클린업 2주차

3팀 선형대수학

황정현
고경현
김지민
반경림
전효림

INDEX

선형대수

통계 분석의 시작점

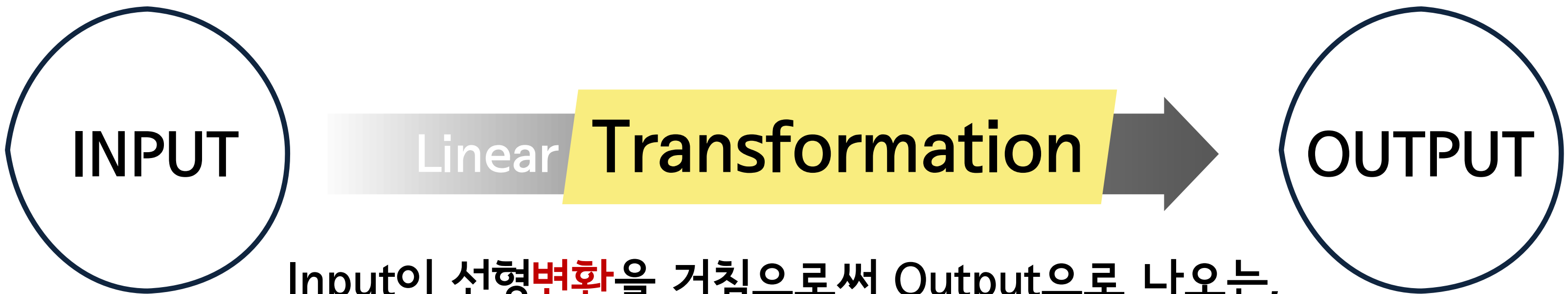
선형성을 바탕으로

선형변환과 그때의 공간에 대해 연구하는

대수학의 한 분야

0 지난주 REVIEW

선형 '변환'의 의미



Input이 선형**변환**을 거침으로써 Output으로 나오는,
일종의 함수

선형방정식 Ax = b를 '변환'의 관점에서 이해해보자!

$$\overset{A}{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}}\overset{x}{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}} = \overset{b}{\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

