Fizyka

Stanisław Chmiela

4 marca 2012

Spis treści

Część I

Semestr I

Rozdział 1

2 września 2011 – *Wymagania edukacyjne z fizyki w klasie drugiej*

1.1 Wymagane materiały

Podręczniki *„Wybieram fizykę”* część II

Dodatkowa książka *„Podstawy fizyki”*, Heilmana

Zapisać się na „moodla”

1.2 Wymagania edukacyjne

1. Posiadamy zeszyt, co by zapisywać w nim zadania domowe itd. (Jedynek z zadań domowych nie poprawiamy.)
2. Wagi ocen:
   - Sprawdziany: 3
   - Odpowiedź ustna, kartkówka: 2
   - Oceny z aktywności, typu referaty, zadania domowe, aktywność: 1
3. Do oceny śródrocznej bądź końcoworocznej dokładamy 0.2 za frekwencję powyżej 90%.
4. Za udział w konkursach (z sukcesem) również 0.2.
5. Za uczestnictwo w projektach takich jak Feniks, kółku fizycznym dostaje się 0.2.
6. Na ocenę celującą Pan wymaga udziału w jednej z olimpiad fizycznych z sukcesem.
7. Sprawdzian obejmuje najmniej 3 tematy, zapowiadany z conajmniej tygodniowym wyprzedzeniem. Zostaną sprawdzone w terminie dwóch tygodni od napisania. Kto dostaje jedynkę – poprawia, kto dwójkę – nie może poprawiać.

8. Kartkówki są niezapowiadane, obejmują do 3 tematów lekcyjnych.
9. Do wykorzystania dwa braki zadań i dwa nieprzygotowania. Zgłaszane będą po sprawdzeniu obecności, werbalnie, po pytaniu nauczyciela.
10. Oceny śródroczne i końcoworoczne mogą poprawić osoby, które mają minimum 80% frekwencji.
11. W trakcie sprawdzianu uczeń może korzystać z kalkulatorów (jakichśtam niespecjalnych) oraz z niepopisanych tablic wzorów.

Rozdział 2

6 września 2011 – *Teoria Wielkiego Wybuchu*

2.1 Wstęp

Nazwa jest nazwą prześmiewczą, wymyśloną przez przeciwnika teorii. Wymyślona w latach 30. XX wieku. Oficjalna nazwa teorii to ***alfa–beta–gamma***. Człony odpowiadają nazwiskom autorów.

Przestrzeń i czas zostały stworzone w Wielkim Wybuchu. Na początku powstania Wszechświata przestrzeń była **całkowicie wypełniona materią**. Materia była początkowo bardzo gorąca i gęsta, rozszerzając się ulegała ochłodzeniu, aby w końcu utworzyć gwiazdy i galaktyki, które widzimy dzisiaj we Wszechświecie.

W chwili Wielkiego Wybuchu Wszechświat miał zerowy promień, a zatem nieskończenie wysoką temperaturę. W miarę jak wzrastał promień Wszechświata, temperatura promieniowania spadała.

$$T = \frac{10^{10}}{t^{\frac{1}{2}}}$$

t w sekundach, T w Kelwinach

2.2 Era Plancka

Trwała od 0 do 10^{-43} sekundy.

Stan Wszechświata w erze Plancka nie może być opisany za pomocą równań klasycznej ogólnej teorii względności, gdyż efekty kwantowe odgrywają wówczas zasadniczą rolę i do poprawnego opisu potrzebna jest kwantowa teoria grawitacji, której obecnie nie ma, choć do jej miana aspiruje kilka teorii np. pętlowa grawitacja kwantowa, M–teoria, teoria strun.

Z erą Plancka związanych jest kilka parametrów, opisujących stan Wszechświata w trakcie ery:

Czas Plancka $5.391 \times 10^{-44}\ s$

Długość Plancka $7.4 \times 10^{-26}\ m$

i inne...

2.3 Era plazmy kwarkowo–gluonowej (hadronowa)

Od 10^{-43} do 10^{-4} sekundy.

Na początku wszystkie oddziaływania, z wyjątkiem grawitacyjnego, czyli elektromagnetyczne, słabe i silne miały jednakowe znaczenie i były nierozróżnialne. Między tymi oddziaływaniami występowała symetria. Ten okres nazywa się **wielką unifikacją**.

Po obniżeniu się temperatury cięższe kwarki zaczęły się rozpadać, a lżejsze zaczęły łączyć się w hadrony. Najrozmaitsze odmiany hadronów znajdowały się w równowadze termodynamicznej ze sobą, nie tylko te najbardziej trwałe takie jak protony, neutrony, hiperony, piony, kaony, ale wiele krótkożyjących rezonansów.

