

電車における席選択のマルコフ連鎖 モデル

芝浦工業大学 数理科学研究会

※何か不明な点や計算ミス等がありましたら加筆修正しますので指摘をお願いします

制作: 数理科学科3年 谷野徹

目 次

1	研究背景	2
2	武蔵野線モデル	2
2.1	対象	2
2.2	記録の方法	2
2.3	モデルの作成	3
2.4	シミュレーション	4
3	距離最大化モデル	4
3.1	モデルの作成	4
3.2	シミュレーション	5
4	モデルの解析と考察	5
4.1	二つのモデルの比較	5
4.2	マルコフ性に基づいた解析	5
4.3	ランダム選択モデル	8
4.4	結論	8
5	考察と今後の課題	8
6	資料	9

1 研究背景

電車でどの席に座るかは個人の自由だが席の埋まり方には偏りがあるように見える。実際に電車に乗って観察すると席の両端がまっさきに埋まることが多く見られる。心理学ではこれは一人一人がパーソナルスペースという他人が近づくと不快になる空間を持っているためだと説明される。つまり、他人と隣になる可能性が最も低いのが端の席なのでそこが先に埋まってしまうのである。両端の席が埋まった後は真ん中の三つの席のどれかが埋まる。両端には他人がいる。他人を避けたいと思えば真ん中を選べば良いからだ。後は残った席が埋まっていく。ここではすでに他人と隣接しない席が残されていない。これから他人を避けたい気持ちより席に座りたい気持ちが勝った人が座っていく。

このように、電車の席選択には秩序があり、秩序があるのなら数学で表せるのではないかと考えた。電車の席の埋まり方は心理学ではかなり初歩的な対象として研究され尽している。その方法は経験により得られたパターンから仮説を立て、単純な統計で証明するというものだ。上述のような考察もこの方法で裏付けられている。

この研究では、現実起きた席の変化をマルコフ連鎖で再生するモデルと、ある一つの心理学的仮説をルールとしてそれに従う席の変化を起こすモデルを比較し、二つの関連を示すことで、その仮説の妥当性を定量的に確認できるような手法を試みる。

2 武蔵野線モデル

2.1 対象

実際に電車の席の変化を観察、記録しそのデータを元にモデルを作る。
観察対象は武蔵野線の7人掛けシートの一つとした。観察は主に私の通学、帰宅時に武蔵野線で行ったもので時間や車両は特定のものに定めていない。

2.2 記録の方法

7人掛けの席の埋まり方は全部で $2^7 = 128$ 通りある。これら全てに番号をつけて状態とする。1:人が座っている席, 0:人が座っていない席として席の状態を次のようにナンバリングする。

定義 2.1 (席の状態名)

七人掛けの席を

s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

($s_i = 0, 1$) とする。この席の状態名 S を

$$S = s_1 2^6 + s_2 2^5 + s_3 2^4 + s_4 2^3 + s_5 2^2 + s_6 2^1 + s_7 2^0$$

と定める。

例 2.1

1:人が座っている席, 0:人が座っていない席として、7人掛けシートが次のようになっているとき、

1	0	0	1	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---

この状態名は $2^6 + 2^3 + 2^0 = 73$ となる。

席の変化は上で定義した状態で記録する.
例えば席が次のように変化したとする.

1000000
↓
1000001
↓
1001001

これは $64 \rightarrow 65 \rightarrow 73$ と状態の変化で表す. 次に記録した状態の変化から状態 X から状態 Y に移った回数を数える. その結果が表 3 である. 観測から記録した席の変化の回数は計 195 回である.

2.3 モデルの作成

これから各状態ごとに他の状態への推移確率を次のように定める.

