

PROTOCOLE TP EXCEL : PERCEPTRON MULTICOUCHE (MLP)

Objectif : Implémentation manuelle de la rétropropagation du gradient.

Architecture : 2 entrées, 1 couche cachée (2 neurones), 1 sortie.

Fonction d'activation : Sigmoïde.

Fonction de coût : Erreur Quadratique (MSE).

I. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

1. Notations

- Entrées : x_1, x_2
- Couche cachée : neurones h_1, h_2
- Sortie : y (target t)
- Poids $w_{ij}^{(1)}$: de l'entrée i vers le neurone caché j .
- Poids $w_j^{(2)}$: du neurone caché j vers la sortie.
- Sigmoïde : $\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

2. Propagation Avant (Forward Pass)

Calcul pour la couche cachée ($j \in \{1, 2\}$) :

$$z_j^{(1)} = x_1 w_{1j}^{(1)} + x_2 w_{2j}^{(1)} + b_j^{(1)} \quad (1)$$

$$h_j = \sigma(z_j^{(1)}) \quad (2)$$

Calcul pour la sortie :

$$z^{(2)} = h_1 w_1^{(2)} + h_2 w_2^{(2)} + b^{(2)} \quad (3)$$

$$output = \sigma(z^{(2)}) \quad (4)$$

Erreurs :

$$E = \frac{1}{2}(t - output)^2 \quad (5)$$

3. Rétropropagation (Backward Pass)

A. Gradient Couche Sortie

On définit le terme d'erreur δ_{out} :

$$\delta_{out} = \frac{\partial E}{\partial z^{(2)}} = (output - t) \cdot output(1 - output) \quad (6)$$

Mise à jour des poids $w_j^{(2)}$:

$$\frac{\partial E}{\partial w_j^{(2)}} = \delta_{out} \cdot h_j \quad (7)$$

B. Gradient Couche Cachée

On définit le terme d'erreur $\delta_j^{(1)}$ (rétrorépropagation de l'erreur à travers les poids) :

$$\delta_j^{(1)} = (\delta_{out} \cdot w_j^{(2)}) \cdot h_j(1 - h_j) \quad (8)$$

Mise à jour des poids $w_{ij}^{(1)}$:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(1)}} = \delta_j^{(1)} \cdot x_i \quad (9)$$

II. IMPLÉMENTATION EXCEL

Zone 1 : Paramètres et Données

- **C1** (Learning Rate η) : 0.5
- **A6** (x_1) : 0 **B6** (x_2) : 1 **C6** (Target t) : 1

Zone 2 : Initialisation des Poids (Valeurs Aléatoires)

Cellule	Nom	Symbol Math
E2	W_in1_h1	$w_{11}^{(1)}$
F2	W_in2_h1	$w_{21}^{(1)}$
G2	Bias_h1	$b_1^{(1)}$
E3	W_in1_h2	$w_{12}^{(1)}$
F3	W_in2_h2	$w_{22}^{(1)}$
G3	Bias_h2	$b_2^{(1)}$
E6	W_h1_out	$w_1^{(2)}$
F6	W_h2_out	$w_2^{(2)}$
G6	Bias_out	$b^{(2)}$

Zone 3 : Calcul Forward (Formules)

- **I2** ($z_1^{(1)}$) : =A\$6*E2 + \$B\$6*F2 + G2
- **J2** (h_1) : =1/(1+EXP(-I2))
- **I3** ($z_2^{(1)}$) : =A\$6*E3 + \$B\$6*F3 + G3
- **J3** (h_2) : =1/(1+EXP(-I3))
- **I6** ($z^{(2)}$) : =J2*E6 + J3*F6 + G6
- **J6** (output) : =1/(1+EXP(-I6))
- **K6** (Erreur) : =0.5*(\$C\$6-J6)^2

Zone 4 : Calcul Backward (Gradients)

- **M6** (δ_{out}) : =(J6-\$C\$6) * J6 * (1-J6)
- **M2** ($\delta_1^{(1)}$) : =(M6 * E6) * J2 * (1-J2)
- **M3** ($\delta_2^{(1)}$) : =(M6 * F6) * J3 * (1-J3)

Zone 5 : Mise à jour (Nouveaux Poids)

Formule générique : $W_{new} = W_{old} - \eta \cdot \delta \cdot input$

- **Q2** (New $w_{11}^{(1)}$) : =E2 - \$C\$2 * M2 * \$A\$6
- **Q6** (New $w_1^{(2)}$) : =E6 - \$C\$2 * M6 * J2
- (*Appliquer la logique correspondante aux autres poids et biais*)

III. PROCÉDURE ITÉRATIVE

1. Copier les valeurs de la **Zone 5**. 2. Effectuer un "Collage Spécial > Valeurs" dans la **Zone 2**. 3. Observer la décroissance de l'erreur en **K6**.