



**UiA** Universitetet  
i Agder

## Fysikk obli2

av

Pål

Fys129

Fysikk for IKT

Veiledet av

Thomas Gjesteland

Fakultet for teknologi og realfag

Universitetet i Agder

Grimstad, Oktober 2020

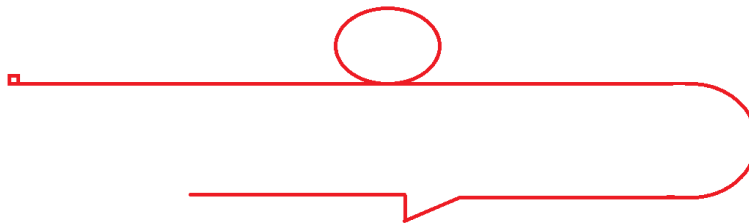
## Contents

<b>1</b>	<b>Banen</b>	<b>1</b>
1.1	Fjøra . . . . .	1
1.2	Loopen . . . . .	1
1.3	Svingen . . . . .	1
1.4	Hoppet . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Klarer den banen</b>	<b>1</b>
2.1	Fjæra . . . . .	2
2.2	Loopen . . . . .	2
2.3	Svingen . . . . .	2
2.4	rampa . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Energien i systemet</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Akselerasjonen</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Fjæra</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Loop</b>	<b>7</b>
<b>7</b>	<b>Svingen</b>	<b>9</b>
<b>8</b>	<b>Rampen</b>	<b>10</b>
8.1	Kva vinkel gir lengs hopp . . . . .	11
<b>9</b>	<b>Kode</b>	<b>12</b>

## List of Figures

1	Banen . . . . .	1
2	energien i fjæra . . . . .	3
3	energien i loopen . . . . .	4
4	energien i svingen . . . . .	4
5	energien i hoppet . . . . .	5
6	frilegemediagram i start . . . . .	6
7	akselerasjonen til bilen i fjøra . . . . .	6
8	frilegemediagram i toppen av loopen . . . . .	7
9	frilegemediagram på sida av loopen . . . . .	7
10	sentrifugal akselerasjon loopen . . . . .	8
11	tangentiell akselerasjon loop . . . . .	8
12	frilegemediagram i svingen . . . . .	9
13	Sentrifugal akselerasjon i svingen . . . . .	9
14	frilegemediagram i hoppet . . . . .	10
15	Hoppet . . . . .	11

# 1 Banen



**Figure 1:** Banen

## 1.1 Fjøra

i fjøra vil det være 2 kritiske punkter.

1. I da fjøra er heilt indratt, rett før den blir sluppet
2. I da bilen forlater fjøra

Bilen går fra å ha maks potensiell energi til å ha maks kinetisk energi.

## 1.2 Loopen

I loopen vil den ha 1 kritisk punkt og det er toppen av loopen. Her er det viktig at bilen har større fart enn den minste farten den kan ha  $v = \sqrt{g \cdot r}$

## 1.3 Svingen

i svingen er det 1 kritisk punkt og det er i da den går inn i svingen. Her er det viktig at vinkelen på den doserte svingen er stor nok at den kommer seg igjennom uten å falle ut.

## 1.4 Hoppet

I hoppet er det 2 kritiske punkter.

1. I da den går inn på rampa
2. I da den er på toppen og skal til å hoppa

Her er det viktig at farten den har i da den går inn på rampa er stor nok til å klare å komme seg på toppen.

# 2 Klarer den banen

For å finne ut om bilen klarer å kjøre igjennom banen ser eg på farten. Opprett holder bilen farten og har bilen nok fart for å komme igjennom loopen.

$m = 930 \text{ kg}$ ,  $k = 10000 \text{ N/m}$ , loop radius( $r_l$ ) = 5m, lengde fjær( $\Delta L$ ) = -6m, vinkel på rampe( $v_r$ ) = 30 grader, lengde rampe( $l_r$ ) = 15m, vinkel sving( $v_s$ ) = 25 grader, radius sving( $r_s$ ) = 100m,  $\text{høgde rampe}(h_r) = \sin(30) \cdot l_r = 7.5\text{m}$

## 2.1 Fjæra

$U_F + U_G + K = \text{konstant}$ , men vi vet at bilen kun beveger seg i x-retning så vi setter  $U_G = 0$ .

Da står vi igjen med

$$U_F = \frac{1}{2}k \cdot \Delta L^2, K = \frac{1}{2}m \cdot v^2 \text{ vi flytter litt rund sånn at me får v aleine}$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m} \Delta L^2} = 19.67 \text{ m/s}$$

Dette blir da vår fart i da den forlatter fjæra.