Symetria została złamana w chwili 10^{-35} **sekundy**, kiedy temperatura spadła do wartości $10^{28}\ K$. Oddziaływanie silne oddzieliło się wtedy od oddziaływania słabego i elektromagnetycznego, a jego moc zaczęła przewyższać moc dwóch pozostałych, jak ma to miejsce dzisiaj. Zjawisko nazywa się **inflacją Wszechświata**. Konsekwencją złamania symetrii było wydzielenie się wielkiej ilości energii.

Gdyby liczby cząstek materii i antymaterii były dokładnie take same całość uległaby anihilacji fotonów. Jednak powstała asymetria.

2.4 Era leptonowa

Od 10^{-4} sekundy do 10 sekund.

W poprzedniej erze istniały również leptony, ale stanowiły jedynie nic nie znaczącą domieszkę. Obecnie to leptony synęły się na pierwsze miejsce. Powstawały pary:

$$\gamma\gamma \leftrightarrow e^{+}e^{-}$$

elektron–pozyton mion–antymion, taon–antytaon neutrino–antyneutrino

Wraz ze spadkiem temperatury malał proces powstawania par lepton–antylepton, a więcej było procesów anihilacji.

W pierwszej kolejności zanihilowały cięższe cząstki, czyli miony i taony. W tej erze neutrina praktycznie przestały oddziaływać z pozostałą materią i rozproszyły się. Jest więc nadzieja, że w przyszłości wykryjemy je w postaci „reliktowych neutrin tła".

We wczesnym wszechświecie była duża temperatura, a więc również były wysokie energie, wypełniających go fotonów. Mogły więc zachodzić reakcje kreacji par cząstka–antycząstka.

$\gamma\gamma \leftrightarrow e^+e^-$ zakończyła się, gdy $kT \geqslant m_e c^2 = 0.5MeV$

Analogicznie wcześniejsza *epoka hadronowa* skończyła się, gdy anihilacje nawet najlżejszych hadronów (tj. mezonów π) stały się nieodwracalne, a zatem gdy $kT \approx m_\pi c^2 \approx 150MeV$, czyli $T \approx 10^{12}\ K$. Oznacza to czas trwania tej epoki rzędu $t \approx 10^{-4}\ s$.

Pod koniec tej ery keptonowej zaczęły rozpadać się neutrony, które są cząstkami nietrwałymi. Część z nich uniknęła zagładzie, łącząc się z protonami w stabilne jądra (nukleosynteza).

2.5 Era promieniowania

Od 10 sekundy do 300000 lat

Po około 10 sekundach elektrony i ich antycząstki zanihilowały, pozostawiając niewielką nadwyżkę elektronów, której istnienie tłumaczymy również z zasady łamania symetrii. Zaczęła się era promieniowania, w której Wszechświat był wypełniony głównie foronami z niewielką domieszką protonów i neutronów oraz minimalnymi ilościami helu. Cząstki te nieustannie oddziaływały ze sobą i temperatura promieniowania była równa temperaturze materii, Wszechświat był nieprzezroczysty.

2.5.1 Promieniowanie tła, reliktowe

Widmo mikrofalowego promieniowania tła okazało się widmem ciała doskonale czarnego o temperaturze 2.7 K. Potwierdziło to przewidywania, że jst ono pozostałością (reliktem) po początkowych fazach ewulucji Wszechświata, gdy wypełniała go bardzo gęsta i gorąca materia oraz będące z nią w równowadze promieniowanie o widmie Plancka.

W przybliżeniu 300 000 lat po Wielkim Wybuchu promieniowanie przestało oddziaływać z materii, a do dziś wskutek nieustannej ekspansji Wszechświata temperatura promieniowania spadła do poziomu 2.7 K.

2.6 Prawdziwość Teorii Wielkiego Wybuchu

1. Zastosowanie teleskopów radiowych oraz potwierdzenie przewidywań, co do faktu, że im dalej w głąb i co za tym idzie w przeszłość Wszechświata, tym materia Wszechświata jest gęstsza, a galaktyki są skupione bliżej siebie.

2. Odkrycie kwazarów (quasi–stellar) – obiektów o ogromnej masie, skupionych w niewielkiej przestrzeni i emitujących poteżnej ilośc energii. Obecnie uważa się, że kwazary są aktywnymi jądrami młodych galaktyk i powstały one ogromnie dawno temu, mają – prawdopodobnie ponad 10 miliardów lat. W obecnym Wszechświecie takich obiektów już nie ma, ani żadnych im podobnych. Ich widma są przesunięte daleko w kierunku czerwieni, co świadczy o ich wielkiej prędkości.

3. Potwierdzenie istnienia promieniowania tła (za pomocą anteny Echo1). Odkrycia dokonali Arno Penzias i Robert Wilson w 1964 roku.

Ostatecznie słuszność teorii Wielkiego Wybuchu potwierdził wybitny naukowiec George Smoot.

2.7 Problem helu

Helu we wszechświecie jest za dużo, jeżeli tylko byłby produkowany w syntezie termojądrowej w gwiazdach to byłoby go we Wszechświecie tylko 4%, ale jest go 25%, co oznacza, że Wszechświat kiedyś musiał być na tyle gorący, by powstała reszta brakującego helu.

