un comparateur de phase, qui mesure le déphasage entre le courant  $I$  et la tension  $U$ . Le conditionneur délivre une tension de 10 V pour une phase de  $\pi$  rad.

43 - En déduire la valeur numérique du gain de ce capteur.

### 4.3 Asservissement de la phase

#### 4.3.1 Spécifications

On souhaite asservir la phase à 0 rad et donc la tension  $V$  à 0 V avec les caractéristiques précises dans le tableau suivant.

|           |   |
|-----------|---|
| Critères  | Niveaux   |
| Stabilité | Marge de gain $M_G = 8$ dB ;<br>Marge de phase $M = 25$ |
| Précision | Erreur sur le déphasage inférieure à 0,03 rad           |
| Régime    | Insensibilité en régime permanent aux perturbations     |
| Rapidité  | Bande passante à 0 dB de 250 rad/s                      |

#### 4.3.2 Correction avec un correcteur proportionnel

Le correcteur est choisi de la forme :

$$C_1(p) = K_{Corr}$$

44 - Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte  $G_{BO}(p) = \frac{V(p)}{U(p)}$  avec  $C_1(p) = 1$ .

45 - Tracer les graphes asymptotiques de Bode pour la fonction de transfert  $G_{BO}(p)$ .

46 - Déterminer la valeur du gain  $K_{corr} = K_0$  qui permet de respecter les marges de stabilité du cahier des charges.

47 - Exprimer l'erreur en régime permanent de la sonde pour une perturbation en échelon unitaire  $b(t) = 1(t)$ , où  $1(t)$  est l'échelon de Heaviside. Calculer la valeur maximale de l'amplitude de la perturbation que peut tolérer le système asservi, conformément au cahier des charges ? Conclure quant à l'opportunité d'une correction proportionnelle.

### 4.3.3 Correction avec un correcteur Proportionnel-Intégral

On considère que le correcteur est de la forme :

$$C_2(p) = K_1 \frac{1 + T_1 p}{T_1 p}$$

48 - Justifier le choix de ce type de correcteur par rapport à un correcteur de type proportionnel.

49 - Déterminer la valeur de  $T_1$  pour imposer une marge de phase minimale de 25° à la pulsation  $\omega_c = 250$  rad/s. Choisir judicieusement le gain du correcteur.

50 - Pour cette valeur de  $T_1$ , calculer la valeur du gain  $K_1$  pour imposer une pulsation de coupure de  $\omega_c = 250$  rad/s.

51 - Pour ces réglages du correcteur, donner les tracés asymptotiques de Bode du système corrigé en boucle ouverte. Le cahier des charges est-il respecté ? Conclure.

## Partie V

### Asservissement du système électromécanique

Dans cette partie, on se propose d'analyser le système qui réalise le déplacement de la plaque isolante, modélisé par la fonction de transfert (figure 11) :

#### 5.1 Description du système asservissant la position de la plaque

Le déplacement de la plaque isolante est assuré par un système asservi dont un modèle de chaîne de motorisation est donné par la figure 11 : une vis sans fin est solidaire de l'arbre du moteur électrique. Cette vis transmet le mouvement à une roue qui est associée à un système mécanique à manivelle, lequel permet de transformer le mouvement de rotation en un mouvement de translation.

Fig. 11 : Schéma cinématique de la chaîne de motorisation.

Au bâti (0) est associé le repère  $R_0(O_0, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

La liaison entre (0) et la vis (1) est modélisée par une liaison pivot d'axe  $(O_0, \vec{e}_z)$ . On associe à (1) un repère  $R_1(O_1, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  et on pose  $\vec{e}_y = (\vec{e}_y, \vec{e}_y)$ .

On note  $I$  le point de contact entre la vis sans fin (1) et la roue.

La liaison entre (0) et la manivelle (2) est modélisée par un pivot d'axe  $(A, \vec{e}_z)$ . On associe à (2) un repère  $R_2(A, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  et on pose  $\vec{e}_x = (\vec{e}_x, \vec{e}_x)$ .

La liaison entre (2) et la bielle (3) est modélisée par un pivot d'axe  $(B, \vec{e}_z)$ . On associe à (3) un repère  $R_3(A, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  et on pose  $\vec{e}_x = (\vec{e}_x, \vec{e}_x)$ .

La liaison entre (3) et (4) est modélisée par un pivot d'axe  $(C, \vec{e}_z)$  tel que le point  $C$  se situe dans la direction  $\vec{e}_x$ .

