

## 第三讲 整除问题和合作完工问题

利用倍数特性解决不定方程：

### 例题 1 (2024 事业单位)

企业招聘了 100 多名应届毕业生，其中 13 人被分配到总部工作，剩下的人正好分配到 7 个分公司，也能被平均分配到 9 个分公司工作，问企业招聘了多少名应届毕业生？

- A. 126
- B. 139
- C. 176
- D. 189

【参考答案】B

【实战解析】

“剩下的人”可同时被 7、9 整除，即剩下的人为 63 的倍数；

$63 \times 2=126$  人， $126+13=139$  人。

批注 [1]: 满足企业招聘范围为 100 多名

### 例题 2 (2024 江苏)

某居民楼居住人数介于 90 和 110 之间，其中 50 岁及以上居民占  $\frac{1}{12}$ ，女性占  $\frac{7}{16}$ 。若该居民楼 30 岁及以上居民比 30 岁以下居民多 20 人，则 30 岁以下居民比 50 岁及以上居民多？

- A. 30 人
- B. 27 人
- C. 23 人
- D. 20 人

【参考答案】A

【实战解析】

居民人数总和为 12、16 的公倍数 48。可得居民人数总和  $= 48 \times 2 = 96$  人；

50 岁以上居民  $= 96 \times 1/12 = 8$  人

$(30+)-(30-) = 96 - 8 = 88$  人

$(30+)-(30-) = 20$  人

解方程组可得出：30 以上 58 人，30 以下 38 人，则本题答案  $= 38 - 8 = 30$  人。

### 例题 3 (2023 北京)

某单位 3 个部门共有员工 50 人，拥有中级工程师职称的人员比重为 40%。其中甲、乙两个部门拥有中级工程师职称的人员比重分别为 45% 和 32%，则丙部门拥有中级工程师职称的人员比重为多少？

- A. 60%
- B. 52%
- C. 44%
- D. 36%

【参考答案】A

【实战解析】

中级工程师职称的人员=20 人

甲=45/100=9/20，乙=32/100=8/25，则丙=3/5=60%。

批注 [2]: 总人数为 50 人，甲的总人数为 20 的倍数，乙为 25 的倍数，则甲为 20 人，乙为 25 人，则丙为 5 人。

### 例题 4 (2021 国考)

某地调派 96 人分赴车站、机场、超市和学校四个人流密集的区域进行卫生安全检查，其中公共卫生专业人员有 62 人。已知派往机场的人员是四个区域中最多的，派往车站和超市的人员中，专业人员分别占 64% 和 65%，派往学校的人员中，非专业人员比专业人员少 30%，问派往机场的人员中，专业人员的占比在四个区域中排名？

- A. 第一
- B. 第二
- C. 第三
- D. 第四

【参考答案】A

【实战解析】

专业人员占比：车站=64/100=16/25<60%，超市=65/100=13/20<60%；

根据题干“非专业人员比专业人员少 30%，即非专业人员占 7 份，专业人员占 10 份，则学校专业人员占比=10/17<60%；

车站、超市、学校的总人数为各分母的倍数，考虑总和为 96 人且机场人员最多，则车站、超市、学校、机场的总人数分别为 25、20、17、34 人，其中专业人员数分别为 16、13、10、23 人，则机场专业人员占比=23/34>20/30≈66.6%；

批注 [3]: 参考资料分析“王者荣耀法”

综上，机场排名第一。

### 例题 5 (2019 联考)

某农户饲养有肉兔和宠物兔两种不同用途的兔子共计 2200 只，所有兔子的毛色分为黑、白两种。肉兔中有 87.5% 的毛色为黑色，宠物兔中有 23% 毛色为白。据此可知，毛色为白色的肉兔至少有多少只？

- A. 25                    B. 50  
C. 100                  D. 200

【参考答案】A

【实战解析】

|   | 肉兔（尽量少） | 宠物兔（尽量多） |
|---|---------|----------|
| 黑 | 7/8     |          |
| 白 | 1/8     | 23/100   |

肉+宠=2200，总数为100倍数，宠物兔为100倍数，则肉兔也是100倍数；

肉兔总数为8和100的最小公倍数，即200；

则毛色为白色的肉兔至少=200×1/8=25只。

利用整除特性解决纯整除问题：

纯整除问题，优先考虑3、9、2、5。

a, b 分别为X的倍数，则a+b, a-b也都为X的倍数。

例题6（2024四川事业单位）

从0、3、5、7这四个数字中任意选出三个，组成能同时被2、3、5整除的三位数，这样的三位数有多少个？

- A. 1                    B. 2  
C. 3                    D. 4

【参考答案】B

【实战解析】

同时被2、5整除，尾数为0；

被3整除，各数位和为3的倍数，符合条件的为5、7；

满足题干条件的三位数为570、750。

### 例题 7 (2021 上海)

公司购买某设备 24 套，现要登记单价，但是数据上没有标注单价，且总价第一位和最后一位模糊不清，只看到是☆579△元。则☆可能是几？

- A. 3
- B. 5
- C. 7
- D. 9

【参考答案】C

【实战解析】

$24=3\times 8$ , 被 3 整除, 各数位和能被 3 整除, 被 8 整除末三位能被 8 整除;

$24 \times \text{单价} = *579*$ , 末三位只有为 792 时能被 8 整除,  $*+5+7+9+2$ , 要被 3 整除, 则  $*=7$  时成立。

### 例题 8 (2015 黑龙江)

小李某月请了连续 5 天的年假, 这 5 天的日期数字相乘为 7893600, 问他最后一天年假的日期是?

