Zadanie domowe

Stanisław Chmiela

7 grudnia 2012

Zadanie 6.41 a)

$\Omega = \{\{a, b, c\} : a, b, c \in \{1, 3, 4, 5, 6\}, a \neq b \neq c \neq a\}$
$\#\Omega = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$
$A = \{\{a, b, c\} \in \Omega : a + b > c\}$
Oznaczmy przez A_i liczbę takich zbiorów A, dla których największą liczbą będzie i.
$A_1 = A_3 = A_4 = 0$
$A_5 = 1$, mamy jeden zbiór: $\{3, 4, 5\}$
$A_6 = 3$, mamy trzy takie zbiory: $\{4, 5, 6\}, \{3, 4, 6\}, \{3, 5, 6\}$
$|A| = |A_1| + |A_3| + |A_4| + |A_5| + |A_6| = 4$
$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \mathbf{\frac{4}{10}}$

Zadanie 6.41 b)

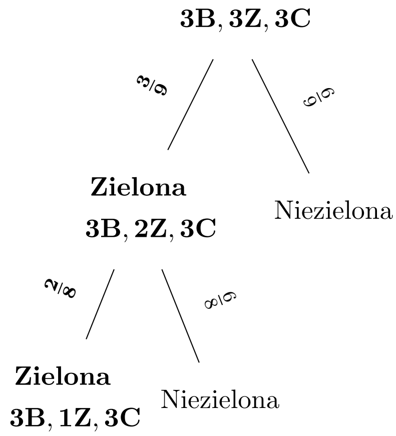
$\Omega = \{\{a, b, c\} : a, b, c \in \{1, 3, 4, 5, 6\}, a \neq b \neq c \neq a\}$
$\#\Omega = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$
$A = \{\{a, b, c\} \in \Omega : a^2 + b^2 = c^2\}$
Wśród wszystkich trójek liczb zawierających się w $\{1, 3, 4, 5, 6\}$ tylko jedna spełnia równanie $a^2 + b^2 = c^2$. Jest to trójka $\{3, 4, 5\}$. $|A| = 1$
$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \mathbf{\frac{1}{10}}$

Zadanie 7.2

Pozdro dla Grabcia za wytknięcie błędu, w talii jest 16 figur. Figur w talii jest 16. Asów jest 4. Prawdopodobieństwo wyciągnięcia asa, jeśli wiemy, że karta jest figurą wynosi $P(A) = \mathbf{\frac{1}{4}}$.

Zadanie 7.5

Przeanalizujmy to zadanie za pomocą drzewka stochastycznego:

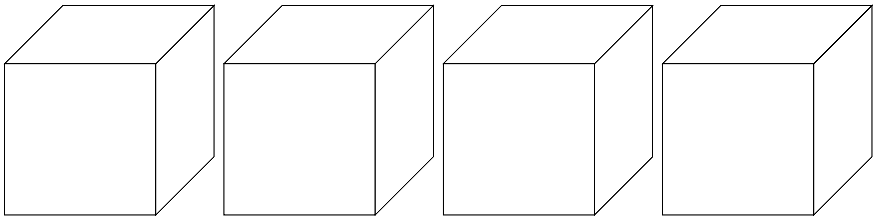


Prawdopodobieństwo, że wylosujemy dwie zielone kule wynosi $P(A) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \mathbf{\frac{1}{12}}$.

Zadanie 7.8

Dane:
$P(A \cap B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{5}{6}, P(B') = \frac{1}{2}$.
Szukane:
$P(A), P(B), P(A|B)$.
Rozwiązanie:
$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{2}}$
$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{2}{3}}$
$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

Zadanie 6.44



Są tylko cztery możliwe ustawienia wierzchołków trójkąta – reszta jest ich przesunięciem lub obróceniem.

1. Trójkąt „należy” do wierzchołka, gdy przy wierzchołku jest kąt prosty. Każdy wierzchołek może utworzyć trzy takie trójkąty. $8 \cdot 3 = 24$ trójkatów.
2. Trójkąt „należy” do wierzchołka, gdy przy jego ścianie nie ma innych wierzchołków trójkąta. Każdy wierzchołek może tworzyć dwa takie trójkąty. $8 \cdot 2 = 16$ trójkątów.
3. Takich trójkątów jest po prostu 8. 8 trójkątów.
4. Trójkąt „należy” do wierzchołka, gdy przy jego ścianie nie ma innych wierzchołków trójkąta. Każdy wierzchołek może tworzyć jeden taki trójkąt. $8 \cdot 1 = 8$ trójkątów.

Wszelkich trójkątów możemy utworzyć $|\Omega| = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 8 \cdot 7 = 56$.
Podpunkt a) Prostokątnymi trójkątami są tylko trójkąty z punktów 1 oraz 2. Trójkątów takich jest 40. Zatem $P(A) = \frac{40}{56} = \boldsymbol{\frac{5}{7}}$.
Podpunkt b) Równoramiennymi trójkątami są trójkąty z punktów 1, 3 i 4. Liczba takich trójkątów: 40. Zatem $P(B) = \boldsymbol{\frac{5}{7}}$.