Remise à Niveau en Mathématiques pour la Métrologie Industrielle

Support de formation du Pôle Formation UIMM CVDL
pour l'entreprise CAILLAU

Date de la formation : 13 Octobre 2025

Table des matières

1 Plan de Formation Détaillé (7 heures) 3
1.1 Matinée (08h30 - 12h00) : Les Fondations Géométriques 3
1.2 Après-midi (13h00 - 16h30) : Trigonométrie 4

2 Module 1 : Le Théorème de Pythagore 5
2.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel 5
2.2 Exercices d'Application Gradués 5

3 Module 2 : Le Théorème de Thalès 6
3.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel 6
3.2 Exercices d'Application Gradués 6

4 Module 3 : La Trigonométrie dans le Triangle Rectangle 7
4.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel 7
4.2 Exercices d'Application Gradués 7

5 Module 4 : Le Cercle Trigonométrique et Notions Avancées 9
5.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel 9
5.2 Exercices d'Application Gradués 9

1 Plan de Formation Détaillé (7 heures)

Date : 13/10/2025 **Durée :** 7 heures **Lieu :** Interne (CAILLAU)

1.1 Matinée (08h30 - 12h00) : Les Fondations Géométriques

Horaire	Contenu et Objectifs
08h30 - 08h45 (15 min)	**Introduction et Connexion au Métier** - Accueil, présentation des objectifs de la journée. - Discussion : "Les maths dans mon métier ?" (lecture de plan, contrôle de pièces comme les colliers de serrage, réglage machine...). - *Objectif : Ancrer immédiatement la formation dans la réalité du terrain.*
08h45 - 10h15 (1h 30min)	**Module 1 : Le Théorème de Pythagore – L'outil de l'équerrage** - *Théorie (30 min) :* Rappel de la formule et de sa réciproque. Application directe : Vérifier un angle droit en atelier. Calcul de diagonales et d'entraxes. - *Pratique (1h) :* Résolution des 5 exercices gradués.
10h15 - 10h30 (15 min)	**Pause**
10h30 - 12h00 (1h 30min)	**Module 2 : Le Théorème de Thalès – L'outil de la proportionnalité** - *Théorie (30 min) :* Explication du concept de proportionnalité des longueurs. Application principale en métrologie : le contrôle de la conicité d'une pièce. - *Pratique (1h) :* Résolution des 5 exercices gradués.

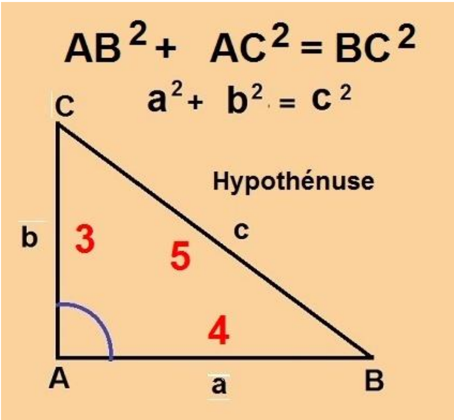
1.2 Après-midi (13h00 - 16h30) : Trigonométrie

Horaire	Contenu et Objectifs
13h00 - 14h45 (1h 45min)	**Module 3 : La Trigonométrie dans le Triangle Rectangle** - *Théorie (45 min) :* Définition de Sinus, Cosinus, Tangente (SOH CAH TOA). Utilisation de la calculatrice pour trouver un angle (Arcsin, Arccos, Arctan). Applications industrielles : calcul d'angle de chanfrein, détermination des coordonnées X/Y des trous sur un cercle de perçage. - *Pratique (1h) :* Résolution des 5 exercices gradués.
14h45 - 15h00 (15 min)	**Pause**
15h00 - 16h15 (1h 15min)	**Module 4 : Le Cercle Trigonométrique – Visualiser les Angles** - *Théorie (30 min) :* Démystification du cercle trigonométrique. Le voir comme un "cadran" universel pour comprendre les angles au-delà de 90°. Lien avec la programmation des machines à commande numérique (CNC) et des machines à mesurer tridimensionnelles (MMT) qui fonctionnent en coordonnées. - *Pratique (45 min) :* Exercices de visualisation et application simple des relations pour les triangles quelconques (Loi des Sinus/Cosinus), présentées comme des "outils bonus".
16h15 - 16h30 (15 min)	**Conclusion et Synthèse** - Résumé des outils vus et de leurs applications concrètes. - Session de questions/réponses. - Bilan de la journée.