Rozdział 3

8 września 2011 – *Ogólna teoria względności*

3.1 Albert Einstein

Żył w latach 1879–1955. Gdy ogłaszał światu (1915) teorię względności, był stosunkowo młody.

3.2 Podstawowe założenia

3.2.1 Zasada kosmologiczna

Wszechświat w wielkiej skali jest jednorodny (*taki sam ze względu na translację*) i izotropowy (*taki sam ze względu na obrót*).

3.2.2 Postulat ogólnej kowariantności

Wszystkie układy odniesienia są równoprawne, a podstawowe równania fizyki są niezmiennicze względem transformacji z jednego układu do drugiego.

3.2.3 Zasada równoważności

Nieinercjalny układ odniesienia o przyspieszeniu a, będący poza polem grawitacyjnym jest lokalnie równoważny (nieodróżnialny) układowi inercjalnemu, a w polu grawitacyjnym o przyspieszeniu $|g| = |a|$.

Inaczej mówiąc – „sztuczna grawitacja", powstająca NUO jest (lokalnie) nieodróżnialna od grawitacji „prawdziwej" powstającej wokół mas.

Masa grawitacyjna i masa bezwładna są sobie równe. Swobodny spadek w polu grawitacyjnym z przyspieszeniem g jest więc (lokalnie) równoważny swobodnemu, jednostajnemu (inercjalnemu) ruchowi z dala od pól grawitacyjnych.

Należy podkreślić lokalność opisanej powyżej równoważności.

3.3 Oddziaływanie na czasoprzestrzeń

Stojąc w polu grawitacyjnym powinniśmy zaobserwować efekty, świadczące o nieeuklidesowości czasoprzestrzeni wokół nas (np. ugięcie trajektorii promienia świetlnego). OTW sprowadziła pole grawitacyjne do nieeuklidesowej czasoprzestrzeni. Innymi słowy – rozkład masy (energii) w czasoprzestrzeni determinuje jej geometrię, ta zaś określa ruch mas w czasoprzestrzeni.

Masy zakrzywiają czasoprzestrzeń, a grawitacja wynika z czasoprzestrzeni.

W czasoprzestrzeni zakrzywionej światło porusza się po torach, które są liniami o najmniejszej długości... (linie geodezyjne).

3.4 Grawitacja

Promień Schwarzschilda określa rozmiar horyzontu zdarzeń.

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Zakrzywienie czasoprzestrzeni oznacza, że nie tylko przestrzeń jest zakrzywiona, a również czas.

$$\Delta t_1 = \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \cdot \Delta t$$

Δt_1 — *Odstęp czasu w polu grawitacyjnym,* Δt — *Odstęp czasu mierzony bez pola grawitacyjnego*

Konsekwencją spowolnienia czasu jest grawitacyjne przesunięcie ku czerwieni światła emitowanego z powierzchni gwiazdy. Na przykład:

> Na powierzchni Słońca spowolnienie czasu, a więc i $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ wynosi $2 \cdot 10^{-6}$. Jim Brault potwierdził to doświadczenie w latach 60 XX wieku.

Nieskończenie rozległe *ciasto z rodzynkami* (galaktykami) puchnące wszędzie równomiernie przy ogrzewaniu (drożdże są w nim wszędzie) – jest to 3-wymiarowy model wszechświata otwartego ($V = \infty$) i płaskiego ($k = 0$).

Odległość dowolnej pary punktów może być zawsze zapisana jako:

$$r(t) = r(t_0)R(t)$$

gdzie $R(t)$ nazywa się *funkcją skalującą*. Podanie modelu wszechświata oznacza przede wszystkim podanie konkretnej postaci matematycznej funkcji $R(t)$.

Fundamentalne prawo Hubble'a $v = Hr$ staje się teraz automatyczną i wizualnie oczywistą konsekwencją rozszerzania izotropowego (poprzednie przykłady). Przy tym obliczeniowo:

$$v = r(t) = r(t_0)R(t) = r(t_0)R(t)\frac{R(t)}{R(t)} = \frac{R(t)}{R(t)}r = Hr$$

skąd otrzymujemy dodatkową informację o stałej (tylko przestrzennie!) Hubble'a:

$$H(t) = \frac{R}{R}$$

Gdzieś tam były kropki nad niektórymi R.

