

Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Μηχ. Η/Υ & Πληροφορικής

ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

Ακαδημαϊκό Έτος 2015-2016

1η Εργαστηριακή Άσκηση

*Γενικές Πληροφορίες*

- Η παρούσα άσκηση είναι υποχρεωτική. Ο βαθμός στην άσκηση θα αντιστοιχεί στο 20% της τελικής βαθμολογίας (το υπόλοιπο 80% θα δίνεται από την τελική εξέταση).
- Η άσκηση είναι ατομική και θα γίνει προφορική εξέταση σε αυτή (δειγματοληπτικά) στο τέλος του εξαμήνου.
- Η άσκηση έχει δύο ερωτήματα, κάθε ένα με μια διαφορετική ημερομηνία παράδοσης. Πιο συγκεκριμένα, το πρώτο ερώτημα θα πρέπει να απαντηθεί έως 7/12/2015 και το δεύτερο ερώτημα έως 21/12/2015.
- Οι απαντήσεις (αναφορές) θα πρέπει να υποβληθούν υποχρεωτικά μέσω του e-class (ενότητα «Εργασίες»). Επίσης, οι αναφορές θα πρέπει να παραδοθούν και εκτυπωμένες στη θυρίδα του μαθήματος (ΠΡΟΚΑΤ). Στο τέλος της αναφοράς, παραθέστε τον κώδικα που υλοποιήσατε. Το αρχείο της αναφοράς θα πρέπει να είναι σε μορφή pdf και να έχει ως όνομα τον αριθμό μητρώου σας. Για παράδειγμα αν η άσκηση έχει γίνει από τον φοιτητή με ΑΜ 3648 θα πρέπει το αρχείο να έχει όνομα 3648.pdf.
- Για να ανεβάσετε μια άσκηση θα πρέπει πρώτα να έχετε εγγραφεί στο μάθημα. Αν δεν είστε εγγεγραμμένοι στο μάθημα το σύστημα δεν θα σας αφήσει να ανεβάσετε την άσκηση. Η εγγραφή γίνεται από τις επιλογές που διατίθενται στο e-class.
- Τυχόν απορίες σχετικές με την άσκηση θα λύνονται μέσω του forum του μαθήματος. Επίσης, απορίες θα λύνονται και κάθε Τετάρτη 2-3 μ.μ. στο χώρο του Εργαστηρίου επεξεργασίας σημάτων και τηλεπικοινωνιών.
- Θα ακολουθήσει και δεύτερη εργαστηριακή άσκηση, η οποία θα έχει προαιρετικό χαρακτήρα και θα μετρά μόνο θετικά (1 μονάδα).

## Ερώτημα 1 – Κωδικοποίηση Huffman

Σκοπός του ερωτήματος αυτού είναι να μελετηθεί εκτενώς η μέθοδος κωδικοποίησης διακριτών πηγών που βασίζεται στον κώδικα Huffman. Αυτό θα επιτευχθεί μέσω της μελέτης σχετικής βιβλιογραφίας, αλλά και μέσω της υλοποίησης ενός συστήματος κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης μιας πηγής χαρακτήρων κειμένου. Η απόδοση του συστήματος θα εξεταστεί ως προς τη δυνατότητα συμπίεσης τόσο «τεχνητών» πηγών (τυχαία παραγόμενοι χαρακτήρες) όσο και πραγματικών πηγών (αρχείου Αγγλικών λέξεων) στο υπολογιστικό περιβάλλον MATLAB.

### Πηγές για το ερώτημα 1

Για να αξιολογήσουμε τη δυνατότητα συμπίεσης / κωδικοποίησης των τεχνικών που θα μελετήσουμε στα πλαίσια της άσκησης, θεωρούμε τις ακόλουθες πηγές:

- **Πηγή Α:** Η πηγή Α θεωρούμε πως είναι μια τεχνητή πηγή, και πιο συγκεκριμένα μια διακριτή πηγή χωρίς μνήμη που παράγει πεζούς χαρακτήρες του Αγγλικού αλφάβητου με βάση συγκεκριμένες πιθανότητες. Για τις πιθανότητες της πηγής μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις τιμές που δίνονται σε [αυτό το σύνδεσμο](#). Στο MATLAB, μπορείτε εύκολα να δημιουργήσετε μια τυχαία πηγή χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `randsrc`.
- **Πηγή Β:** Η πηγή Β είναι ένα αρχείο το οποίο δίνεται και το οποίο περιέχει 3.857 Αγγλικές λέξεις οι οποίες ξεκινούν από το χαρακτήρα `k`.

