Correlación Cruzada

$$\Gamma_{fg}[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[n+m]\, g[m] \qquad \text{I}$$

$k = n + m$; $m = k - n$

I y II son equivalentes según la variable a desplazar

$$\Gamma_{fg}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]\, g[k-n]$$

$m = k$

$$\Gamma_{fg}[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]\, g[m-n] \qquad \text{II}$$

$$\Gamma_{fg} \neq \Gamma_{gf}$$

$$r_{fg}[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]\, g[m-n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]\, g[-(n-m)]$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[n]\Big|_{n \to m} \; g[-n]\Big|_{n \to n-m} = f[n] * g[-n]$$

$$\boxed{r_{fg}[n] = f[n] * g[-n]}$$

Convolución

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) \cdot y(n-m)$$

$$=$$

$$x(n) * y(n)$$

$\Gamma_{ff}[n]$ es la autocorrelación

$$\Gamma_{fg}[n] \neq \Gamma_{gf}[n]$$

Propiedades

$\Gamma_{fg}[n] = \Gamma_{fg}[-n]$ (no conmutativa)

$\Gamma_{fg}[n] = \Gamma_{ff}[-n]$ (es par)

$\Gamma_{ff}[0] = E_f$ (energía de la señal)

$$\Gamma_{ff}[0] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n]\, f[n-0] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f^2[n] = E_f$$

- La correlación puede no converger siendo una sumatoria infinita se requiere que el resultado converja
- Existe una forma más general de la correlación que admite señales complejos

$$\Gamma_{fg}[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]\, g^*[m-n] \,;$$

$$\Gamma_{fg}[0] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]\, f^*[m]$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \| f[m] \| = E_f$$

Señal energía

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]^2$$

Señal potencia

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 d\tau$$

$$P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2$$