



第九讲 和定最值与最不利极限题

、和定最值：

问谁就把谁设成 x

其他人用 $x+1$ 、 $x-1$...来表示

问最多 其他人应尽量少

问最少 其他人应尽量多

例题 1（2023 安徽）

某小区物业准备了 230 盒口罩免费派发给 10 栋楼，要求任意两栋楼派发的口罩数量都不相同，但最多相差不超过 1 倍。假设口罩不拆盒发放，那么派发口罩数量最少的那栋楼最少可派发多少口罩？

A. 18 盒

B. 15 盒

C. 14 盒

D. 12 盒

【参考答案】C

【实战解析】问最少，其他楼栋应该尽量多。设派发口罩数量最少的那栋楼派发了 x 盒，则派发口罩数量最多的那栋楼至多派发了 $2x$ 盒，“第二多、第三多...”可依次表示为“ $2x-1$ 、 $2x-2$... $2x-8$ ”。

可列等式为： $2x+2x-1+2x-2+\dots+2x-8+x=230$ ，求得 $x=14$ ，C 选项当选。

批注 [1]: 注：若求得 x 不为整数，如 $x=14.5$ ，则应选择 B 选项（设的是最少的数值，故应该向上取整）。

例题 2（2021 广东县级）

某街道服务中心的 80 名职工通过相互投票选出 6 名年度优秀职工，每人都只投一票，最终 A、B、C、D、E、F 这 6 人当选。已知 A 票数最多，共获得 20 张选票；B、C 两人的票数相同，并列第 2；D、E 两人票数也相同，并列第 3；F 获得 10 张选票，排在第 4。那么 B、C 获得的选票最多为多少张？

A. 11

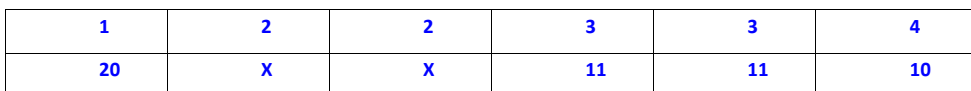
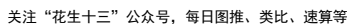
B. 12

C. 13

D. 14

【参考答案】D

【实战解析】B、C 需要尽量多，那么其他人就需要尽量少。设第二名为 x ，其他人要尽量少，那么设第三名为 11。



例题 3 (2022 上海)

A. 90
C. 94

B. 92
D. 96

可列等式为： $100+x+x-1+x-2+77=450$ ，求得 $x=92$ ，B 选项当选。

例题 4 (2021 上海)

A. 9800
B. 10500
C. 10700
D. 11000

批注 [2]: 题目没表明各不相同，其他地区可并列最大。

例题 5 (2019 江西法检)

A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

第 2 页



【实战解析】设院系 A（第一名）分得的博士人数至少有 x 名，第一名尽量少，其他院系应该尽量大，则设其他院系分得的博士人数为 $x-1$ ，列等式为： $x+12(x-1)=81$ ，求得 $x=7+$ ，向上取整取 8，C 选项当选。

批注 [3]: 题干没表明各不相同，则其他院系可以并列最小

批注 [4]: 最少分得 7 点几个人，向上取整。

例题 6（2023 浙江事业单位）

总公司选派 110 多名员工到 5 家分公司进行基层锻炼，每个分公司分到的人数均不同。已知选派人数第二多的分公司人数比第四多的多 10 人，选派人数最多的分公司的人数占总选派人数的 $\frac{1}{3}$ ，但未超过最少人数的 3 倍。那么选派人数最少的分公司的选派人数至多可能是多少人？

A. 13

B. 14

C. 15

D. 16

【参考答案】D

【实战解析】设最后一最多能是 x 人，问最后一最多能是多少，所以其他应该尽量小！因为问“最后一最多能是多少”，所以总人数也应该尽量多，总人数应为 117，第一名为 $117 \div 3=39$ ，可以设第四名为 $x+1$ 人、第三名为 $x+2$ 人、第二名为 $x+11$ 人。

批注 [5]: 总人数应该是 3 的倍数，可能为 111、114、117。

1	2	3	4	5
39	$x+11$	$x+2$	$x+1$	x

批注 [6]: 第二比第四多 10 人。

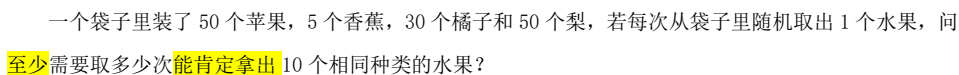
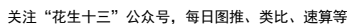
可列等式为： $39+x+11+x+2+x+1+x=117$ ，求得 $x=16$ ，D 选项当选。