### Ερωτήσεις – Ζητούμενα για το ερώτημα 1

Για το πρώτο ερώτημα της εργαστηριακής άσκησης καλείστε να συντάξετε μια τεχνική αναφορά η οποία να παρουσιάζει τα κυριότερα σημεία της θεωρίας κωδικοποίησης πηγής και του κώδικα Huffman, και να απαντά στα ακόλουθα ερωτήματα:

1. Θα πρέπει να υλοποιηθούν τρεις συναρτήσεις (3 m-files) στο περιβάλλον του MATLAB. Η λειτουργία κάθε συνάρτησης θα είναι (α) ο υπολογισμός των κωδικών λέξεων της κωδικοποίησης Huffman χρησιμοποιώντας ένα αλφάβητο εισόδου καθώς και τις αντίστοιχες πιθανότητες, (β) η συμπίεση / κωδικοποίηση μιας ακολουθίας από σύμβολα σε δυαδικά ψηφία και (γ) η αποσυμπίεση / αποκωδικοποίηση μιας δυαδικής ακολουθίας σε σύμβολα. Δηλαδή, θα πρέπει να φτιαχτούν συναρτήσεις αντίστοιχες των συναρτήσεων (α) `huffmandict`, (β) `huffmanenco` και (γ) `huffmandeco` που

παρέχει το MATLAB. Επισημαίνεται πως δεν επιτρέπεται η χρήση των έτοιμων συναρτήσεων για το ερώτημα αυτό.

2. Να χρησιμοποιήσετε τις συναρτήσεις που αναπτύξατε στο προηγούμενο ερώτημα και τις πιθανότητες των συμβόλων της πηγής A, για να κωδικοποιήσετε τόσο την πηγή A (δημιουργήστε 10.000 τυχαίους χαρακτήρες) όσο και την πηγή B. Να επιβεβαιώσετε τη σωστή αποκωδικοποίηση, και να σχολιάσετε το μήκος της κωδικοποίησης για κάθε πηγή.
3. Να κωδικοποιήσετε την πηγή B, χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά πιθανότητες συμβόλων τις οποίες θα εκτιμήσετε από το αρχείο kwords.txt το οποίο σας δίνεται. Σχολιάστε το μήκος της κωδικοποίησης που προκύπτει αυτή τη φορά.
4. Να θεωρήσετε τη δεύτερης τάξης επέκταση της πηγής A, να υπολογίσετε τις πιθανότητες εμφάνισης κάθε ζεύγους από χαρακτήρες και να κωδικοποιήσετε 5.000 ζεύγη χαρακτήρων της πηγής A. Να συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με τη θεωρία και με τα αποτελέσματα του ερωτήματος 2 πιο πάνω.
5. Να κωδικοποιήσετε την πηγή B, τόσο με τις πιθανότητες των ζευγών χαρακτήρων του προηγούμενου ερωτήματος, όσο και με πιθανότητες για ζεύγη χαρακτήρων τις οποίες θα εκτιμήσετε από το ίδιο το αρχείο. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας.

## *Ερώτημα 2 - Κωδικοποίηση PCM*

Η PCM είναι μια μέθοδος κωδικοποίησης κυματομορφής, η οποία μετατρέπει ένα αναλογικό σήμα σε ψηφιακά δεδομένα. Τυπικά, η μέθοδος PCM αποτελείται από τρία βασικά τμήματα: έναν δειγματολήπτη, έναν κβαντιστή, και έναν κωδικοποιητή. Η έξοδος του κωδικοποιητή είναι μια ακολουθία από κωδικές λέξεις (σύμβολα) σταθερού μήκους N bits.

