Calculs trigonométriques dans le monde professionnel

Support de formation du Pôle Formation UIMM CVDL
pour l'entreprise CAILLAU

Date de la formation : 13 Octobre 2025

Table des matières

Calculs trigonométriques . . . **1**
- Généralités . . . 1
- Définition . . . 2
- Remarques . . . 3
- Calculs divers . . . 3
- Positionnement d'une bague conique . . . 6
- Vérification des diamètres d'un cône . . . 8
- Inclinaison des outils à fileter . . . 11
- Mesure des rainures, queues d'aigles . . . 13
- Contrôle de la valeur de l'angle au moyen de piges et de cales . . . 20
- Appareil sinus . . . 21
- Affûtage et taillage des fraises . . . 23

Calculs trigonométriques

Généralités

La trigonométrie est la science qui étudie le triangle et le calcul des dimensions des cotes ou des angles. En appliquant le théorème de Thalès sur les triangles semblables ABC, AEF et AGH, on obtient les séries de rapports suivants (fig. 1) :

$$\frac{\text{BC}}{\text{AC}} = \frac{\text{EF}}{\text{AF}} = \frac{\text{GH}}{\text{AH}} \quad = \text{sinus } \alpha \quad = \sin \alpha$$
$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{AE}}{\text{AF}} = \frac{\text{AG}}{\text{AH}} \quad = \text{cosinus } \alpha \quad = \cos \alpha$$
$$\frac{\text{BC}}{\text{AB}} = \frac{\text{EF}}{\text{AE}} = \frac{\text{GH}}{\text{AG}} \quad = \text{tangente } \alpha \quad = \text{tg } \alpha$$
$$\frac{\text{AB}}{\text{BC}} = \frac{\text{AE}}{\text{EF}} = \frac{\text{AG}}{\text{GH}} \quad = \text{cotangente } \alpha \quad = \text{ctg } \alpha$$

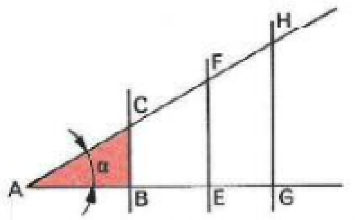

Fig. 1

Triangle ABC
semblable au triangle AEF
semblable au triangle AGH

Définition

$$\sin\alpha = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \alpha}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \alpha}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \alpha}{\text{côté adjacent à l'angle } \alpha} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cot\alpha = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \alpha}{\text{côté opposé à l'angle } \alpha} = \frac{AB}{BC}$$

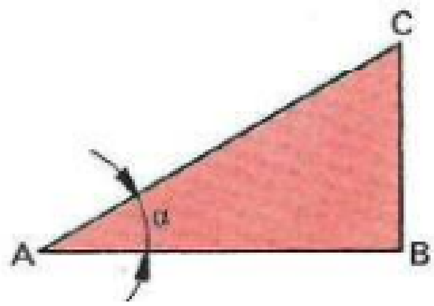

FIGURE 1 – Fig. 2

AC → hypoténuse du triangle
AB → côté adjacent à l'angle α
BC → côté opposé à l'angle α

Remarques

Ces quantités, sinus, cosinus, tangente, cotangente, dépendent uniquement de l'angle considéré ; ce sont donc des fonctions de cet angle.

Ces fonctions trigonométriques sont des nombres sans unité, donc des nombres purs.

En mécanique, la grande majorité des problèmes se résolvent par le triangle rectangle.

Calculs divers

Clavettes, cônes.

Exemple 1

Une clavette a une inclinaison de 1%. Quel angle forme le côté incliné (fig. 3) ?

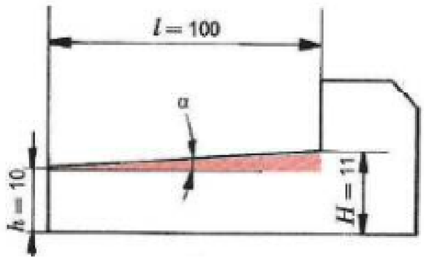

FIGURE 2 – Fig. 3

Solution

Une inclinaison de 1% signifie que l'épaisseur augmente de 1 mm pour 100 mm de longueur. Le triangle rectangle étant formé, nous avons (fig. 4) :

$$\text{tangent}\alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{1}{100} = 0,01$$

D'après la table, nous avons :
angle $\alpha = 034'23''$

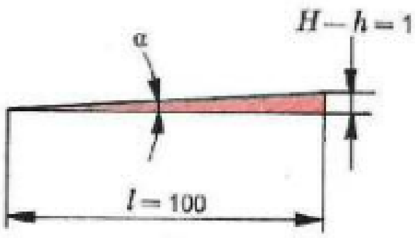

FIGURE 3 – Fig. 4

Exemple 2

D'un cône, nous connaissons le grand diamètre D = 40 mm, le petit diamètre d = 20 mm et sa longueur l = 35 mm.