2 Module 1 : Le Théorème de Pythagore

2.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel

Le théorème de Pythagore est l'un des outils les plus utiles en atelier. Il ne s'applique **que dans les triangles rectangles**. Il établit une relation simple entre les longueurs des côtés.



Formule : Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté le plus long, opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Application industrielle n°1 : Vérifier un équerrage. La "règle du 3-4-5" est une application directe. Si vous mesurez 300 mm sur un côté d'un angle, 400 mm sur l'autre, la distance entre ces deux points doit être exactement de 500 mm pour que l'angle soit de 90°. Car $300^2+400^2 = 90000+160000 = 250000$, et $500^2 = 250000$.

Application industrielle n°2 : Calculer un entraxe. Si un plan vous donne les coordonnées (X, Y) de deux trous par rapport à une origine, l'entraxe (la distance directe) est l'hypoténuse d'un triangle dont les côtés sont les différences de coordonnées ΔX et ΔY.

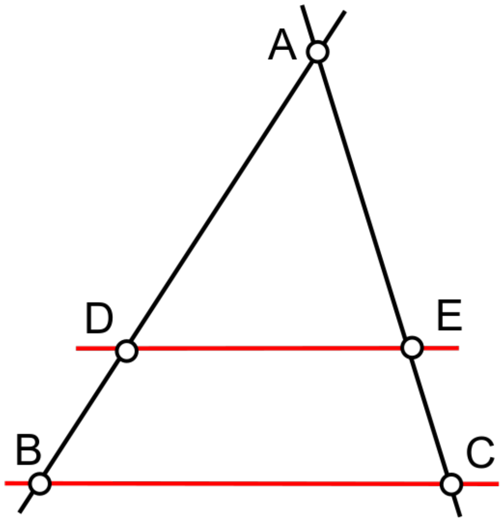
2.2 Exercices d'Application Gradués

1. **Calcul de l'hypoténuse :** Un triangle ABC est rectangle en A. Si AB = 80 mm et AC = 60 mm, quelle est la longueur de BC ?
2. **Calcul d'un autre côté :** Un triangle EFG est rectangle en E. L'hypoténuse [FG] mesure 125 mm et le côté [EF] mesure 100 mm. Quelle est la longueur de [EG] ?
3. **Vérification d'un angle droit (Réciproque) :** Un opérateur a fabriqué un gabarit de contrôle triangulaire dont les côtés mesurent 200 mm, 210 mm et 290 mm. L'angle supposé droit est celui entre les côtés de 200 mm et 210 mm. Ce gabarit est-il correct ?
4. **Application : Entraxe :** Sur un plan, la position de deux trous de fixation est donnée par rapport à une origine (0,0). Le trou T1 est à (X=30, Y=40) et le trou T2 est à (X=90, Y=120). Toutes les cotes sont en mm. Calculez l'entraxe entre T1 et T2.
5. **Application : Contrôle de chanfrein :** Un plan spécifie un chanfrein à 45°. Pour le contrôler, un métrologue place une bille de diamètre 10 mm dans le coin. Le point de contact de la bille avec la face horizontale se trouve à 8 mm du sommet théorique. À quelle distance du sommet théorique se trouve le point de contact avec la face verticale ?

3 Module 2 : Le Théorème de Thalès

3.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel

Le théorème de Thalès s'applique lorsque deux droites parallèles sont coupées par deux droites sécantes. Il établit que les segments formés sont proportionnels.



Formule : Si (BC) est parallèle à (DE), alors :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

Cela signifie que le triangle ADE est un agrandissement ou une réduction du triangle ABC.

Application industrielle : Contrôle de conicité. C'est l'application la plus directe en métrologie. Pour une pièce conique, si vous mesurez le diamètre D_1 à une distance L_1 du sommet théorique, et le diamètre D_2 à une distance L_2, le rapport doit être constant.

$$\frac{D_1/2}{L_1} = \frac{D_2/2}{L_2} \implies \frac{D_1}{L_1} = \frac{D_2}{L_2}$$

Cela permet de vérifier si la pente du cône est correcte sur toute sa longueur, ou de calculer une dimension manquante.

