



第十四讲 基础概率问题

基础概率问题： $P = \frac{\text{符合题目要求的情况数}}{\text{所有可能的情况数}}$ (若有几个事件同时发生，将各自发生的概率相乘即可)

例题 1 (2023 黑龙江)

如果 3 个学生一起报名，且 3 个学生都通过科目一考试，那么就可以减免 1 个学生的报名费。他们 3 人不能通过科目一考试的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ ，则减免 1 个学生报名费资格的概率为多少？

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

【答案】D

【解析】相当于三个独立事件同时发生，将各自发生的概率相乘即可。根据“他们 3 人不能通过科目一考试的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ ”，可得 3 人能通过科目一考试的概率分别为： $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 、 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 、 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 。那 3 个人同时通过的概率为： $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ，答案为 D 选项。

例题 2 (2024 联考)

某社区服务中心拟引入优质资源为本社区 45 名老人提供居家养老服务。已知老人的年龄构成如下（设老人的年龄为 x）： $60 \leq x < 70$ 有 17 人， $70 \leq x < 80$ 有 12 人， $80 \leq x < 90$ 有 11 人，90 岁及以上有 5 人。现从该社区中随机抽取两名老人了解居家养老服务情况，那么这两名老人恰好都在 80 岁以上（含 80 岁）的概率是？

- A. $\frac{4}{33}$ B. $\frac{11}{45}$
C. $\frac{16}{45}$ D. $\frac{1}{3}$

**【答案】A**

【解析】所求概率 = $\frac{80 \text{ 岁以上（含 80 岁）老人中选两人的情况数} (11+5=16 \text{ 人})}{45 \text{ 名老人中选两人的情况数}} = \frac{C_{16}^2}{C_{45}^2} = \frac{16 \times 15}{45 \times 44} = \frac{4}{33}$, 答案为 A 选项。

例题 3 (2023 北京)

甲和乙两个办公室分别选出 2 人听一个讲座。如每个办公室均随机选择，则甲办公室员工小刘和小陈同时被选中的概率正好为 10%。乙办公室员工小吴被选中的概率为 20%，则两个办公室共有多少名员工？

- A. 11 B. 15
C. 16 D. 20

【答案】B

【解析】 甲办公室员工小刘和小陈同时被选中的概率为 $\frac{C_2^2}{C_{\text{甲}}^2} = \frac{1}{10}$, 乙办公室员工小吴被选中的概率是 $\frac{C_{\text{乙}-1}^1}{C_{\text{乙}}^2} = \frac{1}{5}$, 解得甲=5, 乙=10, 则两个办公室共有 15 名员工, 答案为 B 选项。

例题 4 (2020 山东)

在 ATM 机上输入银行卡密码时，若连续三次输入错误则会吞卡，老李忘了银行卡密码的末两位数，只记得是两个不相同的奇数，若他在末两位上随意输入两个不同奇数，能在吞卡前猜中正确密码的概率是多少？

- A. $\frac{3}{20}$ B. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

【答案】A

【解析】 末两位的数字可能为 1、3、5、7、9，随机输入两个不同的奇数有 $A_5^2 = 5 \times 4 = 20$ 种可能，每次输入密码正确的概率是 $\frac{1}{20}$ ，则输入三次的概率是 $\frac{1}{20} \times 3 = \frac{3}{20}$ ，答案为 A 选项。（注：以抽奖为例：10 个人参与抽奖，1 号中奖概率为 $\frac{1}{10}$ ，2 号中奖概率为 $\frac{9}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{10}$ ，3 号中奖概率为 $\frac{9}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{10}$ ……以此类推可知，每个人中奖的概率都是相同的。）



④ 分情况讨论与全部减不符：

例题 5 (2022 江苏 C)

“双减”政策实施后，某小学下午 5: 30 放学，小李 5:00 下班去接孩子回家，当不堵车时，5:30 之前到校；当堵车时，5:30 之前到校的概率为 0.6。若 5:00~5:30 堵车的概率为 0.3，则小李 5:30 之前到校的概率是多少？