## 2.2 Loopen

Den kommer så til loopen. Me kan då rekna kva gjennomsnitts fart den trenger og kva minste fart den må ha. Da kan me gjera med desse to formlane

$$1. v = \sqrt{5g \cdot r} = 15.6 \text{ m/s} \text{ som er gjennomsnitts farta den må ha}$$

$$2. v = \sqrt{g \cdot r} = 7.0 \text{ m/s} \text{ dette er minste farta den må ha på toppen}$$

så for å finne kva farten er på toppen av loopen så finner vi først den potensielle energien den har på toppen

$$E_p = (r - r \cdot \cos 180) \cdot g \cdot m$$

$$E_p = (5\text{m} - 5\text{m} \cdot \cos 180) \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 930 \text{ kg} = 91233 \text{ Nm}$$

vi bruker så  $E_p$  til å finne  $E_k$

$$E_k = E_{tot} - E_p \rightarrow E_k = 180000 \text{ Nm}$$

vi kan så bruke  $E_k$  til å finne farten den har på toppen

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$v = \frac{2 \cdot E_k}{m} \rightarrow v = 13.8 \text{ m/s}$$

vi vet da at bilen kommer seg igjennom loopen.

## 2.3 Svingen

Neste hinder er sving. Her finne me ikkje farta, men om vinkelen på den doserte svingen er stor nok til at den kjem igjennom. Newtons 2. lov  $G + N = ma$

$$\text{x-retning: } N_x = m \frac{v^2}{R}$$

$$\text{y-retning: } mg - N_y = 0$$

$$N_x = N \cdot \sin \alpha$$

$$N_y = N \cdot \cos \alpha$$

$$1. N \cdot \sin \alpha = m \frac{v^2}{R}$$

$$2. N \cdot \cos \alpha = mg$$

$$\frac{1}{2} \frac{N \cdot \sin \alpha}{N \cdot \cos \alpha} = \frac{m \frac{v^2}{R}}{mg}$$

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{Rg}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{v^2}{Rg} \right)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{(19.67 \text{ m/s})^2}{100 \text{ m} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2} \right)$$

$$\alpha = 21.2^\circ$$

Me har no funnet ut at med vinkelen eg har satt er god nok for at bilen skal komme seg igjennom den doserte svingen uten og sekke farten.

## 2.4 rampa

når den er igjennom svingen kommer den til hoppet. Her finner vi ut om farten på toppen av rampa er  $v > 0$  vist den er veit me at den klarer hoppet.

vi bruker newtons 1. lov  $G_y + N = 0$

$$G_x = mg \sin \alpha$$

$$G_y = -mg \cos \alpha$$

$f = -\mu N$  men siden  $\mu = 0$  så er  $f = 0$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$W_G = \int G \cdot dr = mgh$$

$$W_N = \int N \cdot dr = 0 \quad (N \perp dr)$$

$$W_G + W_N = \Delta E_k$$

$$mgh = \frac{1}{2}m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}m \cdot v_1^2$$

vi setter  $v_2$  aleine og får

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot gh + v_1^2}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9.8m/s^2 \cdot 7.5m + (19.67m/s)^2} = \underline{\underline{15.48m/s}}$$

me har da farten på toppen av rampen.

Ved alle disse utrekningene veit me at bilen klarer å kjøre igjennom heile banen.

### 3 Energien i systemet

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta L^2$$

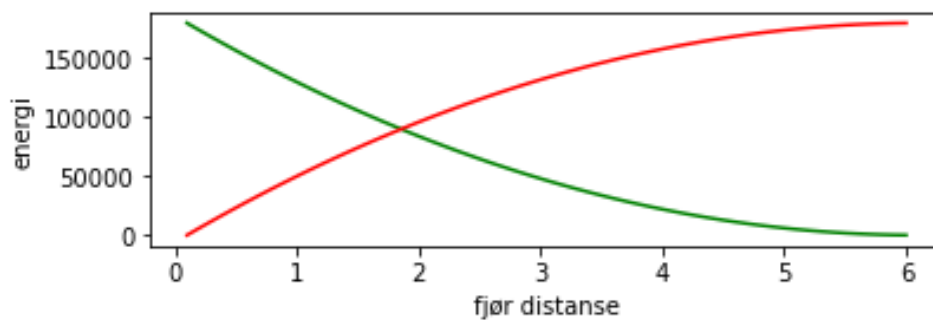
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

me veit at før me slepper fjæra er  $E_k = 0$  derfor får vi

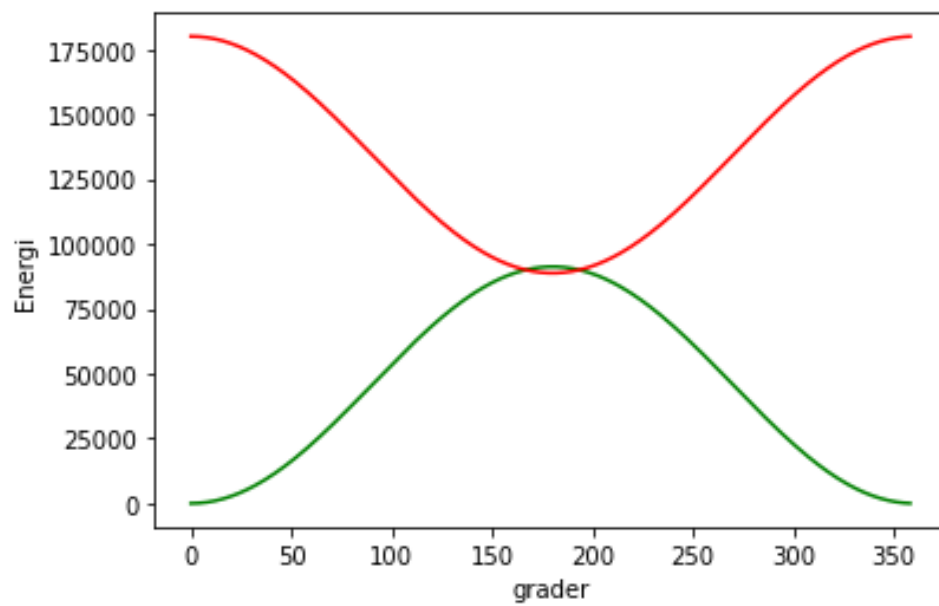
$$E = E_p + E_k \rightarrow E = E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot 10000N/m \cdot (-6m)^2 = 180000Nm$$

