Алгоритмы и структуры данных. Семинар 22. Альфа-бета отсечение, СНМ, остовные деревья.
Григорьев Дмитрий БПМИ-163

Задача 2.

Асимптотика работы системы непересекающихся множеств при использовании только ранговой эвристики будет логарифмической на один запрос в среднем: $O(log\ n)$. Нужно показать, что она не может быть заменена на случайное равновероятное подвешинивание.
—При случайном равновероятном подвешивании мат. ожидание высоты получившегося дерева будет:
Тут два случая:

1. Подвешиваем к дереву меньшей высоты – тогда высота увеличится на 1
2. Подвешиваем к дереву большей высоты – тогда высота не изменится

Получится следующее:
$E_h = 1/2(h) + 1/2(h+1) = h + 1/2$
Таким образом, мат. ожидание глубины получившегося дерева – $\frac{n}{2}$.
Получилось, что ранговая эвристика не может быть заменена на случайное равновероятное подвешинивание.

Задача 4.

Минимальный остов также является остовом, минимальным по произведению всех рёбер. В самом деле, если мы заменим веса всех рёбер на их логарифмы, то легко заметить, что в работе алгоритма ничего не изменится, и будут найдены те же самые рёбра. Для поиска минимального остова воспользуемся алгоритмом Прима.

Задача 5.

В этой задаче воспользуемся сортировкой подсчетом и алгоритмом Прима.
У нас будет массив $edge$ от 1 до U в которм будут храниться списки ребер с весами(в $edge[i]$ будут храниться ребра, которые соеденены одним концом с вершиной, входящей в текущий остов, веса i). Далее мы будем для каждого веса хранить указатель, начиная с которого нужно проверять ребра.
Итак, при добавлении очередного ребра в остов мы добавляем все ребра исходящие из новой вершины в массив $edge$. Потом ищем нужное ребро(минимальное и входящее в остов "одним концом"), при этом сдвигая указатели, если встречаем ненужные ребра. Таким образом мы построим мин. остов. Для каждой новой вершины мы проходим по массиву $edge$, отсюда получаем $O(n \cdot U)$, так же мы пробкгаем по всем ребрам в массиве $edge$(когда сдвигаем указатели), причем по каждому ребру не более 1 раза, отсюда получаем $O(m)$. Так мы получили оценку $O(n \cdot U + m)$.

Задача 8.

а) Чтобы проверить является ли данный остов минимальным, мы можем построить за за время $O(|E|log|V|)$ другой минимальный остов алгоритмом Прима и проверить равен ли он исходному. Мы можем это сделать, так как минимальный остов в графе единственен.