x라는 input에 A라는 변환을 거쳐 b라는 새로운 output 반환

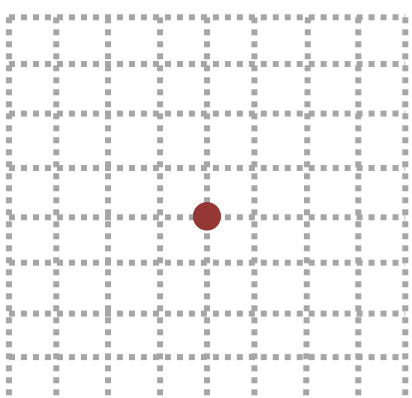
Affine transformation

아핀변환 = 선형변환 + 평행이동

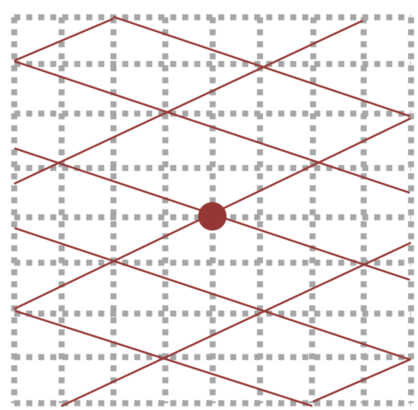
$y = ax + b$

'선형성'을 바탕으로 한
원점 변화 없는 벡터 변환

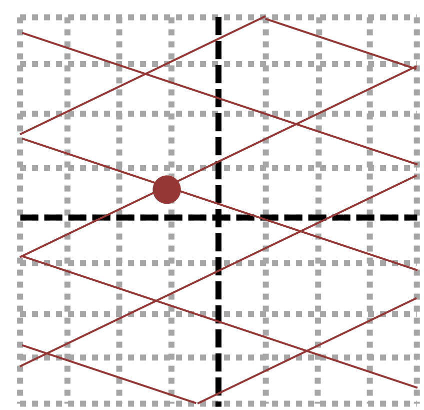
선형성 만족하지 않음



변환 전



선형변환



아핀변환

1

행렬식

행렬식

Determinant

n x n의 정사각행렬에 스칼라를 대응시키는 일종의 함수

det(A) | det A

기하학적 의미

행렬식과 선형변환

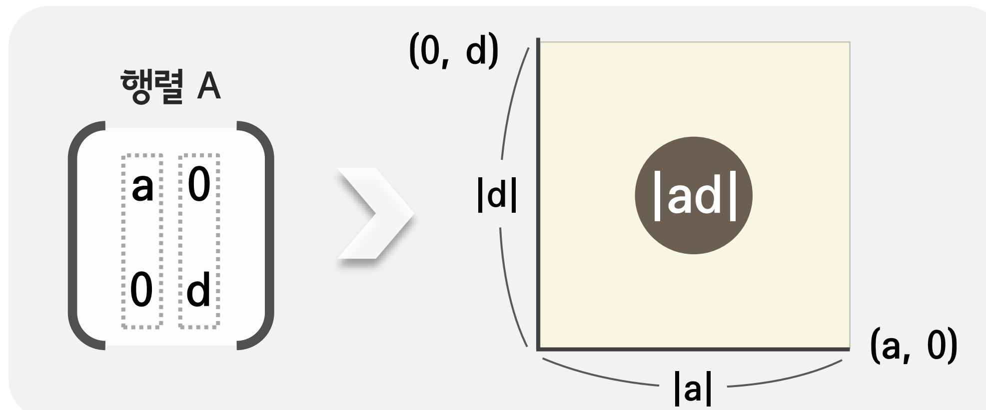
행렬식의 쓰임

기하학적 의미

- | det(A) | : **행렬의 열벡터로 만들어지는 공간의 크기**

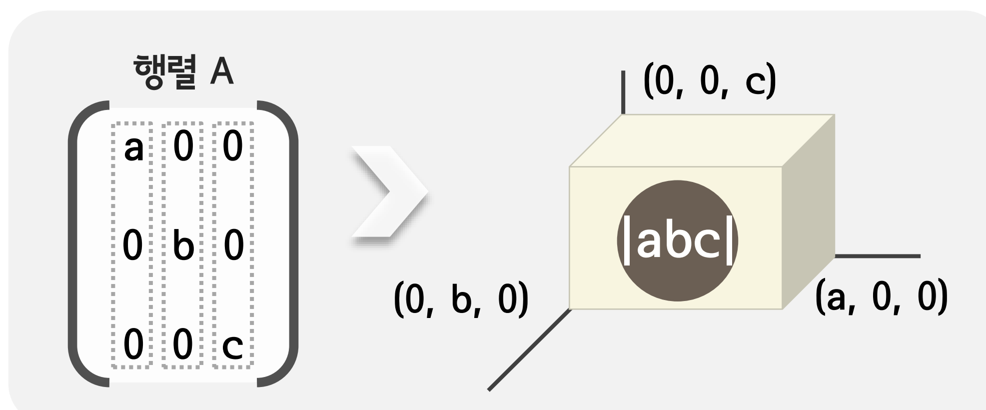
2 x 2 행렬

행렬의 열벡터로 만들어지는 **평행사변형**의 넓이



3 x 3 행렬

행렬의 열벡터로 만들어지는 **직육면체**의 부피



선형변환으로의 해석

- 선형변환 전후의 넓이 관계 설명

지난주 이야기

'선형변환'의 관점에서 바라본 선형방정식 Ax = b

$$\overset{A}{\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & 1\end{pmatrix}}\overset{x}{\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}} = \overset{b}{\begin{pmatrix}-1\\ 2\end{pmatrix}}$$