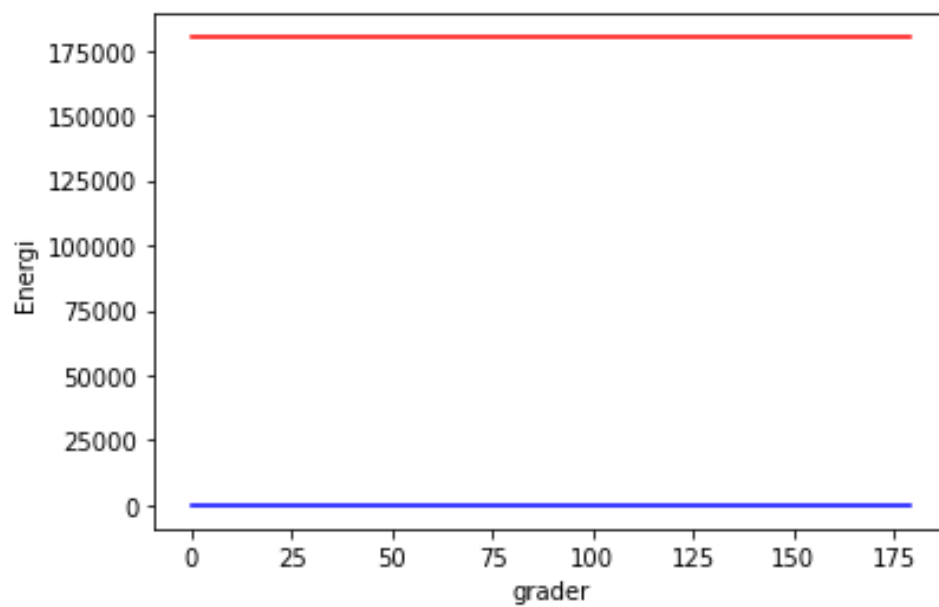
så da har vi total energien den kommer til å ha gjennom heila systemet



**Figure 2:** energien i fjæra



**Figure 3:** energien i loopen



**Figure 4:** energien i svingen

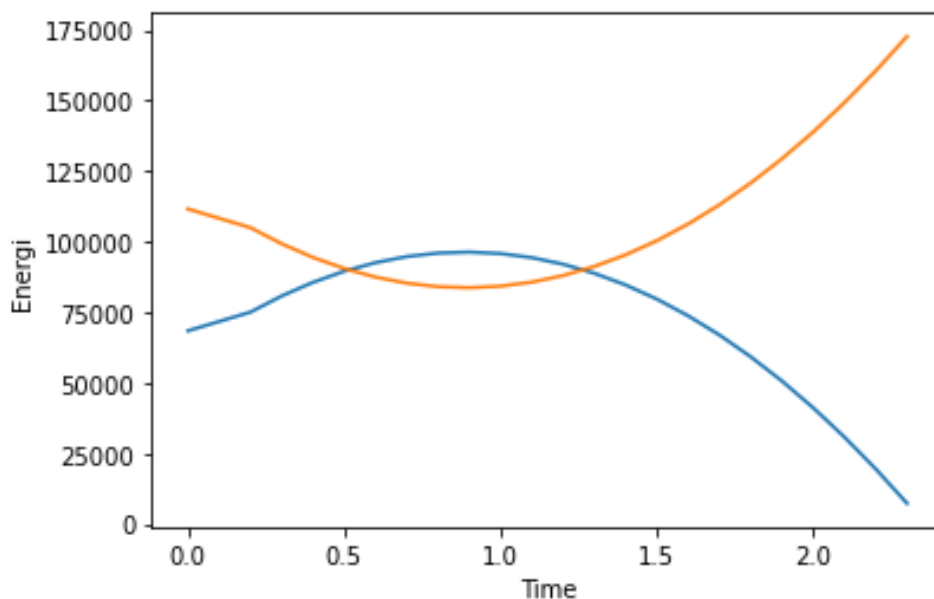


Figure 5: energien i hoppet

Energi forsvinner aldri blir bare konvertert. Derfor vist ein tar med friksjon i våre kalkulasjoner så blir nåke av energien konvertert til varme på grunn av friksjonen igjennom heila systemet. Dette vil gjør at farten til bilen vil minka heile veien som igjen vil minke den totale energien i systemet.

## 4 Akselerasjonen

som ein ser på bildet til akselerasjon i fjøra[7] så er akselerasjonen størst i da ein slepper fjøra.

Som ein ser når ein rekner ut akselerasjonen i starteren.