定義 2.2 (推移確率)

状態 i から状態 j への推移確率 $p_{i,j} = \frac{\text{状態 } i \text{ の次に状態 } j \text{ に移った回数}}{i \text{ から次の状態に移った回数}}$

ただし, 7 人掛けシートに 7 人の人が座っているとき, つまり満席になったときは 0 人の状態に戻るものとする.

$$p_{127,0} = 1$$

例えば表 3 の状態 0 からの推移確率を考える. 状態 0 の次の状態は 1 または 7 である. 0 の次に観測された状態の個数は計 4 個で, 0 から 1 に移った回数は 2 回, 0 から 7 に移った回数も 2 回なので推移確率はそれぞれ

$$p_{01} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$p_{07} = \frac{2}{4} = 0.5$$

状態ごとの推移確率一覧は表 4 に示した.

この方法で定めた推移確率に従って席の状態を推移するモデルを武蔵野線モデルということにする.

2.4 シミュレーション

初期状態を0として表4の推移確率に従って動くプログラムを書いた. 結果を以下にいくつか示す.

表 1: シミュレーション結果

結果 1	結果 2	結果 3	結果 4	結果 5
0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1	1 0 0 0 0 0 1	1 0 0 0 0 0 1	1 0 0 0 0 0 1	1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 1	1 0 1 0 0 0 1	1 0 0 1 0 0 1	1 0 0 0 1 0 1	1 0 0 0 1 0 1
1 0 1 1 0 0 1	1 0 1 0 1 0 1	1 0 0 1 0 1 1	1 0 0 0 1 1 1	1 0 1 0 1 0 1
1 0 1 1 1 0 1	1 1 1 0 1 0 1	1 0 1 1 0 1 1	1 1 0 0 1 1 1	1 1 1 0 1 0 1
1 0 1 1 1 1 1	1 1 1 0 1 1 1	1 0 1 1 1 1 1	1 1 0 1 1 1 1	1 1 1 0 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1

人が座っている席を1, そうでない席を0として上から順に人が増えていく.

3 距離最大化モデル

3.1 モデルの作成

二つ目のモデルとして心理学の主張「人は他人と密着するような席選択は避ける」を反映したモデルを作りたい. この主張を極端に解釈して「座っている人々との距離が最大になるような席を選択する」というルールを取り入れたモデルを作る.

以下のルールに従うモデルを距離最大化モデルということにする.

ルール 1 一人目は, 7つの席を等確率で選択して着席.

ルール 2 二人目は, 一人目との距離が最大になるような席を選択して着席.

ルール 3 三人目は, 一人目と二人目との距離が小さくならないような席を選択して着席.

ルール 4 四人目, 五人目は, 隣に人がいない席を選択, それができなければ隣が一人だけになる席を選択して着席.

ルール 5 六人目, 七人目は空いてる席を等確率で選択し着席.

ルール 6 ルール 1~4 において候補が複数出た場合は等確率で候補を選択.

このモデルは一人以上先に席に座っていないと距離が定まらないため初めの一人は距離以外の方法で定めなければならない. なので一人目は7つの席を $\frac{1}{7}$ でランダムに選択することにする. これがルール1である. 後は席に座っている人の位置を見て自分の近くに人がいないような席を選択していく.

このモデルは初期状態さえ決めてしまえば勝手に動くので必ずしもルール1を使う必要はない. 好きな初期状態(一人目の席)を入力してシミュレートすることもできる.

3.2 シミュレーション

初期状態を色々変えて上のルールに従って動くプログラムを書いた. 結果を以下にいくつか示す.

表 2: シミュレーション結果

結果 1	結果 2	結果 3	結果 4	結果 5
0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1	1 0 0 0 0 0 0	0 1 0 0 0 0 0	0 0 0 0 1 0 0	0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1	1 0 0 0 0 0 1	0 1 0 0 0 0 1	1 0 0 0 1 0 0	1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 1	1 0 0 1 0 0 1	0 1 0 0 1 0 1	1 0 0 0 1 0 1	1 0 0 1 0 0 1
1 0 0 1 0 1 1	1 0 0 1 0 1 1	0 1 1 0 1 0 1	1 0 1 0 1 0 1	1 0 1 1 0 0 1
1 0 1 1 0 1 1	1 1 0 1 0 1 1	1 1 1 0 1 0 1	1 0 1 0 1 1 1	1 0 1 1 0 1 1
1 1 1 1 0 1 1	1 1 0 1 1 1 1	1 1 1 1 1 0 1	1 0 1 1 1 1 1	1 1 1 0 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1

4 モデルの解析と考察

4.1 二つのモデルの比較

まずは作成した二つのモデルの特徴を挙げる.