벡터 x에 행렬 A를 곱하는 선형변환을 통해 벡터 b 만듦

input

벡터 x가 만드는 공간의 넓이

Linear Transformation

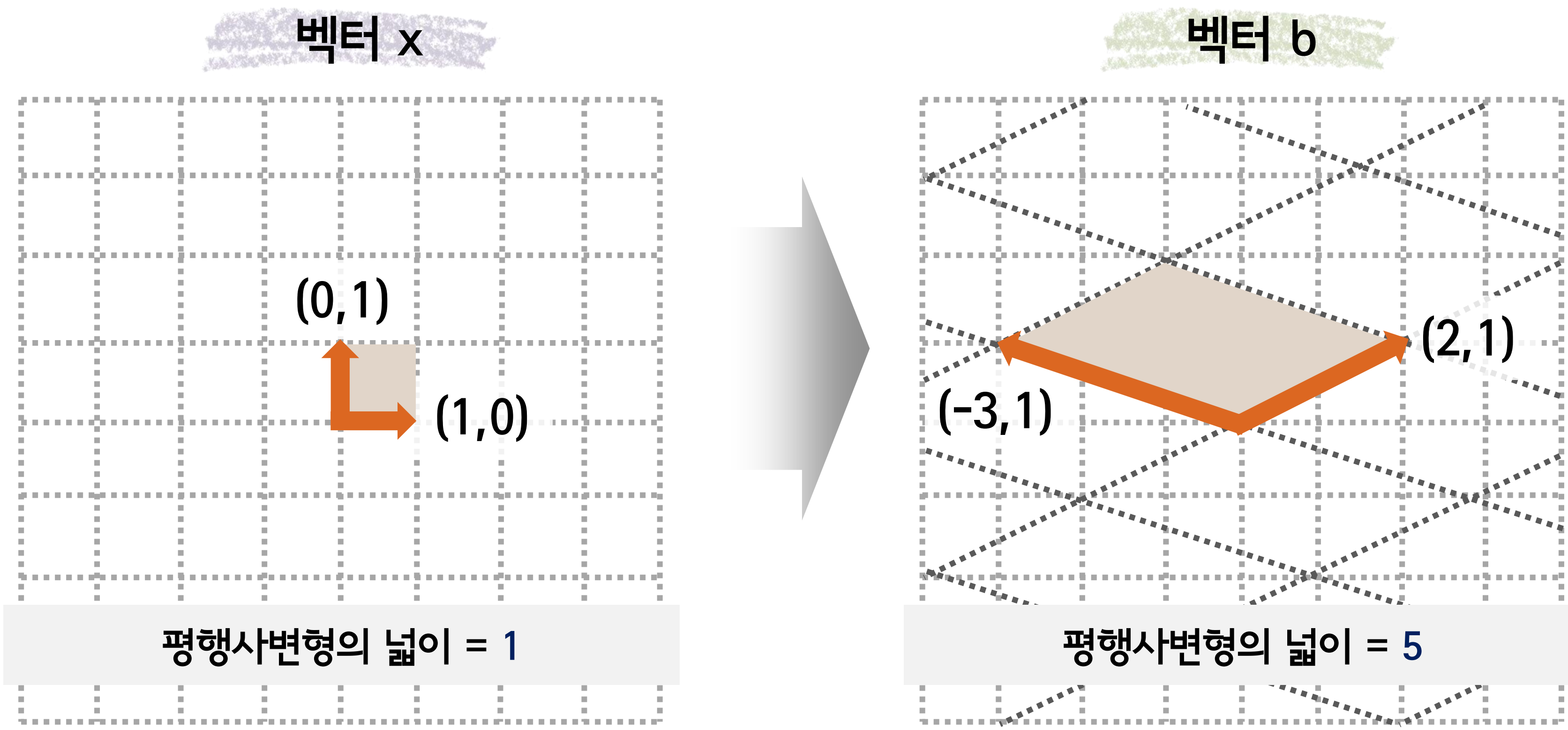
|det(A)|배 변화

output

벡터 b가 만드는 공간의 넓이

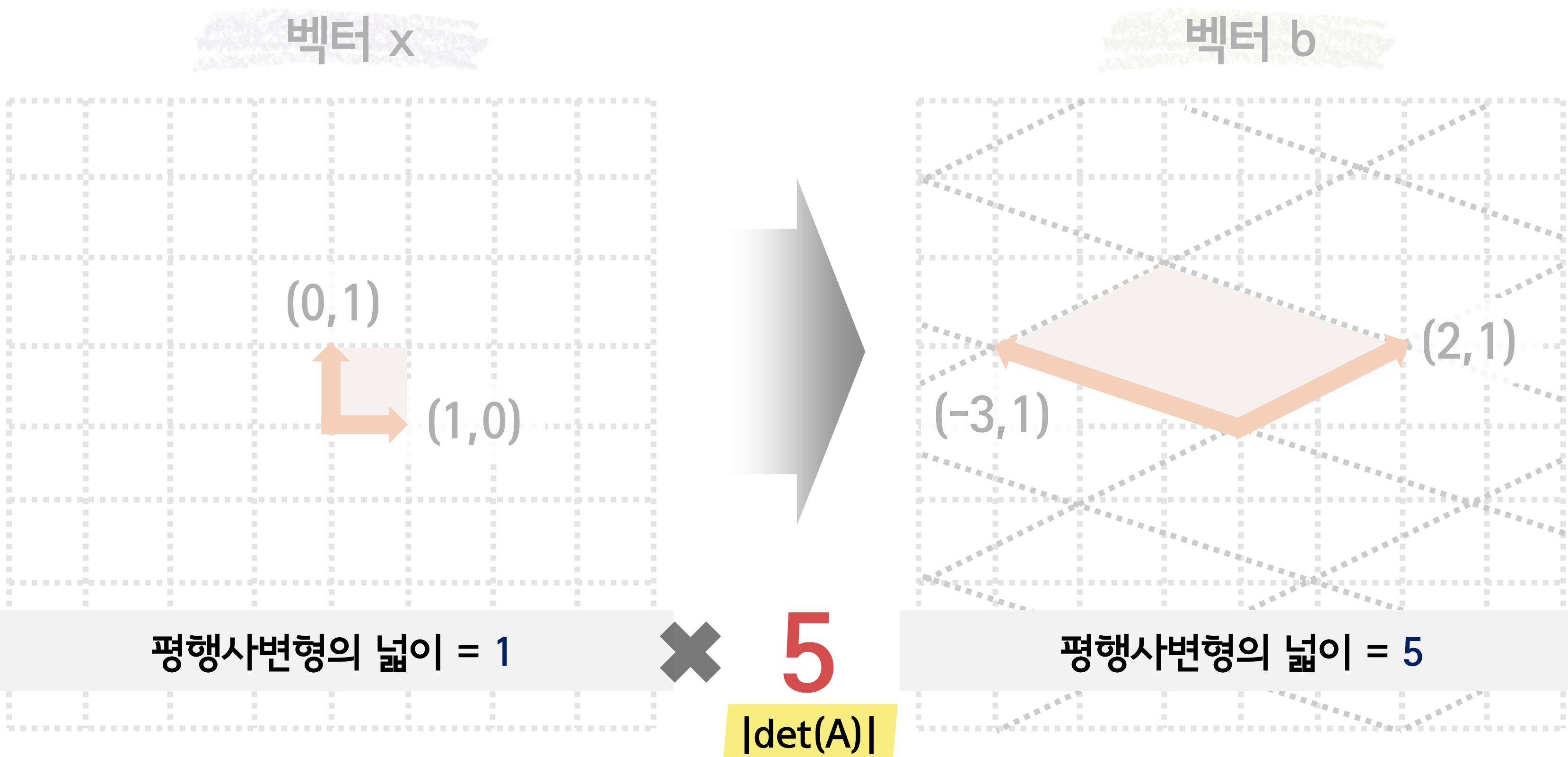
선형변환으로의 해석

- 선형변환 전후의 넓이 관계 설명



선형변환으로의 해석

- 선형변환 전후의 넓이 관계 설명