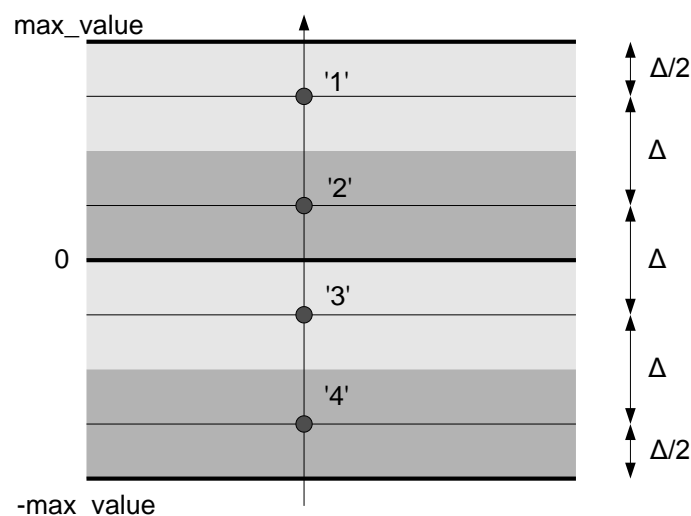
Στην άσκηση αυτή, ο βασικός στόχος είναι η εξοικείωση με τη λειτουργία του κβαντιστή. Συγκεκριμένα, καλούμαστε να υλοποιήσουμε έναν ομοιόμορφο και ένα μη ομοιόμορφο κβαντιστή N bits, δηλαδή  $2^N$  επιπέδων. Οι κβαντιστές πρέπει να υλοποιηθούν ως συναρτήσεις MATLAB:

### **Ομοιόμορφος Κβαντιστής**

- `[xq, centers] = my_quantizer(x, N, min_value, max_value);`
- x: το σήμα εισόδου υπό μορφή διανύσματος
- N: ο αριθμός των bits που θα χρησιμοποιηθούν
- max\_value: η μέγιστη αποδεκτή τιμή του σήματος εισόδου

- `min_value`: η ελάχιστη αποδεκτή τιμή του σήματος εισόδου
- `xq`: το διάνυσμα του σήματος εξόδου κωδικοποιημένο ως εξής: τα επίπεδα κβάντισης αναπαρίστανται με τους ακέραιους  $1, 2, \dots, 2N$ , όπου το μεγαλύτερο θετικό επίπεδο κβάντισης αντιστοιχεί στον ακέραιο 1. Οι ακέραιοι αυτοί μπορούν να αναπαρασταθούν δυαδικά με  $N$  bits.
- `centers`: τα κέντρα των περιοχών κβάντισης.

Ειδικότερα, ο κβαντιστής θα πρέπει να περιορίζει τη δυναμική περιοχή του σήματος εισόδου στις τιμές  $[\text{min\_value}; \text{max\_value}]$ , θέτοντας τα δείγματα που βρίσκονται εκτός δυναμικής περιοχής στην αντίστοιχη ακραία αποδεκτή τιμή. Στη συνέχεια, ο κβαντιστής θα υπολογίζει το βήμα κβαντισμού  $\Delta$ , τα κέντρα της κάθε περιοχής, την περιοχή στην οποία ανήκει κάθε δείγμα του σήματος εισόδου, και θα βγάζει ως έξοδο το διάνυσμα `xq` των ακεραίων. Το διάνυσμα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως δείκτης στο διάνυσμα `centers`, και να πάρουμε το κβαντισμένο σήμα ως `centers(xq)`. Το 1<sup>ο</sup> στοιχείο του διανύσματος οφείλει να είναι το μικρότερο επίπεδο κβάντισης και το τελευταίο στοιχείο το μεγαλύτερο επίπεδο κβάντισης. Ένα παράδειγμα των περιοχών κβάντισης για  $N=2$  bits φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 1: Παράδειγμα επιπέδων ομοιόμορφου κβαντιστή για  $N=2$ bits

### Μη Ομοιόμορφος Κβαντιστής

Για τη μη ομοιόμορφη κβάντιση του διανύσματος εισόδου θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Lloyd-Max ο οποίος επιτρέπει την σχεδίαση βέλτιστου κβαντιστή για οποιοδήποτε αριθμό επιπέδων. Καλείστε να υλοποιήσετε σε MATLAB την παρακάτω συνάρτηση:

```
[xq, centers, D] = Lloyd_Max(x, N, min_value, max_value);
```

Οι εισοδοι είναι ίδιες με την περίπτωση του ομοιόμορφου κβαντιστή.

