

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (M)

Lista M 4

23 października 2014 r.

M 4.1. 1 punkt Które z ciągów:

$$\frac{1}{n^2}, \quad \frac{1}{2^{2^n}}, \quad \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad \frac{1}{e^n}, \quad \frac{1}{n^n}$$

są zbieżne kwadratowo? Odpowiedź uzasadnij.

M 4.2. 1 punkt Znaleźć warunki dotyczące r , które gwarantują, że wzór iteracyjny

$$x_{n+1} = x_n - r f(x_n)$$

daje ciąg zbieżny liniowo do zera funkcji f , jeśli punkt początkowy leży blisko tego zera.

M 4.3. 1,5 punktu Rozważmy metodę iteracyjną określoną przez

$$F(x) = x + f(x)g(x),$$

gdzie $f(\alpha) = 0$ oraz $f'(\alpha) \neq 0$. Jakie warunki powinna spełniać funkcja g , aby dla dostatecznie bliskich wartości początkowych, metoda była zbieżna sześciennie do α ?

M 4.4. 1 punkt *Metoda Halleya* rozwiązywania równania $f(x) = 0$ korzysta ze wzoru iteracyjnego

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n) f(x_n)'}{(f(x_n)')^2 - (f(x_n)f(x_n)'')/2}.$$

Wykazać, że jest to metoda równoważna metodzie Newtona zastosowanej do funkcji $f/\sqrt{f'}$.

M 4.5. 1 punkt Wykazać dla metody siecznych, że jeśli $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = q$ oraz $f'(q) \neq 0$, to q jest zerem funkcji f .

M 4.6. 1,5 punktu Udowodnij, że metoda iteracyjna:

$$x_{n+1} = \frac{x_n (x_n^2 + 3R)}{3x_n^2 + R}$$

jest zbieżna sześciennie do \sqrt{R} .

M 4.7. 1,5 punktu Rozważmy metodę Olvera,

$$c_{n+1} = c_n - \frac{f(c_n)}{f'(c_n)} - \frac{1}{2} \frac{f''(c_n)[f(c_n)]^2}{[f'(c_n)]^3},$$

która służy do rozwiązywania równań nieliniowych. Pokaż, że przy pewnych założeniach jej zbieżność jest co najmniej sześcienna.

M 4.8. 1,5 punktu Rozważmy metodę Steffensena,

$$c_{n+1} = c_n - \frac{[f(c_n)]^2}{f[c_n + f(c_n)] - f(c_n)},$$

która służy do rozwiązywania równań nieliniowych. Pokaż, że przy pewnych założeniach jej zbieżność jest co najmniej kwadratowa.