선형변환으로의 해석

- 선형변환 전후의 넓이 관계 설명

선형방정식 $Ax = b$에서

($\mathbb{R}^2$) 변환 후(b) 넓이 = |det(A)| · 변환 전(x) 넓이

($\mathbb{R}^3$) 변환 후(b) 부피 = |det(A)| · 변환 전(x) 부피

평행사변형의 넓이 = 1

✖ 5

|det(A)|

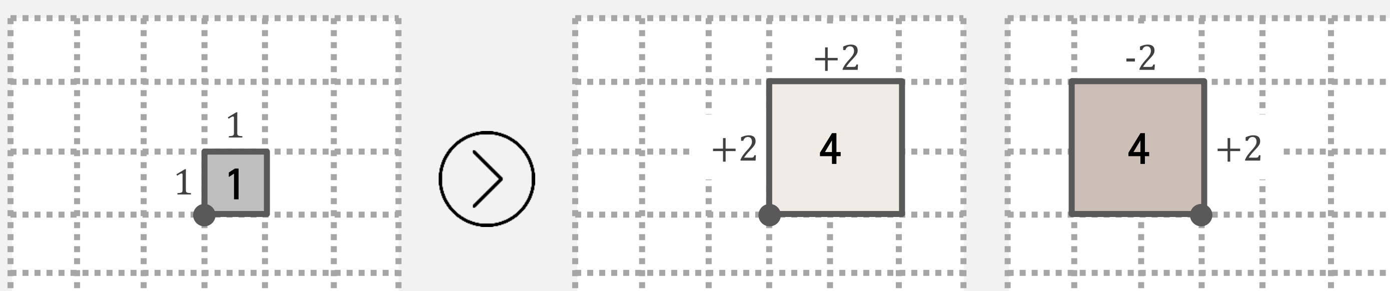
평행사변형의 넓이 = 5

선형변환으로의 해석

Q det(A)에 절댓값을 씌우는 이유는 무엇인가요?