Calculer :

1°) La conicité

2°) L'angle de réglage du chariot $\frac{\alpha}{2}$

3°) L'angle du cône α

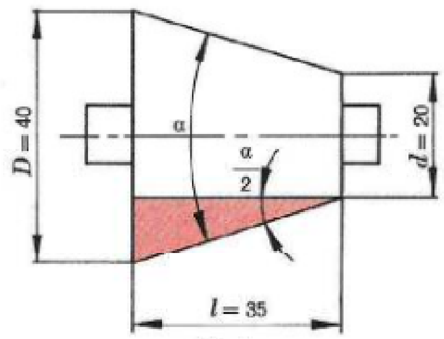

FIGURE 4 – Fig. 5

Solution

1°) Conicité $\frac{D-d}{l} = \frac{40-20}{35}$

$= \frac{20}{35} = 0,57143$

Cette valeur nous indique une variation de diamètre de 0,57143 mm pour 1 mm de longueur du cône.

2°) Angle de réglage du chariot $\frac{\alpha}{2}$

$\text{tg}\ \frac{\alpha}{2} = \frac{(D-d)/2}{l} = \frac{D-d}{2 \cdot l} = \frac{40-20}{2 \times 35} = \frac{20}{70}$

$\text{tg}\ \frac{\alpha}{2} = 0,28571$ d'où

$\frac{\alpha}{2} = 1557'$

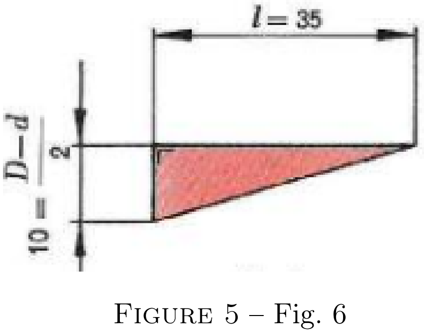

FIGURE 5 – Fig. 6

3°) Angle total du cône α

$\alpha = 2 \cdot \frac{\alpha}{2} = 2 \times 1557' = 3154'$

Exemple 3

Un alésoir conique de 150 mm de longueur a une conicité de 1 :5. Quel est le grand diamètre D si le petit diamètre d vaut 30 mm, et quel est l'angle de réglage du chariot $\frac{\alpha}{2}$?

Solution

Une conicité 1 :5 veut dire que nous avons une variation de diamètre de 1 mm pour une longueur de cône de 5 mm, ou variation de 20 mm de diamètre pour une longueur de cône de 100 mm.

Conicité $= \frac{1}{5} = \frac{D-d}{l}$
d'où $D = \frac{1}{5} \cdot l + d = \frac{1}{5} \times 150 + 30 = 30 + 30$
$D = 60$ mm

Angle de réglage du chariot $\frac{\alpha}{2}$
tg $\frac{\alpha}{2} = \frac{(D-d)/2}{l} = \frac{D-d}{2 \cdot l} = \frac{60-30}{2 \times 150}$
$= \frac{30}{300} = 0,1$
d'où
$\frac{\alpha}{2} = 543'$

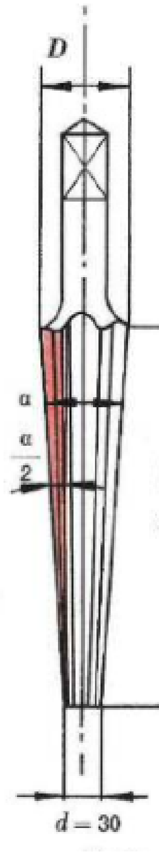

FIGURE 6 – Fig. 8

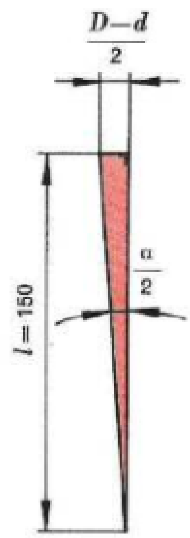

FIGURE 7 – Fig. 7

Positionnement d'une bague conique

Le calcul de la valeur de la profondeur de passe a en fonction du déplacement longitudinal x de la jauge s'effectue de la manière suivante : du triangle rectangle (fig. 10), nous avons :

$\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} = \frac{a}{x}$ d'où profondeur de passe

$$a = x \cdot \mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$$

FIGURE 8

Exemple 4

Sur un cône morse N° 5, nous devons ajuster une bague (fig. 9). Cette bague se situe à 6,5 mm de la cote définitive. Quelle est la profondeur de passe nécessaire pour effectuer cet ajustement ?

