

The Supply Chain and Operations Management

Subtitle of the report

Sijie Li

School of Economics and Management
Southeast University

2024 年 2 月 12 日



Outline

1 Background

Research Interests
研究动机

2 研究方法

理论背景
模型建立-追根溯源

3 模型结果

实验设置
模型结果及结论
未来可进行的工作



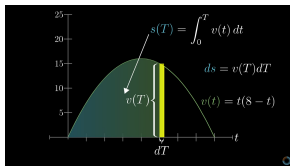
节目录

- 1 Background
 - Research Interests
 - 研究动机
- 2 研究方法
 - 理论背景

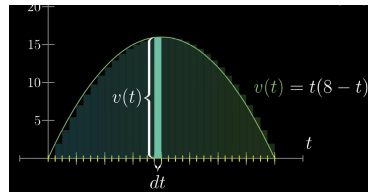
- 模型建立-追根溯源
- 3 模型结果
 - 实验设置
 - 模型结果及结论
 - 未来可进行的工作



非自组织植被模式



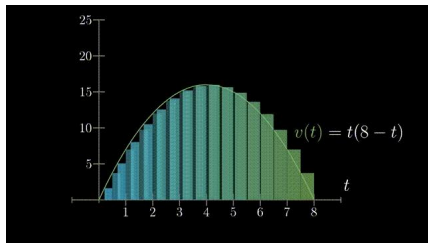
斑点、条纹等其他植被模式



仙女环植被模式



自组织植被模式



自组织植被模式

- ① 具有视觉吸引力
- ② 控制旱地生态系统应对不断升级的环境压力
- ③ 以往的模型无法解释自组织植被的螺旋结构，只能解释其它植被模式，如上面的条纹、环形和仙女圈



节目录

- 1 Background
 - Research Interests
 - 研究动机
- 2 研究方法
 - 理论背景

- 模型建立-追根溯源
- 3 模型结果
 - 实验设置
 - 模型结果及结论
 - 未来可进行的工作



探究螺旋形成的原因

- ① 建立模型：验证食草动物的放牧和植被之间的相互作用是自组织植被模式螺旋结构形成的原因
- ② 相互作用：非线性、非局部依赖关系
- ③ 放牧对可用植被的非线性依赖性
 - 引入了一个放牧术语，当草料丰富时，放牧术语就会饱和
- ④ 植被布局空间不均匀性的影响
 - 认为放牧取决于平均植被密度而不是单个地点的密度



节目录

1 Background

Research Interests

研究动机

2 研究方法

理论背景

模型建立-追根溯源

3 模型结果

实验设置

模型结果及结论

未来可进行的工作



Klausmeier 的通用植物水模型

Klausmeier 的通用植物水模型^[1]

$$\begin{aligned}\frac{\partial N}{\partial T} &= RJWN^2 - MN + \delta \nabla^2 N \\ \frac{\partial W}{\partial T} &= A - LW - RW N^2 + U \frac{\partial W}{\partial x}\end{aligned}$$

Klausmeier 的通用植物水模型浅显介绍

- ① 该模型是水 W 和植物生物量 N 的偏微分方程;
- ② 定义在由 X 和 Y 索引的无限二维域上;
- ③ 我们着重需要看的是 $\frac{\partial N}{\partial T}$ 部分;



Klausmeier 的通用植物水模型

Klausmeier 的通用植物水模型浅显介绍^[接上文]

- ④ 植物以 $RG(W)F(N)N$ 的速率吸收水分，其中 $G(W)$ 是植物对水的功能响应， $F(N)$ 是一个增函数，描述植物如何增加水的渗透。为简单起见，使用线性函数 $G(W) = W$ 和 $F(N) = N$ ；
- ⑤ J 是每消耗单位水的植物生物量的产量。植物生物量仅通过与密度无关的死亡率和速率 W 的维持而损失；
- ⑥ 植物扩散通过具有扩散系数 D 的扩散项进行建模。

$$\frac{\partial N}{\partial T} = RJWN^2 - MN + \delta \nabla^2 N$$



Fernandez-Oto 等人的模型

Fernandez-Oto 等人的模型^[2]

$$\frac{\partial N}{\partial T} = RJWN^2 - (M + V)N + \delta \nabla^2 N \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} = CVN - DV \quad (2)$$

$$W = \frac{A}{L_{\text{evp}} + RN^2} \quad (3)$$

模型介绍

- 1 (1) 是前文 Klausmeier 模型中植物生物量 N 的方程, 将异质放牧压力 $V * N$ 纳入植物死亡率对其进行了修改
- 2 (2) 是 Lotka-Volterra 种群模型中掠食者方程
- 3 (3) 是由前文 Klausmeier 模型中 W 修改后得到



