# Домашняя контрольная работа №1 по курсу «Теория алгоритмов» «Разрешимость и вычислимость»

Группы ФТ-301, ФТ-302

1. **a**. Докажите, что множество разрешимых языков **замкнуто** относительно операции дополнения
   **b**. Докажите, что множество перечислимых языков **не замкнуто** относительно операции дополнения

2. Пусть $A$ — перечислимое множество описаний машин Тьюринга $\{\langle M_1\rangle, \langle M_2\rangle, \cdots\}$ такое, что каждая машина $M_i$ — является распознавателем (за коненчное время на любой бинарной строке выдает ответ вида `accept`/`reject`). Докажите, что некоторый разрешимый язык $\mathcal{L}$ не разрешим никакой машиной Тьюринга, содержащейся в множестве $A$.
   (подсказка: используйте приём диагонализации)

3. Напишите таблицу переходов машины Тьюринга для решения задачи сложения пары двоичных чисел.

   - изначально лента содержит пару двоичных чисел без ведущих нулей, разделённых символом `+`, а каретка машины Тьюринга стоит на первом бите первого слагаемого
   - в конце работы машины Тьюирнга на ленте должен быть записан результат сложения, а каретка машины Тьюринга должна указывать на первый бит результата сложения

   Например для входа `101+11` машина Тьюринга должна написать на ленте результат `1000`.
   Данную задачу можно решить в контесте на Тимусе (задача E) по ссылке: `https://acm-onsite.insma.urfu.ru/problems.aspx?space=1033` (в этом случае укажите в решении к контрольной свой `JUDGE_ID`)

4. Для функции Аккермана $\mathbf{A}(m,n) = \begin{cases} n+1, & m=0 \\ A(m-1,1), & m>0, n=0 \\ A(m-1, A(m,n-1)), & m>0, n>0 \end{cases}$ доказано, что она не является примитивно рекурсивной. Рассмотрим функцию $\mathbf{G_A}(m,n,y) = \begin{cases} 1, & A(m,n)=y \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$ (данную функцию можно назвать функцией графика для $A$, так как с помощью неё можно нарисовать точки графика функци для некоторой ограниченной сетки). Покажите, что $\mathbf{G_A}$ является примитивно рекурсивной функцией

5. Докажите, что для любого алгорифма $R$ над алфавитом $\Sigma$ можно построить эквивалентный алгорифм $R'$ ($\forall w \in \Sigma^* : R(w) = R'(\square w)$, где $\square \notin \Sigma$) такой, что $R'$ содержит только обычные правила

6. Постройте неограниченную грамматику, задающую язык $\mathcal{L} = \{1^{n^2} \mid n \geq 1\}$