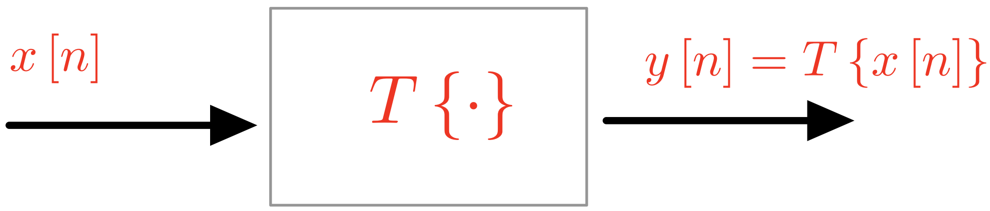
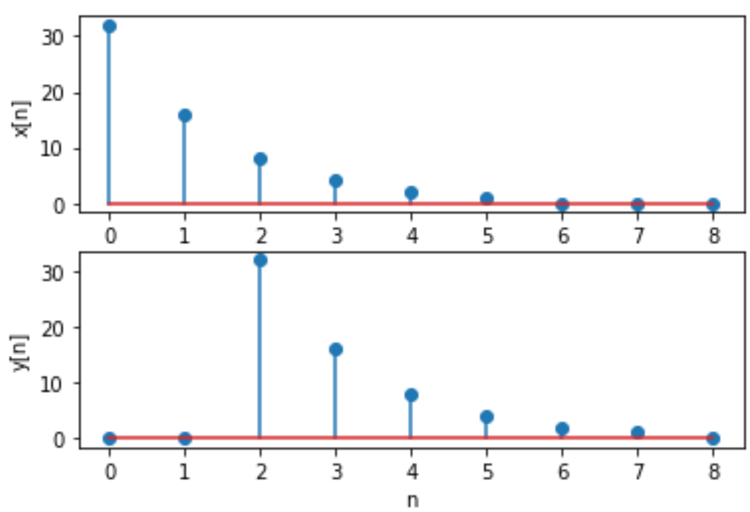
Sistema discreto en el tiempo

Un sistema discreto en el tiempo $T\{\cdot\}$ opera sobre una sucesión $x[n]$ convirtiéndola en una sucesión $y[n] = T\{x[n]\}$



Ejemplo un sistema retardador

$$y[n] = x[n-d]$$

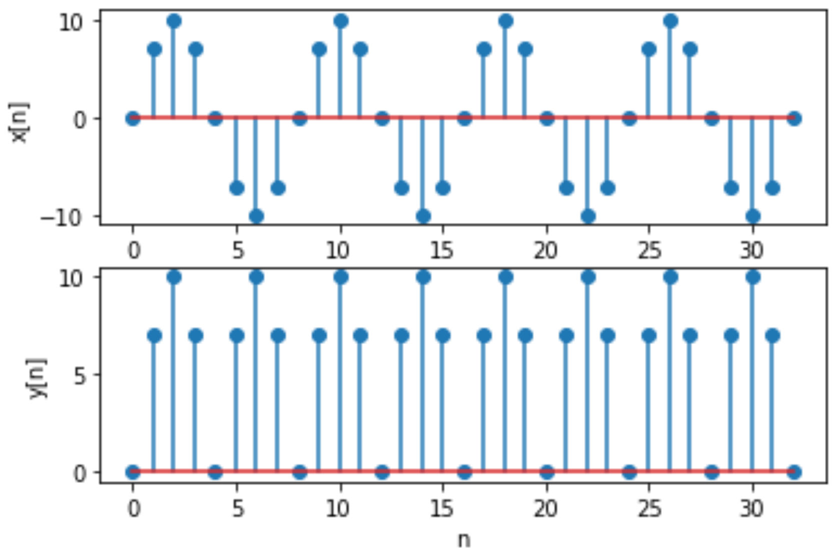


SISTEMA INVERSOR DE TIEMPO

$$y[n] = x[-n]$$

SISTEMA RECTIFICADOR

$$y[n] = \sqrt{x^2(n)}$$



PROPIEDADES

UN SISTEMA DISCRETO ES LINEAL SI:

$$x_1[n] \longrightarrow \boxed{T} \longrightarrow y_1[n]$$

$$x_2[n] \longrightarrow \boxed{T} \longrightarrow y_2[n]$$

$$x_3[n] = \alpha_1 x_1[n] + \alpha_2 x_2[n] \longrightarrow \boxed{T} \longrightarrow y_3[n] = \alpha_1 y_1[n] + \alpha_2 y_2[n]$$

$$\alpha_1, \alpha_2 \longrightarrow cte$$ Constantes

Ejemplos.

