

### 第三讲 整除问题和合作完工问题

✎利用倍数特性解决不定方程:

### 例题 1（2024 事业单位）

企业招聘了 100 多名应届毕业生，其中 13 人被分配到总部工作，剩下的人正好分配到 7 个分公司，也能被平均分配到 9 个分公司工作，问企业招聘了多少名应届毕业生？

- A. 126  
B. 139  
C. 176  
D. 189

【参考答案】B

### 【实战解析】

“剩下的人”可同时被 7、9 整除，即剩下的人为 63 的倍数；

$63 \times 2 = 126$  人,  $126 + 13 = 139$  人。

**批注 [1]:** 满足企业招聘范围为 100 多名

### 例题 2 (2024 江苏)

某居民楼居住人数介于 90 和 110 之间，其中 50 岁及以上居民占  $\frac{1}{12}$ ，女性占  $\frac{7}{16}$ 。若该居民楼 30 岁及以上居民比 30 岁以下居民多 20 人，则 30 岁以下居民比 50 岁及以上居民多？

- A. 30 人                      B. 27 人  
C. 23 人                      D. 20 人

**【参考答案】** A

### 【实战解析】

居民人数总和为 12, 16 的公倍数 48。可得居民人数总和 =  $48 \times 2 = 96$  人;

50 岁以上居民=96×1/12=8 人

$$(30+) + (30-) = 96 \text{ 人}$$
$$(30+) + (30-) = 20 \text{ 人}$$

解方程组可得出：30 以上 58 人，30 以下 38 人，则本题答案=38-8=30 人。

例题 3 (2023 北京)

某单位 3 个部门共有员工 50 人，拥有中级工程师职称的人员比重为 40%。其中甲、乙两个部门拥有中级工程师职称的人员比重分别为 45%和 32%，则丙部门拥有中级工程师职称的人员比重为多少？

- A. 60% B. 52%  
C. 44% D. 36%

【参考答案】A

【实战解析】

中级工程师职称的人员=20 人

甲=45/100=9/20，乙=32/100=8/25，则丙=3/5=60%。

批注 [2]: 总人数为 50 人，甲的总人数为 20 的倍数，乙为 25 的倍数，则甲为 20 人，乙为 25 人，则丙为 5 人。

例题 4 (2021 国考)

某地调派 96 人分赴车站、机场、超市和学校四个人流密集的区域进行卫生安全检查，其中公共卫生专业人员有 62 人。已知派往机场的人员是四个区域中最多的，派往车站和超市的人员中，专业人员分别占 64%和 65%，派往学校的人员中，非专业人员比专业人员少 30%，问派往机场的人员中，专业人员的占比在四个区域中排名？

- A. 第一 B. 第二  
C. 第三 D. 第四

【参考答案】A

【实战解析】

专业人员占比：车站=64/100=16/25<60%，超市=65/100=13/20<60%；

根据题干“非专业人员比专业人员少 30%”，即非专业人员占 7 份，专业人员占 10 份，则学校专业人员占比=10/17<60%；

车站、超市、学校的总人数为各分母的倍数，考虑总和为 96 人且机场人员最多，则车站、超市、学校、机场的总人数分别为 25、20、17、34 人，其中专业人数分别为 16、13、10、23 人，则机场专业人员占比=23/34>20/30≈66.6%；

综上，机场排名第一。

批注 [3]: 参考资料分析“王者荣耀法”

例题 5 (2019 联考)

某农户饲养有肉兔和宠物兔两种不同用途的兔子共计 2200 只，所有兔子的毛色分为黑、白两种。肉兔中有 87.5%的毛色为黑色，宠物兔中有 23%毛色为白。据此可知，毛色为白色的肉兔至少有多少只？

- A. 25
- B. 50
- C. 100
- D. 200

【参考答案】A

【实战解析】

	肉兔（尽量少）	宠物兔（尽量多）
黑	7/8	
白	1/8	23/100

肉+宠=2200，总数为 100 倍数，宠物兔为 100 倍数，则肉兔也是 100 倍数；  
肉兔总数为 8 和 100 的最小公倍数，即 200；  
则毛色为白色的肉兔至少=200×1/8=25 只。