det(A)의 부호 = 공간의 반전 여부

면적 변화는 4배로 같지만 좌우가 반전됨



$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

$det(A) = 4$

$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

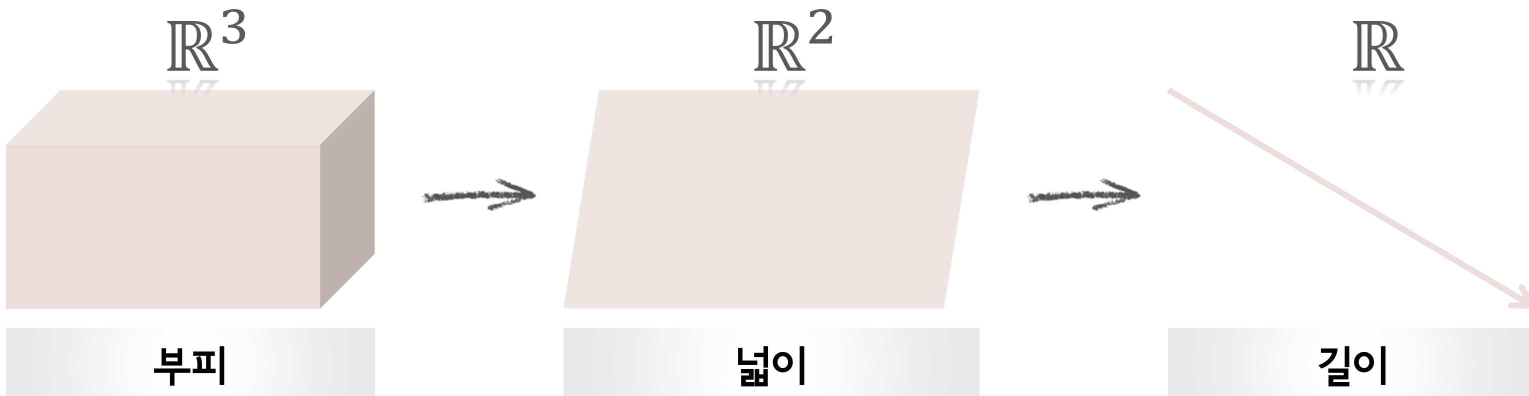
$det(A) = -4$

선형변환으로의 해석

Q

그렇다면 det(A)가 0인 것은 무엇을 뜻하나요?

선형변환을 통해 공간이 압축되었다!



차원이 바뀌면 기존 공간에서의 부피/넓이는 0이 됨

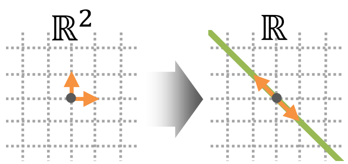
행렬식의 쓰임

1 역행렬 존재 유무 판별

A^{-1}
역행렬이 존재한다

=

- Ax = b가 유일한 해를 갖는다(unique)
- x와 Ax가 서로 일대일 대응이다



공간압축 선형변환

→

$\cancel{A^{-1}}$
역행렬이 존재하지 않는다

행렬식의 쓰임

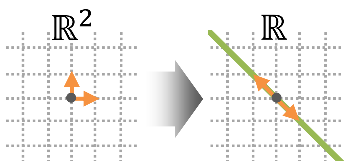
1 역행렬 존재 유무 판별

A^{-1}

역행렬이 존재한다

=

- Ax = b가 유일한 해를 갖는다(unique)
- x와 Ax가 서로 일대일 대응이다



공간압축 선형변환

det(A) = 0

A^{-1}

역행렬이 존재하지 않는다

행렬식의 쓰임

1 역행렬 존재 유무 판별

$\boldsymbol{A^{-1}}$
역행렬이 존재한다

=

- Ax = b가 유일한 해를 갖는다(unique)
- x와 Ax가 서로 일대일 대응이다

공간압축
선형변환

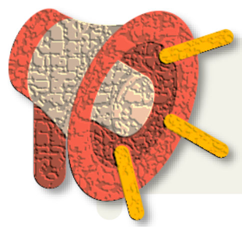
det(A) = 0

$\cancel{A^{-1}}$
역행렬이
존재하지
않는다

행렬식의 쓰임

2 Cramer's Rule로 해 구하기

- det(A) ≠ 0일 때, 즉 A의 역행렬이 존재할 때 Cramer's Rule 활용



선형방정식 $\begin{cases} 8x + 5y = 2 \\ 2x - 4y = -10 \end{cases}$ 을 풀어보자!

