Πανεπιστήμιο Πατρών

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής

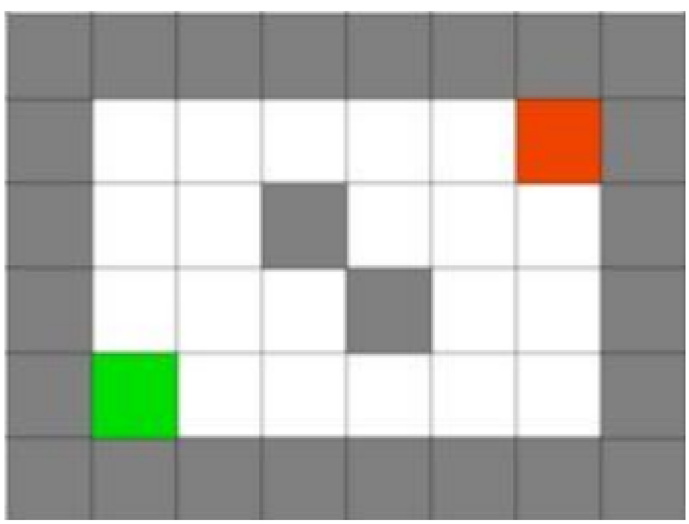
Εισαγωγή στις ευρετικές μεθόδους

Project Μέρος 1ο

Όνομα: Σπύρος Καφτάνης

ΑΜ: 23 5542

April 26, 2015



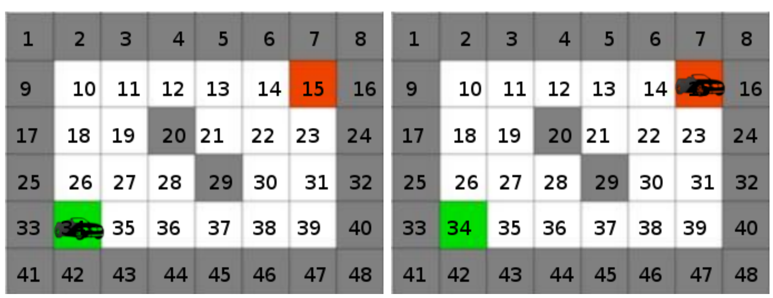
Εξάμηνο: 6ο

A.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα αναζητούμε τη βέλτιστη διαδρομή (δηλαδή τη διαδρομή που περιλαμβάνει τα λιγότερα τετραγωνάκια) ξεκινώντας από το πράσινο σημείο του χάρτη (νούμερο 34) για να καταλήξουμε στο κόκκινο (νούμερο 15). Γίνεται η υπόθεση ότι οι μόνες επιτρεπτές κινήσεις είναι οι κάθετες και οι οριζόντιες και ΟΧΙ οι διαγώνιες. Η αρίθμηση που χρησιμοποιείται φαίνεται στη παρακάτω εικόνα, στην οποία τα γκρι τετράγωνα συμβολίζουν εμπόδια, πράγμα που σημαίνει ότι δεν είναι προσπελάσιμα.

Εικόνα 1: Ο χάρτης με αριθμημένα τετράγωνα

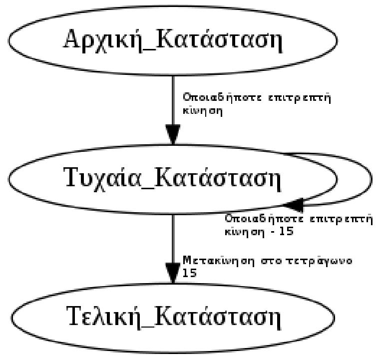
Ορίζεται σαν αρχική κατάσταση η κατάσταση κατά την οποία ο "οδηγός" βρίσκεται στο τετράγωνο 34, ενώ τελική όταν αυτός βρίσκεται στο τετράγωνο 15, όπως επιβάλλει το πρόβλημα.



Εικόνα 2: Η αρχική και η τελική κατάσταση

Τυχαία κατάσταση ορίζεται μια οποιαδήποτε άλλη έγκυρη κατάσταση, δηλαδή οποιαδήποτε θέση πέρα από τις θέσεις των εμποδίων, της αρχικής και της τελικής.