【答案】C

【解析】方法一：分两种情况讨论：①堵车情况下 $5:30$ 到校的概率 $0.3 \times 0.6 = 0.18$ ；②不堵车情况下 $5:30$ 到校的概率 $0.7 \times 1 = 0.7$ ， $P=0.18+0.7=0.88$ （分步用乘法，分类用加法）；

方法二：全部减不符： $1 - 5:30$ 不能到校的概率 $=1 - 0.3 \times (1 - 0.6) = 0.88$ ，答案为C选项。

例题 6 (2023 安徽)

某学习平台收到的征文，将通过两轮评审决定能否采用。先由两位编辑进行初审，若两位编辑评审都通过，则予以采用；若两位编辑都未予通过，则不予采用；若仅有位编辑初审通过，则再由主编进行复审，若复审通过，则予以采用，否则不予采用。设稿件能通过各初审编辑评审的概率均为 0.4，复审的稿件能通过的概率为 0.2，各编辑独立评审，则每篇征文被采用的概率为多少？

【答案】B

【解析】分两种情况讨论：①初审两位编辑都通过： $0.4 \times 0.4 = 0.16$ ；②初审有且只有一位编辑通过且复审主编通过 $C_2^1 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.2 = 0.096$ ，则每篇征文被采用的概率为 $0.16 + 0.096 = 0.256$ ，答案为 B 选项。（分步用乘法，分类用加法）

**例题 7 (2022 国考)**

某企业将 5 台不同的笔记本电脑和 5 台不同的平板电脑捐赠给甲、乙两所小学，每所学校分配 5 台电脑。如在所有可能的分配方式中随机选取一种，两所学校分得的平板电脑数量均不超过 3 台的概率为多少？

A. $\frac{50}{63}$

B. $\frac{125}{126}$

C. $\frac{25}{63}$

D. $\frac{125}{252}$

【答案】A

【解析】共有两种分法：①给甲学校 3 台平板电脑，2 台笔记本电脑；剩下的电脑给乙 ②给甲学校 2 台平板电脑，3 台笔记本电脑；剩下的电脑给乙。则 $P = \frac{C_5^3 \times C_5^2 + C_5^2 \times C_5^3}{C_{10}^5 \times C_5^5}$ (给甲选 5 台，剩下 5 台给乙) $= \frac{200}{252} = \frac{50}{63}$ ，

答案为 A 选项。

例题 8 (2022 天津)

某部门共 7 人，其中有 2 人博士毕业，5 人硕士毕业。某日，该部门随机分成 3 个小组参加 3 项不同的活动，3 个小组人数各不相同。问其中 2 位博士毕业人员分在同一小组的概率在以下哪个范围内？

A. 不到 25%

B. 在 25% 到 35% 之间

C. 在 35% 到 45% 之间

D. 45% 以上

【答案】B

【解析】7 个人分 3 个小组，人数各不相同，只有一种分法：1 人组、2 人组、4 人组。

$P = \frac{C_5^1 C_4^4 + C_5^1 C_4^2 C_2^2}{C_7^1 C_6^2 C_4^4}$ (2 博士去 2 人组，剩下 5 人各分为 1 人组和 4 人组+2 博士去 4 人组) $= \frac{1}{3}$ ，答案为 B 选项。

例题 9 (2022 广东)

某街道对辖内 6 个社区的垃圾分类情况进行考核评估，结果显示，有 2 个社区的垃圾分类考核不通过。如果从 6 个社区中随机抽取 3 个进行现场检查，则抽取的社区中，既有考核通过的又有考核不通过的社区的概率为多少？

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{4}{5}$

【答案】D

【解析】方法一：从正面考虑：①抽取的社区有 1 个考核通过和 2 个考核不通过；②有 2 个考核通过和 1 个考核不通过，则 $P = \frac{C_4^1 C_2^2 + C_4^2 C_2^1}{C_6^3} = \frac{4}{5}$ 。