Newtons 2.lov + hooks lov

$$ma = -kx \rightarrow a = -\frac{k}{m} \cdot x$$

så ser ein at da er tre parameter som bestemmer akselerasjonen.

$k$  = fjærkonstanten,  $m$  = massen til bilen,  $x = \Delta L$  (lengden ein trekker fjæra tilbake).

om eg aukar  $k$ , minker  $m$  eller minkar  $x$  så vil akselerasjonen også auka.

om eg så gjer da omvendt. minker  $k$ , aukar  $m$  eller aukar  $x$  så vil akselerasjonen minka.

dette ser ein lett når ein bare ser på formelen eg bruker for å finne akselerasjonen i starteren. Grunne til at eg må minka  $x$  for at den skal akselerere raskere er fordi eg har satt  $x = -6$  m.

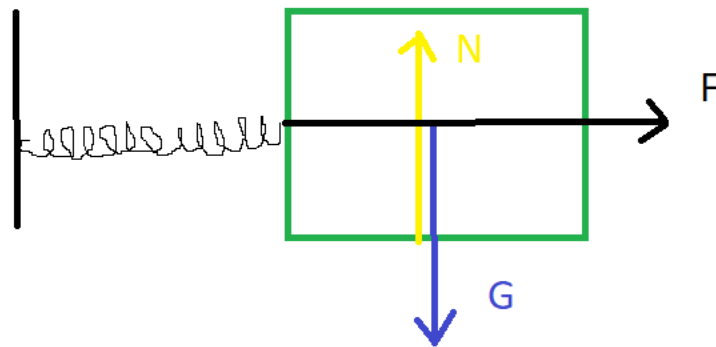
Vist me skal sjå på korleis akselerasjonen endrer seg vist me skal endra radius til loopen må me først sjå på formelen eg brukte til å rekne ut sentrifugal akselerasjonen.

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

når me ser på formelen så ser ein lett at vist ein endrer radius så vil også akselerasjonen endre seg. vist ein kun aukar  $r$  og ikkje endrer  $v$  så vil akselerasjonen minka og vist ein minka  $r$  og ikkje endrer  $v$  så vil akselerasjonen bli større.

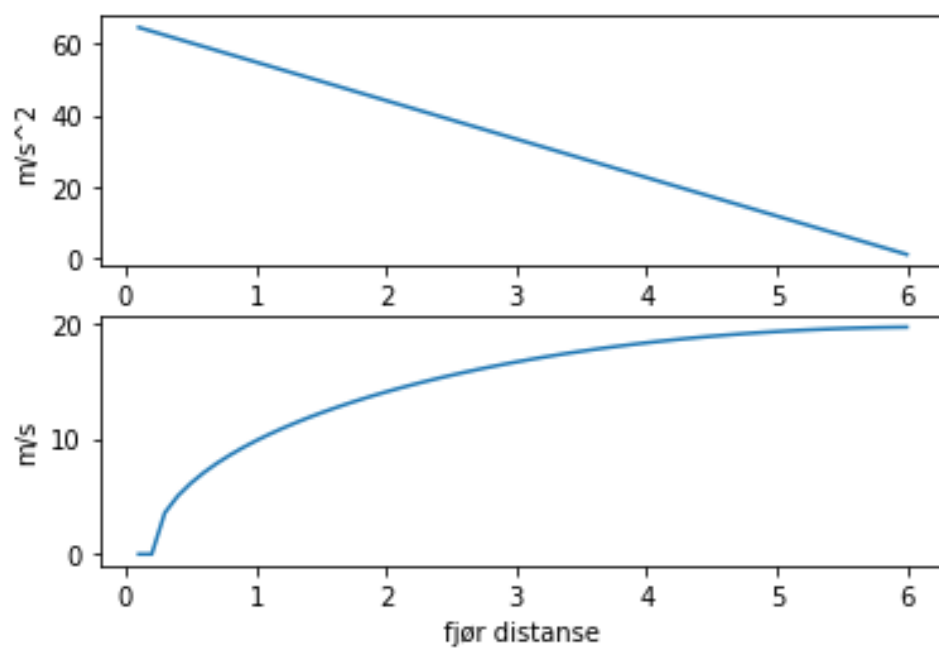
## 5 Fjæra

Det er kun startere som vil ha ein kraft  $F$  og denne krafta kommer fra at fjøra dytter bilen framover. Etter den har forlatt fjøra vil farten være konstant og det vil ikkje vær ein  $F$  som påvirker bilen framover lenger.



**Figure 6:** frilegemediagram i start

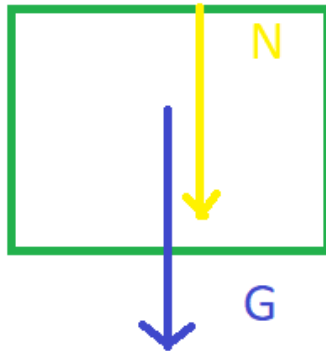
Har ikkje rekna da ut, men lagte ein graf til akselerasjonen og farten ved start.