W teorii względności podstawowym obiektem matematycznym charakteryzującym geometryczne własności czasoprzesterzeni jest tzw. interwał czasoprzestrzenny, opisujący różniczkową odległość pomiędzy dwoma punktami (zdarzeniami) w czasoprzestrzeni. W STW, gdzie obowiązuje geometria (pseudo)euklidesowa i we współrzędnych kartezjańskich ma on znaną prostą postać:

$$ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2$$

gdzie $x^0 = ct$. Ogólniej interwał można zapisać w postaci sumy:

$$ds^2 = \sum_{i,j=0}^{3} g_{ij} dx^i dx^i$$

Podstawowe równania kosmologiczne, opisujące geometrię czasoprzestrzeni wszechświata i jej ewolucję w czasie (równania Friedmanna):

$$\dot{R} - \frac{8}{3}\pi G\rho R^2 = kc^2$$

$$2\ddot{R}R + \dot{R}^2 + 8 \cdots = -kc^2$$

Rozważmy punkt materialny (galaktykę) o masie m w odległości $R(t)$ od dowolnego centrum obserwacji (np. dla nas), oddalający się z prędkością v. Przyjmując, że efektywnie działa na niego grawitacyjnie jedynie masa M kuli o promieniu R, dostajemy z zasady zachowania energii:

$$\frac{mv^2}{2} + \left(-\frac{GmM}{R}\right) = E - \text{const.}$$

Ponieważ $v = \dot{R}$, zaś $M = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$ mamy

$$\dot{R}^2 - \frac{8}{3}\pi G\rho R^2 = \frac{2E}{M}$$

co już jest w zasadzie równaniem Friedmanna (I-szym i „głównym") na funkcję skalującą $R(t)$.

Rozdział 4

9 września 2011 – *Ogólna teoria względności*

4.1 Podejście ogólnej teorii względności do grawitacji

Według ogólnej teorii względności grawitacja wywoływana jest przez rozkład masy, co wywołuje zakrzywienie czasoprzestrzeni. Masy zakrzywiają czasoprzestrzeń, powodują, że poprzez nią mamy oddziaływanie grawitacyjne.

4.2 Transformacja Galileusza

Jest to transformacja z układu stacjonarnego, do układu poruszającego się ze stałą prędkością. Jeżeli mamy jakiś punkt w układzie poruszającym się o współrzędnych (x', y'), to:

$$\begin{cases} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ t' &= t \end{cases}$$

Transformacja przestaje działać do zjawisk elektromagnetycznych.

4.3 Transformacja Lorenza

4.3.1 Postulaty (Einsteina), o które się oparła

1. Prędkość światła jest jednakowa we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.

2. Prawa fizyki są jednakowe we wszystkich układach inercjalnych.

4.3.2 Współrzędne punktów w transformacji

$$\begin{cases} x' &= (x - vt)\gamma \\ y' &= y \\ t' &= \gamma(t - \frac{v}{c} \cdot \frac{x}{c}) \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

4.3.3 Efekty

Dylatacja czasu

Czas płynie wolniej w układach poruszających się. Tam zmierzymy mniejszy odstęp czasu.

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

Najkrótszy odstęp czasu zmierzymy zawsze tam, gdzie następuje zjawisko.

Skrócenie Lorenza

$$\Delta l = \frac{\Delta l'}{\gamma}$$

Jeżeli ciało się porusza wzdłuż osi OX, to wymiar ten ulega skróceniu.

Jeśli mamy gościa na rakiecie, poruszającej się z prędkością v. Dla zewnętrznego obserwatora rakieta jest krótsza, niż dla gościa na rakiecie.

Względność równoczesności

Dwa zdarzenia równoczesne w układzie stacjonarnym nie są równoczesne w układzie poruszającym się.

Popatrzmy na pociąg „Einsteina". Mamy dwóch obserwatorów, w środku i na zewnątrz. Nagle w oba końce pociągu uderzają pioruny. Dla obserwatora wewnątrz zdarzenia stały się jednocześnie, natomiast dla zewnętrznego pierwszy piorun uderzył piorun z przodu.

Przyrost masy

Jeżeli ciało się porusza, to jego masa wzrasta.

$$m = m_0\gamma$$

Relatywistyczny wzór na energię kinetyczną

Energia kinetyczna cząstki to:

$$E_K = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0\gamma c^2 - m_0c^2 = m_0c^2(\gamma - 1) = E_0(\gamma - 1)$$

$$E_K = E_0(\gamma - 1)$$

Rozdział 5

13 września 2011 – *Efekty relatywistyczne*

5.1 Rozwiązywanie zadań

5.1.1 Zadanie 1

Treść Rakieta porusza się z szybkością $0.8c$. Obserwator na Ziemi zmierzył czas trwania pewnego zjawiska i otrzymał wynik 800 s.

a) Jak długo trwało to zjawisko według pilota rakiety?

b) Pilot zmierzył długość swojej rakiety i uzyskał wynik 120 m. Oblicz jaki wynik tego samego pomiaru uzyska obserwator na Ziemi.