武蔵野線モデル

実際に観測されたデータをマルコフ連鎖でつなげたもの. 現実には起きた回数が多いパターンで推移するので現実には即した振舞いができる. しかし現実には起きていないことは再現できない (例えば一人目が真ん中の席に座る等).

距離最大化モデル

「なるべく他人と離れた席を選ぶ」ことを席選択のルールとしたモデル. 任意の初期状態からシミュレートできる.

武蔵野線モデルが現実から抽出されたものとする. 二つのモデルが同じものであることがわかれば距離最大化モデルのルール「他人となるべく離れた席を選ぶ」に現実の人々は従っていることがわかる. 次はこの二つのモデルを比較する方法を述べる.

4.2 マルコフ性に基いた解析

ここではモデルがもつ数学的な性質に基づき, 電車の席が何度も変化したとき, 各状態がどんな割合になるか調べる.

電車の席を十分大きな回数変化させたとき各席の割合はそれぞれ唯一の値に収束することを示し, 武蔵野線モデルと距離最大化モデルの席の割合を比べる.

定義 4.1 (マルコフ連鎖)

時点 n における状態を X_n , 状態全体の集合を S と表す.

任意の時点 $n \in \mathbb{N}$ と任意の状態 $i_0, i_1, \dots, i_n, i_{n+1} \in S$ に対して

$$P\{X_{n+1} = i_{n+1} | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_n = i_n\} = P\{X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n\}$$

が成り立つとき, $\{X_n\}$ を S 上のマルコフ連鎖という.

マルコフ連鎖の現在の状態はひとつ前の状態で決まる. 二つの席選択モデルはマルコフ連鎖になるように構成した.

定義 4.2 (推移確率)

$p_{ij} = P\{X_{n+1} = j | X_n = i\}$ を i から j への推移確率という. また,

$p_{ij}^{(m)} = P\{X_{n+m} = j | X_n = i\}$ を i から j への m 次の推移確率という. これは i から j へ m 回の推移で到達する確率である.

武蔵野線モデルでは, 定義 2.2, 距離最大化モデルではルール 1 ~ 6 で推移確率が定義されている.

定義 4.3 (到達可能)

$i, j \in S$ で, i から j への推移確率 $p_{ij} > 0$ のとき, i から j へ到達可能であるといい, $i \rightarrow j$ と書く. また,

$p_{ij}^{(m)} > 0$ のとき, i から j へ m 回の推移で到達可能であるといい, $i \xrightarrow{m} j$ と書く.

$\exists n \in \mathbb{N}, i \xrightarrow{n} j$ のとき, $i \Rightarrow j$ と書く.

定義 4.4 (既約)

$\forall i, j \in S, i \Leftrightarrow j$ のとき, このマルコフ連鎖は既約であるという.

作成した二つのモデルは明らかに, 既約なマルコフ連鎖である.

定義 4.5 (周期)

$d_i := \gcd\{n \in \mathbb{N} | n > 0, i \xrightarrow{n} i\}$ を i の周期という.

$\forall i \in S, d_i = 1$ のとき, このマルコフ連鎖は非周期的であるという.

作成した二つのモデルは状態 0,127 が周期 7 の状態である. 人数の追加は確率的なので非周期的だが, 人数 0 人と 7 人の状態は 7 回の変化ごとに必ず訪れるからである.

定義 4.6 (推移行列)

$\{X_n\}$ は $S = \{1, 2, \dots, r\}$ 上のマルコフ連鎖とする. 推移確率 p_{ij} を i 行 j 列目の要素にもつ行列

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{r1} & \cdots & p_{rr} \end{pmatrix}$$

をこのマルコフ連鎖の推移行列という.