- $x_q$ : το κωδικοποιημένο διάνυσμα εξόδου μετά από  $K_{\max}$  επαναλήψεις του αλγορίθμου, όπως στην περίπτωση του ομοιόμορφου κβαντιστή
- $\text{centers}$ : τα κέντρα των περιοχών κβάντισης μετά από  $K_{\max}$  επαναλήψεις του αλγορίθμου
- $D$ : Διάνυσμα που περιέχει τις τιμές  $[D_1:D_{k_{\max}}]$  όπου  $D_i$  αντιστοιχεί στην μέση παραμόρφωση στην επανάληψη  $i$  του αλγορίθμου.

**Παρακάτω δίνεται μια σύντομη περιγραφή του αλγορίθμου:**

1. Αρχικά επιλέγετε ένα τυχαίο σύνολο επιπέδων κβαντισμού:

$$\{\tilde{x}_1^{(0)}, \tilde{x}_2^{(0)}, \dots, \tilde{x}_M^{(0)}\}$$

Στα πλαίσια της άσκησης επιλέξτε τα επίπεδα αυτά να αντιστοιχούν στα κέντρα του ομοιόμορφου κβαντιστή.

Σε κάθε επανάληψη  $i$  του Αλγόριθμου Lloyd-Max:

1. Υπολογίζετε τα όρια των ζωνών κβαντισμού, που πρέπει να είναι στο μέσον των επιπέδων κβαντισμού, δηλαδή:

$$T_k = (\tilde{x}_k^{(i)} + \tilde{x}_{k+1}^{(i)}) / 2, \quad 1 \leq k \leq M - 1$$

Σε κάθε επανάληψη εκτός της τελευταίας, στο διάνυσμα των κέντρων οφείλετε να συμπεριλαμβάνετε ως κέντρα τα  $\text{min\_value}$  και  $\text{max\_value}$ . Δηλαδή, σε κάθε επανάληψη το εύρος του σήματος να είναι το  $[\text{min\_value}, \text{max\_value}]$ .

2. Υπολογίστε το κβαντισμένο σήμα με βάση τις περιοχές αυτές και μετρήστε την μέση παραμόρφωση  $D_i$  με βάση το δοθέν σήμα
3. Τα νέα επίπεδα κβαντισμού είναι τα κεντροειδή των ζωνών:

$$\tilde{x}_k^{(i+1)} = E[x | T_{k-1} < x < T_k]$$

4. Επαναλαμβάνουμε τα 3 τελευταία βήματα μέχρις ότου:

$$|D_i - D_{i-1}| < \varepsilon$$

Η τιμή του  $\epsilon$  καθορίζει και τον αριθμό των  $K_{\max}$  επαναλήψεων. Τα κέντρα μετά από κάθε επανάληψη θα είναι ίδια σε πλήθος. Αυτό που αλλάζει είναι η θέση τους, καθώς οι περιοχές κβάντισης θα ορίζονται ως  $[\min\_value, \{centers(1)+centers(2)\}/2], [\{centers(1)+centers(2)\}/2, \{centers(2)+centers(3)\}/2], \dots, [\{centers(end-1)+centers(end)\}/2, \max\_value]$ . Στην περίπτωση που εντοπίσετε κάποιο NaN κατά την εκτέλεση κάποιου κβαντιστή, το πρόβλημα ενδέχεται να βρίσκεται στην είσοδο και να χρειαστεί κάποια κανονικοποίηση στα δεδομένα εισόδου.

## Πηγές για το ερώτημα 2

Στο ερώτημα αυτό, θα κωδικοποιήσουμε δύο πηγές, A και B. Η έξοδος της πρώτης πηγής A είναι μια τυχαία διαδικασία, που ακολουθεί την εκθετική κατανομή. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_X(x)$  της εκθετικής κατανομής δίνεται παρακάτω:

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

Για να παράγετε M δείγματα μιας τέτοιας τυχαίας διαδικασίας στο MATLAB, μπορείτε να ακολουθήσετε την ακόλουθη διαδικασία:

1. Παράγετε M δείγματα από μια κυκλικά συμμετρική μιγαδική Gaussian κατανομή μέσης τιμής 0 και διασποράς 1 ( $t \sim \text{CN}(0,1)$ ) χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `randn(.)` ως:

```
>> t = (randn(M,1)+j*randn(M,1))/sqrt(2);
```

2. Τα M δείγματα που προκύπτουν από το τετράγωνο του μέτρου των παραπάνω δειγμάτων ακολουθούν εκθετική κατανομή

```
>> x = abs(t).^2;
```

Για τις ανάγκες της άσκησης,  $M=10000$ . Μέχρι την τελική συγγραφή της άσκησης όμως, μπορείτε να πειραματιστείτε με λιγότερα δείγματα για να αποφύγετε τους μεγάλους χρόνους εκτέλεσης των κβαντιστών.

