

第五讲 容斥问题

代入公式：

$$\text{总人数} - \text{圈外部分} = \text{总人次} - \text{重复部分}$$

$$0 \text{ 次} + 1 \text{ 次} + 2 \text{ 次} + 3 \text{ 次} = \text{总人数}$$

例题 1 (2022 广东)

某单位计划从全部 80 名员工中挑选专项工作组成员，要求该组成员须同时有基层经历和计算机等级证书。已知，单位内有 40 人有基层经历，有 46 人有计算机等级证书，既没有基层经历又未获得计算机等级证书的有 10 人。那么能够进入工作组的员工有多少人？

- A. 16 B. 40
C. 46 D. 54

【答案】A

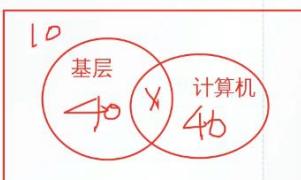
【解析】设进入工作组人数为 x ，列式： $\text{总人数} - \text{圈外部分} = \text{总人次} - \text{重复部分}$ ；
 $80 - 10 = 40 + 46 - x$ ，解得 $x = 16$ ，答案为 A 选项。

~~例题 1 (2022 广东 74%)~~ 84%

某单位计划从全部 80 名员工中挑选专项工作组成员，要求该组成员须同时有基层经历和计算机等级证书。已知，单位内有 40 人有基层经历，有 46 人有计算机等级证书，既没有基层经历又未获得计算机等级证书的有 10 人。那么能够进入工作组的员工有多少人？

A. 16 B. 40
C. 46 D. 54

$80 - 10 = 40 + 46 - x$
 $x = 16$



例题 2 (2025 国考)

某研发小组员工中，60%的人参与了 A 项目，45%的人参与了 B 项目，两个项目都参与的人比两个项目都不参与的多 2 人。问该研发小组有多少人？

- A. 100 B. 50
C. 40 D. 20

【答案】C

【解析】设研发小组有 x 人，列式：总人数 - 圈外部分 = 总人次 - 重复部分；则 $x - y = 1.05x - y - 2$ ，解得 $x = 40$ ，答案为 C 选项。

例题2 (2025国考 58%)

某研发小组员工中，60%的人参与了A项目，45%的人参与了B项目，两个项目都参与的人比两个项目都不参与的多2人。问该研发小组有多少人？

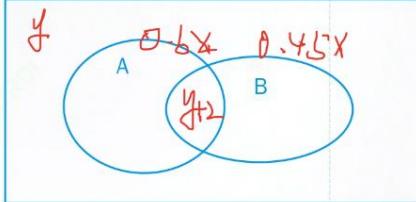
A. 100 B. 50
C. 40 D. 20

$x - y = 1.05x - y - 2$

$0.05x = 2$

$x = 40$

这里将会重放直播过程中的互动消息



例题 3 (2022 天津)

某班期末考试结束后统计，物理、化学均不及格的人数占全班的 14%，物理及格的人数比化学及格的人数多 10 人，且化学及格的人数占全班人数的 60%。已知全班人数不超过 70 人，问物理及格的人中化学也及格的有多少人？

- A. 25 B. 26
C. 27 D. 28

【答案】C

【解析】根据整除特性，不及格占 14%，可逐项得出：全班人数 50 人，都不及格 7 人，化学及格 30 人，物理及格 40 人。

设两科均及格人数为 x ，列式：总人数 - 圈外部分 = 总人次 - 重复部分；则 $50 - 7 = 30 + 40 - 4$ ，解得 $x = 27$ ，答案为 C 选项。



数量22讲

例题3 (2022天津 59%)

80%

$$14/100 = 7/50$$

某班期末考试结束后统计，物理、化学均不及格的人数占全班的14%，物理及格的人数比化学及格的人数多10人，且化学及格的人数占全班人数的60%。已知全班人数不超过70人，问物理及格的人中化学也及格的有多少人？

- A. 25 B. 26 化学及格 =30 物理及格=40
C. 27 D. 28

10

$$50 - 7 = 70 - x \quad x = 27$$

例题 4 (2024 深圳)

某高校法学院对学生毕业后就职于司法机关、律所、企业的意愿进行调查，共 725 名学生参与调查，可选其中 0 至 3 项。结果显示，选择司法机关、律所、企业的学生分别有 360 人、380 人、237 人，3 项都选的学生有 60 人，3 项都不选的学生有 8 人，则仅选择其中 1 项的学生有多少人？