Fernandez-Oto 等人的模型

模型介绍^[接上文]

参数	含义
$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial X_2^2}$	拉普拉斯算子
$RJWN^2$	植被生长和渗水之间的促进反馈作用
$W(T; \vec{X})$	表示在 $(T; \vec{X}) \in (T > 0) \times \mathbb{R}^2$ 处地表水的量
$N(T; \vec{X})$	表示在 $(T; \vec{X}) \in (T > 0) \times \mathbb{R}^2$ 处植被的数量
R	比例常数
J	每单位用水的植被的产量



Fernandez-Oto 等人的模型

模型介绍^[接上文]

参数	含义
$\delta \nabla^2 N$	通过种子传播模拟植物的空间分布
$V(T; \vec{X})$	放牧场, 表示放牧对草地退化的贡献, 不是 (\vec{X}, T) 处的放牧密度
M, V	分别代表植物自然死亡率和食草动物觅食导致的死亡率
CN	在比率 CN 下, 牧场按比率 D 增长和减少



(3) 的推导

Klausmeier 模型 W 部分

$$\frac{\partial W}{\partial T} = A - LW - RW N^2 + U \frac{\partial W}{\partial x}$$

- 考虑到水 W 的变化比生物量密度 N 快得多, 我们认为对于给定的生物量密度值, 水处于平衡状态, 即 $\frac{\partial W}{\partial T} = 0$
- 为简单起见, 假设地形是平坦的, 即 $U = 0$

$$W = \frac{A}{L + RN^2}$$



(2) 的参量解释

Lotka-Volterra 种群模型中掠食者部分

$$\frac{\partial V}{\partial T} = CVN - DV$$

参量	含义
V	捕食者 (食草动物) 数量
T	时间
D	捕食者的自然死亡率
C	捕食者每捕食一单位猎物时产生的新捕食者的数量增长率
N	猎物 (草) 的数量

Lotka-Volterra 种群模型^[3]

① 模型形式

$$\begin{aligned}\text{猎物:} \quad & \frac{dH}{dt} = rH - cHP \\ \text{捕食者:} \quad & \frac{dP}{dt} = -sP + dcHP\end{aligned}$$

② Lotka-Volterra 种群模型:

- 该模型描述了捕食者和猎物之间的相互作用;
- 猎物种群数量增加, 但当捕食者数量增加时, 捕食者开始更积极地捕食猎物, 导致猎物数量减少;
- 随着猎物数量的减少, 捕食者的食物供应减少, 捕食者数量也开始减少;
- 这种动态循环反复进行, 导致捕食者和猎物种群数量的周期性波动。



节目录

1 Background

Research Interests

研究动机

2 研究方法

理论背景

模型建立-追根溯源

3 模型结果

实验设置

模型结果及结论

未来可进行的工作



Mrinal Kanti Pal 等人的模型

- ① Lotka-Volterra 模型的不足
 - 没有捕食者的情况下猎物数量将呈指数级增长
 - 捕食者可以吃掉无数猎物
- ② Mrinal Kanti Paly 的改进
 - 使用 Holling 型饱和函数 $G(N)$ 作用于捕食者修改其死亡率部分来调整模型

Mrinal Kanti Paly 的模型

$$\frac{\partial N}{\partial T} = RJWN^2 - [M + G(N)V]N + \delta \nabla^2 N \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} = CG(N)VN - DV \quad (2)$$

$$W = \frac{A}{L + RN^2} \quad (3)$$



Holling 型饱和函数 $G(N)$

Holling 型饱和函数 $G(N)$ ^[4]

$$G(N) = \begin{cases} 1 & \text{for Type I grazing} \\ \frac{M_1}{K_1 + N} & \text{for Type II grazing} \\ \frac{M_2 N}{K_2^2 + N^2} & \text{for Type III grazing} \end{cases}$$

Type I grazing

- 对应 $G(N) = 1$, 表示捕食率与猎物密度成正比。
- 此时模型与 Fernandez-Oto 等人的模型一致



Holling 型饱和函数 $G(N)$

Type II grazing

- 对应 $G(N) = \frac{M_1}{K_1 + N}$, 描述了捕食率随着猎物密度的增加而饱和到一个最大值
- 在 Type II grazing 中, M_1 控制了最大捕食率, K_1 控制了饱和度
- II 型用于人类控制的草食性, 例如畜牧业
- 在这种情况下, 觅食不是强制性的, 因为饲料短缺可以通过补充食物来弥补



