

2015-2016 学年第一学期物理学引论 II 课程设计简述

尤肖天 5140309563 汤舒扬 5140309558 陆一洲 5140309557

2016 年 1 月 11 日

1 设计内容

将大量小铁粉（随机）放置在一个矩形平面区域内，在区域中心等距放置若干（为方便观测，最终选择取 2 个）大磁铁，在若干次敲击抖动平面后，小铁粉分布呈现类似于磁感线的形状。我们试图编程模拟这一过程。我们将两个同样的理想磁铁沿着同一轴线水平放置，磁偶极距方向相同则为模拟异名磁极见磁感线，否则为模拟同名磁极磁感线。

2 实现原理

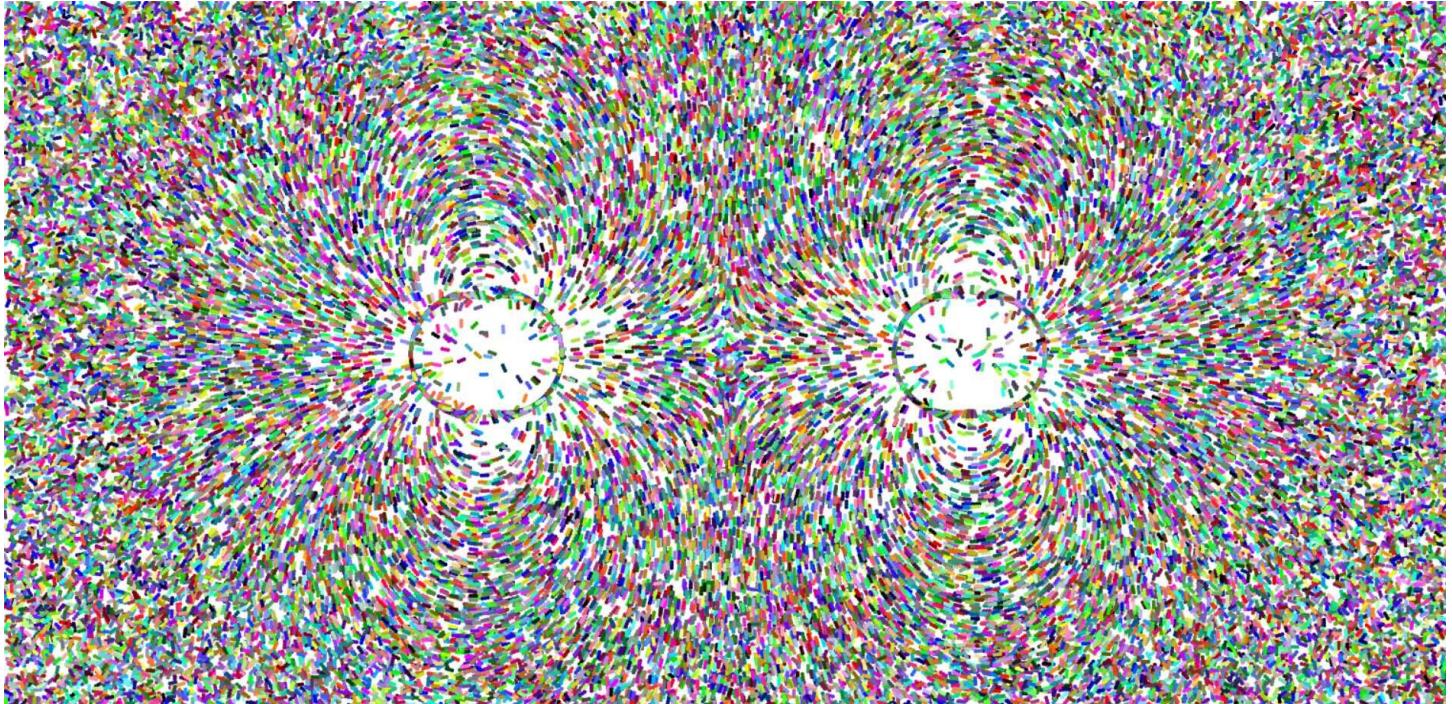
假想有 N 个小铁粉，为了方便处理假想每个小铁粉已经被磁化，保存其中心直角坐标及其中心至 N 极方向的极角，为了方便处理，假想每个小铁粉质量、携带静电荷量、假想长度大小等其他物理属性均相同。对于每一次敲击后的抖动过程：将这个过程假想成一次（匀速的）上抛过程，在上抛过程中，小铁粉因为受到磁铁的干扰而发生位移与转动，同样会因为与其他带磁性铁粉间的相互作用而发生位移与转动。在计算小铁粉受到铁粉作用的过程中，我们把小铁粉假想为一个磁偶极子。在计算小铁粉受到磁铁作用过程中，利用结论：将（大）磁铁中心设置为原点，S 极指向 N 极的方向设为 $x - axis$ 的正方向，在该平面上建立二维笛卡尔坐标系。则其平面上一点 (x, y) 被施加的磁场强度的各个分量为：