【答案】A

【解析】设只选一项的为 x 人，选两项的为 y 人，列式：总人数-圈外部分=总人次-重复部分；则 $725-8=360+380+237-y-2 \times 60$ ，解得 $y=140$ 人；

根据隐藏公式：0 科+1 科+2 科+3 科=总人数，列式： $8+x+140+60=725$ ，解得 $x=517$ ，答案为 A 选项。



例题4 (2024深圳 45%)

某高校法学院对学生毕业后就职于司法机关、律所、企业的意愿进行调查，共725名学生参与调查，可选其中0至3项。结果显示，选择司法机关、律所、企业的学生分别有360人、380人、237人，3项都选的学生有60人，3项都不选的学生有8人，则仅选择其中1项的学生有多少人？

A. 517

B. 516

C. 515

D. 514

$$725 - 8 = 360 + 380 + 237 - 1 \times y - 2 \times 60$$

$$y = 140$$

仅选择2次的是y 仅选择1次的是x

$$8 + x + 140 + 60 = 725$$

$$x = 517$$

例题5 (2023浙江)

某班级对70多名学生进行数学和英语科目摸底测验，有12%的学生两个科目均不及格。已知有 $\frac{2}{3}$ 的学生英语及格，数学及格的学生比英语多10人，那两科均及格的学生有多少人？

A. 31

B. 37

C. 41

D. 44

【答案】D

【解析】根据12%的整除特性，可依次得出：全班75人，英语50人，数学60人，都不及格9人；

设题干所求为x，列式：总人数-圈外部分=总人次-重复部分；则 $75 - 9 = 50 + 60 - x$ ， $x = 44$ ，答案为D选项。

批注 [1]:因为人一定要是整数，既要是70多人，还要是25的倍数，所以人数确定为是75人。



例题5 (2023浙江 55%)

$$80\% \quad \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

数量22讲

某班级对70多名学生进行数学和英语科目摸底测验，有12%的学生两个科目均不及格。已知有 $\frac{2}{3}$ 的学生英语及格，数学及格的学生比英语多10人，那两科均及格的学生有多少人？

A. 31

B. 37

C. 41

D. 44

$$\text{全班人数} = 75 \quad \text{都不} = 9$$

$$\text{英语} = 50 \quad \text{数学} = 60$$

$$75 - 9 = 110 - x$$

$$66 = 110 - x \quad x = 44$$

例题6 (2012 四川省考)

某次射击比赛共有52人参加，前1、2、3、4、5靶未命中的人数分别为4、6、10、20、39。5靶中如每人至少射中1靶，只中1靶的有7人，5靶全中的有6人，中2靶的人数与中3靶的一样多，问中4靶的有几人？

- A. 20 B. 25
C. 29 D. 31

【答案】D

【解析】未命中反面即为：前1、2、3、4、5次靶命中的是48、46、42、32、13人，设命中两靶和命中三靶的为y人，命中4靶的为x人，列式： $52 = (5 \times 52 - 79) - y - 2y - 3x - 4 \times 6$ ； $7 + y + y + x + 6 = 52$ ；解得 $x = 31$ ，答案为D选项。

四海公考 SINAIGONGKAO 数量 22

例题6 (2012四川省考 11%) 数学语文英语化学物理

某次射击比赛共有52人参加，前1、2、3、4、5靶未命中的人数分别为4、6、10、20、39。5靶中如每人至少射中1靶，只中1靶的有7人，5靶全中的有6人，中2靶的人数与中3靶的一样多，问中4靶的有几人？

A. 20 B. 25 C. 29 D. 31

$52 = 48 + 46 + 42 + 32 + 13$. $y - 2y - 3x - 4 \times 6$

$\left\{ \begin{array}{l} 52 = 7 + y + y + x + 6 \\ . \end{array} \right.$

拓展例题：

全班100人
报资料 数量 言语 判断 的人数分别有30 40 50 60人
没有不报名的，只报名1项的20人

报4项的有10人，问报2项 3项各多少人

$$\left\{ \begin{array}{l} 100 = 180 - x - 2y - 30 \\ 20 + x + y + 10 = 100 \end{array} \right.$$

最值思想：

通过最大/最小解出唯一的一组解，也就是两个未知数一个不定方程求最值。

例题 7 (2021 浙江事业单位)

学校评选优秀学生，参与评选的学生有 26 人，且均有相关比赛证书，部分学生拥有三种比赛证书。其中，拥有数学和物理比赛证书的有 5 人，拥有物理和音乐比赛证书的有 4 人，拥有数学和音乐比赛证书的有 7 人。只有拥有两种及以上比赛证书的学生才有资格进入下一轮评选，那么至少有多少学生无法进入下一轮评选？

