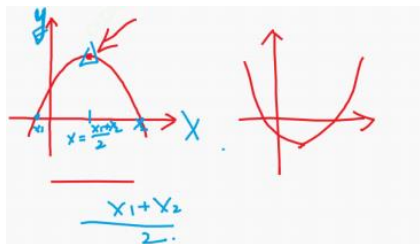


第八讲 经济利润之函数最值、增长相关

函数最值：

画函数图形，图形开口向上，存在最小值；图形开口向下，存在最大值。



例题 1 (2022 联考)

某地的一种特色纪念品在旅游旺季十分畅销，有商家发现，进价为每个 40 元的纪念品，当售价定为 44 元时，每天可售出 300 个，售价每上涨 1 元，每天销量减少 10 个。现商家决定提价销售，若要使销售利润达到最大，则售价应为多少？

- A. 51 B. 52
C. 54 D. 57

【参考答案】D

【实战解析】利润=单个利润×销量，假设利润为 Y，涨价 X 元。根据总利润=单个利润×销量可列方程： $Y = (4+X) \times (300-10X)$ 。当 Y=0 时， $X_1=-4$ ， $X_2=30$ ， $X = \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{30-4}{2} = 13$ 时，Y 取最大值，此时售价为 44+13=57 元。

例题 2 (2020 江苏)

某商品的进货单价为 80 元，销售单价为 100 元，每天可售出 120 件。已知销售单价每降低 1 元，每天可多售出 20 件。若要实现该商品的销售利润最大化，则销售单价应降低的金额是多少？

- A. 5 元 B. 6 元
C. 7 元 D. 8 元

【参考答案】C

【实战解析】假设降价 X 元，利润为 $Y = (20 - X)(120 + 20X)$ ，解得 $X_1 = 20$ ， $X_2 = -6$ ， $X = \frac{20 - 6}{2} = 7$ 元。

例题 3 (2023 四川事业单位)

某电脑制造厂商生产销售一批电脑。每台电脑成本价格为 4499 元，销售价格为 5699 元。某单位计划以销售原价购买 20 台电脑，在此基础上，若销售价格每降低 100 元，就多购买 2 台。则该电脑制造厂商可在该笔交易中可获得的最大利润为多少元？

- A. 24200 B. 24000
C. 36000 D. 31200

【参考答案】A

【实战解析】根据题意可得降价前每台电脑的利润为 1200 元，设利润为 Y 元，降价 100 元降了 X 次，可列方程为：

$$Y = (1200 - 100X)(20 + 2X), \quad X_1 = 12, \quad X_2 = -10, \quad \text{则 } X = \frac{12 - 10}{2} = 1, \text{ 此}$$

时 $Y = 1100 \times 22 = 24200$ 元。

例题 4 (2024 山东)

某线上店铺将进货单价为 8 元的商品按每件 10 元出售，每天可销售 100 件。店铺计划提高售价增加利润，若每件商品售价提高 1 元，每天销售量就要减少 10 件，为保证每天至少获利 350 元，问该商品售价应为多少？

- A. 不到 13 元 B. 13~15 元之间
C. 15~17 元之间 D. 17 元以上

【参考答案】B

【实战解析】只需把最高值算出来，获利 350 元一定在最值附近（一左一右），如下图所示：



总利润 $Y = (2 + X)(100 - 10X)$ ，解得 $X_1 = -2$ ， $X_2 = 10$ ， $X = \frac{8}{2} = 4$ 。代入发现，获利最多 360

元，此时售价为 14 元，故选项范围应该包含 14，定位到 B 选项。

例题 5 (2022 安徽)

北京冬奥会期间，冬奥会吉祥物“冰墩墩”纪念品十分畅销。销售期间某商家发现，进价为每个 40 元的“冰墩墩”，当售价定为 44 元时，每天可售出 300 个，售价每上涨 1 元，每天销量减少 10 个。现商家决定提价销售，若要使销售利润达到最大，则售价应为多少？

- A. 51 元 B. 52 元
C. 54 元 D. 57 元

【参考答案】 D

【实战解析】利润=单个利润×销量，假设利润为 Y，涨价 X 元。根据总利润=单个利润×销

量可列方程： $Y = (4+X) \times (300-10X)$ 。当 $Y=0$ 时， $X_1=-4$ ， $X_2=30$ ，

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{30 - 4}{2} = 13$$

时, Y 取最大值, 此时售价为 $44 + 13 = 57$ 元。

✎增长率相关:

$$R = \frac{X}{A}$$

$$R_{\text{间隔}} = R_1 + R_2 + R_1 R_2$$

$$R_{\text{乘积}} = R_1 + R_2 + R_1 R_2$$

$$R_{\text{比值}} = \frac{R_1 - R_2}{1 + R_2}$$

例题 6 (2023 辽宁)

某高校今年共有 231 名本科毕业生被录取为硕士研究生。其中推荐录取人数比上年度减少 $\frac{1}{6}$ ，而考试录取人数比上年度增加 $\frac{31}{150}$ ，总体录取人数比上年度高 10%，那么，这所高校今年推荐录取的研究生人数为多少？

- A. 40 人 B. 45 人
C. 50 人 D. 55 人

【参考答案】C

【实战解析】 本题考察倍数特性，可以利用 415 思想。根据题意列表如下：

批注 [1]: 分数非常大，没法再约分，所以直接赋值去年考试录取 150 人。

$$(1-R)^2 = \frac{32.4}{40} = 81\%$$

则 $R=10\%$ ，定位到 C 选项。

某公司生产 A、B 两种产品，其中 B 是 A 的升级产品。经过调研，预判 2022 年市场对 A 产品的需求比 2021 年下降 30%（A 产品的价格不变）。因此公司决定增加对 B 产品营销，使 B 产品在 2022 年的销售收入比 2021 年增长 70%，这样恰好使公司 2022 年的总销售收入比 2021 年增长 10%。则 2021 年 B 产品的销售额占总销售额的比例是多少？

批注 [6]: 注意问法，求的是基期量之比。本题转化成已知 3R 求基期量之比。

- A. 40% B. 50%
- C. 60% D. 70%

【实战解析】已知 3R 求量之比，用盐水：

θ -30° 70° 60
 θ 70° 40

例题 10 (2023 深圳)

有甲、乙两种咖啡豆，按照质量比 $a:b$ 相混合制成一种拼配豆，已知甲咖啡豆每公斤 60 元，乙咖啡豆每公斤 80 元，现因产量变化，甲咖啡豆单价上涨 15%，乙咖啡豆单价下降 15%，以致该拼配咖啡豆的成本上调了 5%，则 $a:b$ 为多少？

- 批注 [8]:** 甲成本上涨 15%; 乙成本下降 15%, 总成本上涨 5%;

【实战解析】利用盐水思想求出变化前甲成本：变化前乙成本=2:1，如下图所示：