$$y[n] = x[n-4] \qquad \text{SISTEMA}$$

$$x_1[n] \to y_1[n] = x_1[n-4] \qquad \text{SALIDA 1} \quad x_1[n]$$

$$x_2[n] \to y_2[n] = x_2[n-4] \qquad \text{SALIDA 2} \quad x_2[n]$$

$$\underbrace{x_3[n] = \alpha_1 x_1[n] + \alpha_2 x_2[n]}_{\text{Combinación lineal}} \to y_3[n] = x_3[n-4] = \underbrace{\alpha_1 x_1[n-4] + \alpha_2 x_2[n-4]}_{\text{Suma de las salidas escaladas}}$$

$\boxed{\text{LINEAL}}$ ✓

$$y[n] = Ax[n] + B \qquad A, B \text{ cte.}$$

$$x_1[n] \to y_1[n] = Ax_1[n] + B$$

$$x_2[n] \to y_2[n] = Ax_2[n] + B$$

$$x_3[n] = \alpha_1 x_1[n] + \alpha_2 x_2[n] \to y_3[n]$$

$$\begin{aligned} y_3[n] &= Ax_3[n] + B \\ &= A[\alpha_1 x_1[n] + \alpha_2 x_2[n]] + B \\ &= A\alpha_1 x_1[n] + A\alpha_2 x_2[n] + B \end{aligned}$$

$\boxed{\text{NO LINEAL}}$

solo es lineal si $B=0$

Sin memoria

un sistema discreto es sin memoria Si la salida depende únicamente de valores Presente de la señal

$$y[n] = x[n-3]$$

$$y[0] = x[-3]$$ **Con memoria**

Presente   PASADO

$$y[n] = Rx[n]$$ **Sin memoria**

ACUMULADOR

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$$ **Con memoria**

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n-1} x[k] + x[n]$$

o de forma equivalente

$$y[n] = y[n-1] + x[n]$$

SISTEMA INVERTIBLE

Un sistema es invertible si existe un sistema inverso tal que cuando está en cascada con el sistema original produce una salida igual a la entrada del primer sistema

$$x[n] \longrightarrow \boxed{\text{SISTEMA}} \xrightarrow{\;y[n]\;} \boxed{\text{SISTEMA INVERSO}} \; w[n] = x[n]$$

$$x[n]$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[x]}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{w[n] = y[n] - y[n-1]}$$

$$\downarrow$$

$$w[n] = x[n]$$

Ejemplos no invertibles

$$y[n] = 0 \qquad\qquad y[n] = x^2[n]$$

SISTEMA CAUSAL

Un sistema es causal si su salida en cualquier instante solo depende de los valores de la entrada en el momento presente y pasado. **No anticipativo.** En consecuencia si dos entradas a un sistema causal spin idénticas hasta un determinado punto n_0 las salidas deben ser iguales hasta discho punto.

$$x[n] = x[n] - x[n+1]$$ **No causal**

Todos los lineales sin memoria son

causales.

SISTEMA INVARIANTE EN EL TIEMPO

Aquel cuyas características están fijos en el tiempo, por lo que de ser exitados con una determinada entrada siempre brindarán misma salida.

si $y[n]$ es la salida al aplicar $x[n]$

$$y[n-n_0] = T\{x[n-n_0]\}$$

Ej:

$$y[n] = x[n]u[n] \quad \begin{cases} x[n], & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