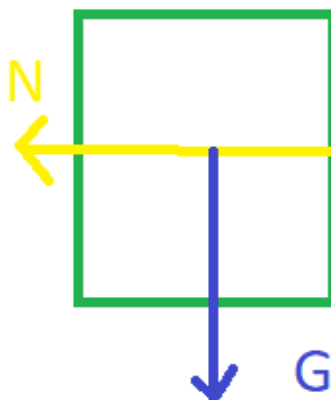
**Figure 7:** akselerasjonen til bilen i fjøra



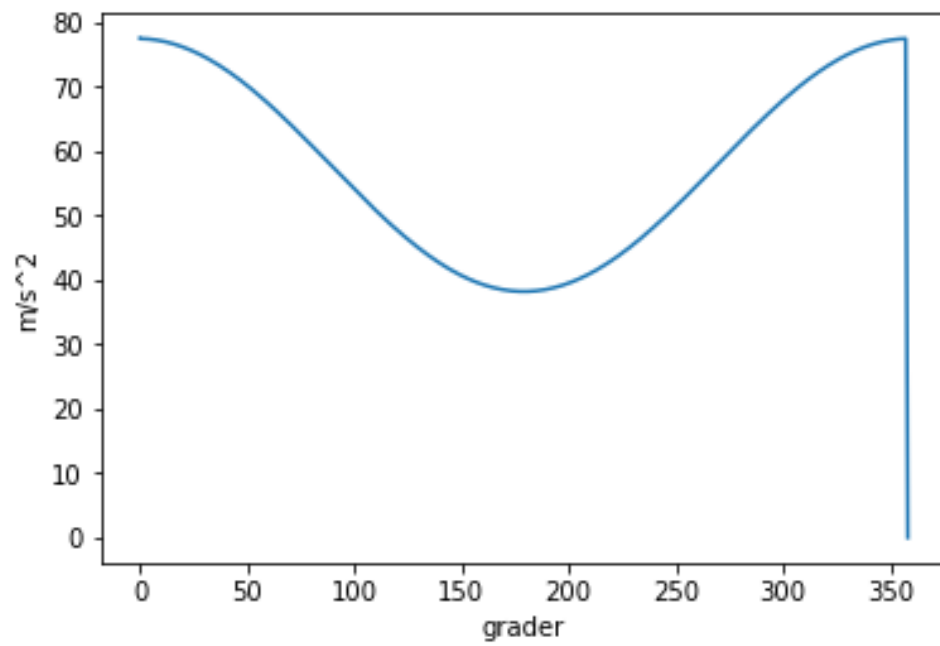
## 6 Loop



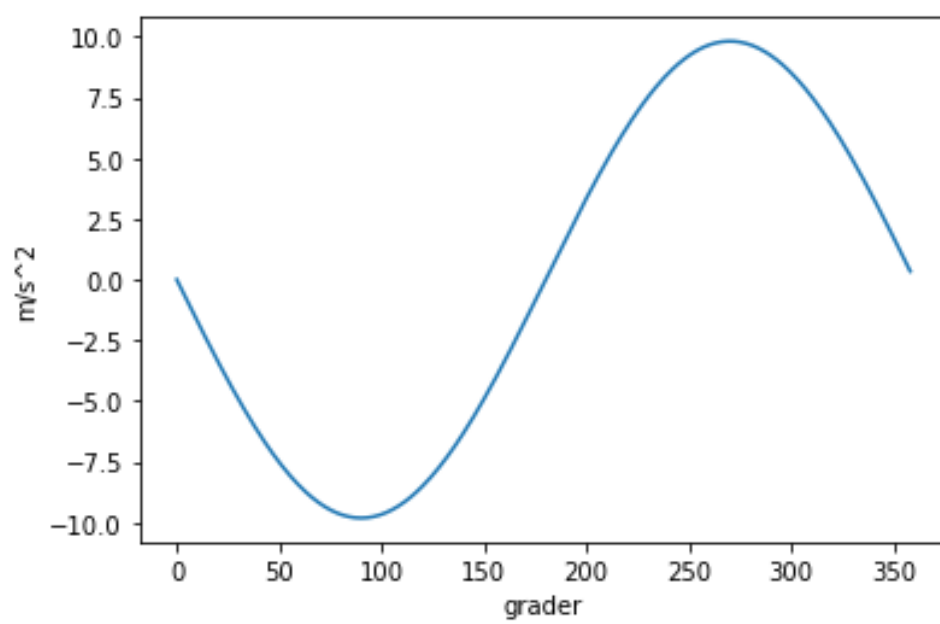
**Figure 8:** frilegemediagram i toppen av loopen



