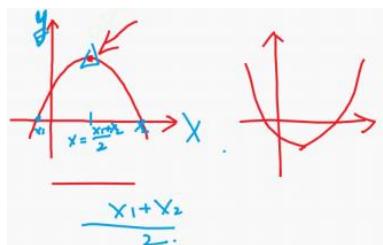


## 第八讲 经济利润之函数最值、增长相关

### ◆ 函数最值:

画函数图形，图形开口向上，存在最小值；图形开口向下，存在最大值。



### 例题 1 (2022 联考)

某地的一种特色纪念品在旅游旺季十分畅销，有商家发现，进价为每个 40 元的纪念品，当售价定为 44 元时，每天可售出 300 个，售价每上涨 1 元，每天销量减少 10 个。现商家决定提价销售，若要使销售利润达到最大，则售价应为多少？



【参考答案】D

**【实战解析】**利润=单个利润×销量，假设利润为Y，涨价X元。根据总利润=单个利润×销量可列方程： $Y=(4+X) \times (300-10X)$ 。当 $Y=0$ 时， $X_1=-4$ ， $X_2=30$ ， $X=\frac{X_1+X_2}{2}=\frac{30-4}{2}=13$ 时，Y取最大值，此时售价为 $44+13=57$ 元。

### 例题 2 (2020 江苏)

某商品的进货单价为 80 元，销售单价为 100 元，每天可售出 120 件。已知销售单价每降低 1 元，每天可多售出 20 件。若要实现该商品的销售利润最大化，则销售单价应降低的金额是多少？

**【参考答案】C**

**【实战解析】**假设降价  $X$  元，利润为  $Y = (20-X)(120+20X)$ ，解得  $X_1=20$ ,  $X_2=-6$ ,  $X=\frac{20-6}{2}=7$  元。

**例题 3 (2023 四川事业单位)**

某电脑制造厂商生产销售一批电脑。每台电脑成本价格为 4499 元，销售价格为 5699 元。某单位计划以销售原价购买 20 台电脑，在此基础上，若销售价格每降低 100 元，就多购买 2 台。则该电脑制造厂商可在该笔交易中可获得的最大利润为多少元？

- A. 24200
- B. 24000
- C. 36000
- D. 31200

**【参考答案】A**

**【实战解析】**根据题意可得降价前每台电脑的利润为 1200 元，设利润为  $Y$  元，降价 100 元降了  $X$  次，可列方程为：

$$Y = (1200 - 100X)(20 + 2X), X_1 = 12, X_2 = -10, \text{ 则 } X = \frac{12-10}{2} = 1, \text{ 此时 } Y = 1100 \times 22 = 24200 \text{ 元。}$$

**例题 4 (2024 山东)**

某线上店铺将进货单价为 8 元的商品按每件 10 元出售，每天可销售 100 件。店铺计划提高售价增加利润，若每件商品售价提高 1 元，每天销售量就要减少 10 件，为保证每天至少获利 350 元，问该商品售价应为多少？

- A. 不到 13 元
- B. 13~15 元之间
- C. 15~17 元之间
- D. 17 元以上

**【参考答案】B**

**【实战解析】**只需把最高值算出来，获利 350 元一定在最值附近（一左一右），如下图所示：



总利润  $Y = (2+X)(100-10X)$ ，解得  $X_1=-2, X_2=10, X = \frac{8}{2} = 4$ 。代入发现，获利最多 360

元，此时售价为 14 元，故选项范围应该包含 14，定位到 B 选项。

#### 例题 5 (2022 安徽)

北京冬奥会期间，冬奥会吉祥物“冰墩墩”纪念品十分畅销。销售期间某商家发现，进价为每个 40 元的“冰墩墩”，当售价定为 44 元时，每天可售出 300 个，售价每上涨 1 元，每天销量减少 10 个。现商家决定提价销售，若要使销售利润达到最大，则售价应为多少？

- A. 51 元                      B. 52 元  
C. 54 元                      D. 57 元

【参考答案】D

【实战解析】利润=单个利润×销量，假设利润为 Y，涨价 X 元。根据总利润=单个利润×销量

量可列方程： $Y = (4+X) \times (300-10X)$ 。当  $Y=0$  时， $X_1=-4$ ， $X_2=30$ ，  
 $X = \frac{X_1+X_2}{2} = \frac{30-4}{2} = 13$  时，Y 取最大值，此时售价为  $44+13=57$  元。

增长相关：

$$R = \frac{X}{A}$$

$$R_{\text{间隔}} = R_1 + R_2 + R_1 R_2$$

$$R_{\text{乘积}} = R_1 + R_2 + R_1 R_2$$

$$R_{\text{比值}} = \frac{R_1 - R_2}{1 + R_2}$$

#### 例题 6 (2023 辽宁)

某高校今年共有 231 名本科毕业生被录取为硕士研究生。其中推荐录取人数比上年度减少  $\frac{1}{6}$ ，而考试录取人数比上年度增加  $\frac{31}{150}$ ，总体录取人数比上年度高 10%，那么，这所高校今年推荐录取的研究生人数为多少？

- A. 40 人                      B. 45 人  
C. 50 人                      D. 55 人

【参考答案】C

【实战解析】本题考察倍数特性，可以利用 415 思想。根据题意列表如下：

批注 [1]: 分数非常大，没法再约分，所以直接赋值去年考试录取 150 人。

	去年	今年
推荐	60	$231 - 181 = 50$
考上	150	181

直接定位到 C 选项。

批注 [2]: 减少  $1/6$  后, 今年 50 人, 则去年就是 60 人

批注 [3]: 去年 150 份, 今年增长  $31/150$ , 则今年是 181 份, 今年总共 231 人, 故一份就是一人。

### 例题 7 (2023 黑龙江)

某口罩生产车间一月份生产口罩 100 万包, 以后每个月都比前一个月按相同增长率增长, 四月份生产口罩 133.1 万包, 这个增长率是多少?