- A. 12
- B. 13
- C. 14
- D. 15

【答案】A

【解析】设拥有 3 种证书的学生人数为 x ，则两种及以上最多有 $16-2x=14$ 人进入评选，解得 $x=1$ ，总人数 - 拥有 2 种及以上人数 = 只拥有一种证书人数，则为 $26-14=12$ 人，答案为 A 选项。

批注 [2]: 说明中间交叉部分不为零。

批注 [3]: 根据题干问题，拥有 2 种及以上的学 生要尽量多，只拥有一种证书的学 生人数才会少。

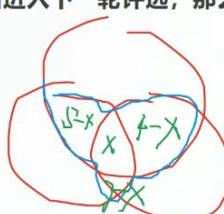
批注 [4]: 因为要求最多的人数，所以 x 看作 1。

例题 7 (2021 浙江事业单位 36%)

学校评选优秀学生，参与评选的学生有 26 人，且均有相关比赛证书，部分学生拥有三种比赛证书。其中，拥有数学和物理比赛证书的有 5 人，拥有物理和音乐比赛证书的有 4 人，拥有数学和音乐比赛证书的有 7 人。只有拥有两种及以上比赛证书的学生才有资格进入下一轮评选，那么至少有多少学生无法进入下一轮评选？

- A. 12
- B. 13
- C. 14
- D. 15

$$16 \rightarrow x \rightarrow 14$$
$$x=1$$



例题 8 (2018 浙江事业单位)

某单位 45 名职工利用假期重读马克思主义著作，其中 60% 的人阅读《资本论》，阅读《共产党宣言》的人比阅读《政治经济学批判》的多 5 人，但少于阅读《资本论》的人。已知所有人都阅读过这三本著作中的至少一本，最多有多少人这三本著作都阅读了？

- A. 12 B. 13
C. 14 D. 15

【答案】C

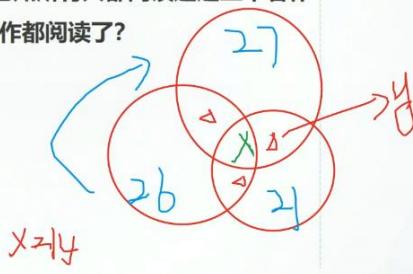
【解析】根据题干则知，读资本论的人为 27 人；题干求的是读完三本著作的人最多是多少，且已知信息为读共产党宣言的人要少于读资本论的人，则读共产党宣言的人为 26 人，读政治的人为 21 人。设三本都读了的人为 x ，读了 2 本的人为 y ，列式：总人数 - 圈外部分 = 总人次 - 重复部分； $45=27+26+21-y-2x$, $29=y+2x$, 解得 $y=1$, $x=14$ ，答案为 C 选项。

批注 [5]: 则，读资本论的为 27 人

例题8 (2018浙江事业单位 39%)
某单位45名职工利用假期重读马克思主义著作，其中60%的人阅读《资本论》，阅读《共产党宣言》的人比阅读《政治经济学批判》的多5人，但少于阅读《资本论》的人。已知所有人都阅读过这三本著作中的至少一本，最多有多少人这三本著作都阅读了？

- A. 12 B. 13
C. 14 D. 15

$$\begin{aligned} 45 &= 27 + 26 + 21 - y - 2x \\ y + 2x &= 29 \end{aligned}$$



例题9 (2023四川事业单位)

某机关部门有 65 人，为加强文化建设，组织员工到电影院观看 A、B、C 三部电影，由于三部电影放映时间错开，要求每个员工至少观看一部电影，有 40% 员工选择看电影 A，有 27 人选择观看电影 B，有 48 人选择观看电影 C。则选择观看三部电影的员工至多可以有多少人？

- A. 16 B. 17
C. 18 D. 19

【答案】C

【解析】已知看 A 的为 26 人，看 B 的为 27 人，看 C 的为 48 人，设看两部的为 y 人，看三部的为 x 人，套公式： $65=26+27+48-y-2x$, 解得 $2x+y=36$, y 要尽量小，则 y 为 0, $x=18$ ，答案为 C 选项。

批注 [6]: 因为要让 x 尽量大，所以 y 要尽量小，还要保证是整数，因为人必须是整数

批注 [7]: 说明没有都不。



55%.