**Figure 9:** frilegemediagram på sida av loopen

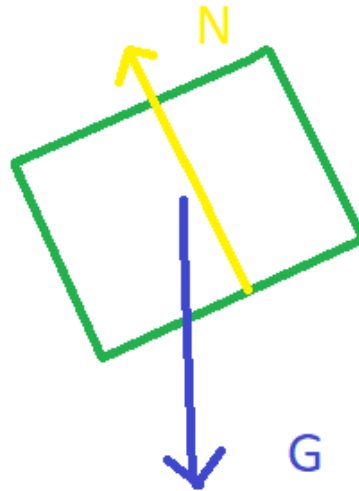


**Figure 10:** sentrifugal akselerasjon loopen



**Figure 11:** tangentiell akselerasjon loop

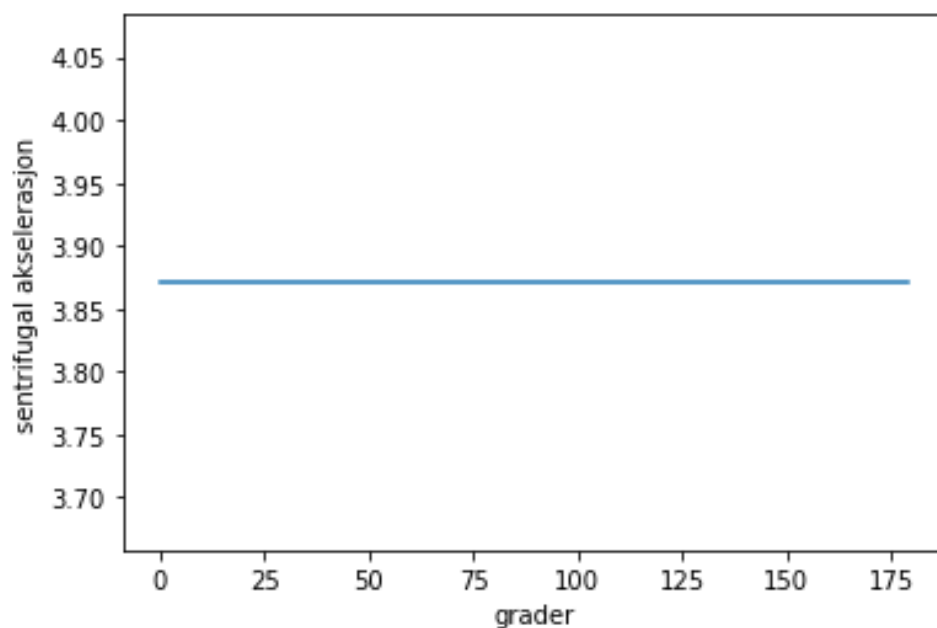
## 7 Svingen



**Figure 12:** frilegemediagram i svingen

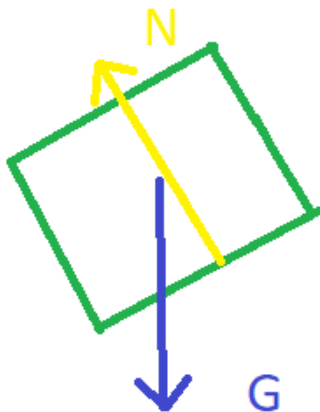
Vinkelen og radius på svingen var jo ein konstant me skulle setta i begynnelsen av oppgava så forstår ikkje heilt kvifor eg skal rekna dei ut.

Siden me veit at farten er konstant så blir den tangentiell akselerasjonen  $= 0$ . Einaste akselerasjonen som på virkar bilen er den radielle akselerasjonen som drar den inn mot sentrum av halv sirkelen som er svingen. Denne akselerasjonen vil vær konstant som ein ser på grafen under.



**Figure 13:** Sentrifugal akselerasjon i svingen

## 8 Rampen



**Figure 14:** frilegemediagram i hoppet

som ein ser på figuren under[15] så ser ein at bilen hopper ca. 30m med ein vinkel på  $30^\circ$ .

vist ein endrer på vinkelen på rampa så vil ein også endre på farten i x-retning og y-retning. Dette er fordi me bruker vinkelen til å finne kva fart den får i x- og y-retning

$$v_x = v_2 \cdot \cos \alpha$$

$$v_y = v_2 \cdot \sin \alpha$$

Endring i vinkelen endra ikkje bare hastigheten i x- og y-regning, men da vil også endre høgden på slutten av rampa.

$h = lr \cdot \sin \alpha$ , der  $lr$  er lengden til rampa.

som ein ser så bestemmer vinkel og lengde på rampa høgden den vil få i da bilen hopper som igjen vil endre hastighet.

$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_1^2}$  (forklaring korleis eg kom til dette[2.4]) vist ein har ein lang og høg rampa så vil hastigheten til bilen i da den forlatter rampa minka. som er forklart i ligningen over.