表 4 は武蔵野線モデルの推移行列である. 距離最大化モデルの推移行列を考えることもできるが, 必要ない上に面倒なのでやらない.

定義 4.7 (状態確率ベクトル)

時点 m で状態 $s \in S = \{1, 2, \dots, r\}$ にいる確率を $\pi_s(m)$ とする.

$$\pi(m) = (\pi_1(m), \pi_2(m), \dots, \pi_r(m))$$

を時点 m での状態確率ベクトルという.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi(n) = \pi$$

が存在するとき, π をこのマルコフ連鎖の極限分布という.

定義 4.8 (定常分布)

推移行列 P に対し, 確率分布 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ が

$$\sigma P = \sigma$$

を満たすとき, σ を P の定常分布という.

定理 4.1

推移行列 P をもつマルコフ連鎖が既約で非周期的ならば,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = \Pi$$

が存在し, $\Pi = (\pi, \dots, \pi)^t$ であり, π は P の唯一の定常分布である.

これはマルコフ連鎖が何度も変化したときの状態の割合 (極限分布) は唯一の定常分布に収束するという主張である. 二つのモデルの極限分布を比較し, この二つの相関を測りたい. 推移行列の n 乗 P^n を求め, $n \rightarrow \infty$ とすれば定常分布が得られるが, 今回は状態数が多くこれは困難である. そこで十分多い回数遷移させたマルコフ連鎖の状態の割合は定常分布に従うという性質に基づき, プログラムされた二つのモデルを十分多い回数走らせることでそれぞれの定常分布を求める.

定理 4.1 の仮定を満たすため、二つのモデルが非周期的になるように次の操作を加える。

- 状態 0,127 は消去。
- 初期状態は人数 1 の状態からで p_{0k} (k は人数 1 の状態) に従って決める。
- $p_{l,127} \rightarrow p_{lk}$ (l は人数 6, k は人数 1 の状態) とおき換える。

要は状態 0, 127 を消して、都合を合わせることで二つのモデルを非周期的にする。先述の通り、二つのモデルは既約なので定理 4.1 の仮定を満たし、唯一の定常分布の存在が保証される。プログラムを用いて 50000 回席を変化させ、各状態の割合を求める。ここで二つのモデルの比較のため、距離最大化モデルのルール 1 を次のように書き換える。

ルール 1' 一人目は、両端の席を等確率で選択して着席。

プログラムを実行し各状態の割合を求めた結果が表 5 である。これらは定理 4.1 によりある一つの値に収束する。1000 回, 5000 回, 10000 回, 20000 回, 50000 回を調べた結果、10000 回以降、各状態の割合はほとんど変わらなくなったので、50000 回という回数は十分多い回数で、このときの各値は収束値とみなせると判断した。

この二つのモデルの状態の割合の相関係数は約 0.8064 であった。よってこの二つのモデルの振舞いはかなり似ているといえる。

4.3 ランダム選択モデル

ここで席を完全にランダム選択するモデルを考える。このモデルの構成は容易で、このモデルのルールは以下の通りである。

ルール 空いている席を等確率で選択して着席。

プログラム 3 を用いてこのモデルの各状態の割合を求め、上と同じ方法で武蔵野線モデルとの相関係数を比べる。その結果は約 0.2342 であった。この二つのモデルはほとんど相関がないということになる。つまり武蔵野線モデルではランダムな席選択は行われていない。

4.4 結論

武蔵野線モデルと距離最大化モデルはかなり似た動きをすることがわかった。これは、(現実世界で) 電車で席を選ぶ人々と「なるべく他人と離れた席を選ぶ」というルールに絶対に従う人々は似ているということの意味する。つまり距離最大化モデルのルールは人間の心理を表すものとして妥当だと解釈できる。