$$U_m = \frac{p_m}{4\pi\mu_0} \frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \begin{cases} H_x &= -\frac{\partial U_m}{\partial x} = \frac{p_m}{4\pi\mu_0} \frac{2x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}}, \\ H_y &= -\frac{\partial U_m}{\partial y} = \frac{p_m}{4\pi\mu_0} \frac{3xy}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}} \end{cases}$$

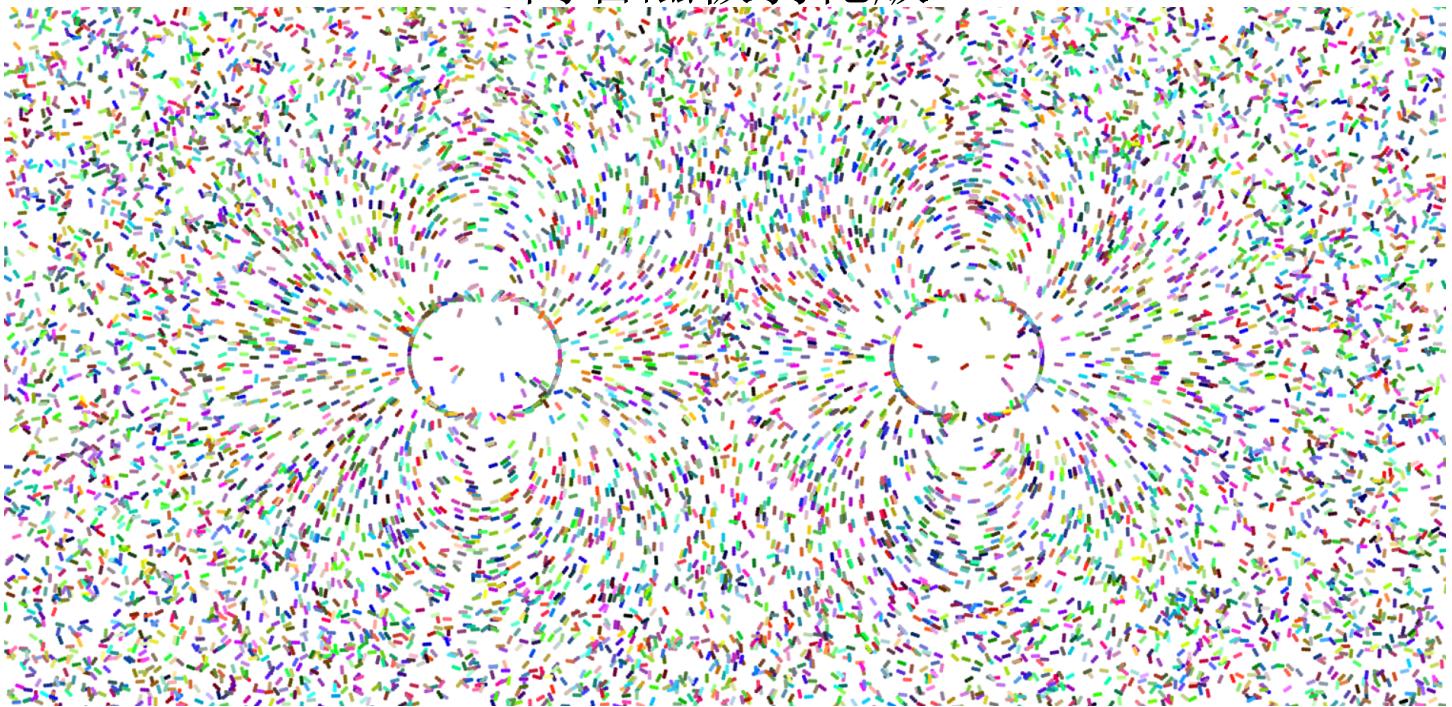
其中 p_m 为大磁铁的磁偶极距。实际操作中，由于在 R^2 上的正交变换为可保证测度之不变，以及 $\text{End}(R^2)$ 之可叠加性，可以先假想为此坐标系，后叠加之以旋转变换以便处理。