On donne :

$$O_1I = r, AI = R, AB = a, BC = b, \vec{O_0A} = x_A \vec{e}_x + y_A \vec{e}_y \text{ et } \vec{O_0C} = c \vec{e}_x + (y_A + d) \vec{e}_y.$$

Le pas de la vis sans fin (1) est noté  $p_v$ .

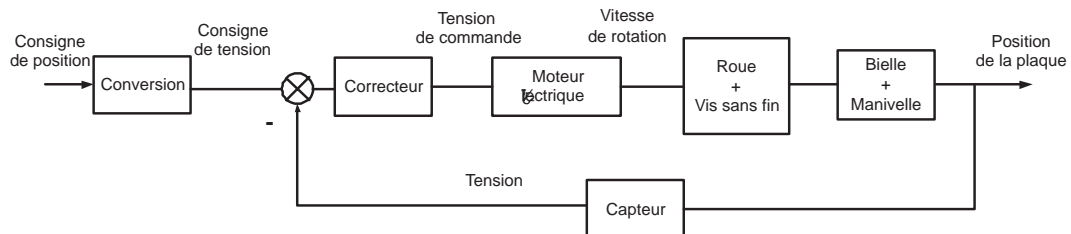


Fig. 12 : Schéma fonctionnel du système asservi assurant le déplacement de la plaque.

On se propose d'analyser le fonctionnement de la chaîne de motorisation adoptée, ainsi que la loi de commande utilisée.

Le réglage initial de la position de la plaque est effectué en imposant une valeur des petites variations de la plaque autour de ce point d'équilibre sont réalisées à l'aide de la bielle/manivelle décrite ci-dessus. Dans ce qui suit, on suppose que la distance  $h$  est constante ( $\dot{h} = 0$ ) et on se limite à l'étude des petites variations autour d'un point d'équilibre  $x_e$ .

## 5.2 Modèles retenus

### 5.2.1 Nomenclature

| Notation                  | Désignation  | Valeur numérique |
|---------------------------|--|------------------|
| $x_c$                     | consigne de position de la plaque isolante           |                  |
| $x_e$                     | position d'équilibre de la plaque isolante           |                  |
| $\tilde{x}_r$             | déplacement réel de la plaque (par rapport à $x_e$ ) |                  |
| $\tilde{x}_c$             | consigne de déplacement de la plaque isolante        |                  |
| $u_m$                     | tension mesurée                                      |                  |
| $u_c$                     | tension de consigne                                  |                  |
| $u_M$                     | tension de commande du moteur                        |                  |
| $\omega_1 = \dot{\theta}$ | vitesse de rotation de l'arbre moteur                |                  |
| $v$                       | vitesse de translation de la plaque                  |                  |
| $K_L$                     | Gain du capteur de position                          | 0,3 V/mm         |
| $p_v$                     | pas de la vis  |                  |

avec ces notations :  $x_c = x_e + \tilde{x}_c$ .

Le comportement du système peut être linéarisé autour d'un point de fonctionnement et son schéma fonctionnel se met sous la forme illustrée par la figure 13.

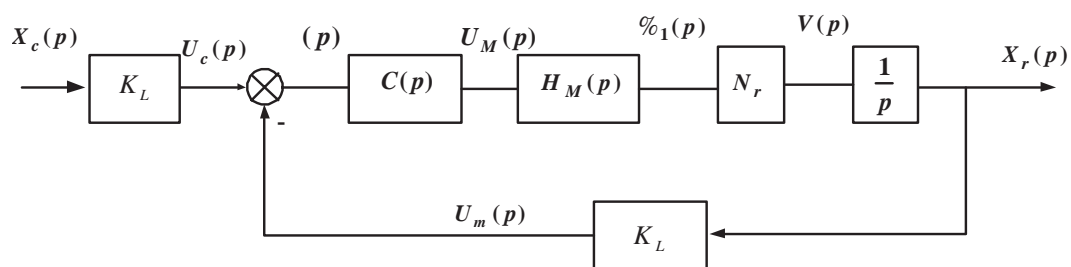


Fig. 13 : Modélisation linéarisée de l'asservissement de déplacement.

### 5.2.2 Spécifications

L'asservissement de la position de la plaque doit respecter les caractéristiques décrites dans le tableau ci-dessous.



|           |   |
|-----------|---|
| Critères  | Niveaux   |
| Stabilité | Marge de gain $M_G = 12$ dB<br>Marge de phase $M = 45$                            |
| Précision | Erreur statique inférieure à 0,1% pour une entrée en échelon                      |
| Rapidité  | Pulsation de coupure à 0 dB de $160$ rad/s<br>Premier dépassement inférieur à 25% |

On se propose de modéliser les différents composants du système de asservissement de la position de la plaque isolante.