Χώρος καταστάσεων (stace space ή domain space) ενός ονομάζεται το σύνολο όλων των έγκυρων καταστάσεων. Συνεπώς, όπως υποθέσαμε νωρίτερα, αν ο οδηγός ξεκινήσει από το τετράγωνο 34, η επόμενή του κίνηση μπορεί να είναι σε κάποιο από τα 26,35 (απαγορεύονται τα διαγώνια και η είναι αδύνατη η προσπέλαση των εμποδίων). Ανάλογα με τη πρώτη αυτή επιλογή ο οδηγός έχει ξανά κάποιες διαθέσιμες επιλογές έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι κανόνες (από το 26 μπορεί να πάει στο 18 ή στο 27, ενώ από το 35 στο 27 ή στο 36) κτλ. Μένοντας στη αρχική, την τελική και τη τυχαία κατάσταση που ορίσαμε έχουμε ένα απλό χώρο καταστάσεων στην εικόνα 3.



Εικόνα 3: Ο χώρος καταστάσεων

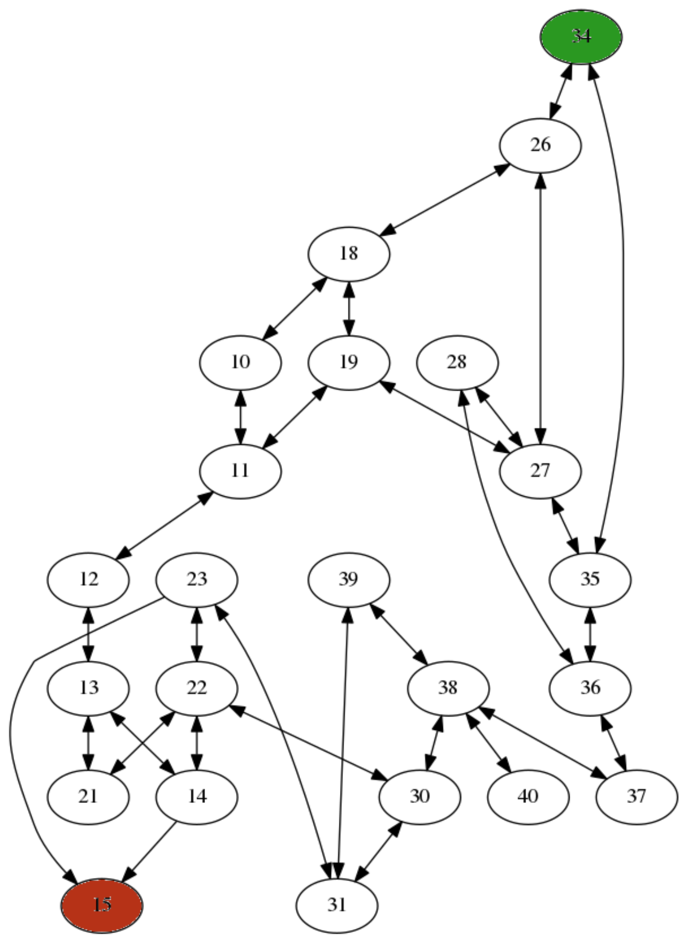
Από την "Αρχική Κατάσταση" (τετράγωνο 34) μπορούμε να μετακινηθούμε σε κάποια "Τυχαία Κατάσταση". Από εκεί με οποιαδήποτε επιτρεπτή κίνηση εκτός από κάποια κίνηση που οδηγεί στο τετράγωνο 15 παραμένουμε στην κατάσταση "Τυχαία Κατάσταση", σύμφωνα με τον ορισμό που δώσαμε. Εάν με κάποιο τρόπο βρεθούμε στη θέση 15 τότε προφανώς βρισκόμαστε στη "Τελική Κατάσταση".

Η απάντηση αυτή υλοποιεί τα βήματα 1 και 2 του σπιράλ, δηλαδή τη περιγραφή του προβλήματος και τη περιγραφή του ζητούμενου αποτελέσματος.

Β.

Το πρόβλημα το οποίο περιγράφηκε πρόκειται όπως είναι φανερό, για ένα πρόβλημα αναζήτησης. Ο αλγόριθμος πρέπει να βρει τη διαδρομή που κοστίζει λιγότερο ανάμεσα σε 2^{22} πιθανές διαδρομές, χωρίς να υπολογίζουμε τις διαδρομές που επαναλαμβάνουν τετράγωνα. Είναι φανερό πως διαδρομή που επαναλαμβάνει τετράγωνα δεν είναι δυνατόν να είναι βέλτιστη.