3 结果展示

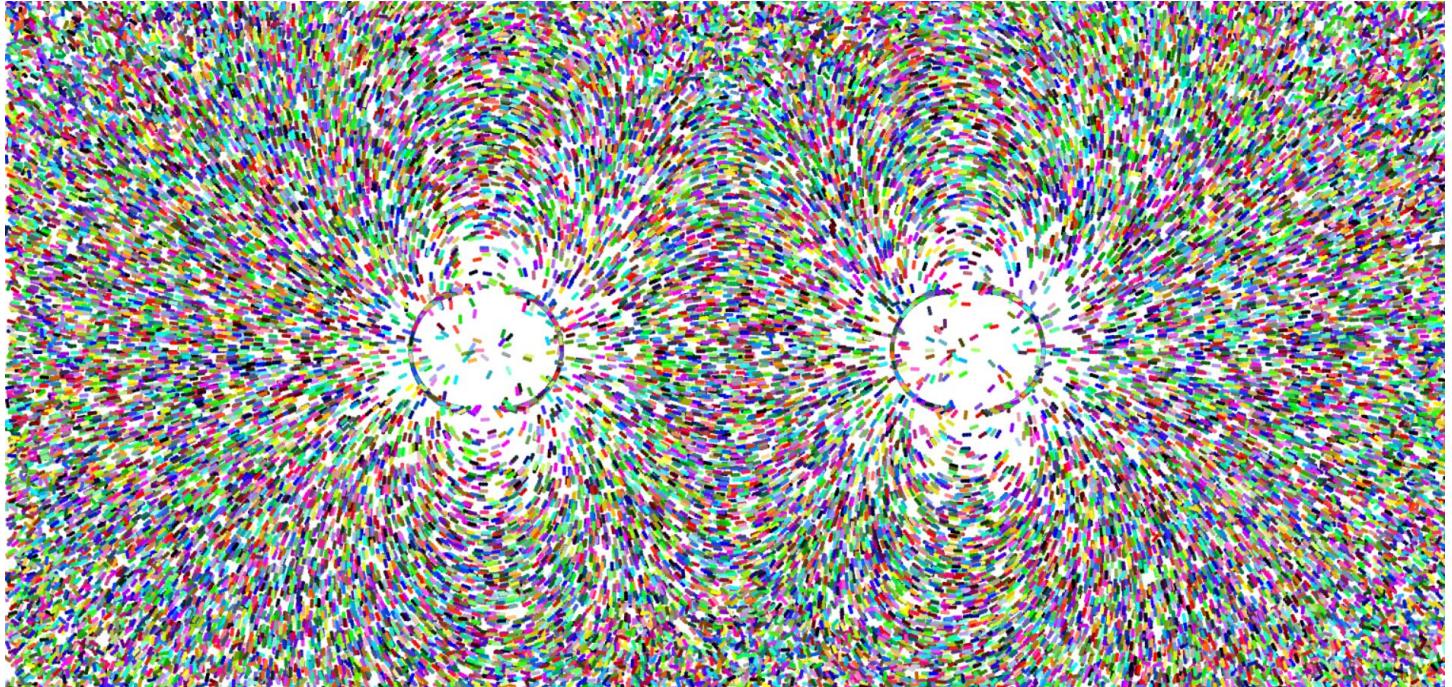
同名磁极



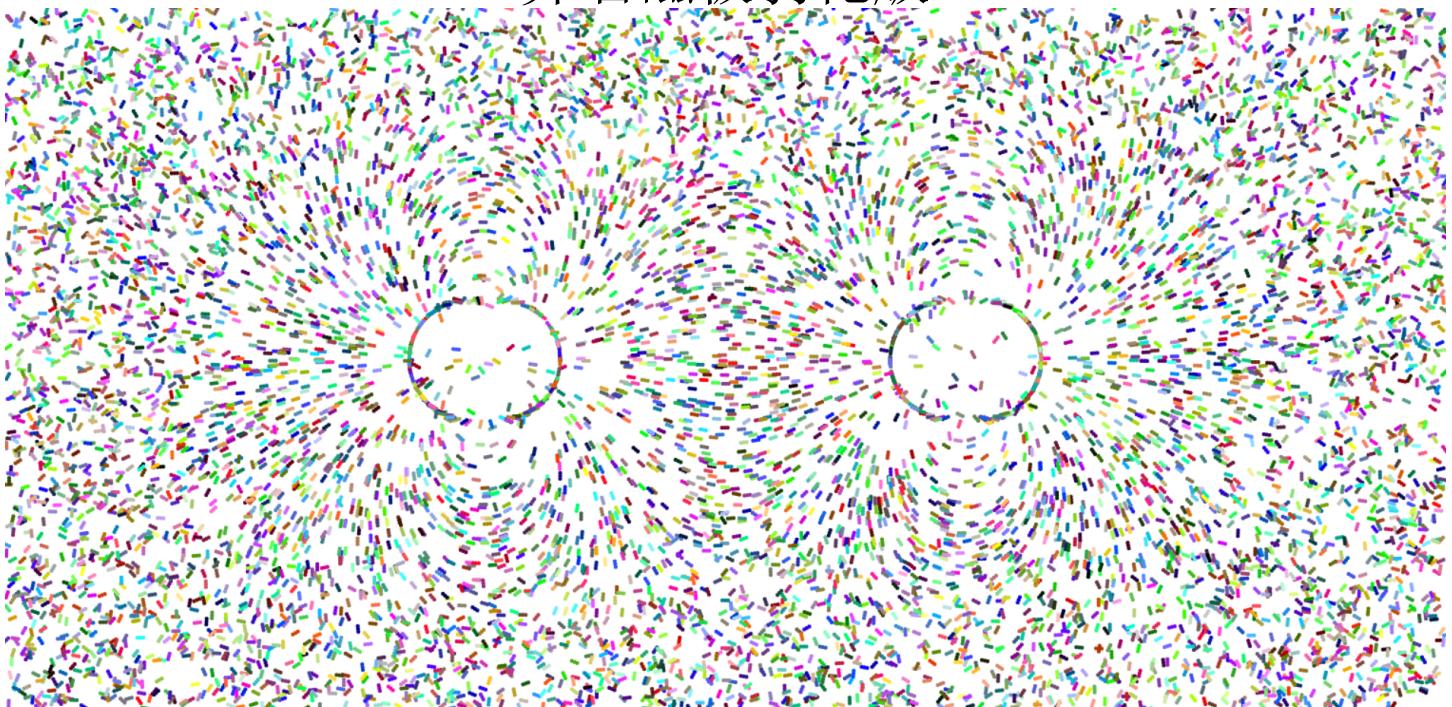
同名磁极弱化版



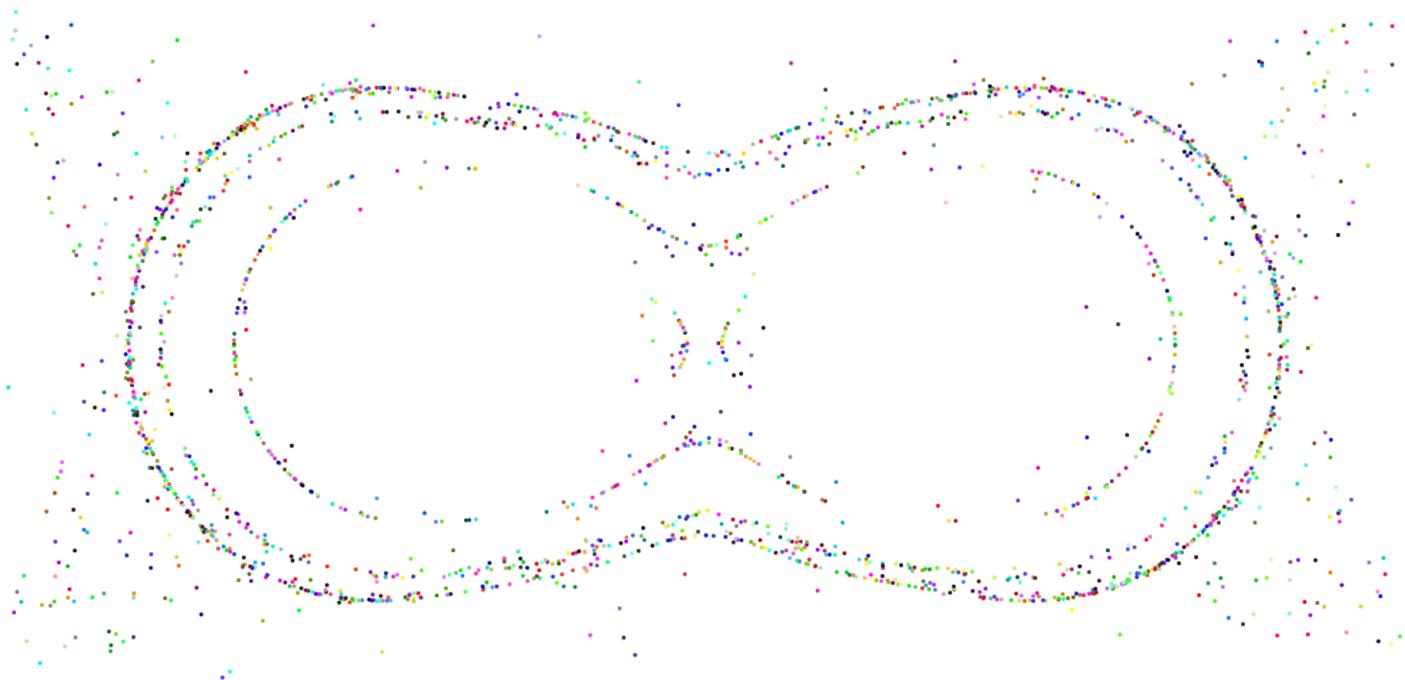
异名磁极



异名磁极弱化版



磁偶极子



磁偶极子弱化版



4 调试过程

之所以将调试过程单独列出，是因为这个 project 相比我们之前在其他课程中遇到的若干情形相较着实难于调试，在编写过程中试用了一些工程性技巧，其中有些值得一提。虽然图形化过程中并没有直接显示出每个小磁铁假想成的磁偶极子的极角方向，但是这是我们用以管窥蠡测程序可靠性的重要参数。