Solution

D'après la tabelle, nous nous trouvons pour un cône morse N° 5
conicité 1 :19,002
d'où
$\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} = \frac{D-d}{2 \cdot l} = \frac{1}{2 \cdot 19,002} = \frac{1}{38,004} = 0,026313$
d'après la table $\frac{\alpha}{2} = 130'25''$

Profondeur de passe
$a = x \cdot \mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} = 6,5 \times 0,026313 = 0,171$ mm

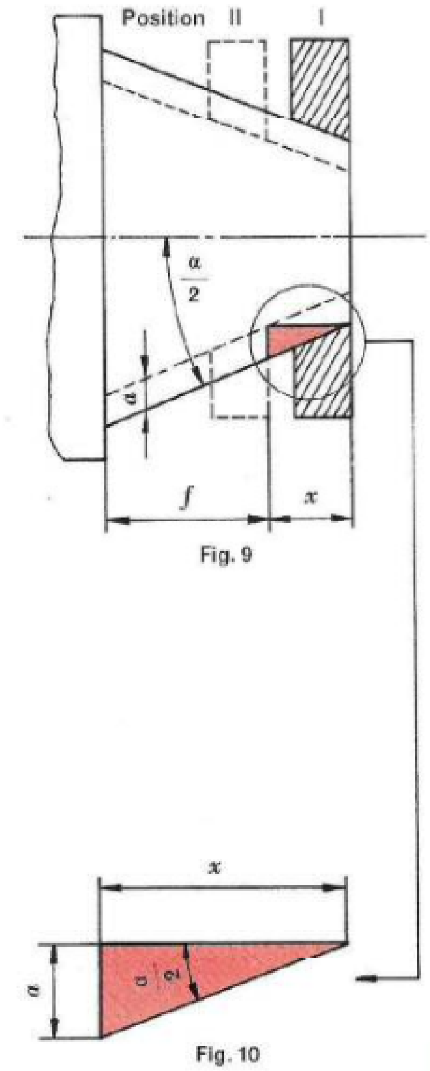

Figure 9 – Fig. 9

Figure 10 – Fig. 10

Vérification des diamètres d'un cône

Distance x_1 : $x_1 = d + 2z + d'$ Distance x_1 : $x_1 = d + 2y + d'$

Distance x_1 : $x_1 = d + 2z + d'$

Contrôle de la conicité
Conicité $= \dfrac{x_1 - x}{h}$

Exemple 5

On désire vérifier le cône figure 11. Diamètre D = 50 mm, d = 42 mm, longueur du cône l = 60 mm, diamètre des piges d'=10 mm, hauteur des cales h=45 mm. Quelles sont les cotes x_1 et x ?

Solution
tg $\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{D-d}{2l} = \dfrac{50-42}{2 \times 60} = \dfrac{8}{120} = 0,06666$
d'où $\dfrac{\alpha}{2} = 3,814$

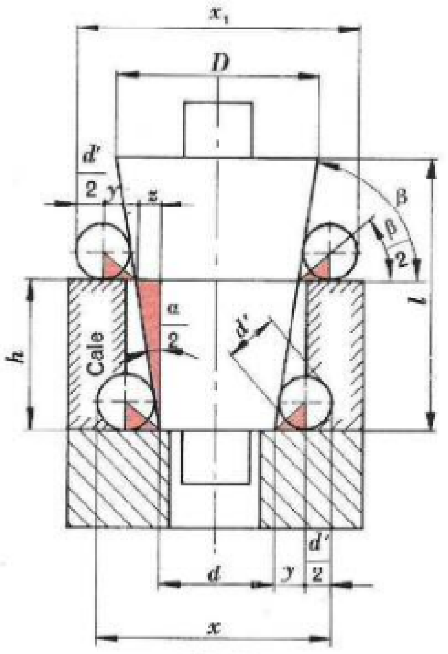

FIGURE 11 – Fig. 11

Angle $\beta = 90 - 3,814 = 86,186$
Angle $\dfrac{\beta}{2} = \dfrac{86,186}{2} = 43,093$

Valeur y (fig. 12)
ctg $\dfrac{\beta}{2} = \dfrac{y}{d'/2}$ d'où $y = \dfrac{d'}{2}$ ctg $\dfrac{\beta}{2}$
$y = \dfrac{10}{2} \times 1,0688$
$y = 5,344$ mm

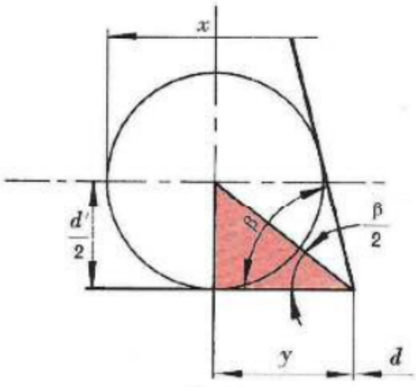

FIGURE 12 – Fig. 12

Distance x : $x = d + 2y + d'$ $x = 42 + 2 \times 5,344 + 10 =$ **62,688** mm

Valeur z (fig. 13)
$\frac{z}{h} = \text{tg}\ \frac{\alpha}{2}$ d'où $z = h \cdot \text{tg}\ \frac{\alpha}{2}$
$z = 45 \times \text{tg}\ 3,814$ $z = 45 \times 0,0666$ $z = 2,9999$ mm

Distance x_1, $x_1 = d{+}2z{+}2y{+}d'$ $x_1 = 42{+}2{\times}2,9999{+}2{\times}5,344{+}10$ $x_1 = 42{+}5,9998{+}10,688{+}10$ $x_1 = 68,6878$ mm $\approx$ **68,688** mm

