# le "Pelamis" (serpent de mer, mythologie grecque) : dispositif pour récupérer l'énergie de la houle (énergie houlomotrice)

il est constitué de plusieurs flotteurs cylindriques articulés entre eux, et oscillant au passage de la houle; chaque articulation est reliée à une génératrice permettant de transformer l'énergie de la houle en énergie électrique, acheminée ensuite vers la côte par un câble sous-marin.

on modélise le fonctionnement (très simplifié) en disant que chaque tronçon de moment d'inertie J par rapport à un axe de rotation perpendiculaire $\Delta_G$ subit :

- -un couple de rappel dû aux autres flotteurs $-C\theta$
- -un couple résistant dû à la génératrice $-\beta\dot{\theta}$
- -le couple dû à la houle $\Gamma_0 \cos \omega t$

1. établir l'équation du mouvement d'un flotteur autour de $\Delta_G$
2. exprimer $\theta(t)$ en régime sinusoïdal forcé
3. calculer la puissance moyenne $P_{géné}$ reçue par la génératrice
4. trouver $\beta$ et C pour avoir $P_{géné}$ maximale, lorsque $\Gamma_0$ , J et $\omega$ sont fixés.
5. calculer la puissance moyenne fournie par la houle; conclure.

<u>corrigé</u>

1. équation du mouvement : théorême du moment cinétique dans $R_G$ , projeté sur $\Delta_G$ :

$J\ddot{\theta} = -C\theta - \beta\dot{\theta} + \Gamma_0 \cos \omega t$ ou $\boxed{J\ddot{\theta} + \beta\dot{\theta} + C\theta = \Gamma_0 \cos \omega t}$

2. résolution : on cherche $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$ posons $\theta = \Re e(\underline{\theta})$ avec $\underline{\theta} = \theta_0 e^{j(\omega t + \varphi)} = \theta_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ et $\underline{\Gamma} = \Gamma_0 e^{j\omega t}$

l'équation devient : $(-J\omega^2 + j\omega\beta + C)\theta_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \Gamma_0 e^{j\omega t}$ qui donne : $\theta_0 e^{j\varphi} = \dfrac{\Gamma_0}{C - J\omega^2 + j\omega\beta}$

soit $\boxed{\theta_0 = \dfrac{\Gamma_0}{\sqrt{(C - J\omega^2)^2 + (\omega\beta)^2}}}$ et $\boxed{\tan \varphi = \dfrac{-\omega\beta}{C - J\omega^2}}$

3. puissance moyenne reçue par la génératrice : $P_{géné} = \left\langle \beta\dot{\theta}^2 \right\rangle$ avec $\dot{\theta}(t) = -\theta_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)$ il vient :

$$P_{géné} = \frac{\beta\omega^2\theta_0^2}{2} = \boxed{\frac{\beta\Gamma_0^2\omega^2}{2\left((C - J\omega^2)^2 + (\omega\beta)^2\right)}}$$

4. $P_{géné}$ sera maximale lorsque $C = J\omega^2$ on obtient alors $\boxed{P_{g\,max} \dfrac{\beta\Gamma_0^2\omega^2}{2(\omega\beta)^2} = \dfrac{\Gamma_0^2}{2\beta}}$ et il faut alors $\beta$ minimum

5. puissance moyenne de la houle :

elle s'écrit : $P_{houle} = \left\langle \Gamma_0 \cos(\omega t)\dot{\theta}(t) \right\rangle$ avec $\dot{\theta}(t) = -\theta_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)$

$$P_{houle} = \left\langle -\Gamma_0 \cos(\omega t)\theta_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) \right\rangle = \left\langle -\Gamma_0 \theta_0 \omega \cos(\omega t)\left(\sin(\omega t)\cos\varphi + \sin\varphi \cos(\omega t)\right) \right\rangle = \frac{-\Gamma_0 \theta_0 \omega \sin\varphi}{2}$$

mais $\sin\varphi = \dfrac{\omega\beta}{\sqrt{(C - J\omega^2)^2 + (\omega\beta)^2}}$ donc $\boxed{P_{houle} = \dfrac{-\Gamma_0^2\omega^2\beta}{2(C - J\omega^2)^2 + (\omega\beta)^2}}$

on retrouve la puissance moyenne cédée à la génératrice ; le signe - signifie que la houle cède de l'énergie