基于卡尔曼滤波的电力负荷预测模型

复旦大学 宋杰承

【摘要】基于卡尔曼滤波模型对国家电网提供的电力负荷数据与用电量数据，进行拟合与预测，并对结果进行了研究。算法兼顾到日最大电力负荷与用电量在工作日的周期性和节假日的特殊性，结合卡尔曼滤波与线性回归，建立组合预测模型进行预测，并与实际数据进行对比，获得了较好的精度与成果。

0. 引言

电力负荷预测在电力系统规划中是一个十分重要的研究课题，也是电力系统经济运行的基础，其对电力系统规划和运行都及其重要。根据预测的时间长度划分，可以分为短、中、长期，短期预测一般指由日到周的预测，中期为由月到年的预测，长期则是几年或更长时间的预测。

由于较长时间的预测（中期或长期)会因为误差的积累而精度下降，且对每日最大电力负荷预测对节约能源和预防供电问题都有着十分重要的作用。所以本算法主要针对短期预测，特别是提前一天的预测。

针对电力负荷预测的模型有很多，包括神经网络、模糊模型、ARIMA 模型等，其中卡尔曼滤波由于可以为线性滤波问题提供精确解析解，在短期电力负荷中预测运用很多。本文针对卡尔曼滤波在短期电力负荷预测中的应用进行描述。[i]

1. 卡尔曼滤波基本理论

卡尔曼滤波是一种利用线性系统状态方程，通过系统输入输出观测数据对系统状态进行最优估计的算法，由于观测数据中包括系统中的噪声和干扰的影响，所以最优估计也可以看作是滤波过程。

卡尔曼滤波由一系列递归数学公式描述。它们提供了一种高效可计算的方法来估计过程的状态，并使估计均方误差最小。卡尔曼滤波器应用广泛且功能强大，可以估计信号过去和当前的状态，甚至能估计将来的状态，即使不知道模型的确切性质。

1.1 卡尔曼滤波基本方程

卡尔曼滤波的过程可由以下两个方程描述：

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + \omega_{k-1}$$
$$z_k = Hx_k + v_k$$

其中ω_k和v_k是过程噪声和观测噪声，可假设为相互独立的正态分布的白色噪声。A 为状态转移矩阵，H 为观测矩阵。我们假设噪声服从协方差为 Q 和 R 的正态分布

$$p(\omega) \sim N(0, Q)$$

$$p(v) \sim N(0, R)$$

定义先验估计与先验估计误差$\hat{x}_k^-$与$\hat{e}_k^-$，令$\hat{e}_k^- = x_k - \hat{x}_k^-$。定义$\hat{x}_k$为已知$z_k$的后验状态估计，以及后验误差$\hat{e}_k = x_k - \hat{x}_k$。

卡尔曼滤波通过，通过计算卡尔曼增益K_k，使得$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- - K(z_k - H\hat{x}_k^-)$中由于过程噪声与观测噪声$\omega_k$和$v_k$所造成的后验估计误差$\hat{e}_k = x_k - \hat{x}_k$的协方差矩阵$P_k = E\left[\hat{e}_k \hat{e}_k^T\right]$达到最小。[ii]

1.2 卡尔曼滤波更新方程

通常计算卡尔曼滤波时，运用以下更新方程

时间更新方程：

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1}$$
$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$$

状态更新方程：

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$
$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- - K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$$
$$P_k = (I - K_k H)P_k^-$$

2. 卡尔曼滤波负荷预测模型

在电力负荷预测中，很多因素不同程度影响着电力负荷的预测值：

1. 气象因素的影响。很多负荷预测的数学模型都引入和气象部分提供的预报信息，温度对电力负荷有着较为显著的影响。
2. 节假日以及特殊条件的影响， 较之正常工作日， 一般节假日的负荷都会明显降低。
3. 电力负荷有着较强的周期性与稳定性，由于同一地区在短时间内用电负荷的变化趋势不会过大。

考虑到以上几个因素，本文介绍一种基于卡尔曼滤波与线性回归的电力负荷预测模型，在本模型中兼顾考虑到温度与电力负荷的周期性影响对预测值进行了适当修正。

2.1 模型变量选取

电力负荷的有一定的周期性且温度对其的影响十分显著，本模型对数据进行以下处理后进行卡尔曼滤波迭代，并进行修正，已得到最优结果[iii]

确定迭代元素$\boldsymbol{x_k}$

$$x_k = \left(v_1, T_k' \ , L_{k-1}'\right)^T$$

其中v_1为由以当天温度和前一天最高电负荷（用电量）为自变量以当天最大负荷（用电量）为因变量做最小二乘法得出的截距值，T_k'为当天的温度，L_{k-1}'为前一天同时刻的电负荷（为稳定性更好，均由卡尔曼滤波迭代得到）。