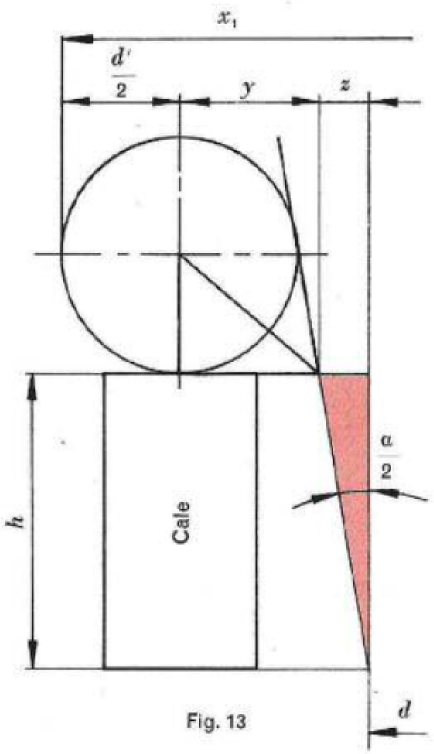

Figure 13 – Fig. 13

En cours d'usinage, nous pouvons contrôler facilement la conicité connaissant x_1, x et h.
Conicité $= \frac{x_1 - x}{h} = \frac{68,688 - 62,688}{45}$
$= 0,1333...$ ou après usinage
Conicité $= \frac{D - d}{l} = \frac{50 - 42}{60} = 0,1333...$

Remarque

Dans cet exemple, nous avons pris la valeur décimale du degré pour nous familiariser avec cette méthode.

Inclinaison des outils à fileter

L'inclinaison du tranchant de l'outil doit coïncider avec l'angle d'inclinaison de l'hélice du filet. Cette inclinaison dépend du pas et du diamètre de filetage, en principe du diamètre moyen. Pour trouver l'angle décrit par le filet, on le développe (fig. 14).

Inclinaison de l'hélice
tg $\gamma = \dfrac{P_z}{\pi \cdot d_m}$ ou $\dfrac{P_z}{\pi \cdot D_m}$

Exemple 6

Quelle inclinaison faut-il donner à un burin pour fileter une vis à pas carré de 8 mm ? Diamètre extérieur 48 mm.

Solution

Diamètre moyen $d_m = 48 - \dfrac{8}{2} = 44$ mm

Inclinaison tg $\gamma = \dfrac{P_z}{\pi \cdot d_m} = \dfrac{8}{3,14 \times 44}$
$= 0,0579$
d'où $\gamma = 319'$

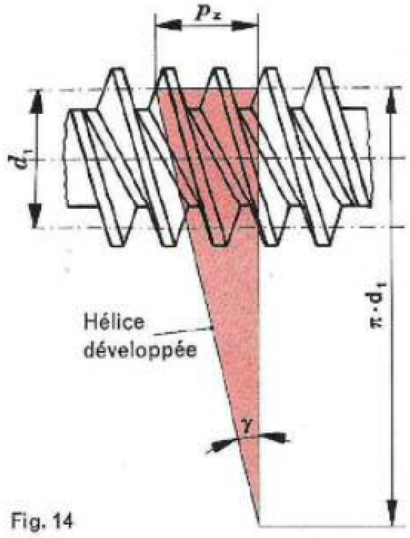

Figure 14 – Fig. 14

P_z = pas de l'hélice
d_m = diamètre moyen pour vis à pas métrique
d = diamètre primitif pour vis sans fin
γ = inclinaison d'hélice

Exemple 7

Quelle sera l'inclinaison d'un burin à fileter pour le filetage d'une vis sans fin au module axial 3 mm à 2 filets ? Le diamètre primitif de la vis sans fin est de 35 mm.

Solution

Angle d'inclinaison du filet au cercle primitif

tg $\gamma = \dfrac{m \cdot z}{d} = \dfrac{3 \times 2}{35}$ (voir vis sans fin)

tg $\gamma = 0,1714$

d'où $\gamma = 944'$

Mesure des rainures, queues d'aigles

On ne peut pas mesurer d'une façon précise sur l'arête d'un angle, cette arête pouvant être plus ou moins vive. La mesure ou le contrôle s'effectue à l'aide de piges. Pour contrôler ces rainures, nous employons toujours les deux principes fondamentaux suivants :

1°) Une tangente à un cercle est toujours perpendiculaire au rayon passant par le point de contact (fig. 15).

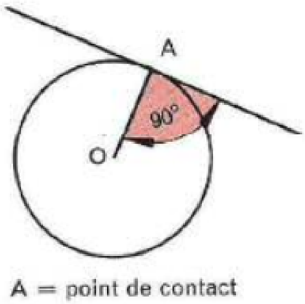

FIGURE 15 – Fig. 15

A = point de contact

2°) Lorsque nous avons deux tangentes concourantes en un point, la droite reliant ce point au centre du cercle représente la bissectrice de l'angle formé par les deux tangentes (fig. 16).