Ένα χρήσιμο εργαλείο πριν την οποιαδήποτε προσπάθεια λύσης που αποτυπώνει καλύτερα το πρόβλημα είναι ένα γράφημα αναζήτησης, το οποία αναπαριστά γραφικά το σύνολο όλων των καταστάσεων που είναι προσβάσιμες από την αρχική.



Εικόνα 4: Γράφημα αναζήτησης

Υποθέτουμε ότι η δυνατότητα της επανάληψης τετραγώνων είναι δυνατή, αλλά δε χρησιμοποιείται από τους αλγορίθμους παρά μόνο εάν υπάρχει κάποιου είδους αδιέξοδο.

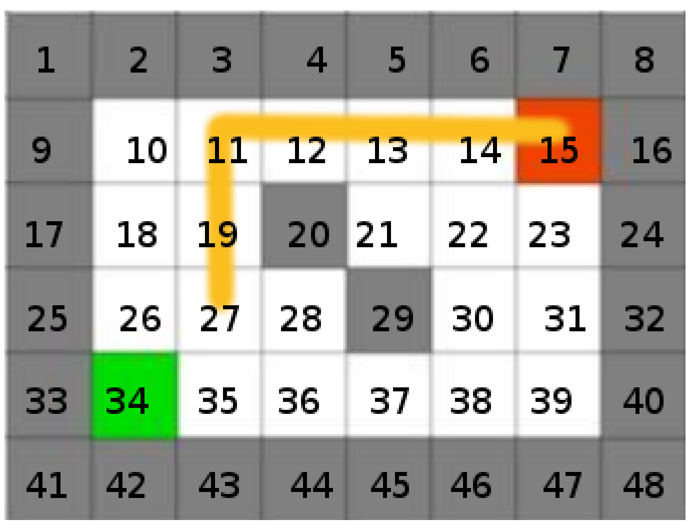
Γ.

Εξαντλητική Αναζήτηση

Μια πρώτη ιδέα για την επίλυση αυτού του προβλήματος είναι η αναζήτηση της κάθε λύσης στο χώρο αναζήτησης μέχρι να βρεθεί η καλύτερη. Ακόμα και αν αφαιρέσουμε τις διαδρομές που επαναλαμβάνουν τετράγωνο ο χώρος αναζήτησης είναι απαγορευτικά μεγάλος.

Αλγόριθμος A*

Ο αλγόριθμος είναι αυτός είναι είναι ένας μη άπληστος αλγόριθμος ο οποίος με τη χρήση κάποιας ευρετικής συνάρτησης μπορεί να υπολογίσει την ποιότητα των αποφάσεων που υπολείπονται για να φτάσουμε στον στόχο. Στον αλγόριθμο αυτό κάθε τετράγωνο περιέχει μια τιμή h(q), η οποία μας δείχνει την ποιότητα της απόφασης να μετακινηθούμε εκεί. Μαζί με τη ποιότητα πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν και το κόστος μετακίνησης από το ένα τετράγωνο στο άλλο, όπου εδώ υποθέτουμε ότι είναι μηδενικό. Συνεπώς το πρώτο βήμα είναι ο υπολογισμός του h για κάθε τετράγωνο. Μία ευρετική συνάρτηση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι η απόσταση Manhattan. Η απόσταση αυτή είναι το άθροισμα των κινήσεων της κάθετης διαδρομής μέχρι το σημείο τερματισμού αδιαφορώντας για τα εμπόδια, όπως φαίνεται στη παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 5: Απόσταση Manhattan για το τετράγωνο 27

Το h(27) είναι 6. Ο αλγόριθμος απαιτεί τον υπολογισμό την τιμής αυτής για όλα τα ενεργά τετράγωνα όπως φαίνεται στην εικόνα 6.