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} x \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} b \\ \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix} \end{array}$$

det(A) = - 32 - 10 = - 42

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -10 & -4 \end{vmatrix}}{\det(A)} = \frac{-8-(-50)}{-42} = -1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 2 & -10 \end{vmatrix}}{\det(A)} = \frac{-80-4}{-42} = 2$$

2

공간 개념

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 여러 벡터들이 모여 형성한 공간 ($\mathbb{R}^n$)
- 벡터에 대한 합과 상수배가 연산법칙 만족

벡터의 합

$a + b = b + a$ - *교환법칙*

$(a + b) + c = a + (b + c)$ - *결합법칙*

$a + 0 = a$ - *항등원*

$a + (-a) = 0$ - *역원*

상수배

$c(a + b) = ca + cb$

$(c + k)a = ca + ka$

$c(ka) = (ck)a$

$1a = a$

선형부분공간

subspace

벡터공간 | 선형부분공간

span | column space

- 벡터공간 안의 몇 가지 벡터 집합으로 이루는 또다른 부분 벡터공간

❂ 선형 조건 ❂

0벡터(원점)가 존재한다

선형부분공간 내 벡터에 다른 벡터를 합한 것도 선형부분공간에 존재한다

선형부분공간 내 벡터에 상수를 곱한 것도 선형부분공간에 존재한다

선형부분공간

subspace

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 벡터공간 안의 몇 가지 벡터 집합으로 이루는 또다른 부분 벡터공간

☼ 선형 조건 ☼

0벡터(원점)가 존재한다

어떤 벡터에 0을 곱하면
항상 0이 되므로
반드시 원점을 포함

선형부분공간 내 벡터에 다른 벡터를 합한 것도 선형부

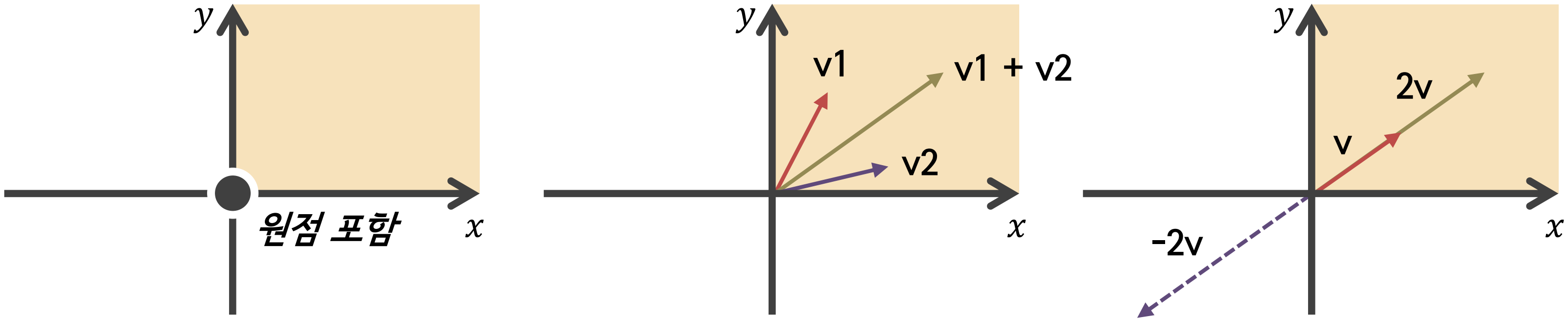
선형부분공간 내 벡터에 상수를 곱한 것도 선형부분공간에 존재한다

선형부분공간

subspace

벡터공간	**선형부분공간**
span	column space

2차원 공간에서 축을 포함한 제1사분면은 선형부분공간이 될 수 있을까?