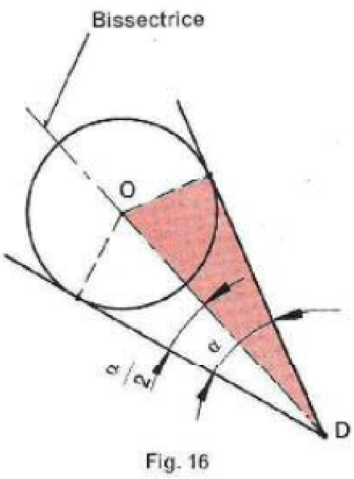

FIGURE 16 – Fig. 16

Exemple 8

On désire contrôler l'exactitude d'une rainure en forme de vé à 00° qui doit avoir 30 mm d'ouverture ; quel sera le diamètre de la pige qui doit s'inscrire exactement dans le vé ?

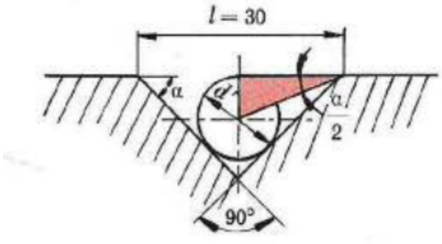

FIGURE 17 – Fig. 17

Solution

Le triangle ABC étant isocèle (fig. 18), nous avons

$\alpha = \dfrac{180 - 90}{2} = 45$

$\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{45}{2} = 2230'$

La droite OB étant bissectrice de l'angle en B.

Du triangle rouge (fig. 18)

tg $\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{d'/2}{l}$ d'où $d' = 2 \cdot l \cdot$ tg $\dfrac{\alpha}{2}$

$d' = 0,4142 \times 30 =$ **12,426** mm

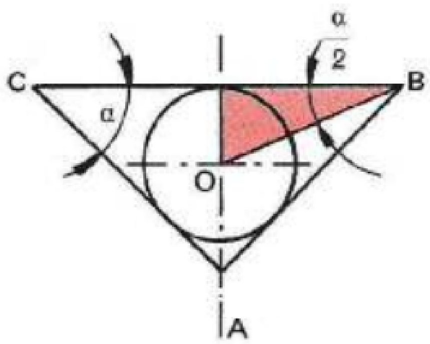

FIGURE 18 – Fig. 18

Exemple 9

On désire contrôler la jauge selon dessin figure 19 à l'aide d'une pige diamètre $d' = 10$ mm. Quelle est la valeur de la cote x ?

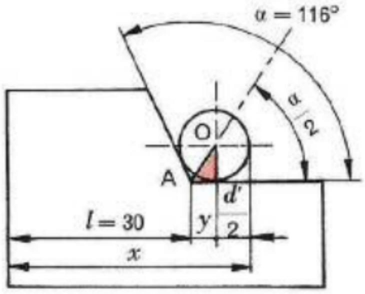

FIGURE 19 – Fig. 19

Solution

Du dessin $x = l + y + \dfrac{d'}{2}$

La droite OA étant la bissectrice de l'angle α nous avons

$\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{116}{2} = 58$

Du triangle rouge (fig. 20)

ctg $\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{y}{d'/2}$ d'où $y = \dfrac{d'}{2}$ ctg $\dfrac{\alpha}{2}$

En introduisant y dans la première formule, la cote de contrôle devient

$x = l + \dfrac{d'}{2} \text{ ctg } \dfrac{\alpha}{2} + \dfrac{d'}{2}$

$x = 30 + \dfrac{10}{2} \times \text{ctg } 58 + \dfrac{10}{2}$

$x = 30 + 5 \times 0,6249 + 5$

$x = 30 + 3,1245 + 5$

$x =$ **38,1245** mm

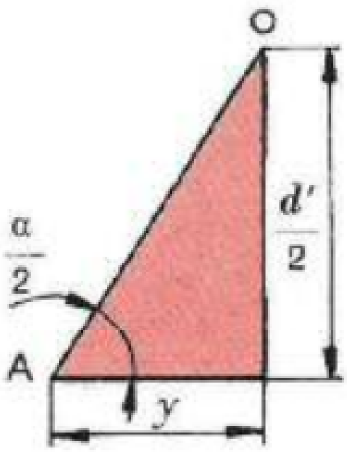

FIGURE 20 – Fig. 20

Exemple 10

Déterminer la cote de contrôle x et la longueur l' d'une coulisse femelle suivant dessins (fig. 21 et 22) ; le diamètre des piges d' vaut 15 mm, l'angle α 60°, la hauteur h 19 mm et la longueur l 95 mm.

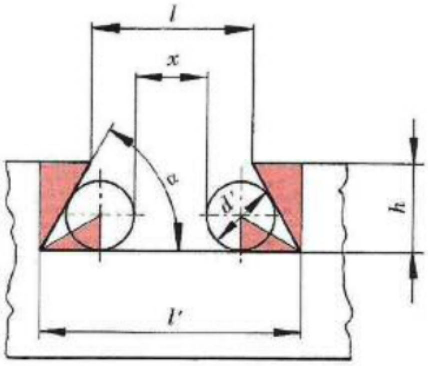

Figure 21 – Fig. 21

Solution

Nous remarquons que la cote de contrôle x est une somme algébrique de segments.