## 8.1 Kva vinkel gir lengs hopp

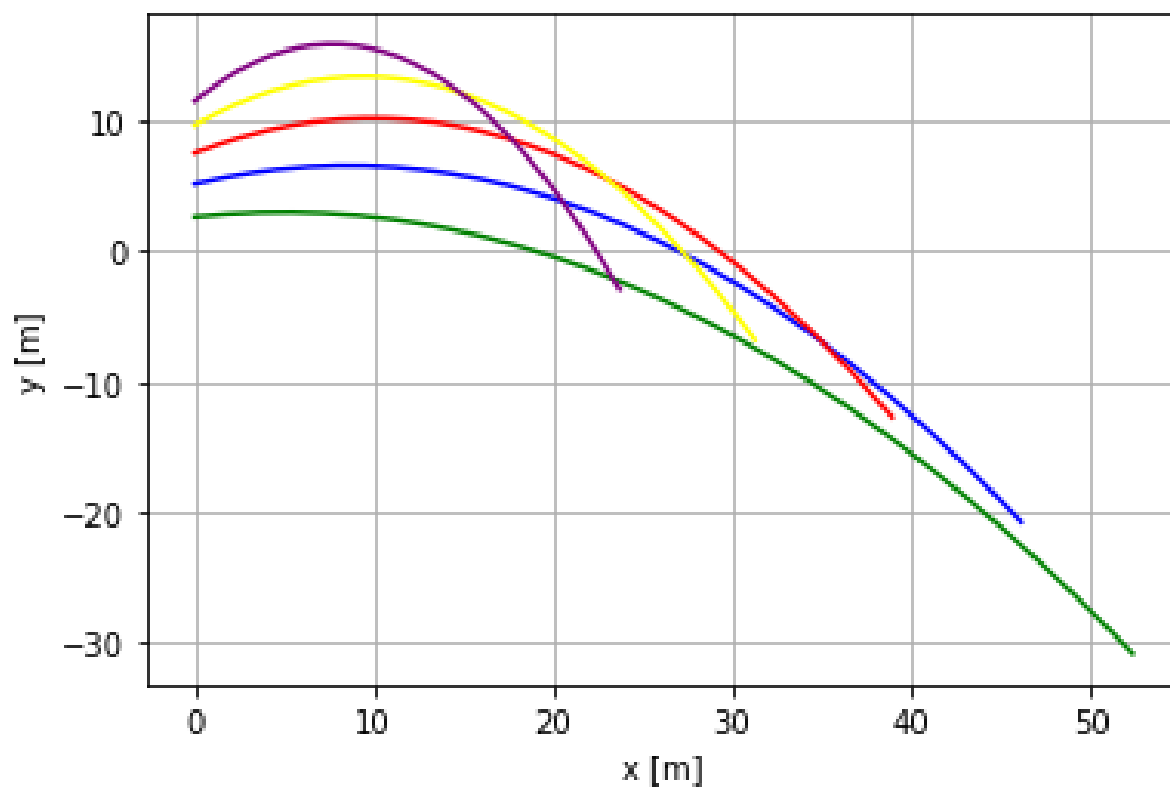


Figure 15: Hoppet

Grønn = 10°

blå = 20°

rød = 30°

gul = 40°

lilla = 50°

som ein ser på grafen så er det rød, 30° som gir lengst hopp

## 9 Kode

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Oct 5 12:36:26 2020

@author: Paal
"""

from pylab import *

k = 10000. # N/m. fjærkonstant
m = 930. # kg. masse på bilen
g = -9.81 # m/s^2
dL = -6. # m. lengda på fjæra
rl = 5. # m. radius på loopen
vr = 30. # grader. vinkelen på rampen
lr = 15. # m. lengden på rampen
vd = 25. # grader. vinkel på dosert sving
rd = 100. # m. radius på dosert sving
hr = sin(math.radians(vr)) * lr # m. høgden på rampen

time = 6. # s
dt = .1 # tidssteg
n = int(round(time/dt))

Ek = zeros((n, 1), float)
Ek1 = zeros((n, 2), float)
Ep = zeros((n, 1), float)
x = zeros((n, 1), float)
vh = zeros((23, 2), float)
v = zeros((n, 1), float)
t = zeros((n, 1), float)
a = zeros((n, 1), float)
F = zeros((n,1), float)
r = zeros((23,2),float)

x[0] = 0
v[0] = 0
a[0] = 0
F[0] = 0

# formel for å rekne kva vinkel den doserte svingen må ha
def vinkelsving(v):
    alpha = math.degrees(math.atan((v)**2/(rd*(-g)))) # for å finne kva vinkel som må
                                                         # til for å klare svingen
    return alpha

# dette er ikkje hooks lov. for lat til å endre det
# formelen for potensiell energi
def hooksL(x):
    E = 1/2 * k * x**2
    return E

# formelen for kinetisk energi
def kinetiskE(v):
```

```

K = 1/2 * m * v**2
return K

# newtons 2. lov plus hooks lov:  $-xk = ma$ 
def fartE(x):
    v = sqrt((k/m)*x**2)
    return v

# formelen for potensiell energi
def potensiellE(h):
    P = g * m * h
    return P

# loop for å kunne plote forholdet mellom potensiell og kinetisk energi ved start
def spring(dL, Ek):
    Etot = hooksL(dL)
    V = fartE(dL) # farten i det den forlatter fjæra

    # lager ein loop for å rekne energi, fart og akselerasjon per metersteg
    for i in range(n):
        Ep[i] = hooksL(dL) # energien før ein slepper fjæra
        Ek[i] = Etot - Ep[i]
        a[i] = -k/m * dL
        v[i] = sqrt(2*Ek[i-1]/m)
        dL = dL + dt
        t[i] = t[i-1] + dt

    # plot for fart og akselerasjon kvar 0.1 meter steg
    figur = figure()
    subplot(2,1,1)
    plot(t, a)
    xlabel('fjær distanse')
    ylabel('m/s^2')
    subplot(2,1,2)
    plot(t, v)
    xlabel('fjær distanse')
    ylabel('m/s')
    show()

