

Задание 1.

Решение:

Множество программ, которым на вход подается один аргумент x и выводится число 2017, счетно. Каждая такая программа имеет свой номер p и для него выполняется $U(p, x) = 2017$.

Ч.т.д.

Задание 3.

Решение:

Известно, что $U(p, x)$ – главная универсальная вычислимая функция, следовательно существует транслятор $s(q)$ – вычислимая всюду определённая функция, для которой выполняется $V(q, x) = U(s(q), x)$. *

Так же по теореме о неподвижной точке для любой всюду определённой вычислимой функции $p(t)$ существует такое t , что $U(p(t), x) = U(t, x)$. **

Тогда из * и ** следует, что $V(p, x) = U(s(p), x) = U(p, x)$. Следовательно найдется такое p , что $V(p, x) = U(p, x)$ для всех x .

Ч.т.д.

Задание 2.

Решение:

Мы можем воспользоваться Заданием 3. Если мы возьмем, что $V(p, x) = px$, тогда, воспользовавшись доказанным Заданием 3, получим, что найдется такое n , что $U(n, x) = nx$ для всех x .

Ч.т.д.

Задание 4.

Решение:

Рассмотрим множество всех вычислимых функций, определенных в $0 - A$. A это нетривиальное свойство вычислимых функций.

U – главная универсальная вычислимая функция, тогда по теореме Успенского–Райса множество $I = \{p : U(p, x) \in A\}$ неразрешимо. Если же I – это множество четных чисел, то такое множество разрешимо (алгоритм разрешения множества просто проверяет число на четность). Получили противоречие. Следовательно, такого U не существует.

Ответ: нет, не существует