Bevegelse i 1D

Kinematikk

Hastighet er endring i posisjon.

$$v(t) = \dot{x}(t) = x'(t) = \frac{dx}{dt}$$

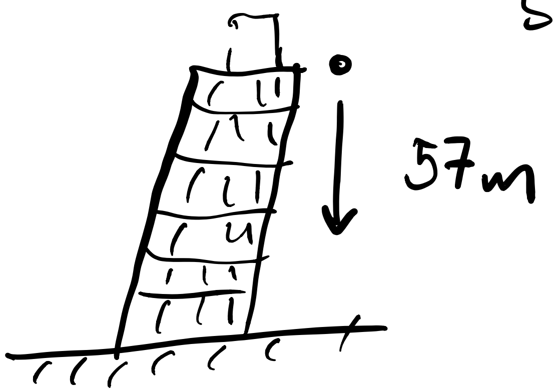
Akselleerasjon er endring i hastighet

$$a(t) = \dot{v}(t) = v'(t) = \frac{dv}{dt}$$

$$= \ddot{x}(t) = x''(t) = \frac{d^2}{dt^2}x$$

$$v(t) = \int a(t)\,dt$$

$$x(t) = \int v(t)\,dt$$



Slipper en kule fra Tårnet i Pisa

Hva er hastigheten etter 1,0 s ?

Hva er posisjonen etter 1,0 s ?

Antar fritt fall $a = -g$

g - tyngdeakselerasjon

$g = 9{,}8\ m/s^2$

Starthastighet $\underline{v_0 = 0\ m/s}$

$$\left.\begin{aligned} a &= -g \\ v(0) &= 0\ m/s \\ y(0) &= 57\ m \end{aligned}\right\}$$ Initialverdiproblem.

Hastighet:

$$v(t) = \int a\,dt = \int -g\,dt$$

$$v(t) = \underline{-gt + C}$$ ← Integrasjonskonstant.

$$v(0) = 0\,m/s \Rightarrow -g \cdot 0 + \underline{C = 0}$$

$$\boxed{v(t) = -gt}$$

Posisjon:

$$y(t) = \int v(t)\,dt = \int -gt\,dt$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + C$$

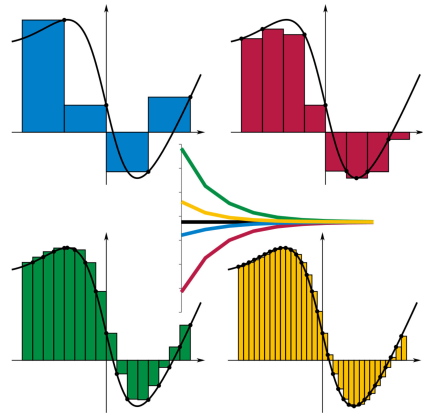
$$y(0) = 57\,m \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot g \cdot 0^2 + \underline{C = 57\,m}$$

$$\boxed{y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + 57\,m}$$

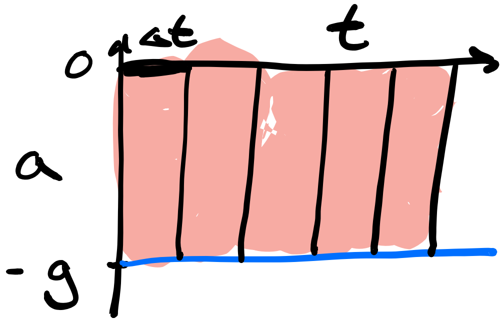
$$v(1{,}0s) = -9{,}8\,m/s^2 \cdot 1{,}0s = \underline{-9{,}8\,m/s}$$

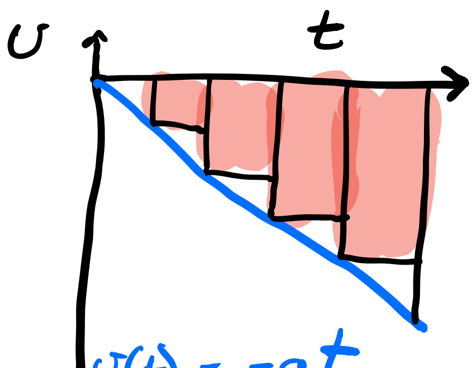
$$y(1{,}0s) = -\frac{1}{2} \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot (1{,}0s)^2 + 57m = \underline{52\,m}$$

Riemannsum



$\underline{a} = -g = -9{,}8\,m/s^2$





$v(t) = -gt$

$v_0 = 0\ m/s$

$v_1 = v_0 + a \cdot \Delta t$

$v_2 = v_1 + a \cdot \Delta t$

$y_0 = 57m$

$y_1 = y_0 + v(t) \cdot \Delta t$

$y_2 = y_1 + v(t) \cdot \Delta t$

Euler-Cromer's metode
til å løse 2. ordens diff. ligning

akselerasjon a - kjent

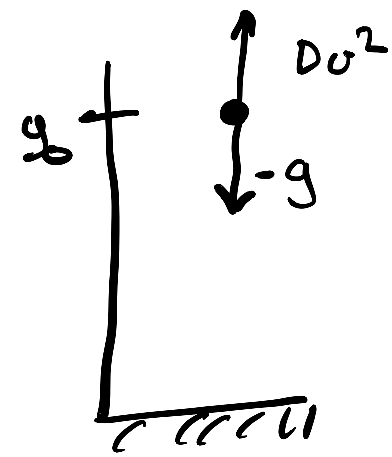
Initial-betingelser $\begin{cases} v(t_0) = v_0 \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$

$$v(t_i + \Delta t) = v(t_i) + a \cdot \Delta t$$
$$x(t_i + \Delta t) = x(t_i) + v(t_i + \Delta t) \cdot \Delta t$$

NB! akselerasjon kan være funksjon av posisjon, hastighet og tid

$$a = a(x, \dot{x}, t)$$

Luftmotstand



$$a = -g + Dv^2$$

$v(0) = 0 \text{ m/s}$

$y(0) = 57 \text{ m}$

$$\frac{dv}{dt} = -g + Dv^2$$

$$\int \frac{1}{Dv^2-g}\,\frac{dv}{dt}\,dt = \int 1\,dt$$

$$\int \frac{1}{Dv^2-g}\,dv = \int 1\,dt$$

Vanskelig å løse...

Se s71