- A. 25 日
- B. 26 日
- C. 27 日
- D. 28 日

【参考答案】B

【实战解析】

$7893600$ , 各数位相加=33, 即能被 3 整除, 不能被 9 整除;

验证选项,  $26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22$ , 成立。

### 例题 9 (2022 深圳)

小王从图书馆借了一本书, 书共 204 页, 阅读时, 他发现书的前半部分有连续的 4 个页码被墨水污染, 将其余 200 个页码加总, 其和刚好可以被 85 整除, 则被污染的 4 个页码中最小的数是多少?

- A. 100
- B. 95
- C. 75
- D. 41

【参考答案】D

【实战解析】

书=污染+剩余, 其中剩余的部分页码和可被 85 整除;

总页数页码和  $= \frac{1+204}{2} \times 204 = 205 \times 12$ , 可被 85 整除;

则污染部分页码和也可被 85 整除，验证选项，D 成立。

❷合作完工问题的整体思想：

总工作量/总效率=总工作时间

重点题：例题 12

#### 例题 10（2021 河南事业单位）

加工一批零件，小刘单独做 8 天完成，小赵单独做 10 天完成，现由两人共同加工该批零件，中途小刘因事请假两天，则两人加工完这批零件共用了多少天？

- A. 4 天
- B. 5 天
- C. 6 天
- D. 7 天

【参考答案】C

【实战解析】

总工作量 40 份，刘 5，赵 4；

$(40-8) \div 9 = 32/9$ ，加上休息的 2 天，两人加工完这批零件共用 6 天。

#### 例题 11（2021 福建事业单位）

甲、乙两人共同加工一批零件，甲单独完成需要 8 个小时，乙单独完成需要 10 个小时。甲、乙两人在合作了 3 小时后，甲因事中断了一段时间，但是乙仍在继续工作，甲回来后两人又继续合作了 1 个小时完成了任务。那么在加工完这批零件的过程中，乙比甲多工作了多少小时？

- A. 1
- B. 1.5
- C. 5
- D. 2.5

【参考答案】A

【实战解析】

**标注 [4]:** 总工作量 40 份，有 8 份为小刘休息，小赵自己干两天，剩余的都为两人共同合作。

假设工作总量为 40, 甲 5, 乙 4;  
 $40=4t+4\times 9$ , 解得  $t=1$ .

### 例题 12 (2022 江苏 B)

甲、乙、丙三个物流公司合作完成两个仓库 K 和 L 的货物搬运任务。已知两个仓库的工作量相同，他们先在 K 工作 2 小时，完成了 K 工作量的 75%；然后乙、丙先去 L 工作，甲留在 K 继续工作，并用 3 小时完成了 K 的剩余工作量后去 L 工作，直至任务全部完成。甲在 L 工作的总时间为多少？

- A. 20 分钟                          B. 30 分钟  
C. 40 分钟                           D. 50 分钟

#### 【参考答案】A

#### 【实战解析】

假设 K、L 工作总量都为 1，则总工作量 = 1 + 1 = 2；  
 $2 \times (甲+乙+丙) = 0.75 = 3/4$ , 则  $甲+乙+丙 = 3/8$

总工作时间 =  $\frac{2}{3/8} = 16/3 = 5\text{ 小时 }20\text{ 分}$ , 甲在 L 的工作时间 = 5 小时 20 分 - 2 小时 - 3 小时 = 20 分钟。

**批注 [5]:** 三人同时开始干活，同时结束工作，没有人休息。

### 例题 13 (2022 四川)

工厂甲、乙、丙 3 条生产线共同完成一项任务，甲、丙先合作两天，完成了全部任务的  $\frac{1}{3}$ ，接着乙、丙合作两天完成剩下任务的 45%，最后甲、乙合作两天恰好完成剩余任务。问

甲完成的部分占全部任务的多少？

- A.  $\frac{4}{15}$                                   B.  $\frac{1}{3}$   
C.  $\frac{2}{5}$                                       D.  $\frac{3}{5}$

#### 【参考答案】C

#### 【实战解析】

$$\begin{aligned} & \cancel{2\text{甲}+2\text{丙}} = \frac{1}{3} \\ & \cancel{2\text{乙}+2\text{丙}} = 30\% \\ & 2\text{甲}-2\text{乙} = \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} - 30\% \end{aligned}$$

$\frac{\text{甲}}{\text{全部}} = 1 - 2(2\text{乙} + 2\text{丙}) = 0.4$ , 对应 C 选项。