Cote $x = l + 2z - 2y - d'$

Des triangles rouges (fig. 22), nous obtenons :

ctg $\alpha = \frac{z}{h}$ d'où $z = h \cdot \text{ctg } \alpha$

ctg $\frac{\alpha}{2} = \frac{y}{d'/2}$ d'où $y = \frac{d'}{2} \text{ ctg } \frac{\alpha}{2}$

En introduisant z et y dans la formule ci-dessous, nous obtenons la formule générale :

Cote $x = l + 2z - 2y - d'$ $x = l + 2 \cdot h \cdot \text{ctg } \alpha - 2 \cdot \frac{d'}{2} \text{ ctg } \frac{\alpha}{2} - d'$ $x = l + 2 \cdot h \cdot \text{ctg } \alpha - d' \text{ ctg } \frac{\alpha}{2} - d'$

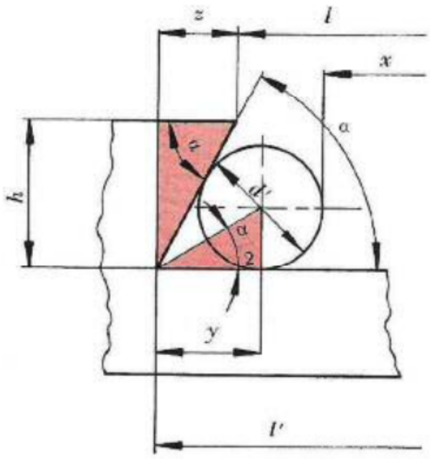

Figure 22 – Fig. 22

En simplifiant :
Cote $x = l + 2 \cdot h \cdot \text{ctg } \alpha - d' \left(\text{ctg } \frac{\alpha}{2} + 1\right)$

$$x = l + 2 \cdot h \cdot \text{ctg } \alpha - d' \left(\text{ctg } \frac{\alpha}{2} + 1\right)$$

En introduisant les valeurs numériques :
Cote $x = 95 + 2 \times 19 \times \text{ctg } 60 - 15 \left(\text{ctg } \frac{60}{2} + 1\right)$
$x = 95 + 2 \times 19 \times 0,5774 - 15(1,732 + 1)$
$x = 95 + 21,9412 - 40,98$
$x =$ **75,9612** mm

Longueur l' $l' = l + 2z$ $l' = l + 2 \cdot h \cdot \text{ctg } \alpha$ $l' = 95 + 2 \times 19 \times \text{ctg } 60$ $l' = 95 + 2 \times 19 \times 0,5774$ $l' = 95 + 21,9412$ $l' =$ **116,9412** mm

Exemple 11

Déterminer la cote de contrôle x et la longueur l' d'une coulisse mâle suivant dessins (fig. 23 et 24) ; le diamètre des piges d' vaut 15 mm, l'angle α 60°, la hauteur h 18 mm et la longueur l 109 mm.

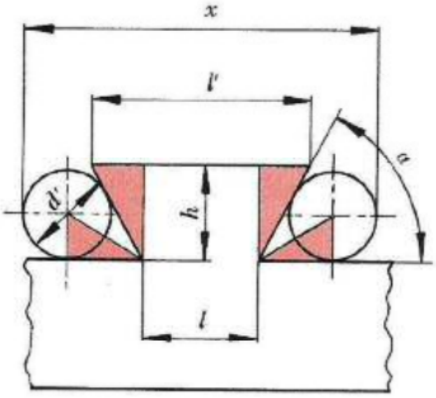

FIGURE 23 – Fig. 23

Solution

Le principe du calcul est identique à la coulisse femelle.

Cote $x = l' - 2z + 2y + d'$

Des triangles rouges de la figure 24, nous obtenons :

ctg $\alpha = \frac{z}{h}$ d'où $z = h \cdot \text{ctg}\ \alpha$

ctg $\frac{\alpha}{2} = \frac{y}{d'/2}$ d'où $y = \frac{d'}{2}$ ctg $\frac{\alpha}{2}$

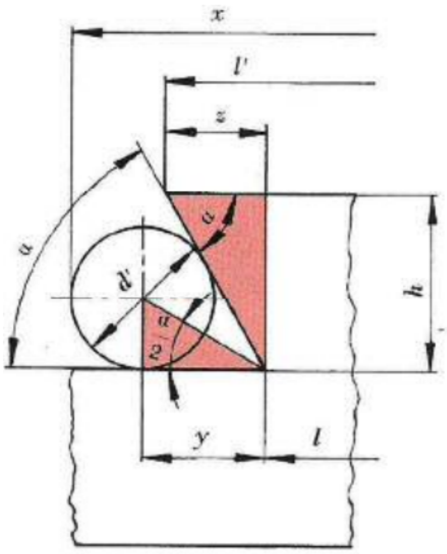

FIGURE 24 – Fig. 24

En introduisant z et y dans la formule ci-dessous, nous avons :
Cote $x = l' - 2z + 2y + d'$ $x = l' - 2h \cdot \text{ctg } \alpha + 2 \cdot \frac{d'}{2} \text{ ctg } \frac{\alpha}{2} + d'$ $x = l' - 2h \cdot \text{ctg } \alpha + d' \text{ ctg } \frac{\alpha}{2} + d'$

