

$$\begin{pmatrix} I & I+B(s-t)/(s-t) \\ & I \end{pmatrix}$$

↙

$B(s-t, s-t)$

So $\det = -2B(s-t, s-t)$

and $\det(-2B) > 0$ so is $O((s-t)^2)$

Now $\det \begin{pmatrix} I & I+B & I+C \\ IB^T & I & I+D \\ IC^T & ID^T & I \end{pmatrix} \quad 4D-BC$

$= I(I - (I+D)(I+D)^T)$

$= -(D+D^T) + I - (I+B) \left((I+B^T)^T(I+D^T) - I+C^T \right)$

$= (I+B)(B^T+D^T-C^T)$

$= B^T+D^T-C^T$

$+ (I+C) \left((I+B^T)(I+D) - I(I+C^T) \right)$

$= B^T+D^T-C^T$