武蔵野線モデルと距離最大化モデル、ランダム選択モデルの比較によって得られたことは次の二つである。

ランダム選択モデルから 人々は等確率で席を選択しているわけではない。人々の席選択には偏りがある。

距離最大化モデルから 人々は他人となるべく離れられるような席を選択して着席。

5 考察と今後の課題

距離最大化モデルのような、あるルールのもと動く既約で非周期的なマルコフ連鎖モデルを作成し、この方法で武蔵野線モデルと状態の割合を比べれば、そのルールが人々の心理を体現したものであるかどうかの判定を行うことができる。かなり回りくどい方法に感じるが、心理学的仮説をルールとしたマルコフ連鎖を作成するのは簡単なので、一度武蔵野線モデルのような統計をとってしまえば、後は仮説ごとにプログラムを書くだけで仮説の検証ができる。

今後の課題としては、次が考えられる。

1. 武蔵野線モデルが現実的なモデルであることを確かめる.
2. 武蔵野線モデルにさらにデータを取り込む.
3. 新たな仮説モデルと武蔵野線モデルの比較.

参考文献

- [1] 羽鳥悠久, 森俊夫, 有限マルコフ連鎖, 培風館, 1982
- [2] J. Albert, 石田基広, 石田和枝 (訳), R で学ぶベイズ統計学入門, Springer, 2010
- [3] Edward T. Hall, 日高敏隆, 佐藤信行 (訳), かくれた次元, みすず書房, 1970

6 資料

席の状態は0～127までであるが, 比較に使った全てのモデルにおいて出現する確率が0の状態は表から排してある.