Rozwiązanie Oznaczmy rakietę przez literę B, a Ziemię jako A. Wiemy, że:

$$
\begin{aligned}
v_B &= 0.8c \\
t_A &= 800\ s = \Delta t' \\
l_B &= 120\ m \\
\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0.64c^2}{c^2}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{0.36}} \\
&= \frac{1}{0.6} \\
&= \frac{10}{6} \\
\Delta t &= \gamma \cdot 800\ s \\
&= \frac{10}{6} \cdot 800\ s \\
&= 1333.3\ s \\
\Delta l &= \frac{120\ m}{\frac{10}{6}} \\
&= \frac{920}{10} \\
&= 72\ m
\end{aligned}
$$

5.1.2 Zadanie 2

Treść Miony utworzone w górnych warstwach atmosfery przebywają do chwili rozpadu odległość 5 km z prędkością $0.99c$.

a) Jak długi jest czas życia mionu mierzony przez nas, a jaki czas życia mierzony w jego własnym układzie odniesienia?

b) Jaka jest grubość atmosfery przebyta przez mion, mierzona w jego własnym układzie odniesienia.

Rozwiązanie

$$
\begin{aligned}
s &= 5\ km \\
v_m &= 0.99\ c \\
\Delta t &= \frac{s}{v} \\
&= \frac{5000\ km}{0.99 \cdot 3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}} \\
&= \frac{1}{59400}\ s \\
\Delta t' &= \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\
&= 1.68 \cdot 10^{-5}\ s \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.99c)^2}{c^2}} \\
&= 1.68 \cdot 10^{-5}\ s \cdot 0.14 \\
&= 2.37 \cdot 10^{-6}\ s \\
\Delta l' &= v \cdot \Delta t' \\
&= 2.37 \cdot 0.99 \cdot 3 \cdot 10^{12} \\
&= 703.69\ m
\end{aligned}
$$

5.2 Relatywistyczne składanie prędkości

$$v_{wzgl} = \frac{v_1 \pm v_2}{1 \pm \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

Jeżeli cząstki poruszają się w różnych kierunkach mamy plus w pogrubionych miejscach, jeśli w tym samym, to minus.

5.3 Rozwiązywanie zadań – cd.

5.3.1 Zadanie 3

Treść Dwa akceleratory dają cząstki poruszające się w przeciwne strony. Z prędkością $v_1 = v_2 = 0.9\ c$. Oblicz względną prędkość cząstek.

Rozwiązanie

$$
\begin{aligned}
v &= \frac{v_1 \pm v_2}{1 \pm \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}} \\
&= \frac{0.9\ c + 0.9\ c}{1 + \frac{0.81\ c^2}{c^2}} \\
&= \frac{1.8\ c}{1.81} \\
&= 0.99447\ c
\end{aligned}
$$

Rozdział 6

15 września 2011 – *Relatywistyka: rozwiązywanie zadań*

6.1 Zadanie 1

Treść Energia kinetyczna pewnej niestabilnej cząstki jest równa 70 $MeV = 70 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\ J$. Ile razy czas jej połowicznego zaniku jest większy od czasu połowicznego zaniku w spoczynku, jeżeli jej masa spoczynkowa wynosi 0.3 $u = 0.3 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}\ kg$.

Rozwiązanie

$$E_k = m_0 c^2(\gamma - 1)$$

$$\begin{array}{ccc} 1\ u & - & 930\ MeV \\ 0.3 & - & x \end{array}$$

$$\begin{aligned} (\gamma - 1) &= \frac{E_K}{E_0} \\ (\gamma - 1) &= \frac{70}{279} \\ \gamma &= \frac{349}{279} \\ \gamma &= 1.25 \end{aligned}$$

6.2 Zadanie 2

Treść Elektrony są przyspieszane do energii 1 MeV w akceleratorze liniowym.

a) Z jaką prędkością się poruszają?

b) O ile krótszy jest dla nich każdy metr rury akceleratora?

c) O ile procent zmieni się masa elektronu, poruszającego się z tą prędkością.

Rozwiązanie

a)

$$
\begin{aligned}
E_K &= E_0(\gamma - 1) \\
\gamma &= \frac{1\ MeV}{0.511\ MeV} + 1 \\
\gamma &= 2.957 \\
\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} &= 2.95 \\
\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} &= 0.338 \\
1-\frac{v^2}{c^2} &= 0.114 \\
\frac{v^2}{c^2} &= 0.886 \\
v^2 &= 0.886 \cdot c^2 \\
v &= 0.941 \cdot c
\end{aligned}
$$

b)

$$
\begin{aligned}
\Delta l &= \frac{\Delta l'}{\gamma} \\
\Delta l &= \frac{1\ m}{2.957} \\
\Delta l &= 0.33\ m \\
1\ m - 0.33\ m &= 0.66\ m
\end{aligned}
$$

c)

$$
\begin{aligned}
m &= m_0\gamma \\
\frac{m}{m_0} &= \gamma \\
\%m &= 295.7\%
\end{aligned}
$$

6.3 Zadanie 3

Treść Objętość sześcianu spoczywającego w układzie laboratoryjnym wynosi 1 m^3. Ile będzie wynosiła objętość tego sześcianu, gdy będzie się on poruszał z prędkością 0.5 c wzdłuż osi OX.