Holling 型饱和函数 $G(N)$

Type III grazing

- 对应 $G(N) = \frac{M_2 N}{K_2^2 + N^2}$, 描述在高植被密度下食草率的快速增加, 以及在低植被密度下食草率减小
- M_2 控制了最大捕食率, K_2 控制饱和度
- 食草动物在需要觅食才能生存的自然环境
- 只有一部分觅食者能够通过获得足够的草料得以生存, 而其余的则会死亡



Mrinal Kanti Pal 模型进一步优化

- ① 前文的模型中，食草动物在任何空间位置的放牧被认为仅取决于该特定位置存在的植被
- ② 但是实证研究表明，草食动物的觅食受到多种因素的影响
 - 植被的空间分布、食物的质量和食草动物的行为^[5]
 - 事实上，更多的食草动物被吸引到植被浓度较高的地区，导致放牧压力不公平



Mrinal Kanti Pal 模型无量纲化处理

无量纲化处理

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{an^2}{1+n^2} - (m + g(n)v)n + \nabla^2 n$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g(n)vn - dv,$$

Quantity	Scaling	Quantity	Scaling	Quantity	Scaling
n	$N\sqrt{\frac{R}{L_{\text{evp}}}}$	v	$\frac{1}{C}\sqrt{\frac{R}{l_{\text{evp}}}}V$	$x_{1,2}$	$X_{1,2}\sqrt{\frac{C}{\delta}}\sqrt{\frac{L_{\text{evp}}}{R}}$
m	$\frac{1}{c}\sqrt{\frac{R}{L_{\text{evp}}}}M$	$m_{1,2}$	$M_{1,2}\sqrt{\frac{R}{L_{\text{evp}}}}$	$k_{1,2}$	$K_{1,2}\sqrt{\frac{R}{L_{\text{evp}}}}$
t	$C\sqrt{\frac{L_{\text{evp}}}{R}}T$	a	$\frac{JR}{CL_{\text{evp}}}A$	d	$\frac{1}{C}\sqrt{\frac{R}{L_{\text{evp}}}}D$

进一步改进

- 在植被模型中使用了平均密度相关的放牧变量 $g(\tilde{n})$
- 其中任何给定空间位置的放牧压力受到那里植被数量的影响
- 同时也受到其他地方植被数量的影响

$g(\tilde{n})$

$$g(\tilde{n}) = \begin{cases} 1 & \text{for Type I grazing} \\ \frac{m_1}{k_1 + \tilde{n}} & \text{for Type II grazing} \\ \frac{m_2 n}{k_2^2 + \tilde{n}^2} & \text{for Type III grazing} \end{cases}$$

- 1 平均密度由 $\tilde{n} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\vec{y} \in \Omega} n(\vec{y}, t) d\Omega$
 - Ω 是 \mathbb{R}^2 上的有界域
 - $|\Omega|$ 是其面积
 - 文中, $\Omega = [-P, P] \times [-P, P] \subsetneq \mathbb{R}^2$
- 2 使用周期性边界条件, 复制无限域并减少边界影响



节目录

1 Background

Research Interests

研究动机

2 研究方法

理论背景

模型建立-追根溯源

3 模型结果

实验设置

模型结果及结论

未来可进行的工作



参数取值

参量	数值	参量	数值	参量	数值
R	100	J	0.03	A	666.6
L_{evp}	4	M	0.9	δ	6.25×10^{-4}
C	20	D	3.2	M_1, M_2	1.6
K_1, K_2	0.4				

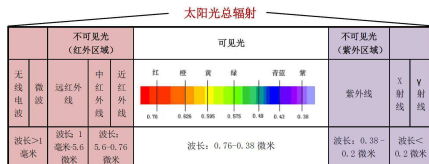


图 1: 论文中的图示

4.1 Base colors (always available)



4.2 Colors via dvipsnames option



图 2: 在 MATLAB 里自己画的



节目录

1 Background

Research Interests

研究动机

2 研究方法

理论背景

模型建立-追根溯源

3 模型结果

实验设置

模型结果及结论

未来可进行的工作

均匀稳态 (HSS)

① $n(t, \vec{x}), v(t, \vec{x})$ 对于空间和时间变量的偏导数为零

$$\begin{aligned}\frac{an}{1+n^2} - m - g(n)v &= 0, \\ g(n)n - d &= 0.\end{aligned}$$

② 四个 HSS

- $n = 0, v = 0$ 得到贫瘠沙漠状态 E_0 , 无条件存在;
- $\frac{an}{1+n^2} - m = 0, v = 0$ 得到两个 HSS, E_1 和 E_2 , 有植被但没有食草动物可以吃草;
- $\frac{an}{1+n^2} - m - g(n)v = 0, g(n)n - d = 0$. 得到 E_3 , 有植被也有食草动物。