En simplifiant : $x = l' - 2h \cdot \text{ctg } \alpha + d' \left(\text{ctg } \frac{\alpha}{2} + 1\right)$

$$x = l' - 2h \cdot \text{ctg } \alpha + d' \left(\text{ctg } \frac{\alpha}{2} + 1\right)$$

En introduisant les valeurs numériques :
Cote $x = 109 - 2 \times 18 \times \text{ctg } 60 + 15 \left(\text{ctg } \frac{60}{2} + 1\right)$
$x = 109 - 2 \times 18 \times 0,5774 + 15(1,732 + 1)$
$x = 109 - 20,7864 + 40,98 =$ **129,1936** mm

Longueur l' $l' = l - 2z$ $l' = l - 2h \cdot \text{ctg } \alpha$ $l' = 109 - 2 \times 18 \times \text{ctg } 60$ $l' = 109 - 2 \times 18 \times 0,5774$ $l' = 109 - 20,7864$ $l' =$ **88,2136** mm

Contrôle de la valeur de l'angle au moyen de piges et de cales

On prend deux mesures aussi éloignées que possible (suivant fig. 25) pour augmenter la précision du contrôle. La droite AB est parallèle à la face oblique, donc l'angle α de la pièce à contrôler est égal à l'angle α du triangle (fig. 26). Nous obtenons :

$$\text{tg } \alpha = \frac{h}{x_2 - x_1}$$

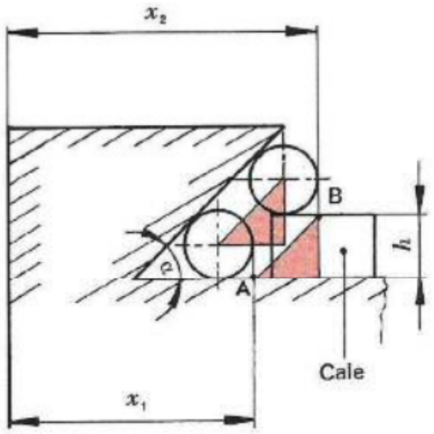

FIGURE 25 – Fig. 25

Exemple 12

On mesure pour $x_1 = 42$ mm $x_2 = 58,778$ mm Hauteur de la cale $h = 20$ mm Calculer l'angle α de la coulisse.

Solution

$\text{tg } \alpha = \frac{h}{x_2 - x_1} = \frac{20}{58,778 - 42} = \frac{20}{16,778}$

$\text{tg } \alpha = 1,192$ d'où $\alpha = \mathbf{50°}$

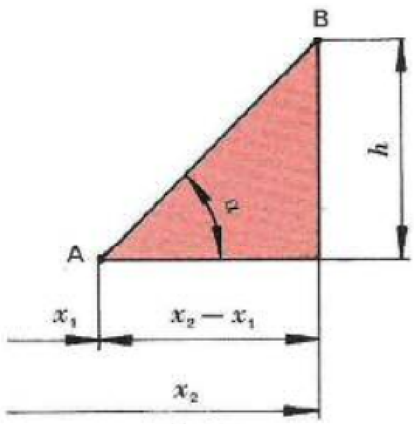

FIGURE 26 – Fig. 26

Appareil sinus

Pour les mesures angulaires précises, on utilise des appareils mécaniques basés sur la mesure du sinus de l'angle considéré.

Principe d'une table sinus (fig. 27)

Une règle est munie de deux cylindres parfaitement rectifiés dont l'entraxe L est connu, en général 100 mm. Cette longueur L est établie avec une très grande précision ; nous pouvons avoir éventuellement un multiple ou sous-multiple de L.

Nous obtenons du triangle (fig. 27 et 28)

$$\sin\,\alpha = \frac{H-h}{L}$$

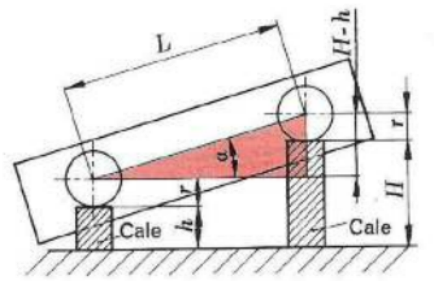

Figure 27 – Fig. 27

ou $H - h$ = différence de hauteur des cales.

Si L vaut 100 mm, nous avons la formule suivante :

$\sin\,\alpha = \dfrac{H-h}{L} = \dfrac{H-h}{100}$

d'où différence de hauteur des cales :

$H - h = 100 \cdot \sin\,\alpha$

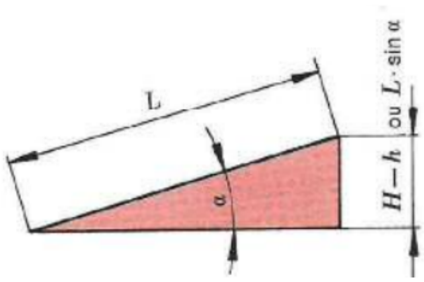

Figure 28 – Fig. 28

Exemple 13

Calculer l'inclinaison de la table sinus si nous avons sous le premier cylindre une cale h de 10 mm et sous le deuxième cylindre une cale H de 62,25 mm.