Η πηγή B είναι ένα σήμα φωνής το οποίο εκτείνεται συχνотικά μέχρι τα 4KHz περίπου. Δίνεται ένα ψηφιακό ηχητικό σήμα υπό μορφή αρχείου κυματομορφής (.wav) το οποίο θα θεωρήσουμε ικανοποιητική αναπαράσταση του αντίστοιχου αναλογικού. Το αρχείο 'speech.wav', περιέχει δείγματα

σήματος φωνής με ρυθμό δειγματοληψίας  $f_s = 8$  KHz κβαντισμένα με  $N = 16$  bits (PCM κωδικοποίηση).

Για να φορτώσετε το σήμα στο MATLAB, χρησιμοποιήστε την εντολή:

```
>>[y,fs,N]=wavread('speech.wav');
```

ενώ για να το ακούσετε, την εντολή

```
>>wavplay(y,fs);
```

Σε περίπτωση που το εύρος τιμών της πηγής είναι μεγαλύτερο από το εύρος  $[\min\_value, \max\_value]$ , τότε να κανονικοποιήσετε τη πηγή B στο διάστημα  $[\min\_value, \max\_value]$ .

## Ερωτήσεις – Ζητούμενα για το ερώτημα 2

1. Χρησιμοποιώντας τον ομοιόμορφο κβαντιστή που υλοποιήσατε, κωδικοποιήστε την πηγή A για  $\min\_value = 0$ ,  $\max\_value = 4$ , και  $N=4$  και 6 bits.
  - a. Υπολογίστε το SQNR (dB) στην έξοδο του κβαντιστή. Συγκρίνετε τη μέση παραμόρφωση που μετράτε, με αυτή που προκύπτει αν την υπολογίσετε θεωρητικά και σχολιάστε τα αποτελέσματα.
  - b. Ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί η είσοδος του κβαντιστή εκτός της δυναμικής περιοχής του (πιθανότητα υπερφόρτωσης – distortion overload); Υπολογίστε πειραματικά την πιθανότητα αυτή.
2. Χρησιμοποιώντας τον ομοιόμορφο κβαντιστή και τον αλγόριθμο Lloyd-Max, κωδικοποιήστε την πηγή B για  $\min\_value = -1$ ,  $\max\_value = 1$  και  $N = 2, 4$  και 6 bits.
  - a. Σχεδιάστε το πώς μεταβάλλεται το SQNR (dB) σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων του αλγορίθμου  $K_{max}$  (χρησιμοποιήστε οποιαδήποτε τιμή  $\epsilon = [10^{-16}, 10^{-6}]$ ).
  - b. Συγκρίνετε τη τιμή του SQNR μετά από  $K_{max}$  επαναλήψεις με αυτή που προκύπτει αν χρησιμοποιήσουμε ομοιόμορφο κβαντιστή. Υπολογίστε και σχολιάστε την απόδοση των δύο κβαντιστών.
  - c. Υλοποιήστε μια συνάρτηση που να υπολογίζει (θεωρητικά) την πιθανότητα εμφάνισης κάθε στάθμης του κβαντιστή. Για

να επαληθεύσετε τους υπολογισμούς σας μετρήστε κάθε πιθανότητα εμφάνισης και συγκρίνετε την με τη θεωρητική τιμή που υπολογίσατε. Επιπλέον, υπολογίστε την εντροπία των επιπέδων κβάντισης.

- d. Σχολιάστε την αποδοτικότητα της κωδικοποίησης PCM βασισμένοι στο MSE.

**Υποσημείωση:** Το τελικό SQNR που υπολογίζετε να δίνεται σε dB, δηλαδή στη μορφή  $10\log_{10}()$ .