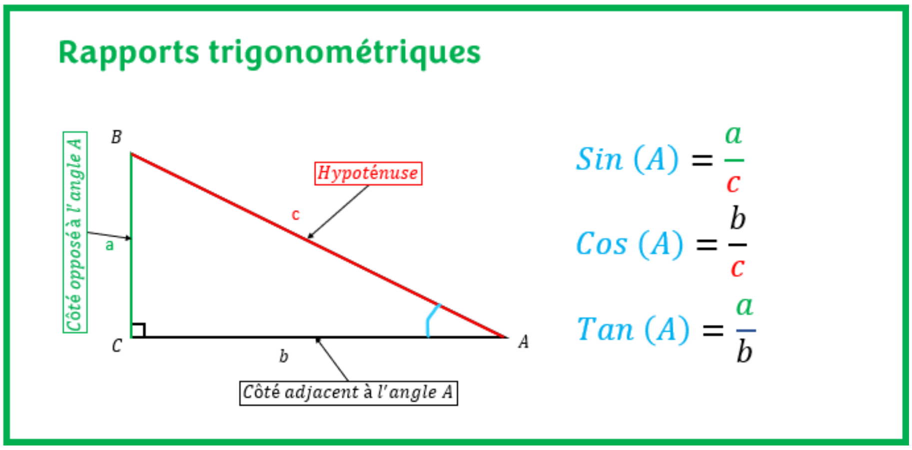
3.2 Exercices d'Application Gradués

1. **Calcul simple :** Dans la figure ci-dessus, (BC) // (DE). On donne AB = 40 mm, AD = 60 mm et AC = 50 mm. Calculez AE.
2. **Configuration "papillon" :** Les droites (MN) et (PQ) sont parallèles. Elles sont coupées par deux droites sécantes en O. On donne OM = 25 mm, OP = 40 mm et OQ = 32 mm. Calculez ON.
3. **Application : Conicité :** On contrôle une pièce conique. À une distance de 50 mm de la pointe théorique, le diamètre mesuré est de 20 mm. Quel devrait être le diamètre à une distance de 120 mm de la pointe ?
4. **Vérification de parallélisme (Réciproque) :** Sur un montage, on a les points A, B, D alignés et A, C, E alignés. On mesure AB = 30, AD = 75, AC = 40 et AE = 100. Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?
5. **Problème combiné :** Sur la figure du premier exercice, on suppose (BC) // (DE). On donne AB = 50, BD = 20 (attention, pas AD !), AC = 60 et BC = 70. Calculez AE et DE.

4 Module 3 : La Trigonométrie dans le Triangle Rectangle

4.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel

La trigonométrie permet de faire le lien entre les angles et les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.



Les 3 formules de base (SOH CAH TOA) :

- **S**inus(A) = **O**pposé / **H**ypoténuse $\implies \sin(A) = \frac{a}{c}$
- **C**osinus(A) = **A**djacent / **H**ypoténuse $\implies \cos(A) = \frac{b}{c}$
- **T**angente(A) = **O**pposé / **A**djacent $\implies \tan(A) = \frac{a}{b}$

Utilisation de la calculatrice :
- Pour trouver une longueur : on utilise les touches `sin`, `cos`, `tan`.
- Pour trouver un angle : on utilise les fonctions inverses `arcsin` (ou $\sin^{-1}$), `arccos` (ou $\cos^{-1}$), `arctan` (ou $\tan^{-1}$).

Application industrielle n°1 : Contrôle d'un chanfrein. Un plan indique un chanfrein de "2 x 45°". Cela signifie que le côté opposé et le côté adjacent mesurent 2 mm. On peut vérifier l'angle : $\tan(\alpha) = \frac{2}{2} = 1$. Avec la calculatrice, $\arctan(1) = 45$.

Application industrielle n°2 : Positionnement sur un cercle de perçage. Pour une bride avec 6 trous répartis sur un cercle de diamètre 100 mm (rayon 50 mm), les trous sont espacés de $360/6 = 60$. La position (X, Y) du deuxième trou (à 60°) par rapport au centre est : $X = \text{Rayon} \times \cos(60) = 50 \times 0.5 = 25$ mm. $Y = \text{Rayon} \times \sin(60) = 50 \times 0.866 \approx 43.3$ mm.