### 5.2.3 Modélisation du Moteur

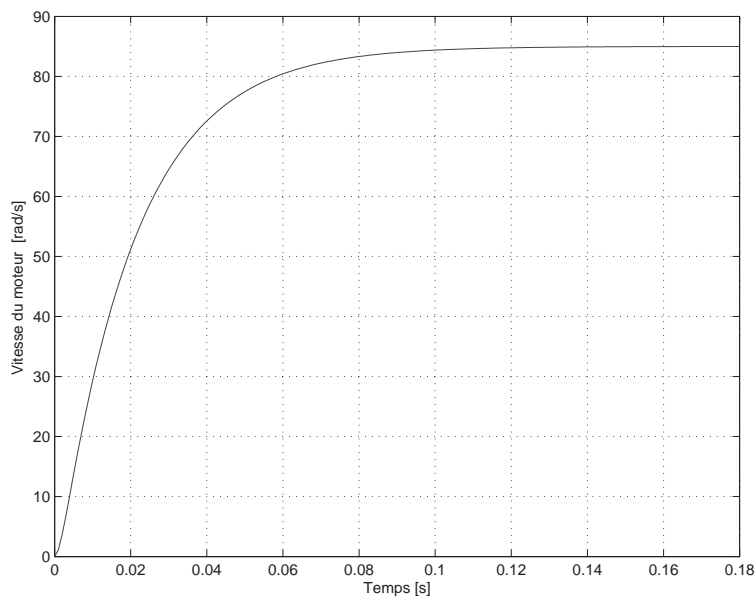


Fig. 14 : Réponse indicielle du moteur électrique.

Le entraînement est assuré par un moteur à courant continu commandé en tension. Le relevé de la réponse indicielle du moteur pour un échelon en tension de 10 V est donné par la figure 14.

52 - À partir de la réponse indicielle, proposer un modèle analytique pour la fonction de transfert  $H_M(p) = \frac{1(p)}{U_M(p)}$ . Identifier les paramètres de ce modèle.

### 5.2.4 Modélisation de la chaîne de transmission mécanique

53 - L'orientation du pignon de la vis est telle qu'un sens positif est un sens négatif de . Exprimer l'amplitude de rotation de la roue pour une rotation d'un tour de la vis. En déduire la relation entre la vitesse de rotation de la vis et celle de la roue.

54 - Exprimer les vitesses  $\omega(B, 2/R_0)$  et  $\omega(C, 4/R_0)$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\dot{\phi}$ .

55 - Donner la relation géométrique entre les angles en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $h$ .

56 - En utilisant cette relation, exprimer  $\dot{c}$  en fonction de  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\phi}$  et  $a$ .

On suppose que la vis (1) tourne d'un angle  $\theta$  autour d'un point d'équilibre  $O$  dans le plan  $Oxy$ . On note  $c_e$  et  $c_r$  les valeurs de  $c$  à l'équilibre dans ce cas.

57 - En déduire  $c$ , le petit déplacement du point  $C$  suivant l'axe  $Ox$  en fonction de  $R$ ,  $p_v$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $e$ ,  $h$  et  $\theta$ .

58 - Pour optimiser le gain mécanique, on choisit comme point d'équilibre la situation  $\theta = 90^\circ$ .

Calculer le pas de la vis qui permet d'obtenir  $N_r = 0,35$  mm/rad pour une valeur de  $a = \frac{R}{2}$ .

### 5.2.5 Modélisation du capteur de position

Le capteur de position est un capteur LVDT (Linear Variable Differential Transformer), modélisé par un gain  $\frac{U_m(p)}{X_r(p)} = K_L$ .

## 5.3 Synthèse de la correction

On donne  $N_r = 0,35$  mm/rad.

### 5.3.1 Correction avec un correcteur proportionnel $C(p) = K_p$

59 - Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p) = \frac{U_m(p)}{X_c(p)}$ .

60 - Donner les tracés asymptotiques de Bode du module et de la phase  $H_{BO}(p)$ .

61 - Déterminer la valeur du gain  $K_p = aK_L$  du correcteur pour imposer une pulsation de coupure à 0 dB de 160 rad/s.

62 - Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{X_r(p)}{X_c(p)}$  est une fonction du second ordre.

63 - Calculer le coefficient d'amortissement  $H_{BF}(p)$  et en déduire la valeur du premier dépassement (on pourra utiliser les relations données à la question 41). Conclure.

### 5.3.2 Correction avec un correcteur par avance de phase

La figure 15 donne les tracés asymptotiques et réels de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{BO}(p)$  avec un correcteur  $C_{AP}(p)$ .