最不利极限题：

常见问法：至少……才能保证……

解题思路：找到最不利（最点背）情况+1

例题 7（2023 山东）



- A. 10
B. 35
C. 33
D. 32

【实战解析】最不利情况：前32次拿出9个苹果、5个香蕉、9个橘子、9个梨，则只需要再任意拿出来一个即可满足10个相同水果，即最不利情况+1=33，C选项当选。

有 200 人参加招聘会，其中法学 70 人，经济学 60 人，工业设计 50 人，统计学 20 人，至少有多少人找到工作才能保证一定有 50 人的专业相同？

- A. 167
B. 168
C. 170
D. 175

【实战解析】最不利情况：招了 167 个人分别是 49 个法学、49 个经济学、49 个工业设计、20 个统计学，则再招一个任意专业的即可满足 50 个同专业，即最不利情况+1=168，B 选项当选。

某草莓经销商有 201 箱的草莓要分配给若干个水果店，要求无论选用怎样的分配方式，都要有水果店至少分到 8 箱，则水果店至多有多少个？

- A. 20 个 B. 21 个
C. 28 个 D. 29 个

【实战解析】最不利情况：所有水果店都分到7箱，用 $201 \div 7 = 28$ 余5，这5箱任意分都满足有水果店分到8箱，则28个水果店时就满足，也是至多的情况，C选项当选。

批注 [7]: 29 个水果店时，其中 28 家分 7 箱，另外一家分 5 箱，不满足不管如何分都能有水果店分到 8 箱。

某放映行有 80 名观众观看电影，已知有 5 名未成年人，观众年龄最大的 69 岁，问至少有多少名观众有同龄人？

- A. 23 B. 24



C. 25

D. 26

【参考答案】B

【实战解析】已知：不到 18 岁的有 5 个人，观众年龄最大的 69 岁，那么 18 岁到 69 岁中共有 $69-18+1=52$ 种年龄，要让同龄人的人数尽量少，那么应该让大家年龄都不同，让每个年龄都有一个人时共有 $52+5=57$ 人，余下人数为 $80-57=23$ 人，这 23 人会跟之前成年人中某一个人的年龄相同，故同龄人有 $23+1=24$ 人，B 选项当选。

批注 [8]: 当这 23 人都和 18 到 69 中间任意一个年龄相同时，同龄人数最少

例题 11 (2023 浙江)

某部门举行年会抽奖活动。抽奖箱里有 80 个抽奖券，共 20 个不同的数字，每个数字均出现 4 次，且分别对应一份礼品，不同的数字对应的礼品不同。每人当天限抽 1 次。那么最少多少人当天参加抽奖活动，才能保证至少有 3 人领取的礼品相同？

A. 41

B. 42

C. 61

D. 62

【参考答案】A

【实战解析】 2×20 (20 个不同的数字均有 2 人抽到) $+1=41$ ，A 选项当选。

反向构造：

容斥里的最值问题

反着去想

例题 12 (2022 江苏)

某机构对全运会收视情况进行调查，在 1000 名受访者中，观看过乒乓球比赛的占 87%，观看过跳水比赛的占 75%，观看过田径比赛的占 69%。这 1000 名受访者中，乒乓球、跳水和田径比赛都观看过的至少有多少人？

A. 310 人

B. 440 人

C. 620 人

D. 690 人

【参考答案】A

【实战解析】都看过的尽量少，即没看过的尽量多。没看过乒乓球、跳水和田径比赛的人数最多依次



为 130、250、310, 三项均看过的人数至少为 $1000 - (130 + 230 + 310) = 310$, A 选项当选。



例题 13 (2021 广东)

某单位在网上办公系统传阅了 15 份文件，甲阅读了 9 份，乙阅读了 12 份，丙阅读了 10 份，则甲、乙、丙三人共同阅读过的文件至少有多少份？

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

【参考答案】B

【实战解析】三人共同阅读过的文件尽量少，即没共同阅读过的尽量多。甲、乙、丙三人没阅读过的文件最多依次为 6、3、5，那么三人共同阅读过的文件至少为 $15 - (6 + 3 + 5) = 1$, B 选项当选。

