自身に最適な研究室を考えよう(1)

提携形ゲーム理論を用いた成績向上計画

芝浦工業大学 数理科学研究会 bv15029 小池 智人

平成29年5月21日

1 研究背景

大学で3年次または4年次にもなれば研究室に配属されることにもなるだろう。そこで自身の進路や研究したいことを基準としてどの研究室が良いか考えることであろうが、決定する教授の采配に依存しているところが強いとも予想される。その要因は性格、相性、受け入れ人数もあることだろうし、勿論のことながら成績も反映されるのではないだろうか。成績が悪ければ当然優先順位は低くなるだろうし、自身の希望する研究室に配属されない可能性も出てくる。

であれば、少しでも自身の成績を良くしようと行動するのは合理的であろうし、であれば優秀な人との協力(提携)を仰ぐことになるかもしれない。ここでは、成績を上げるためにゲーム理論を用いて考えることにした。

2 GPA (Grade Point Average)

S 浦工業大学では学修の質を計るための成績評価方法として GPA (Grade Point Average) を導入している. GPA は履修登録あたりの平均値により学修の達成状態を示すものであり、

で定義される. 但し, 成績点は次の通り.*1

表 1 GPA 成績点

成績	素点	成績点
S	90 点以上 100 点以下	4
A	80 点以上 89 点以下	3
В	70 点以上 79 点以下	2
C	60 点以上 69 点以下	1
D	59 点以下	0

今回の研究においてはこの GPA を用いて成績の変化を見るものとする. GPA は区間 [0,4] 上に存在しているものとし, これ自体を利得と見て考察することにする.

3 特性関数

提携形ゲームを考えるとき、特性関数を用いて利得関係を調べるものとする. このときのプレイヤーの集合を $\{i\}$ とし、特性関数を ν とする. このとき、 ν は ν' について

$$v'(S) = cv(S) + \sum_{i \in S} a_i \quad (\exists c > 0, \exists a_1, a_2, \dots, a_n, \forall S \subset N)$$

となるときを**戦略的同等**としてお互いの提携における利得関係を考える.

def 1 ゲーム (N, v) において他のどのような配分からも支配されない配分の集合を (N, v) の**コア**という.

 $C(v) = \{x \in \mathcal{L}(v) \mid y \text{ dom } x \text{ なる } y \in \mathcal{L}(v) \text{ が存在しない } \}$

def 2 配分 $x \in \mathcal{L}(v)$, 提携 $S \subset N$ について, 次を配分 x に対して提携 S がもつ**不満**という.

$$e(S,x) \coloneqq v(s) - \sum_{i \in S} x_i$$

4 相互関係と伴いうる行為

4.1 2人提携の場合

プレイヤーは利得 (成績) を上げることを目的としてそれに対して合理的な行為を行うものとする. プレイヤーは 2 人提携を考えるものとする. プレイヤー A, B に対して取りうる利得を $\nu(A)$, $\nu(B)$ とし, 相互関係を考える ($\nu(A)$ > $\nu(B)$ とする).

A: B に学習補助を行う \Rightarrow 補助することで自身の理解につながる (利得は上がる).

自身の勉強の時間が削られる ⇒ 成績の低下 (利得は下がる).

B: A に勉強を教えてもらう \Rightarrow 成績の向上 (利得は上がる). 勉学を怠ける \Rightarrow 成績の低下 (利得は下がる).

それぞれの利得の比例定数を $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ とすると, A と B が提携することで得られる特性関数に対する微分方程式:

$$\begin{aligned} \frac{dv(\mathbf{A})}{dt} &= \alpha v(\mathbf{A}) + \beta v(\mathbf{B}) \\ \frac{dv(\mathbf{B})}{dt} &= \gamma v(\mathbf{A}) + \delta v(\mathbf{B}) \end{aligned}$$

と表すことができる. これは両者が提携することでお互いが干渉 し合い, 期待利得の動きを調べることができる. この成績モデルを 扱い. 考察を計るものとする.

4.2 3人以上提携の場合

3人の場合,2人提携と同様に微分方程式を考えることができ、 それを解くことで解の挙動(利得の動き)を見ることが出来る.

5 終わりに

今回は提携形ゲームに対し微分方程式を導入することになったが、成績モデルとして最適で現象と整合性が合うように考えながら新たなモデルをつくりシミュレーションしていくことでより正確な考察をしていきたいと思う.

参考文献

- [1] 中山幹夫 · 船木由喜彦 · 武藤滋夫, 協力ゲーム理論, 勁草書房, 2008 年.
- [2] 岡田章、ゲーム理論 [新版]、有斐閣、2011年.
- [3] 芝浦工業大学大宮学事部学生課, 2015 年度学修の手引, 2015 年.

^{*1} 今回扱っている GPA の算出方法は 2015 年度のものとしている (現在扱われているものと多少変更が為されている) が, 題に直接関わるわけではないことを理解していただきたい.