$$\frac{\int_{-\infty}^{x} h(u)\, p_X(u)\,du}{\mathbb{P}(X \le x)} \quad \cdot \quad \frac{\int_{-\infty}^{x'} h(u)\, p_X(u)\,du}{\mathbb{P}(X \le x')}$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{x} h(u)\, p_X(u)\,du + \int_{x}^{x'} h(u)\, p_X(u)\,du}{\mathbb{P}(X \le x')}$$

$$h(u) = \mathbb{P}(Y \le y \mid X = u)$$

$$\mathbb{P}(X \le x, Y \le y) = \int_{-\infty}^{x} h(u)\, p_X(u)\,du$$

$$\geq \frac{\int_{-\infty}^{x} h(u)\, p_X(u)\,du + h(x)\,\mathbb{P}(x \le X \le x')}{\mathbb{P}(X \le x')}$$

$$\mathbb{P}(X \le x') = \mathbb{P}(X \le x) + \mathbb{P}(x \le X \le x')$$

$$\frac{a}{c} \geq \frac{a+b}{c+b}$$

$$\Leftrightarrow \quad ac + ab \le ac + bc$$

$$\Leftrightarrow \quad a \le c$$

which we have here!