Rozwiązanie

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\
\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(0.5\ c)^2}{c^2}}} \\
\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1-0.25}} \\
\gamma &= \frac{1}{\sqrt{0.75}} \\
\gamma &= \frac{1}{0.866} \\
\gamma &= 1.15
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta V &= \frac{\Delta V'}{\gamma} \\
\Delta V &= \frac{1\ m^3}{\gamma} \\
\Delta V &= \frac{1\ m^3}{1.15} \\
\Delta V &= 0.866\ m^3
\end{aligned}$$

Uwaga, tutaj skorzystaliśmy z tego, że objętość bryły skaluje się tak jak odległość.

6.4 Zadanie 4

Treść Średni czas życia spoczywającej cząstki wynosi 10^{-12} s. Oblicz szybkość, z którą musi poruszać się cząstka, by pozostawić w emulsji fotograficznej ślad o długości 1 cm.

Rozwiązanie

$$\begin{aligned}
\Delta t' &= 10^{-12}\ s \\
\Delta l &= 0.01\ m \\
v &= \frac{s}{\Delta t'} \\
\Delta t &= \gamma \Delta t' \\
\Delta t &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t' \\
v &= \frac{s\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{\Delta t'} \\
\frac{v\Delta t'}{s} &= \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \\
\frac{v^2 \Delta t'^2}{s^2} &= 1-\frac{v^2}{c^2} \\
v^2(\frac{\Delta l'^2}{s^2}+\frac{1}{c^2}) &= 1 \\
v &= \frac{1}{\sqrt{10^{-20}+\frac{1}{9}\cdot 10^{-16}}} \\
v &= 2.9995 \cdot 10^8 \frac{m}{s}
\end{aligned}$$

6.5 Teoria

W trójosiowym układzie współrzędnych odległość między punktami A i B.

$$l = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

W czterowymiarowym układzie współrzędnych odległość to:

$$l = c^2 \cdot t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

6.5.1 Stałość interwału czasoprzestrzennego

$$c^2 \cdot \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = c^2 \cdot \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

6.6 Zadanie 5

Treść W tym samym miejscu korony słonecznej w odstępie 12 s nastąpiły dwa wybuchy. UFO poruszające się ze stałą prędkością względem słońca zarejestrowało te zdarzenia w odstępie 13 s.

a) Ile wynosi odległość przestrzenna Δl między wybuchami w układzie związanym z poruszającą się rakietą?

b) Jaką wartość i jaki kierunek ma wektor prędkości rakiety.

Rozwiązanie

a)

$$c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$c^2 \cdot \Delta t'^2 - \Delta x'^2 = c^2 \cdot \Delta t^2 - \Delta x^2$$

$$c^2(\Delta t^2 - \Delta t'^2) = \Delta x^2 - \Delta x'^2 = l^2$$

$$c^2(13^2 - 12^2) = l^2$$

$$c^2(169 - 144) = l^2$$

$$l = c\sqrt{25}$$

$$l = 5c = 5 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1.5 \cdot 10^9 \ m$$

b)

$$\Delta l = \frac{\Delta l'}{\gamma}$$

$$13 = \frac{12}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{12}{13}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{12}{13}$$

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{12}{13}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{149}{169}$$

$$v = c\sqrt{1-\frac{144}{169}} = 0.385 \ c$$

6.7 Zadanie 6 (domowe)

Treść Dwie cząstki o jednakowych prędkościach 0.75 c poruszają się po jednej prostej i padają na tarcze. Jedna z nich uderzyła w tarczę o $\Delta t = 10^{-8}$ s później niż druga. Obliczyć odległość między cząstkami w locie w układzie odniesienia związanym z nimi.

Rozwiązanie

$$
\begin{aligned}
\Delta s^2 &= c^2\Delta t_1^2 - \Delta x_1^2 \\
\Delta s^2 &= c * 2\Delta t_2^2 - \Delta x_2^2 \\
\Delta x_1^2 &= 0 \\
\Delta t_2^2 &= 0 \\
c\Delta t_1 &= \Delta x_2 \\
3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 10^{-8}\ s &= \Delta x_2 \\
\Delta x_2 &= 3\ m
\end{aligned}
$$

Podziękowania dla Pana Dyrka.

Rozdział 7

16 września 2011 – *Prawo Archimedesa*

7.1 Prawo Archimedesa

Treść Na wszystkie ciała zanurzone w cieczy bądź gazie działa siła wyporu skierowana pionowo do góry i równa co do wartości ciężarowi wypartej cieczy (wypartego gazu).
v_c – objętość ciała zanurzonego

$$F_W = m_c \cdot g = V_Z \cdot \varrho_c \cdot g$$

Rozdział 8

20 września 2011 – *Prawo Archimedesa w zadaniach*

8.1 Zadanie 1

Treść W wodzie o gęstości $1000\frac{kg}{m^3}$ pływa korek o gęstości $700\frac{kg}{m^3}$. Oblicz stosunek części zanurzonej do części wynurzonej.