4.2 Exercices d'Application Gradués

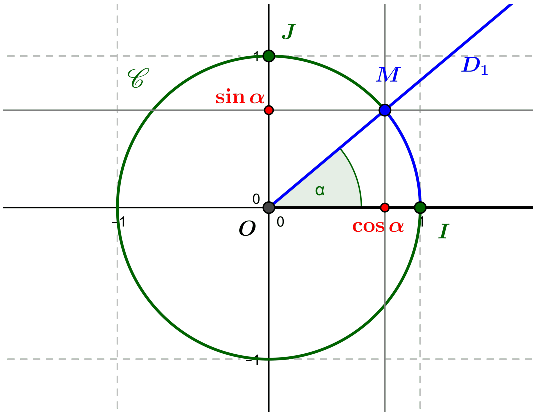
1. **Calcul de longueur (Sinus) :** Un triangle est rectangle. Un angle mesure 30° et l'hypoténuse 120 mm. Calculez la longueur du côté opposé à l'angle de 30°.
2. **Calcul de longueur (Cosinus) :** Une rampe d'accès de 5000 mm de long fait un angle de 10° avec le sol. Quelle est la distance horizontale couverte par la rampe ?
3. **Calcul d'angle (Tangente) :** Une pièce présente un cône. Sur une longueur de 100 mm (côté adjacent), le rayon diminue de 15 mm (côté opposé). Quel est le demi-angle au sommet du cône ?

4. **Application : Contrôle de rainure en V :** On contrôle une rainure en V à 90° en y plaçant une pige de diamètre 20 mm (rayon 10 mm). À quelle profondeur le sommet de la pige se situe-t-il par rapport aux arêtes supérieures de la rainure ?
5. **Application : Cercle de perçage :** Une bride circulaire de diamètre 200 mm (rayon 100 mm) comporte 8 trous régulièrement espacés. Le premier trou est à la position (X=100, Y=0). Quelles sont les coordonnées (X, Y) du troisième trou ?

5 Module 4 : Le Cercle Trigonométrique et Notions Avancées

5.1 Rappels Théoriques et Contexte Industriel

Le cercle trigonométrique est simplement un cercle de rayon 1. Il sert à visualiser les valeurs de sinus et cosinus pour **tous les angles**, pas seulement ceux entre 0 et 90°.



— L'axe horizontal est l'axe des **Cosinus**.
— L'axe vertical est l'axe des **Sinus**.
Cela permet de comprendre pourquoi cos(120) est négatif (on est à gauche de l'axe vertical) et sin(120) est positif (on est au-dessus de l'axe horizontal).

Contexte industriel : Les machines à commande numérique et les MMT ne pensent pas en "côté opposé/adjacent". Elles pensent en coordonnées (X, Y, Z). Le cercle trigonométrique est la base de ce système de coordonnées polaires (angle + distance) que les machines convertissent en coordonnées cartésiennes (X, Y). Comprendre ce cercle aide à mieux interpréter les résultats d'une machine.

Outils pour les triangles non-rectangles (quelconques) : Parfois, on ne peut pas former de triangle rectangle. Deux formules "joker" existent :
— **Loi des Sinus :** $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$. Utile si on connaît un côté et deux angles.
— **Loi des Cosinus (Al-Kashi) :** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(C)$. C'est Pythagore amélioré pour tous les triangles. Utile si on connaît deux côtés et l'angle entre eux.

5.2 Exercices d'Application Gradués

1. **Visualisation :** Sans calculatrice, déterminez le signe (positif ou négatif) de : a) cos(150) b) sin(200) c) cos(300) d) sin(−45)
2. **Valeurs remarquables :** En utilisant le cercle, donnez la valeur de : a) cos(180) b) sin(270) c) cos(330)
3. **Application Loi des Sinus :** On doit contrôler une pièce triangulaire non rectangle. Le côté 'a' mesure 100 mm. L'angle opposé A est de 30°. L'angle B est de 45°. Quelle est la longueur du côté 'b' ?
4. **Application Loi des Cosinus :** Sur un gabarit, deux segments de 80 mm et 120 mm partent d'un même point avec un angle de 60° entre eux. Quelle est la distance entre les deux autres extrémités de ces segments ?
5. **Synthèse conceptuelle :** Un bras de mesure polyarticulé donne la position de 3 points A, B, C dans l'espace pour définir un plan. Quels outils mathématiques le logiciel utilise-t-il pour calculer les angles du triangle ABC et sa surface ?