

풀이시간은 30 분이며 사정에 따라 최대 10 분간 추가 시간을 줄 수 있습니다.
문제 풀이를 마친 학생은 답안지를 제출하시기 바랍니다. 답안지를 제출한
후에는 퇴실할 수 있습니다.

Name: _____ Student ID: _____ Class: _____

담당교수: 김종규

1. (10 points) 다음에 대하여 참, 거짓을 판별하고 그 이유를 설명하시오.

(a) $2^{2+n} = O(2^n)$

(b) $2^{2n} = O(2^n)$

2. (10 points) 다음 그림 1은 배열 $A[1..n] = \{27, 17, 3, 16, 13, 10, 1, 5, 7, 12, 4, 8, 9, 0\}$ 을 binary tree 로 표현한 것이다. 여기서 $A[3]$ 이 가리키는 subtree 가 heap 의 요건을 만족시키지 않기 때문에 그림 2 와 같이 정의된 알고리즘 Max-Heapify($A, 3$) 을 호출하였다. 그림 1 을 참고하여 Max-Heapify 가 호출될 때의 변화를 그림으로 설명하시오.

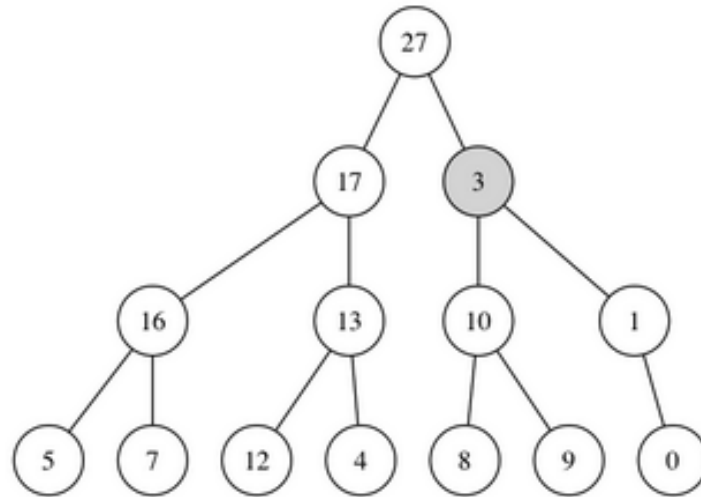


그림 1: Heapify input

3. (10 points) 배열로 정의된 Heap 은 주어진 index i 에 대하여 $A[\text{parent}(i)] > A[i]$ 인 관계가 성립한다. 여기서 parent 는 다음과 같다.

```
def parent(i):  
    return i//2
```

다음과 같이 역순으로 정렬된 배열 $A[1..n]$ 이 있다고 할 때

```
A[1] = 8  
A[2] = 7  
A[3] = -1  
A[4] = -3  
A[5] = -5  
...
```

이 배열이 heap 의 조건을 만족하는가? 참, 거짓을 판별하고 그 이유를 설명하시오.

```
MAX-HEAPIFY( $A, i$ )
1   $l = \text{LEFT}(i)$ 
2   $r = \text{RIGHT}(i)$ 
3  if  $l \leq A.\text{heap-size}$  and  $A[l] > A[i]$ 
4       $\text{largest} = l$ 
5  else  $\text{largest} = i$ 
6  if  $r \leq A.\text{heap-size}$  and  $A[r] > A[\text{largest}]$ 
7       $\text{largest} = r$ 
8  if  $\text{largest} \neq i$ 
9      exchange  $A[i]$  with  $A[\text{largest}]$ 
10     MAX-HEAPIFY( $A, \text{largest}$ )
```

그림 2: Max-Heapify

4. (10 points) 다음 그림 3 은 binary tree 의 한 예를 보여주고 있다. 어떤 node x 가 left, right, parent node 에 대한 포인터와 key 에 대한 속성을 각각 $x.\text{left}$, $x.\text{right}$, $x.p$, $x.\text{key}$ 로 나타낸다고 할 때, 다음 물음에 답하십시오.

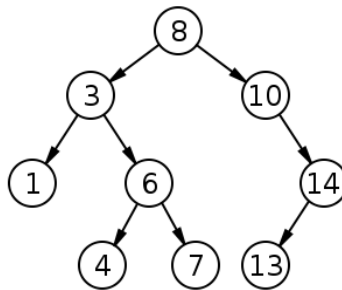


그림 3: An example of binary search tree

- (a) 주어진 tree 의 높이를 계산하도록 다음 알고리즘을 완성하시오. 단 root node 만으로 이루어진 binary tree 의 높이는 1 로 정의한다.

```
def bt_height(x):  
    if x == NIL:  
        return 0  
  
    lh = bt_height(x.left)  
    rh = bt_height(x.right)  
    return _____
```

- (b) 어떤 binary tree 의 높이가 h 라고 할 때 이 트리에 들어갈 수 있는 node 의 최대 수 $n(h)$ 는 얼마인가? 그 이유를 간단히 설명하시오.