数量22讲

例题9 (2023四川事业单位 49%)

某机关部门有65人，为加强文化建设，组织员工到电影院观看A、B、C三部电影，由于三部电影放映时间错开，要求每个员工至少观看一部电影，有40%员工选择看电影A，有27人选择观看电影B，有48人选择观看电影C。则选择观看三部电影的员工至多可以有多少人？

A. 16

C. 18

只看2部是y

看3部是x

B. 17

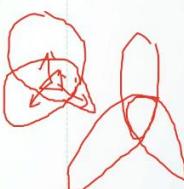
D. 19

$$65 = 26 + 27 + 48 - y - 2x$$

$$y=0 \quad 1+2x=36$$

$$x=18$$

没有都不！



画图解决：

例题 10 (2023 深圳)

小明对甲、乙、丙三种手机软件的安装情况进行街头调查。随机选取的一批调查对象中，手机安装了甲、乙、丙三种软件的人数分别是 40, 36, 35，只安装了其中一种软件的人数分别占其中的 25%、25%、20%，同时安装了甲、乙两种软件而未安装丙软件的有 4 人，同时安装了甲、丙两种软件而未安装乙软件的人数比同时安装乙、丙两种软件而未安装甲软件的人数多 3 人，有多少人同时安装了甲、乙、丙三种软件？

A. 15

B. 21

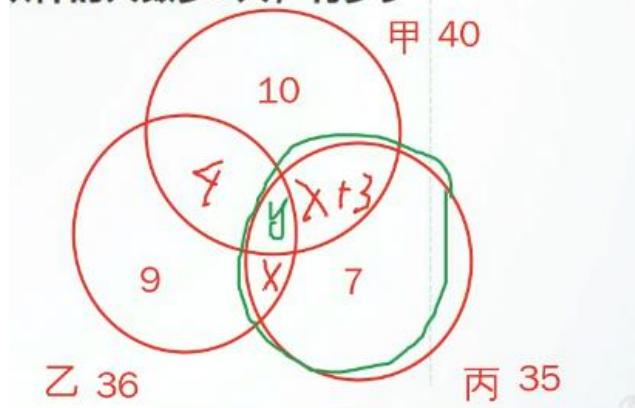
C. 27

D. 33

【答案】B

【解析】根据题干要求，设安装乙丙软件的为 X 人，安装三款软件的为 y 人，可画图得出以下信息：

软件的人数多3人，有多少



列式： $2x+y+3+7=35$ ； $x+y+4+9=36$ ，可得出 $X=21$ ， $y=2$ ，答案为 B 选项。

例题 11 (2023 国考副省)

农科院在某村 287 名淡水鱼养殖人员中开展防病培训和育种培训。已知参加防病培训的养殖人员中，参加育种培训的人数比未参加的多 21%；参加育种培训的养殖人员中，参加防病培训的人数比未参加的多 76 人。问共有多少人未参加任何一项培训？

- A. 21 B. 23
C. 25 D. 27

【答案】A

【解析】根据整除特性 21%，可得出防病培训中，两种都参加的为 121 人，只参加防病的为 100 人。列式： $287 - (145 + 121 + 45) = 21$ ，答案为 A 选项。

四海公考 SISHAI GONGKAO

数量 22 讲

例题 11 (2023 国考副省 29%)

农科院在某村 287 名淡水鱼养殖人员中开展防病培训和育种培训。已知参加防病培训的养殖人员中，参加育种培训的人数比未参加的多 21%；参加育种培训的养殖人员中，参加防病培训的人数比未参加的多 76 人。问共有多少人未参加任何一项培训？

A. 21 B. 23
C. 25 D. 27

221 145
216

例题 12（2024 国考行政执法）

某高校外国语学院中，会俄语的学生都会英语，其中一半还会法语；会英语的学生中有一半会法语；这三种语言都会的学生有 50 人，只会其中两种语言的有 100 人，只会其中一种语言的有 150 人。问会法语的学生有多少人？

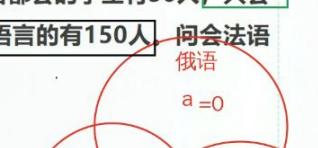
【答案】D

【解析】题目已知条件梳理如下图：

例题12 (2024国考行政执法 41%)

某高校外国语学院中，会俄语的学生都会英语，其中一半还会法语；会英语的学生中有一半会法语；这三种语言都会的学生有50人，只会其中两种语言的有100人，只会其中一种语言的有150人。问会法语俄语的学生有多少人？

A. 50 B. 100 C. 150 D. 200



题干问会法语多少人： $100+50+50=200$ 人，答案为 D 选项。

小总结

如果已知条件给的是“整体”

报两项 报三项 ! 总人数 - 都不 = 总人次 - 重复部分
只报两项 0项+1项+2项+3项 = 总人数

如果已知条件给的“稀碎”

只能画图 !

各部分表示清楚