为保证基本框架的基本可靠性，我们首先给全域施加了一个极大的匀强磁场，使得所有其他相互作用在此磁场在大多可以忽略不计，在这一情形下，所有带磁小铁粉应迅速转向磁感线对应方向，然而我们在刚作测试时却没有得到这一结果，随后经过排查，发现了若干处错误并更正之，如果没有这一调试技巧，这些问题在之后可能很难被查出并会严重干扰试验。

为了确定小铁粉间相互作用模拟的可靠性，我们单列出两个小磁铁并用不同初始的摆置方向作试验，随后测试其方向是否可靠。

5 问题与分析

主要遇见的困难：

1. 数量级问题实际运算中，如果按照常规单位制记录数据，则不得不记录一些非常小以至于会导致难以接受的误差的数据。为解决这一问题，采用了非常规的单位制，最终导致换算混乱，难于分析。
2. 所建立模型略有些粗糙，是得最终结果不能很清晰得表现出磁感线的图样。由于运算复杂度在 $O(KN^2)$ (另外不可忽视的是：这个多项式实际带有一个极大的常系数)， K 为敲击次数(最终确定其为 100)， N 为模拟小磁粉个数。
3. 实现过程中，发现会出现这样一个问题：不同于实际实验，很多小铁粉在模拟实验中会被“弹开”(如果距离大磁铁的两个磁极非常接近或者与某个其他的小磁铁间距几乎为零时)，也会有更多的小铁粉在过程中被“愈弹愈远”，为了应对这样的问题：我们想出了两个针对方案：一是在生成小铁粉位置时，保证每个小铁粉不会被分配至大磁铁磁极中心为圆心的一个圆域内；二是把所有铁粉控制在一个假想的“矩形框”内，具体做法是：对于被弹出矩形范围的小铁粉，将其关于被超出的边界线作镜面反射，考虑到遇到类似于“Divided by 0”的问题时小铁粉会被弹出得很远，在这一模拟镜面反射过程中不得不加入一些数学技巧(即超出长度对于矩形另一侧边长的两倍同余取模，再作处理)。

6 温馨提醒

如果要在性能平庸的 PC 上观看演示动画，建议打开弱化版，不然容易爆炸。