- A. 10%
- B. 8%
- C. 6%
- D. 5%

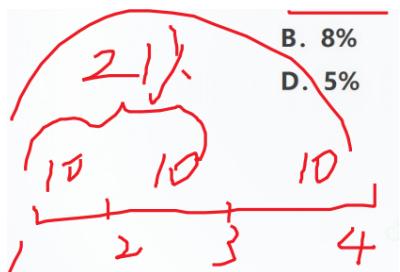
【参考答案】A

【实战解析】方法一: 年均增长率。

$$\frac{\text{现期}}{\text{基期}} = \frac{133.1}{100} = 1.331 = (1+R)^3, \text{ 代入 } R=10\%, \text{ A 选项当选。}$$

方法二: 间隔增长率。

1月到4月总共涨了 33.1%, 设增长率为 10% 如下图所示:



则 1 到 3 月的增长率为  $10\% + 10\% + 1\% = 21\%$ ; 1 到 4 月的增长率为  $21\% + 10\% + 2.1\% = 33.1\%$ , A 选项当选。

### 例题 8 (2024 联考)

某商家购进一批商品, 每件成本为 27 元, 最初将商品定价为每件 40 元, 该商家经过百分率相等的连续两次降价后, 每件商品的利润率不超过 20%。问每次降价的百分率至少是多少?

- A. 20%
- B. 15%
- C. 10%
- D. 5%

【参考答案】C

**【实战解析】**根据题意可列方程:  $40(1-R)(1-R) = 32.4$ ,  $(1-R)^2 = \frac{32.4}{40} = 81\%$ ,

**批注 [4]:** 当利润率为 20% 时, 定价为  $27(1+20\%) = 27+5.4=32.4$  元

则  $R=10\%$ , 定位到 C 选项。

### 例题 9 (2023 上海)

某公司生产 A、B 两种产品, 其中 B 是 A 的升级产品。经过调研, 预判 2022 年市场对 A 产品的需求比 2021 年下降 30% (A 产品的价格不变)。因此公司决定增加对 B 产品营销, 使 B 产品在 2022 年的销售收入比 2021 年增长 70%, 这样恰好使公司 2022 年的总销售收入比 2021 年增长 10%。则 2021 年 B 产品的销售额占总销售额的比例是多少?

- A. 40%
- B. 50%
- C. 60%
- D. 70%

**批注 [5]:** A 产品收入 = A 产品销量 × A 产品价格;  
根据乘积增长率公式, 价格不变销量下降 30%, 则 A 产品收入下降 30%

**批注 [6]:** 注意问法, 求的是基期量之比。本题转化成已知 3R 求基期量之比。

**【参考答案】A**

**【实战解析】** 已知 3R 求量之比, 用盐水:

显然基期 21 年 B 的占比是 40%, A 当选。

### 例题 10 (2023 深圳)

有甲、乙两种咖啡豆, 按照质量比  $a:b$  相混合制成一种拼配豆, 已知甲咖啡豆每公斤 60 元, 乙咖啡豆每公斤 80 元, 现因产量变化, 甲咖啡豆单价上涨 15%, 乙咖啡豆单价下降 15%, 以致该拼配咖啡豆的成本上调了 5%, 则  $a:b$  为多少?

- A. 1:1
- B. 5:3
- C. 8:3
- D. 2:1

**批注 [7]:** 甲成本 = 甲质量 × 甲单价, 甲质量没有变化, 甲单价上涨 15%, 则甲成本上涨 15%;  
同理, 乙成本下降 15%

**批注 [8]:** 甲成本上涨 15%; 乙成本下降 15%, 总成本上涨 5%;  
则用盐水求出来的量之比是甲基期成本: 乙基期成本

**【参考答案】C**

**【实战解析】** 利用盐水思想求出变化前甲成本: 变化前乙成本 = 2:1, 如下图所示:

$$\frac{\text{甲做} \times 20}{\text{乙} - 15 \times 30} = \frac{2}{1}$$

质量 = a: b =  $\frac{\text{成本}}{\text{单价}} = \frac{2}{60} : \frac{1}{80} = 8:3$   
由成本=质量×单价，则

### 例题 11 (2023 山东)

某企业花费 3456 万元改造了一条自动化生产线，单位产品人工成本降低了 50%，非人工成本降低了 10%，单日产量扩大了一倍，已知改造前的单位产品人工成本是非人工成本的 3 倍，改造后每天的人工成本比非人工成本高 3.6 万元。问多少天后新生产线降低的成本可与花费的改造成本相抵？

- A. 480      B. 300  
C. 360      D. 540

【参考答案】C

【实战解析】根据题意列表：

	人工成本	非人工	产量
改造前	3X	X	1
改造后	1.5X	0.9X	2

根据题意可列方程为  $3X - 1.8X = 3.6$ ，解得  $X=3$ 。

原来生产一件  $4X$  的成本，现在生产一件  $2.4X$  的成本，生产一件可以省  $1.6X$ 。

现在一天能生产两件，节省  $2 \times 1.6X = 9.6$  万元。

$3456 \div 9.6 = 360$  天，定位到 C 选项。