Rozwiązanie

$$\begin{aligned}
\varrho_k &= 700\frac{kg}{m^3} \\
\varrho_w &= 1000\frac{kg}{m^3} \\
\frac{V_z}{V_w} &= ? \\
g \cdot V_z \cdot \varrho_w &= m \cdot g \\
V_z \cdot \varrho_w &= \varrho_s \cdot V_{ck} \\
V_{ck} &= V_z + V_w \\
V_z \cdot \varrho_w &= \varrho_k \cdot V_z + \varrho_k \cdot V_w \\
V_z(\varrho_w - \varrho_k) &= V_w \cdot \varrho_k \\
\frac{V_z}{V_w} &= \frac{\varrho_k}{\varrho_w - \varrho_k} \\
\frac{700\frac{kg}{m^3}}{300\frac{kg}{m^3}} &= \frac{7}{3}
\end{aligned}$$

8.2 Zadanie 2

Treść Ciało w wodzie waży Q_1, a w nafcie Q_2. Gęstość wody ϱ_W, a gęstość nafty ϱ_N. Oblicz objętość ciała.

Rozwiązanie

$$\begin{cases} Q_1 &= Q - F_{w1} \\ Q_2 &= Q - F_{w2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Q_1 - Q_2 &= F_{w2} - F_{w1} \\ Q_1 - Q_2 &= V_c \cdot \varrho_n \cdot g - V_c \cdot \varrho_w \cdot g \\ Q_1 - Q_2 &= V_c \cdot g(\varrho_n - \varrho_w) \\ V_c &= \frac{Q_1 - Q_2}{g \cdot (\varrho_n - \varrho_w)} \end{aligned}$$

8.3 Zadanie 3

Treść Ciężar ciała w powietrzu wynosi $17N$, a w oleju $15N$. Oblicz gęstość materiału, z którego wykonano ciało $800\frac{kg}{m^3}$.

Rozwiązanie

$$\begin{aligned} \varrho_m &= ? \\ \varrho_o &= 800\frac{kg}{m^3} \\ Q &= 17N \\ Q_1 &= 15N \\ Q - Q_1 &= F_w \\ F_w &= V_c \cdot g \cdot \varrho_o \\ 2N &= V_c \cdot g \cdot \varrho_o \\ V_c &= \frac{2N}{g \cdot \varrho_o} \\ V_c &= \frac{2kg\frac{m}{s^2}}{10\frac{m}{s^2} \cdot 800\frac{kg}{m^3}} \\ V_c &= \frac{1}{1000}m^3 \\ \varrho &= \frac{m}{V_c} \\ \varrho &= 1.7 \cdot 4000\frac{kg}{m^3} \\ \varrho &= 6800\frac{kg}{m^3} \end{aligned}$$

8.4 Zadanie 4 (domowe)

Treść Sześcian o krawędzi $0.2m$ wykonany z drewna o gęstości $\varrho_d = 600\frac{kg}{m^3}$ zanurzono w wodzie. Pod sześcianem do dolnej ściany przymocowano stalowy ciężarek (ϱ_s) o takiej masie, że górna ściana sześcianu znajduje się na wysokości powierzchni wody. Jaka była masa ciężarka.

8.5 Zadanie 5 (domowe)

10 z moodle'a.

Rozdział 9

22 września 2011 – *Paradoks hydrostatyczny, naczynia połączone*

9.1 Ciśnienie

$$p = \frac{F}{s} \left[\frac{N}{m^2} = Pa \right]$$

$$1atm = 1.013 \cdot 10^5 Pa$$

$$1at = 10^5 Pa = 1bar$$

$$1mmHg = 1Tr(\text{tor}) = 133Pa$$

$$p = \frac{F_g}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{S \cdot h \cdot \varrho_w \cdot g}{S} = \varrho_w \cdot g \cdot h$$

9.2 Paradoks hydrostatyczny

Mamy cebrzyk z wodą oraz cienką rurkę, napełnione do tego samego poziomu wodą. Z powyższego wzoru wynika, że ciśnienie działające na spód cebrzyka i na rurkę są takie same.

Jeśli mamy trzy naczynia połączone o różnych kształtach (połączone na samym dole), to wlewając wodę otrzymamy w każdym naczyniu taką samą wysokość słupa cieczy.

Do znajdywania gęstości nieznanych cieczy używa się rurek w kształcie litery U. Najpierw wlewamy tam wodę. Teraz wlewamy nieznaną ciecz, niech to będzie olej. Wtedy przecinamy linią rurkę na tej wysokości, na której stykają się dwie ciecze. Z tego mamy, że

$$\begin{aligned} \varrho_1 \cdot g \cdot h_1 &= \varrho_w \cdot g \cdot h_2 \\ \varrho_1 &= \varrho_w \cdot \frac{h_2}{h_1} \end{aligned}$$

9.2.1 Zadanie domowe

$$h_1 = 13.5cm$$

$$h_2 = 12cm$$

Policz gęstość oleju.