这利用了最大电负荷（用电量）与温度的强线性关系以及最大电负荷（用电量）的连续性，即相邻几天变化不大。

最小二乘法计算观测矩阵$\boldsymbol{H_k}$

$$H_k = (1, H_1, H_2)$$

H_1与H_2为以温度与前一天同时刻电负荷（用电量）为自变量，以当天最大电负荷（用

电量）为因变量，通过对预测日期之前十天的数据进行最小二乘法计算所得到的系数。

可通过预测方程为$y_k = H_k x_k$计算出索要预测日期的最大电负荷（用电量）。

确定递推方程A

利用最大电负荷（用电量）的连续性，我们令

$$\mathrm{A} = I_3$$

即认为经卡尔曼系数修正前，当天最大电负荷（用电量）与前一天电负荷（用电量）相同。

2.2 修正与改进

由于卡尔曼滤波不能针对温度突变，以及节假日、周末的影响做出较好的适应，故增添利用温度进行最小二乘法所得系数对温度突变情况进行修正，以及针对节假日和周末的修正。

温度修正系数

经计算，18℃以下，温度与最大电负荷（用电量）呈负线性相关，18℃以上温度与最大电负荷（用电量）呈正线性相关。当预测日期温度与前一天温度变化过大（大于4℃），即取预测日期之前一年的每日最大电负荷（用电量）和温度进行分段线性回归，算出系数与截距后，根据预测日期的温度，利用回归方程$y_k = k_k * T_k + b_k$计算当天最大电负荷（用电量）。

节假日修正

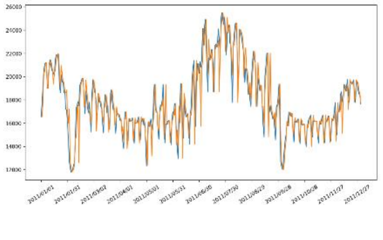
根据每日最大电负荷（用电量）变化的连续性，故将预测值与前一天的电负荷进行加权平均以缩小误差，权值为1/2和1/2。

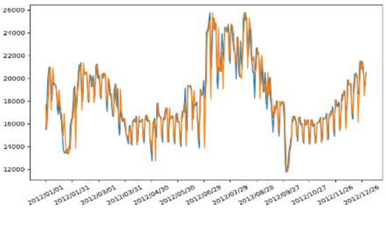
且经过试验发现，普通（不包括节日）周六与周五，周日与周六的最大电负荷（用电量）比值比较稳定，所以预测时周五（周六）的最大电负荷（用电量）乘以一个系数（分别为0.91与0.95）与周六（周日）的预测值进行加权平均，权值为3/4与1/4。

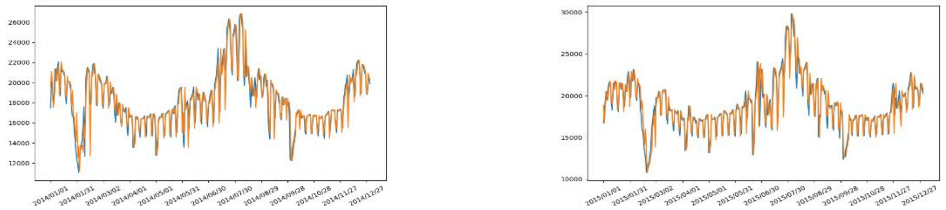
将当回归数据或训练数据中存在节假日时，将节假日的最大电负荷（用电量）乘一个系数（1.2），之后当作工作日处理，当预测日期为节假日时，将预测值除以1.2为最终预测值。

3.模型应用实例

利用本算法模型，对上海每日最大电负荷进行计算、预测与比较。根据来源于华东电网公司提供的2011年1月1日-2015年12月31日五年共1825天的日最大电力负荷与用电量的内部数据，与来源于上海气候局的温度数据，选取每日的平均温度，对五年来的每日最大电负荷数据进行预测，并与实际值进行比较。



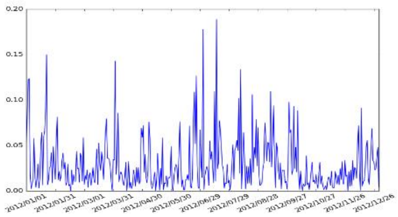




部分数据图（蓝色为原始数据，橙色为预测值）

引入相对误差概念，相对误差 $= \frac{|预测负荷-实际负荷|}{实际负荷}$，并利用相对误差对预测精度进行描述。

卡尔曼短期负荷预测模型对五年数据的预测的精度达到每日最大负荷平均相对误差 3.02%，最大相对误差 34.35%，相对误差超过 10%的有 71 天，其中超过 20%的有 4 天。用电量平均相对误差 2.86%，最大相对误差 24.57%，相对误差超过 10%的有 57 天，其中超过 20%的有 2 天。误差主要集中在节假日以及某些负荷突然发生剧烈变化处，其中最大误差应为阅兵所产生的偶然事件造成误差过大。本算法可以达到 3%的误差精度，可用于现实。



部分误差图

---

[i] 李炎,翟永杰,周倩,韩璞. 基于 EUNITE 竞赛数据的中期电力负荷预测,《华北电力大学学报》, Vol. 34 , No. 4 Jul., 2007

[ii] Greg Welch, Gary Bishop. An Introduction to the Kalman Filter, University of North Carolina at Chapel Hill, Department of Computer Science, TR 95-041

[iii] 李明干,孙健利,刘沛. 基于卡尔曼滤波的电力系统短期负荷预测,《电力系统保护与控制》, 2004, 32(4):9-12