表 3: 席状態一覧と観測結果

状態	1	2	3	4	5	6	7	続く状態	続く状態の総数
0	0	0	0	0	0	0	0	1.1.64X3	5
1	0	0	0	0	0	0	1	3.65X6	9
2	0	0	0	0	0	1	0		0
3	0	0	0	0	0	1	1		11
4	0	0	0	0	1	0	0	5.5	2
5	0	0	0	0	1	0	1	13.69	4
6	0	0	0	0	1	1	0		0
7	0	0	0	0	1	1	1		0
8	0	0	0	1	0	0	0		9
9	0	0	0	1	0	0	1	73X2	2
10	0	0	0	1	0	1	0		0
11	0	0	0	1	0	1	1	75X3	3
12	0	0	0	1	1	0	0		0
13	0	0	0	1	1	0	1	29.77	2
14	0	0	0	1	1	1	0		0
15	0	0	0	1	1	1	1		47
16	0	0	1	0	0	0	0		0
17	0	0	1	0	0	0	1		0
18	0	0	1	0	0	1	0		0
19	0	0	1	0	0	1	1		0
20	0	0	1	0	1	0	0		0
21	0	0	1	0	1	0	1		0
22	0	0	1	0	1	1	0		0
23	0	0	1	0	1	1	1		87
24	0	0	1	1	0	0	0		0
25	0	0	1	1	0	0	1	89.89	2
26	0	0	1	1	0	1	0		0
27	0	0	1	1	0	1	1		0
28	0	0	1	1	1	0	0		92
29	0	0	1	1	1	0	1		93
30	0	0	1	1	1	1	0		0
31	0	0	1	1	1	1	1		0
32	0	1	0	0	0	0	0		0
33	0	1	0	0	0	0	1		0
34	0	1	0	0	0	1	0		0
35	0	1	0	0	0	1	1		0
36	0	1	0	0	1	0	0		0
37	0	1	0	0	1	0	1		0
38	0	1	0	0	1	1	0		0
39	0	1	0	0	1	1	1		0
40	0	1	0	1	0	0	0		0
41	0	1	0	1	0	0	1		0
42	0	1	0	1	0	1	0		0
43	0	1	0	1	0	1	1		0
44	0	1	0	1	1	0	0		0
45	0	1	0	1	1	0	1		0
46	0	1	0	1	1	1	0		0
47	0	1	0	1	1	1	1	63.111.111	3
48	0	1	1	0	0	0	0		49
49	0	1	1	0	0	0	1		113
50	0	1	1	0	0	1	0		0
51	0	1	1	0	0	1	1		0
52	0	1	1	0	1	0	0		0
53	0	1	1	0	1	0	1		0
54	0	1	1	0	1	1	0		0
55	0	1	1	0	1	1	1		0
56	0	1	1	1	0	0	0		0
57	0	1	1	1	0	0	1		61
58	0	1	1	1	0	1	1		0
59	0	1	1	1	0	1	1		0
60	0	1	1	1	1	0	0		51
61	0	1	1	1	1	0	1		53
62	0	1	1	1	1	1	0		0
63	0	1	1	1	1	1	1	1 吸収	0
64	1	0	0	0	0	0	0	0 65X6.96	7
65	1	0	0	0	0	0	1	67.69X6.73X4.81X4	15
66	1	0	0	0	0	1	0		0
67	1	0	0	0	0	1	1	71.99	2
68	1	0	0	0	1	0	0		0
69	1	0	0	0	1	0	1	71.71.77.85X3.101.10	8
70	1	0	0	0	1	1	0		102
71	1	0	0	0	1	1	1	87.103.103.103	4
72	1	0	0	1	0	0	0		0
73	1	0	0	1	0	0	1	75.89X3.105X2	6
74	1	0	0	1	0	1	0		0
75	1	0	0	1	0	1	1	91.107X3	4
76	1	0	0	1	1	0	0		0
77	1	0	0	1	1	0	1	79.79.93.109	4
78	1	0	0	1	1	1	0		79
79	1	0	0	1	1	1	1	95.111X5	6
80	1	0	1	0	0	0	0		0
81	1	0	1	0	0	0	1	83.83.85.85	4
82	1	0	1	0	0	1	0		0
83	1	0	1	0	0	1	1	87.87.91X3	5
84	1	0	1	0	1	0	0		0
85	1	0	1	0	1	0	1	93.117.117	3
86	1	0	1	0	1	1	0		87
87	1	0	1	0	1	1	1	95.95.119X3	5
88	1	0	1	1	0	0	0		89
89	1	0	1	1	0	0	1	91.91.93.121	4
90	1	0	1	1	0	1	0		0
91	1	0	1	1	0	1	1	95X5	5
92	1	0	1	1	1	0	0		93
93	1	0	1	1	1	0	1	95.95.125X3	5
94	1	0	1	1	1	1	0		0
95	1	0	1	1	1	1	1	1 吸収	0
96	1	1	0	0	0	0	0		97.111
97	1	1	0	0	0	0	1	99.101.105.105.113	5
98	1	1	0	0	0	1	0		0
99	1	1	0	0	0	1	1	107.115.115	3
100	1	1	0	0	1	0	0		0
101	1	1	0	0	1	0	1	103.109.117.117	4
102	1	1	0	0	1	1	0	103.103	2
103	1	1	0	0	1	1	1	111X4.119X4	8
104	1	1	0	1	0	0	0	105105	2
105	1	1	0	1	0	0	1	107X3.109.109.121	6
106	1	1	0	1	0	1	0		0
107	1	1	0	1	0	1	1	111.111.123	3
108	1	1	0	1	1	0	0	109109	2
109	1	1	0	1	1	0	1	111X4.125	5
110	1	1	0	1	1	1	0		0
111	1	1	0	1	1	1	1	1 吸収	0
112	1	1	1	0	0	0	0		113.113
113	1	1	1	0	0	0	0	115.117X4	3
114	1	1	1	0	0	0	0		0
115	1	1	1	0	0	1	1	119X3.123	4
116	1	1	1	0	1	0	0		0
117	1	1	1	0	1	0	1	119125X3	4
118	1	1	1	0	1	1	0		119
119	1	1	1	0	1	1	1	1 吸収	0
120	1	1	1	1	0	0	0		0
121	1	1	1	1	0	0	1		123
122	1	1	1	1	0	1	0		0
123	1	1	1	1	0	1	1	1 吸収	0
124	1	1	1	1	1	0	0		125
125	1	1	1	1	1	0	1	1 吸収	0
126	1	1	1	1	1	1	0	1 吸収	0
127	1	1	1	1	1	1	1		0
計	64	64	64	64	64	64	64		195

