Transformation

3D Rotation

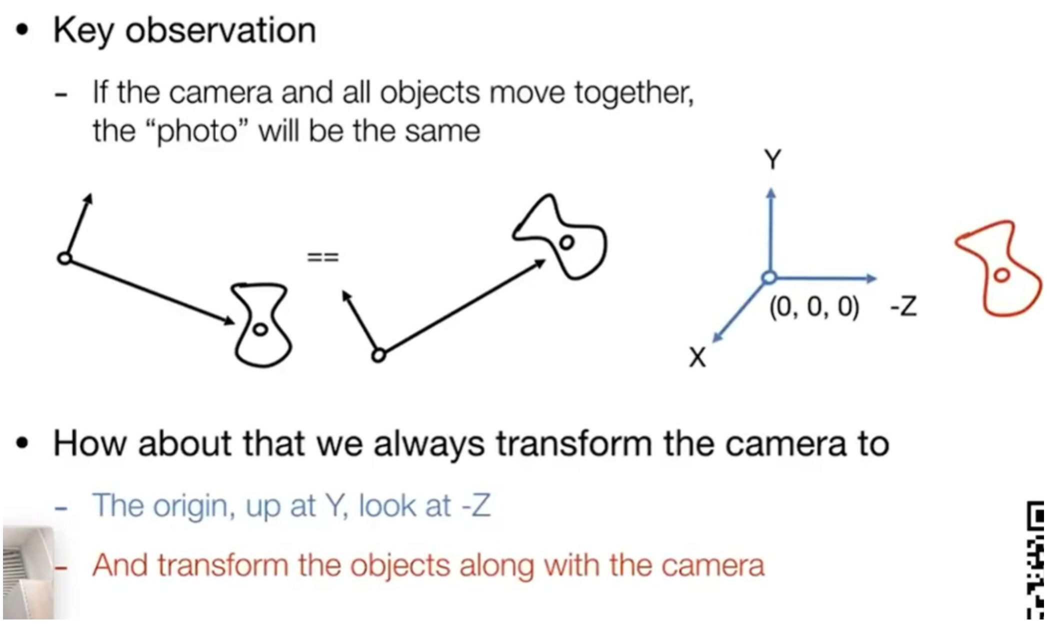
$$R_{xyz}(\alpha,\beta,\gamma)=R_x(\alpha)R_y(\beta)R_z(\gamma)$$

Viewing transformation：观测变换

View / Camera Transformation：视图变换

- Position：位置 $\vec{e}$
- Look-at / gaze direction：往哪看 $\hat{g}$
- Up direction：向上方向（把旋转固定住） $\hat{t}$

约定俗成：



将相机移到原点，上方是Y轴，看向-Z轴，需要做一个变换。

而要把$\vec{e},\hat{g},\hat{t}$变成三个轴并不容易，所以采用逆变换，先求逆矩阵（将X，Y，Z轴转成$\vec{e},\hat{g},\hat{t}$）而由于**旋转矩阵**是正交矩阵，所以直接转置即可。

Also known as ModelView Transformation

不用坐标系变换是因为不直观。

Projection Transformation：投影变换

Orthographic projection：正交投影

认为相机离得无限远。

更多用于工程制图，正交投影并不会带来一种近大远小的现象，但透视投影会（一叶障目）。

一种简单的投影方法：去除Z轴

常用的方法：先平移再压缩。

Perspective projection：透视投影

将摄像机认为一个点。平行线不再平行。

将透视投影的Frustum变为一个立方体（$M_{persp->ortho}$），然后做正交投影。

在这里，对于$(x, y, z, 1)$这一点，变形后应是$(\frac{nx}{z}, \frac{ny}{z}, unknown, 1)$，（为什么是unknown，之后会说明，只能说在近和远的两个平面上z不变。）

利用齐次坐标系的性质，$(x, y, z, 1)$和(xz, yz, y^2, z)表示的是同一个点。

证：对于透视投影除最近平面和最远平面上的任意一点$(x, y, z, 1)$，变形为正交投影后z发生变换，且往原点靠近：

首先，$M^{4\times4}_{persp\to ortho}$为：

$$\begin{pmatrix} n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n+f & -nf \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

因此，变形后的点应为：$(nx, ny, (n+f)z - nf, z)$，若全部按比例缩放，原本应为：(nx, ny, nz, z)

因为显然，$(n+f)z - nf - nz = f(z-n) > 0$，也就是说，实际缩放后的点，要比按比例缩放的点离 z 轴更近，所以其实往“相机”方向推动。