

Домашнее задание №20  
Григорьев Дмитрий БПМИ–163

**Задание 1.**

**Решение:**

а) Нам дано, что любая цифра числа  $\pi$  вычислима. Поэтому будем последовательно вычислять десятичные цифры и встречающиеся 5 подряд идущих цифр выводить. Так мы можем перечислить множество требуемых наборов.

б) Нужно доказать, что это множество разрешимо. Воспользуемся тем, что это множество конечно (действительно, различных таких наборов  $10^5$ ), а так как это множество конечно, то оно разрешимо.

**Ч.т.д.**

**Задание 2.**

**Решение:**

Будем перечислять все элементы из множества  $X$ . Для каждого числа будем проверять – равна ли сумма цифр у этого числа 10: если да, то выводим. Таким образом, мы перечислим множество  $Y$ .

**Ответ: да**

**Задание 3.**

**Решение:**

Будем перечислять оба множества одновременно.

1) Если у нас подается на печать элемент из множества  $A$ , то мы для всех чисел, уже выведенных из  $B$ , выводим пару:  $(a, b)$ , где  $a$  – это новый выведенный элемент из  $A$ , а  $b$  – это все выведенные на данный момент элементы из  $B$ .

2) Если у нас подается на печать элемент из множества  $B$ , то мы для всех чисел, уже выведенных из  $A$ , выводим пару:  $(a, b)$ , где  $a$  – это все выведенные на данный момент элементы из  $A$ , а  $b$  – это новый выведенный элемент из  $B$ .

**Ч.т.д.**

**Задание 5.**

**Решение:**

Пусть  $Y$  – какое-либо неразрешимое множество, а  $X$  – это множество  $\mathbb{N}$ . Тогда  $X \cup Y$  будет разрешимо. Получилось, что мы нашли такие  $X$  и  $Y$ .

**Ответ: да**

**Задание 6.**

**Решение:**

Будем перечислять множество  $S$  (а это можно сделать, так как  $S$  – разрешимо). Для каждого элемента из  $S$  будем перебирать все его делители и проверять их на простоту – если простой, то выводим его (множество делителей натурального числа – перечислимо). Таким образом мы перечислим  $D$ .

**Ответ: да**

**Задание 7.**

**Решение:**

Пусть  $f = \{(x, y) | x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ . Тогда будем перечислять  $\mathbb{N}$  и для каждого элемента из  $\mathbb{N}$  –  $y$ , будем перечислять  $\mathbb{N}$  и для каждого элемента –  $x$ , проверять, что  $f^{-1}(y) = x$ . Если это так, то переходим к следующему  $y$  (Такой  $x$  найдется, так как  $f$  – вычислима). Таким образом, получилось, что  $f^{-1}$  – вычислима.

**Ч.т.д.**