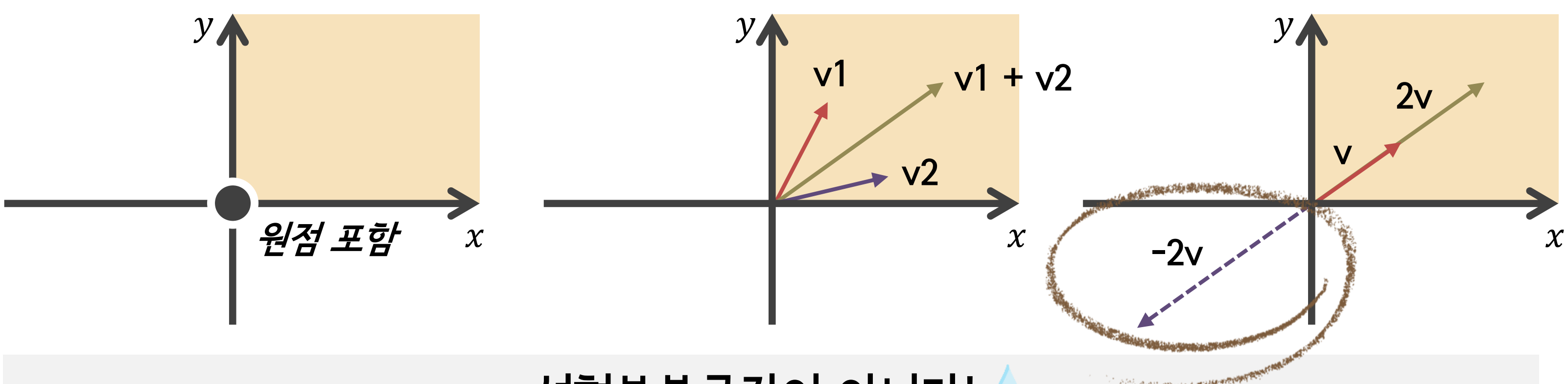


선형부분공간

subspace

벡터공간	**선형부분공간**
span	column space

2차원 공간에서 축을 포함한 제1사분면은 선형부분공간이 될 수 있을까?



선형부분공간이 아니다!

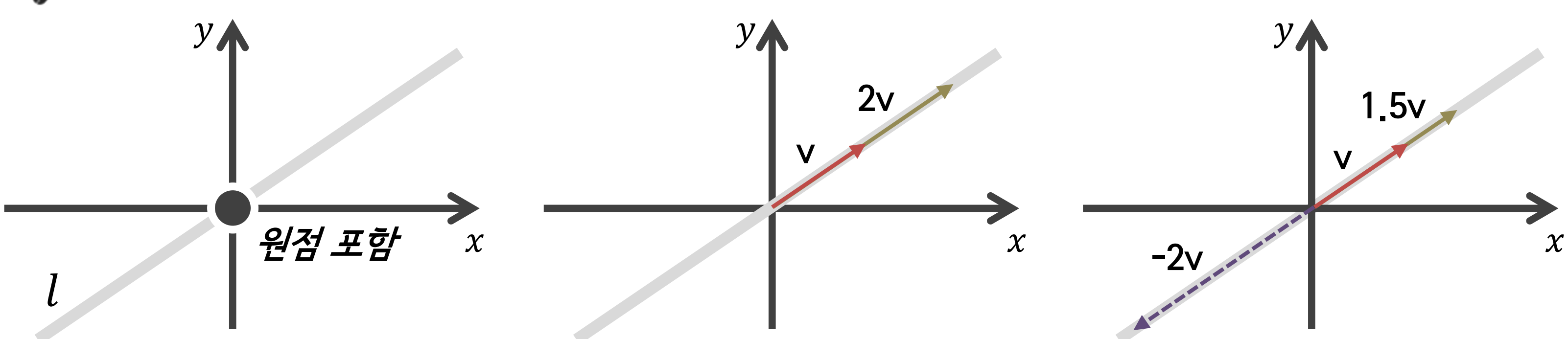
선형부분공간

subspace

벡터공간	**선형부분공간**
span	column space

그렇다면 2차원 공간에서의 직선 l은

선형부분공간이 될 수 있을까?