方法二：全部减不符： $1 - \text{抽取的都是通过的概率} - \text{抽取的都是不通过的概率} = 1 - \frac{C_4^3}{C_6^3} - 0 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

答案为 D 选项。

例题 10（2022 安徽）

为了加强环境治理和生态修复，某市派出 4 位专家（甲、乙、丙、丁）前往某山区 3 个勘探点进行环境检测，要求每个勘探点至少安排一名专家。那么甲、乙两名专家去了不同勘探点的概率是多少？

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

【答案】C

【解析】本题可以用全部减不符：甲、乙去不同勘探点的概率= $1 - \text{甲、乙去相同勘探点的概率}$ = $1 - \frac{\text{甲乙一组的情况}}{\text{所有情况}} = 1 - \frac{C_2^2 A_3^3}{C_4^2 A_3^3} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ ，答案为 C 选项。

例题 11（2024 山东）

山东手造精品众多，某展览会有叶雕、皮影、风筝、麦秸画、柳编、葫芦画、锡雕、鲁班枕 8 个展厅。因时间原因，一名参观者决定从 8 个展厅中随机选取 3 个进行参观。问叶雕和皮影展厅至少一个被选中的概率是多少？

- A. $\frac{5}{14}$ B. $\frac{15}{28}$
C. $\frac{9}{14}$ D. $\frac{19}{28}$

【答案】C

【解析】本题可以用全部减不符：叶雕和皮影展厅至少一个被选中的概率= $1 - \text{叶雕和皮影展厅都没被选中的概率}$ = $1 - \frac{C_6^3}{C_8^3} = 1 - \frac{6 \times 5 \times 4}{8 \times 7 \times 6} = \frac{9}{14}$ ，答案为 C 选项。

例题 12（2024 江苏）

小张所在单位共有 4 个科室，现以科室为单位组织文艺演出，每个科室出 2 个节目。演出结束后，因 8 个节目都非常精彩，决定从中随机选 3 个节目参加上级组织的汇演。则小张所在科室出的节目至少有一个被选送参加汇演的概率为？

- A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{11}{14}$



C. $\frac{11}{20}$

D. $\frac{9}{14}$

【答案】D

【解析】本题可以用全部减不符：1—小张科室的节目都没被送选参演的概率 $=1-\frac{C_6^3}{C_8^3}=1-\frac{6\times 5\times 4}{8\times 7\times 6}=\frac{9}{14}$ ，答案为 D 选项。

◆分子分母同时简化：

例题 13（2024 国考副省）

甲、乙等 36 人分为 6 个小组参加某项活动，要求任意 2 组人数不同，每个组都不少于 3 人，且任何一组人数不得超过另一组的 3 倍。问甲和乙至少有 1 人分到人数第二多的小组的概率为？

- A. 35% B. 40%
C. 25% D. 30%

【答案】B

【解析】每个组不少于 3 人，则人数最少的小组有 3 人；任何一组不得超过另一组的 3 倍，则人数最多的小组有 9 人。要求任意 2 组人数不同，则 6 个小组人数只能是 3、4、5、7、8、9。用全部减不符：
 $P=1-\text{甲乙都不在人数第二多的小组的概率}=1-\frac{C_{28}^2}{C_{36}^2}=1-\frac{28\times 27}{36\times 35}=\frac{2}{5}$ ，答案为 B 选项。

例题 14（2024 事业单位联考）

一次学术会议安排 3 名教授和 2 名副教授作报告，要求第一个和最后一个作报告的都是教授。如在满足此要求的安排中随机选择一种，则 2 名副教授的发言次序相邻的概率为多少？

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$



【答案】C

【解析】题目要求的顺序：教授○○○教授，则副教授可以在中间的3个发言次序中任选2个，且2名副教授次序相邻，则副教授的次序要么是中间3个次序的前两个，要么是后两个，共有2种可能，
 $P = \frac{2}{C_3^2} = \frac{2}{3}$ ，答案为C选项。（不用考虑教授、副教授之间的次序，概率问题分子分母都能约分掉）