    # plot for energi i fjæra i kvar 0.1 meter steg
    figur1 = figure()
    subplot(2,1,1)
    plot(t, Ep, 'green')
    plot(t, Ek, 'red')
    xlabel('fjær distanse')
    ylabel('energi')
    figur1.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/Spring-energi.png", bbox_inches='tight')
    figur.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/Spring.png", bbox_inches='tight')
    return V

def hoppet(V):
    Veh = sqrt(2*g*hr + V**2) # farten bilen har i det den forlatter hoppet
    print(Veh)
    r0x = 0 #m. Start posisjonene i x retning
    r0y = hr #m. Start posisjonene i y retning

    v0x= Veh * cos(math.radians(vr)) # m/s. for å rekne farten bilen har i x retning
    v0y= Veh * sin(math.radians(vr)) # m/s. for å rekne farten bilen har i y retning

```

```

t1 = zeros(23, float)
#intitalverdier
r0 = array([r0x,r0y])
v0 = array([v0x,v0y])

vh[0,:] = v0
r[0,:] = r0

for i in range(22):
    a = g * array([0,1])
    vh[i+1,:] = vh[i,:] + a*dt
    r[i+1,:] = r[i,:] + vh[i+1,:] * dt
    t1[i+1] = t[i] + dt

# finner total energi i systemet og bruker det til å rekne ut potensiell
Etot = hooksL(dL)
Ek1 = kinetiskE(vh)
Ekr = Ek1.sum(axis=1) # for å lage eit plot for kinetisk energi over tid
Ep = Etot - Ekr

# plot for lengde og høgde i hoppet
figur1 = figure()
plot(r[:,0],r[:,1])
xlabel('x [m]')
ylabel('y [m]')
show()

# plot for energi i hoppet
figur2 = figure()
plot(t1,Ep)
plot(t1,Ekr)
ylabel('Energi')
xlabel('Time')
show()

figur1.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/Hopp-lenge.png", bbox_inches='tight')
figur2.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/Hopp-energi.png", bbox_inches='tight')

def loopen():

    # minimums gjennomsnitts fart bilen må ha for å klare loopen
    v = sqrt(5*(-g)*r1)

    # for å finne høgden i loopen
    grader = range(0, 359)

    # nye arrayes så kan lagre 360 verdier
    Ep2 = zeros(360, float)
    Ek2 = zeros(360, float)
    deg = zeros(360, float)
    v2 = zeros(360, float)
    a2 = zeros(360, float)
    a_t = zeros(360, float)

    # total energi i systemet

```



```

Etot = hooksL(dL)

# veit at kinetisk = total energi rett før loopen
Ep2[0] = 0
Ek2[0] = Etot

# loop for å rekne den potensielle energien og akselerasjonen kvar gradsteg
for i in grader:
    Ep2[i+1] = (r1 - r1 * cos(math.radians(i))) * -g * m
    Ek2[i+1] = Etot - Ep2[i+1]
    deg[i+1] = i
    v2[i+1] = sqrt((2*Ek2[i+1])/m)
    # radiell akselerasjon
    a2[i] = v2[i+1]**2/r1
    # tangentiell akselerasjon
    a_t[i+1] = g * sin(math.radians(i))

# ploter energien i systemet i kvar einaste grad
figur = figure()
plot(deg, Ep2, 'green')
plot(deg, Ek2, 'red')
xlabel('grader')
ylabel('Energi')
show()

# ploter akselerasjonen i systemet i kvar einaste grad
figur2= figure()
plot(deg, a2)
xlabel('grader')
ylabel('m/s^2')
show()

figur3 = figure()
plot(deg, a_t)
xlabel('grader')
ylabel('m/s^2')
show()

figur.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/loop-energi.png", bbox_inches='tight')
figur2.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/loop-akselerasjon.png", bbox_inches='tight')
figur3.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/loop-akselerasjon-t.png", bbox_inches='tight')

def svingen(v):
    # veit at energien ikkje forandrer seg grunna at farten ikkje endrer seg.
    # Derfor er Ek = Etot
    # einaste krafta som påvirker bilen er sentrifugalkrafta som drar bilen,
    # inn mot sentrum av sirkelen

    Ek1 = zeros(180,float)
    Ep1 = zeros(180,float)
    v_s = zeros(180,float)
    a_r = zeros(180,float)

    Etot = hooksL(dL)

```

```
Ek = kinetiskE(v)
Ek1[0] = kinetiskE(v)
Ep1[0] = Etot - Ek
grader = range(0,180)
for i in grader:
    Ek1[i] = Etot
    Ep1[i] = Etot-Ek
    # rekner farten til bilen gjennom heile svingen
    v_s[i] = sqrt(2*Ek1[i]/m)
    # rekner den radielle akselerasjonen gjennom heile svingen
    a_r[i] = v_s[i]**2/rd

figur = figure()
plot(grader,Ek1,'red')
plot(grader, Ep1, 'blue')
xlabel('grader')
ylabel('Energi')
show()

figur1 = figure()
plot(grader,a_r)
xlabel('grader')
ylabel('sentrifugal akselerasjon')
show()

figur.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/sving-energi.png", bbox_inches='tight')
figur1.savefig("C:/Users/Paal/UiA/Fys129/Bilder/sving-akselerasjon.png", bbox_inches='tight')

# for å kjøre funksjonene eg har laga
V = spring(dL, Ek)
hoppet(V)
svingen(V)
lopen()
```