$$x[n] \rightarrow y[n] = x[n]u[n]$$

$$x[n-d] \rightarrow y[n] = x[n-d]u[n]$$

ahora desplazando el sistema completo

$$y[n-d] = x[n-d]\,u[n-d]$$

son distintos por todo el sistema ES VARIANTE EN EL TIEMPO

EJEMPLO 2

$$y[n] = \frac{1}{2}\left[x[n+1] + x[n-1]\right]$$

$$x[n] \rightarrow y[n] = \frac{1}{2}\left[x[n+1] + x[n-1]\right]$$

$$x[n-d] \rightarrow y[n] = \frac{1}{2}\left[x[n-d+1] + x[n-d-1]\right]$$

ahora desplazando el sistema completo

$$y[n-d] = \frac{1}{2}\left[x[n-d+1] + x[n-d-1]\right]$$

iguales $\rightarrow$

$\boxed{\text{Invariante en el tiempo}}$

SISTEMA ESTABLE

Un sistema es estable cuando a una entrada acotada la salida es acotada

$$y[n] = \sqrt{x^2[n]}$$

estable

$$y[n] = x^{n}[n]$$ Inestable

SISTEMAS LTI

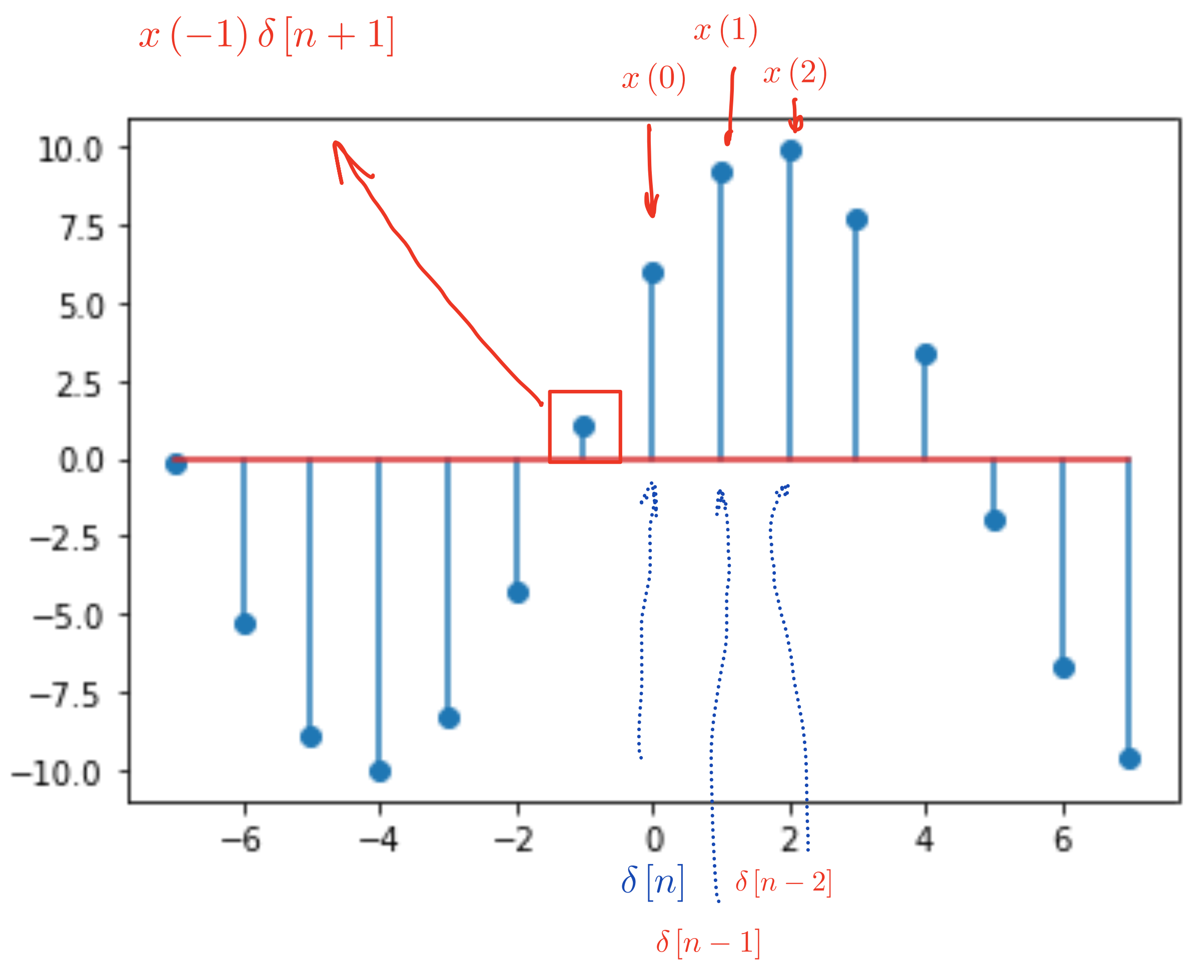
LINEAR E INVARIANTE EN EL TIEMPO

Poseen simultaneamente las propiedades de linealidad e invariancia en el tiempo

$$x[n] \longrightarrow \boxed{T\{\cdot\}} \longrightarrow y[n] = T\{x[n]\}$$

Cualquier sucesión x[n] puede ser representada por una suma ponderada de impulsos desplazados

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta(n-k)$$



$$LTI$$

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,\delta[n-k] \longrightarrow \boxed{T\{\cdot\}} \longrightarrow$$

$$y[n] = T\{x[n]\} =$$

$$= T\left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,\delta[n-k] \right\}$$

son valores que
toma la función
no un vector

$$= T\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,\delta[n-k]\right\}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,T\{\delta(n-k)\}$$ Por ser lineal

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k-n)\,T\{\delta(n-k-n)\}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k-n)\,T\{\delta(-k)\}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n-k)\,T\{\delta(k)\}$$

Respuesta al impulso

ES DECIR

$$\delta[n] \longrightarrow \boxed{T\{\cdot\}} \longrightarrow T[\delta[n]] = h[n]$$

Respuesta al impulso

$x[n]$

$T\left\{\cdot\right\}$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k]\,h[n]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,h[n-k]$$

$$y[n] = x[n] * h[n] = h[n] * x[n]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,h[n-k]$$

UN LTI ES COMPLETAMENTE CARACTERIZADO POR SU RESPUESTA AL INPULSO