Εικόνα 6: Απόστασεις Manhattan

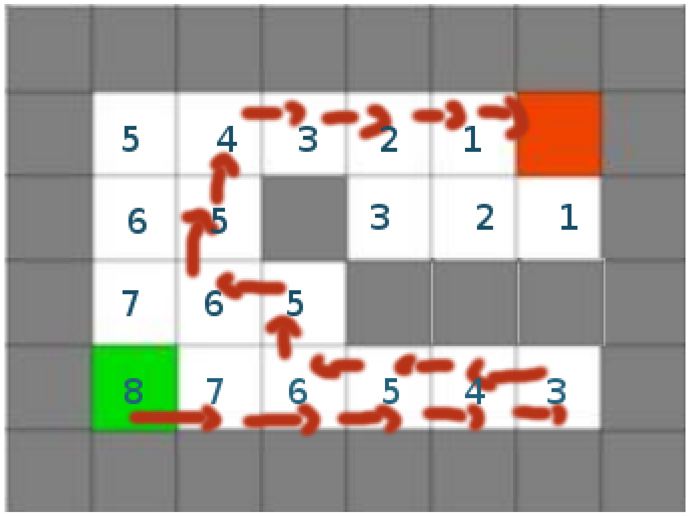
Έχοντας τη συγκεκριμένη ευρετική συνάρτηση μπορούμε να προχωρήσουμε στον αλγόριθμο. Αρχικά η αφετηρία γίνεται ο πατέρας με όλα τα γειτονικά τετράγωνα τα οποία μπορούν να επικοινωνήσουν μαζί του να γίνονται παιδιά. Από αυτά επιλέγεται αυτό με τη μικρότερη h τιμή. Αν είναι ίδια επιλέγεται κάποια στη τύχη. Αρχικά λοιπόν ο αλγόριθμος θα έχει να επιλέξει μεταξύ του 35 και του 26. Θα επιλέξει στην τύχη αφού h(35)=h(26) και θα συνεχίσει τη πορεία μέχρι το τέλος. Ο αλγόριθμος προσαρμόζει τα παιδιά σε καλύτερους γονείς στη πορεία εάν εντοπίσει πιο γρήγορη διαδρομή. Όταν φτάσουμε στη τελική κατάσταση απλώς ακολουθείται η πορεία από το τελευταίο παιδί στον γονέα για να εμφανιστεί το μονοπάτι. (Το συγκεκριμένο παράδειγμα είναι αρκετά απλό για να φανούν οι δυνατότητες του A* στη πράξη. Μία βέλτιστη διαδρομή που προκύπτει είναι η 34-26-18-10-11-12-13-14-15).

Άπληστος αλγόριθμος

Χρησιμοποιώντας την απόσταση Manhattan της εικόνας 5, μπορούμε να δημιουργήσουμε και έναν άπληστο αλγόριθμο για το πρόβλημα αυτό. Ως γνωστών, οι άπληστοι αλγόριθμοι λειτουργούν σε βήματα, κάθε τους κίνηση είναι αμετάκλητη και η επιλογή που κάνουν είναι αυτή που φαίνεται καλύτερη με βάση τη τρέχουσα κατάσταση. Έτσι ξεκινώντας από την αφετηρία ο αλγόριθμος επιλέγει σε ποια από τις γειτονικές επιτρεπτές θέσεις θα πάει. Η απόφαση αυτή δε μπορεί να αλλάξει στη συνέχεια. Στη συγκεκριμένη περίπτωση ο αλγόριθμος αυτός βρίσκει τη βέλτιστη διαδρομή, αλλά γενικά είναι εύκολο να αποτύχει.

Δ.
Τα κριτήρια που θα οδηγήσουν στην επιλογή της καλύτερης λύσης είναι η αποτελεσματικότητα και η ταχύτητα.

Και οι τρεις αλγόριθμοι στο συγκεκριμένο παράδειγμα παράγουν την βέλτιστη διαδρομή.
Τι θα γινόταν όμως εάν είχαμε το παρακάτω σχήμα;



Εικόνα 7: Αποτυχία της απληστίας

Ο άπληστος αλγόριθμος (με λίγη ατυχία στις ισοβάθμιες) θα ακολουθούσε τη παραπάνω διαδρομή η οποία απέχει πολύ από τη βέλτιστη. Από την άλλη και ο Α* και η εξαντλητική αναζήτηση δε θα έπεφταν στη παγίδα.

Η εξαντλητική αναζήτηση βέβαια δεν μπορεί να θεωρείται ρεαλιστική επιλογή καθώς καταπατά το κριτήριο της ταχύτητας, μιας και χρειάζεται υπερβολικά πολλούς υπολογισμούς και πολύ χρόνο.

Σύμφωνα με τα κριτήρια αυτά καταλήγουμε στο ότι ο Α* είναι ο αποδοτικότερος αλγόριθμος για τέτοιου είδους προβλήματα, μιας και παράγει σίγουρα τη βέλτιστη λύση χάρη στο γεγονός της προσαρμοστικότητας του στις μελλοντικές συνθήκες.