Odpowiedź Gęstość oleju wynosi $888\frac{kg}{m^3}$.

Rozdział 10

29 września 2011 – *Naczynia połączone - zadania*

10.1 Zadania

10.1.1 Zadanie 1

Treść Do naczynia połączonego w kształcie litery U nalano wody i nafty. Suma długości obu słupów wody i nafty wynosi $h = h_1 + h_2 = 0.9m$. Jaka jest wysokość słupów poszczególnych cieczy. Gęstość nafty wynosi $800\frac{kg}{m^3}$.

10.1.2 Zadanie 2

Mamy rurkę o przekroju $S = 12cm^2 = 12 \cdot 10^{-4}m^2$, do którego wlano rtęć o gęstości $\varrho_{Hg} = 13600\frac{kg}{m^3}$. Gdzieśtam jeszcze jest jakiś klocek, woda...

10.1.3 Zadanie 3

Treść Do wiadra w kształcie cylindra o średnicy $30cm$ wlano $15.7l$ wody. Jakie jest ciśnienie hydrostatyczne na wysokości $5cm$ od dna wiadra. Gęstość wody $1000\frac{kg}{m^3}$.

10.1.4 Zadanie domowe

Treść Do rurki w kształcie litery U nalano rtęci, następnie do lewego ramienia dolano pewną ilość wody. Stwierdzono, że dolny poziom rtęci znajdował się na wysokości $h_1 = 38.5cm$, górny na wysokości $h_2 = 41.6cm$, górny poziom wody na wysokości $h_3 = 80.7cm$. Jaki jest ciężar właściwy rtęci?

Rozwiązanie Nadpiszmy sobie zmienne:

$$\begin{aligned}
h_1 &= 41.6 - 38.5 = 3.1 \\
h_2 &= 80.7 - 38.5 = 42.2 \\
\varrho_w &= 1000\frac{kg}{m^3} \\
\varrho_1 \cdot h_1 &= \varrho_2 \cdot h_2 \\
3.1 \cdot \varrho_{Hg} &= 1000 \cdot 42.2 \\
3.1 \cdot \varrho_{Hg} &= 42200 \\
\varrho_{Hg} &= \frac{42200}{3.1} \\
\varrho_{Hg} &= 13612\frac{kg}{m^3} \\
\gamma_{Hg} &= \varrho_{Hg} \cdot g \\
\gamma_{Hg} &= 13612 \cdot 10 \\
\gamma_{Hg} &= 136120\frac{N}{m^3}
\end{aligned}$$

Rozdział 11

30 września 2011 – *Prawo Pascala*

Zadanie

Treść Z jakiej maksymalnej głębokości studni można wyciągnąć wodę, używając pompy ssąco-tłoczącej?

Rozwiązanie

$$h = \frac{10^5 Pa}{10^4} = 10m$$

11.1 Prawo Pascala

Ciśnienie cieczy lub w gazie rozchodzi się jednakowo we wszystkich kierunkach.

Kula Pascala Mamy strzykawkę, zakończoną kulą. Znajdują się w niej otwory, przez które może przepływać woda. Jeśli nalejemy wody i wytworzymy ciśnienie w strzykawce, rozchodzi się ono jednakowo we wszystkich kierunkach, a z dziurek wypływa jednakowo woda.

Nurek Kartezjusza W cylindrze mamy zamknięte naczynie. Cylinder jest wypełniony wodą, a naczynie ma dziurę na dole. Cylinder jest przesłonięty błoną, na którą możemy naciskać. Wytwarzając dodatkowo ciśnienie na membranę sprawiamy, że nurek jest jednakowo ze wszystkich stron mocniej naciskany, przez co woda jest wpychana do nurka.

Wykorzystujemy to prawo na przykład w hamulcach hydraulicznych lub prasie hydraulicznej. Wywierając ciśnienie na jednej z powierzchni tłoka $p = \frac{F_1}{S_1}$ wytwarzamy ciśnienie na drugiej, większej powierzchni o większej sile $p = \frac{F_2}{S_2}$.

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Prasa hydrauliczna to **maszyna prosta**. Maszyna prosta charakteryzuje się tym, że nie da się w niej zaoszczędzić energii.

11.1.1 Zadanie 1

Treść W prasie hydraulicznej średnica tłoka wynosi $1.6cm$, średnica prasy $32cm$. Ramię siły $60cm$, ramię tłoka $10cm$. Jaka jest siła wywierana na prasę, jeżeli robotnik działa siłą $12kG$. $(1kG = 10N)$

Rozwiązanie

$$
\begin{aligned}
F_1 \cdot 10cm &= F_2 \cdot 60cm \\
F_1 &= F_2 \cdot 6 \\
F_1 &= 12 \cdot 10N \cdot 6 \\
F_1 &=
\end{aligned}
$$

Rozdział 12

4 października 2011 –