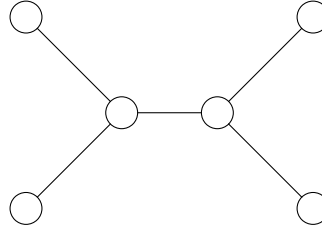


Naam:

studentnr:

1. Gevraagd wordt of een graaf $G = (V, E)$ een independent set (I.S.) van grootte k heeft. Een aanpak zou kunnen zijn: Als G geen kanten heeft, dan is G een I.S. Neem anders een kant (v_1, v_2) . v_1 en v_2 kunnen niet allebei in de I.S. zitten. Dus verwijder v_1 en al z'n burens, en onderzoek of $G - v_1$ een I.S. van grootte $k - 1$ heeft. Doe hetzelfde met v_2 . Waarom werkt dit niet? Geef een tegenvoorbeeld.

Antwoord: v_1 en v_2 kunnen ook *allebei* niet in de I.S. zitten. Een derde recursieve aanroep is nodig.



Er kwamen verrassend veel verschillende antwoorden. Ik heb mijn best gedaan om het te begrijpen, en bij elk voorgesteld tegenvoorbeeld geprobeerd een kant te vinden waarbij beide gevallen van “neem een eindpunt met z'n burens weg en kijk of in de overgebleven graaf een I.S. van de juiste grootte zit” faalt, maar dat is misschien niet altijd gelukt.

2. We hebben de (complexe) n -de machts eenheidswortels ($x^n = 1$) gedefinieerd als $e^{\pi i j / n}$ voor $j = 0, \dots, n - 1$. Zo kunnen we ook de n -demachts min-eenheidswortels definiëren ($x^n = -1$). Wat zijn de twee 2-de machts min-eenheidswortels?

Antwoord: i en $-i$; algemeen krijg je die wortels door te draaien over π ; dus $e^{(\pi + 2\pi j)i/n}$

Ook hier verrassend veel antwoorden. Doorgaans als je $(a + bi)^2 = z$ uitrekent, krijg je twee vergelijkingen met twee onbekenden, één voor het reële deel van z en één voor het imaginaire deel. In dit geval was het imaginair deel 0 en er volgt $a = 0$ en $b = 1$. Er waren ook een aantal oplossingen met e -machten. Sommige correct, andere niet. Negatieve waarden van j in $e^{2\pi i j / n}$ zijn (eigenlijk) niet toegestaan.