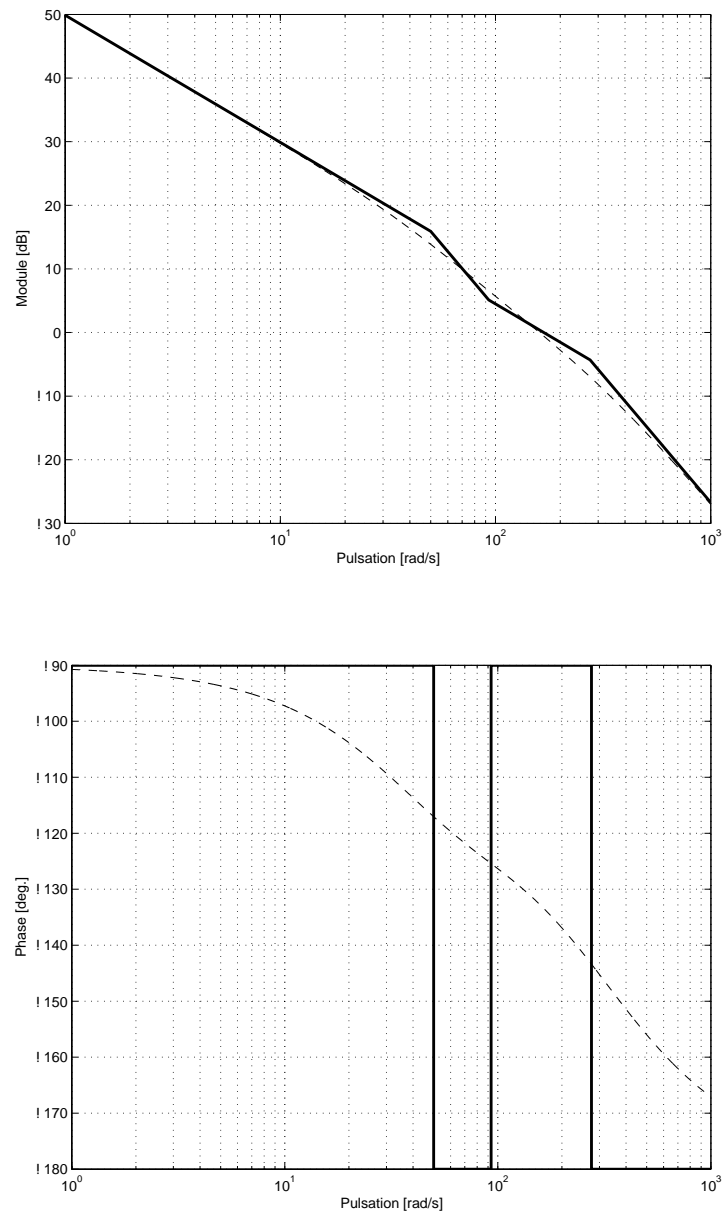


Fig. 15 : Tracé des fréquences du module et de la phase : réel (en pointillés) et asymptotique (trait continu).

64 - Préciser le rôle principal de ce type de correcteur par rapport à un correcteur de type proportionnel.

65 - À partir des asymptotes, proposer un modèle pour la fonction de transfert de  $C_{AP}(p)$  et en identifier les paramètres.

66 - Proposer une modification du modèle du correcteur qui annule les effets de perturbations éventuelles.

## 5.4 Amélioration des performances du système à deux boucles d'asservissement

Le système d'asservissement de position étudié ci-dessus est intégré au système assurant l'adaptation de l'impédance (figure 7).

Ainsi, le système complet est constitué de deux boucles d'asservissement imbriquées :

i) Une boucle externe étudiée dans la quatrième partie, dont le correcteur est synthétisé en section 4.3

ii) Une boucle interne étudiée dans la cinquième partie, dont le correcteur est analysé en section 5.3.

67 - Comparer les temps de réponse des deux boucles d'asservissement. Quelle est la conséquence de cette hiérarchie des temps de réponse sur les marges de stabilité de la boucle externe ?

On souhaite garantir une marge de phase de 45° sur la boucle externe.

Pour ce faire, on peut modifier le correcteur de la boucle externe  $C_e(p)$ , et/ou le correcteur de la boucle interne,  $C(p)$ .

68 - Proposer, sans entreprendre de calcul, les modifications à apporter au correcteur de la boucle interne pour garantir cette nouvelle valeur de la marge de phase de la boucle externe.

69 - Proposer, sans entreprendre de calcul, les modifications à apporter au correcteur de la boucle externe pour garantir cette nouvelle valeur de sa marge de phase, sans modifier la boucle interne.