☛利用整除特性解决纯整除问题：

纯整除问题，优先考虑 3、9、2、5。  
a，b 分别为 X 的倍数，则 a+b，a-b 也都为 X 的倍数。

例题 6（2024 四川事业单位）

从 0、3、5、7 这四个数字中任意选出三个，组成能同时被 2、3、5 整除的三位数，这样的三位数有多少个？

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

【参考答案】B

【实战解析】

同时被 2、5 整除，尾数为 0；  
被 3 整除，各数位和为 3 的倍数，符合条件的为 5、7；  
满足题干条件的三位数为 570、750。

### 例题 7 (2021 上海)

公司购买某设备 24 套，现要登记单价，但是数据上没有标注单价，且总价第一位和最后一位模糊不清，只看到是☆579△元。则☆可能是几？

- A. 3                      B. 5  
C. 7                      D. 9

【参考答案】C

### 【实战解析】

24=3×8, 被 3 整除, 各数位和能被 3 整除, 被 8 整除末三位能被 8 整除;

24×单价=579\*, 末三位只有为 792 时能被 8 整除, \*+5+7+9+2, 要被 3 整除, 则\*=7 时成立。

### 例题 8 (2015 黑龙江)

小李某月请了连续 5 天的年假，这 5 天的日期数字相乘为 7893600，问他最后一天年假的日期是？

- A. 25 日                      B. 26 日  
C. 27 日                      D. 28 日

【参考答案】B

### 【实战解析】

7893600, 各数位相加=33, 即能被 3 整除, 不能被 9 整除;

验证选项,  $26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22$ , 成立。

### 例题 9 (2022 深圳)

小王从图书馆借了一本书，书共 204 页，阅读时，他发现书的前半部分有连续的 4 个页码被墨水污染，将其余 200 个页码加总，其和刚好可以被 85 整除，则被污染的 4 个页码中最小的数是多少？

- A. 100  
B. 95  
C. 75  
D. 41

【参考答案】D

### 【实战解析】

书=污染+剩余，其中剩余的部分页码和可被 85 整除；

总页数页码和 $=\frac{1+204}{2}\times 204=205\times 12$ , 可被 85 整除;

### 合作完工问题的整体思想:

重点题：例题 12

**批注 [4]:** 总工作量 40 份，有 8 份为小刘休息，小赵自己干两天，剩余的都为两人共同合作。

假设工作总量为 40，甲 5，乙 4；  
 $40=4t+4\times 9$ ，解得  $t=1$ 。

#### 例题 12 (2022 江苏 B)

甲、乙、丙三个物流公司合作完成两个仓库 K 和 L 的货物搬运任务。已知两个仓库的工作量相同，他们先在 K 工作 2 小时，完成了 K 工作量的 75%；然后乙、丙先去 L 工作，甲留在 K 继续工作，并用 3 小时完成了 K 的剩余工作量后再去 L 工作，直至任务全部完成。甲在 L 工作的总时间为多少？

- A. 20 分钟                                      B. 30 分钟  
C. 40 分钟                                      D. 50 分钟

【参考答案】A

【实战解析】

假设 K、L 工作总量都为 1，则总工作量=1+1=2；  
 $2(甲+乙+丙)=0.75=3/4$ ，则甲+乙+丙=3/8

总工作时间= $\frac{2}{3/8}=16/3=5$  小时 20 分，甲在 L 的工作时间=5 小时 20 分-2 小时-3 小时=20

分钟。

批注 [5]: 三人同时开始干活，同时结束工作，没有人休息。

#### 例题 13 (2022 四川)

工厂甲、乙、丙 3 条生产线共同完成一项任务，甲、丙先合作两天，完成了全部任务的  $\frac{1}{3}$ ，接着乙、丙合作两天完成剩下任务的 45%，最后甲、乙合作两天恰好完成剩余任务。问甲完成的部分占全部任务的多少？

- A.  $\frac{4}{15}$     B.  $\frac{1}{3}$   
C.  $\frac{2}{5}$     D.  $\frac{3}{5}$

【参考答案】C

【实战解析】

$$\begin{aligned}
 2\text{甲} + 2\text{乙} &= \frac{1}{3} \\
 2\text{乙} + 2\text{丙} &= 30\% \\
 2\text{甲} + 2\text{乙} &= \frac{11}{30} = 1 - \frac{1}{3} - 30\%
 \end{aligned}$$

$\frac{\text{甲}}{\text{全部}} = 1 - 2(2\text{乙} + 2\text{丙}) = 0.4$ ，对应 C 选项。