结论

- ① Mrinal Kanti Pal 模型通过将空间非区域性同化为与食草动物放牧相关的植被死亡率来进一步修改 Fernandez-Oto 的模型
- ② 裸露沙漠状态的兴奋行为并不是形成螺旋植被格局的必要条件。
 - 解释：生长在荒漠地区的植被不是参数螺旋结构的必要条件。
- ③ 对于 I 型放牧的 Fernandez-Oto 局部模型
 - 无论系统具有一个或两个稳定的同质稳态的情况，都没有观察到空间格局的生成。
 - 草食动物放牧对植被密度的非线性依赖性对均质稳态的稳定性具有关键影响，对整个系统动力学具有关键影响。
- ④ 只有非局部 Mrinal Kanti Pal 模型的数值模拟产生了与现场数据非常一致的螺旋图案结构^[6]



结论

- ⑤ 根据 Mrinal Kanti Pal 选择的模型参数，尚未观察到人类控制放牧环境 Type III grazing 的空间格局
- 在自然放牧情景下，环境压力引起的小干扰并不总是导致旱地生态系统崩溃到裸露的沙漠状态，而是生态系统会通过自组织模式维持植被覆盖；
 - 空间结构的异质植被模式在生态系统抵御日益增加的环境压力的能力中发挥着决定性作用。



节目录

1 Background

Research Interests

研究动机

2 研究方法

理论背景

模型建立-追根溯源

3 模型结果

实验设置

模型结果及结论

未来可进行的工作



未来可进行的工作

需要注意的点

- 在对植被系统中的食草动物进行建模时，需要考虑空间非局域性。
- 螺旋图案的自组织仅在自然放牧场景，即 Type III grazing 中出现。

一些想法

- 在 Klausmeier 模型中， $\frac{\partial W}{\partial T} = A - LW - RW N^2 + U \frac{\partial W}{\partial x}$
 - 给定具体的生物量密度值，水 W 处于平衡状态，即 $\frac{\partial W}{\partial T} = 0$
 - 假定地形是平坦的，即 $U = 0$ ，推导出 Fernandez-Oto 中的 (3) $W = \frac{A}{L+RN^2}$
- 实际场景中地形 U 并不平坦，如果不将 U 定为常量，情况又是怎样的？是否更符合实际情况？



未来可进行的工作

一些想法^[接上文]

- ③ Mrinal Kanti Pal 文章最后说的未来需要研究旱地植被生态系统的替代^[8],^[9]更复杂的模型^[6]^[7]^[8]^[9]加入非本地食草动物放牧
- 外来食草动物对当地水资源 W 有没有影响^[7]? 有影响 W 如何变化?
 - 外来食草动物与当地食草动物种间关系, 是竞争或是共生?^[9]对整个食草动物群体 N , $\frac{\partial N}{\partial T} = RJWN^2 - [M + G(N)V]N + \delta \nabla^2 N$, 该如何改变? 即如何同化食草动物的生物行为?

- [1] Klausmeier C A. Regular and irregular patterns in semiarid vegetation[J]. Science, 1999, 284(5421): 1826-1828.
- [2] Fernandez-Oto C, Escaff D, Cisternas J. Spiral vegetation patterns in high-altitude wetlands[J]. Ecological Complexity, 2019, 37: 38-46.
- [3] Marsden S S A J E, Wiggins L S S, Glass L, et al. Interdisciplinary Applied Mathematics[J]. 2002.
- [4] Holling C S. The components of predation as revealed by a study of small-mammal predation of the European Pine Sawfly1[J]. The canadian entomologist, 1959, 91(5): 293-320.
- [5] Focardi S, Marcellini P, Montanaro P. Do ungulates exhibit a food density threshold? A field study of optimal foraging and movement patterns[J]. Journal of Animal Ecology, 1996: 606-620.

- [6] Lefever R, Lejeune O. On the origin of tiger bush[J]. Bulletin of Mathematical biology, 1997, 59: 263-294.
- [7] Gilad E, von Hardenberg J, Provenzale A, et al. Ecosystem engineers: from pattern formation to habitat creation[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(9): 098105.
- [8] Rietkerk M, Boerlijst M C, van Langevelde F, et al. Self-organization of vegetation in arid ecosystems[J]. The American Naturalist, 2002, 160(4): 524-530.
- [9] Bera B K, Tzuk O, Bennett J J R, et al. Linking spatial self-organization to community assembly and biodiversity[J]. Elife, 2021, 10: e73819.