表 4: 推移行列

[illegible]

表 5: 武蔵野線モデルと距離最大化モデルの極限分布

状態名	席の状態							武蔵野線	距離最大化
63	0	1	1	1	1	1	1	0	0
95	1	0	1	1	1	1	1	0.04104	0.0082067
111	1	1	0	1	1	1	1	0.04324	0.0082633
119	1	1	1	0	1	1	1	0.049	0
123	1	1	1	1	0	1	1	0.01042	0.0084333
125	1	1	1	1	1	0	1	0.02634	0.0085
126	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0.06752	0.08328
3	0	0	0	0	0	1	1	0.00724	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	1	0	0
8	0	0	0	1	0	0	0	0	0
9	0	0	0	1	0	0	1	0	0
11	0	0	0	1	0	1	1	0.00724	0
13	0	0	0	1	1	0	1	0	0
15	0	0	0	1	1	1	1	0	0
17	0	0	0	1	0	0	1	0	3.33E-06
23	0	0	1	0	1	1	1	0	0
25	0	0	1	1	0	0	1	0	0
28	0	0	1	1	1	0	0	0	0
29	0	0	1	1	1	0	1	0	0
47	0	1	0	1	1	1	1	0	0
48	0	1	1	0	0	0	0	0	0
49	0	1	1	0	0	0	1	0	0
57	0	1	1	1	0	0	1	0	0
60	0	1	1	1	1	0	0	0	0
61	0	1	1	1	1	0	1	0	0
64	1	0	0	0	0	0	0	0.10254	0.1667867
65	1	0	0	0	0	0	1	0.14886	0.1666633
67	1	0	0	0	0	1	1	0.0103	0
69	1	0	0	0	1	0	1	0.05924	0
70	1	0	0	0	1	1	0	0	0
71	1	0	0	0	1	1	1	0.02042	0
73	1	0	0	1	0	0	1	0.03964	0.08327
75	1	0	0	1	0	1	1	0.01386	0.0207933
77	1	0	0	1	1	0	1	0.0075	0.0206867
78	1	0	0	1	1	1	0	0	0
79	1	0	0	1	1	1	1	0.00364	0
81	1	0	1	0	0	0	1	0.03966	0.0833967
83	1	0	1	0	0	1	1	0.01896	0.0392333
85	1	0	1	0	1	0	1	0.0425	3.33E-06
86	1	0	1	0	1	1	0	0	0
87	1	0	1	0	1	1	1	0.0125	0.00563
88	1	0	1	1	0	0	0	0	0
89	1	0	1	1	0	0	1	0.0193	0.0594133
91	1	0	1	1	0	1	1	0.02764	0.04489
92	1	0	1	1	1	0	0	0	0
93	1	0	1	1	1	0	1	0.02242	0.0393
96	1	1	0	0	0	0	0	0.01396	0
97	1	1	0	0	0	0	1	0.0072	0
99	1	1	0	0	0	1	1	0.00644	0
101	1	1	0	0	1	0	1	0.01612	0
102	1	1	0	0	1	1	0	0	0
103	1	1	0	0	1	1	1	0.0193	0
104	1	1	0	1	0	0	0	0	0
105	1	1	0	1	0	0	1	0.01682	0.0206333
107	1	1	0	1	0	1	1	0.02174	0.0326533
108	1	1	0	1	1	0	0	0	0
109	1	1	0	1	1	0	1	0.01122	0.0330533
112	1	1	1	0	0	0	0	0	0
113	1	1	1	0	0	0	1	0.00136	0.0388067
115	1	1	1	0	0	1	1	0.00456	0.0112733
117	1	1	1	0	1	0	1	0.03802	0.0056467
121	1	1	1	1	0	0	1	0.00224	0.01118
124	1	1	1	1	1	0	0	0	0