Solution (fig. 29)

$\sin\alpha = \dfrac{H-h}{L} = \dfrac{62,25-10}{100} = \dfrac{52,25}{100}$

$\sin\alpha = 0,5225$ d'où $\alpha =$ **31°30'**

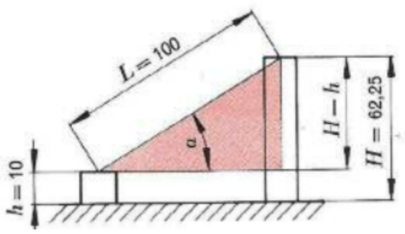

FIGURE 29 – Fig. 29

Exemple 14

Sur une équerre de montage, nous devons fixer une pièce dont l'axe doit être incliné de 21°30'. Nous mettons une cale h de 10 mm. Quelle sera la hauteur de la deuxième cale H ?

Solution (fig. 30)

$H - h = L \cdot \sin\,\alpha$ $H = L \cdot \sin\,\alpha + h$ $H = 100 \cdot \sin\,2130' + 10$ $H = 100 \times 0,3665 + 10$ $H = 36,65 + 10$ $H =$ **46,65** mm

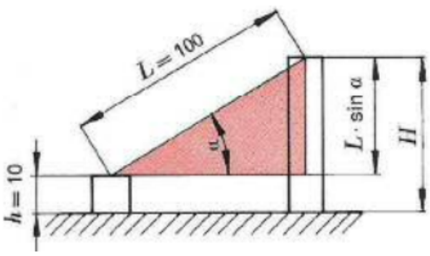

FIGURE 30 – Fig. 30

Affûtage et taillage des fraises

6.9.1. Avec meule plate

Régler d'abord l'arête de coupe dans le plan horizontal de l'axe de la fraise. Il faut ensuite décaler le centre de la meule par rapport au centre de la fraise pour obtenir l'angle de dépouille α. La face de dépouille est concave ; pour réduire cet inconvénient, on choisit une meule avec le diamètre le plus grand possible. Les angles α sont égaux, leurs côtés étant parallèles deux à deux.

Du triangle rouge (fig. 31), nous obtenons la formule :

Décalage des centres x

$\sin\,\alpha = \dfrac{x}{d'/2}$ d'où

$$x = \frac{d}{2} \cdot \sin\,\alpha$$

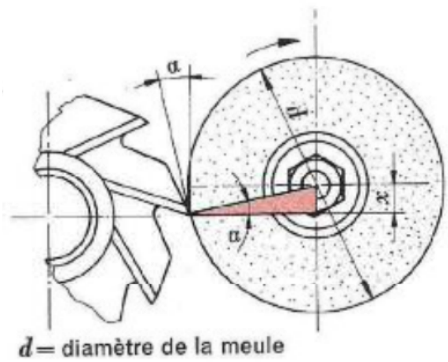

FIGURE 31 – Fig. 31

d = diamètre de la meule

Exemple 15

Une fraise doit être affûtée avec une meule d'un diamètre de 110 mm. Nous travaillons un acier, l'angle de dépouille est de 7°. Calculer le décentrage x.

Solution

Décentrage ou décalage des centres

$x = \dfrac{d}{2} \cdot \sin\,\alpha = \dfrac{110}{2} \cdot \sin\,7$

$x = \dfrac{110}{2} \times 0,1219$

$x = \mathbf{6{,}704}$ mm

6.9.2. Avec une meule boisseau

La face de dépouille sera plane. La fraise et la meule sont sur le même axe ; on règle la hauteur de la touche d'appui de façon que l'arête de coupe de la fraise soit en dessous de l'axe d'une quantité x. Cette fois, c'est le diamètre de la fraise qui intervient dans la formule.

Décalage de l'arête de coupe par rapport au centre de la fraise (fig. 32) :

$\sin\,\alpha = \frac{x}{d'/2}$ d'où

$$x = \frac{d}{2} \cdot \sin\,\alpha$$

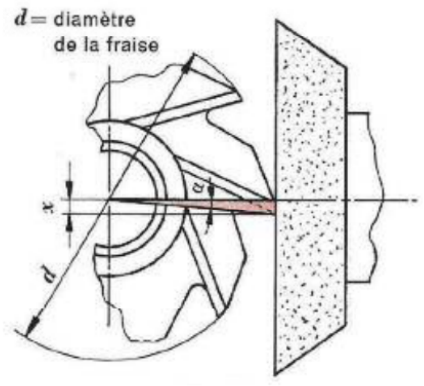

Figure 32 – Fig. 32

$d =$ diamètre de la fraise

Exemple 16

Une fraise de 70 mm de diamètre doit être affûtée avec une meule boisseau. L'angle de dépouille est de 5°. Calculer le décalage de l'arête de coupe x.

Solution

Décalage de l'arête de coupe :

$x = \frac{d}{2} \cdot \sin\,\alpha$

$x = \frac{70}{2} \cdot \sin\,5$

$x = \frac{70}{2} \times 0,0872$

$x =$ **3,052** mm