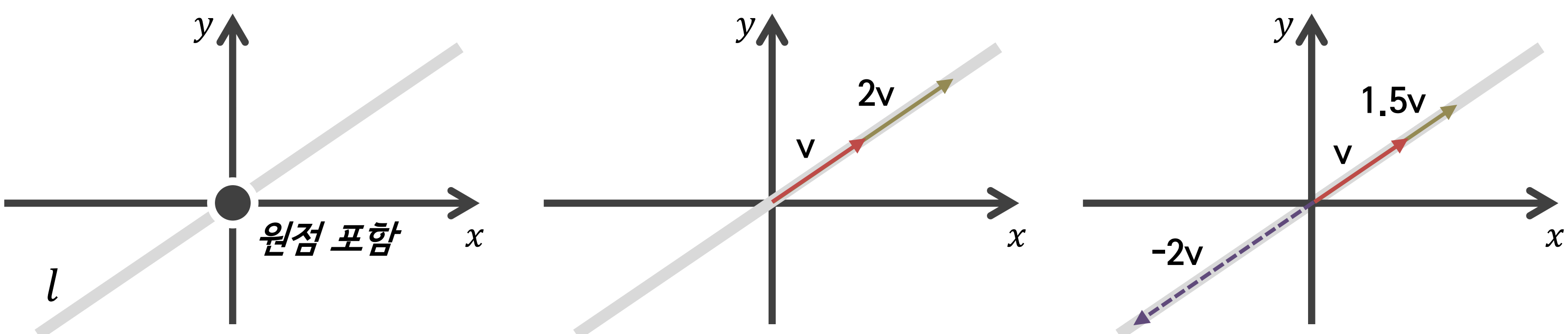


선형부분공간

subspace

벡터공간	**선형부분공간**
span	column space

그렇다면 2차원 공간에서의 직선 l은
선형부분공간이 될 수 있을까?

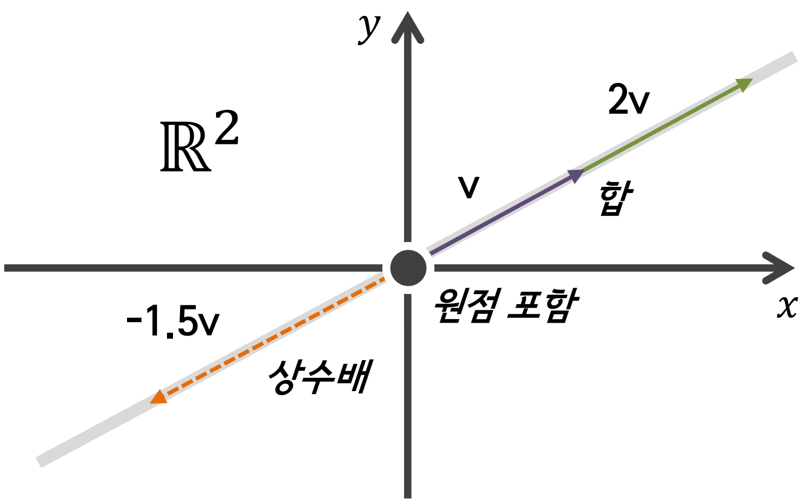


선형부분공간이다!

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 벡터 a1, a2, ⋯, an의 모든 선형결합이 속하는 선형부분공간



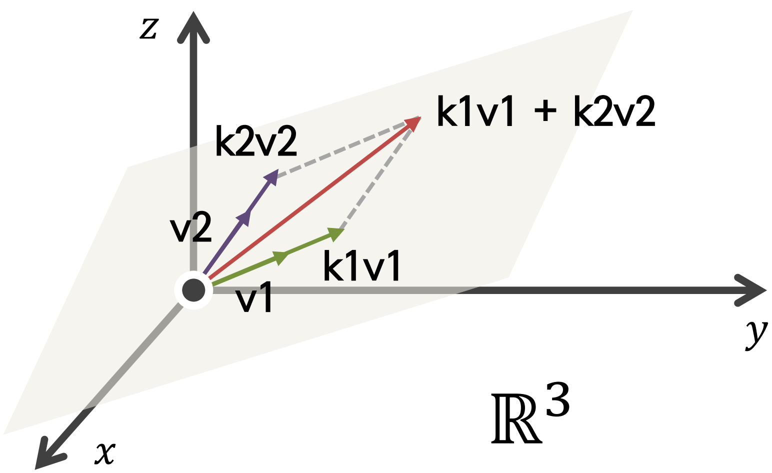
2차원 공간의 선형부분공간

모든 v에 대한 조합
span{v}

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 벡터 a1, a2, ⋯, an의 모든 선형결합이 속하는 선형부분공간



v1과 v2의 합과 상수배로
만든 모든 조합

span{v1, v2}

3차원 공간에서
원점을 지나는 평면

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

span은 사용하는 벡터에 따라

모든 공간을 채움

직선, 평면 등의 형태인 선형부분공간

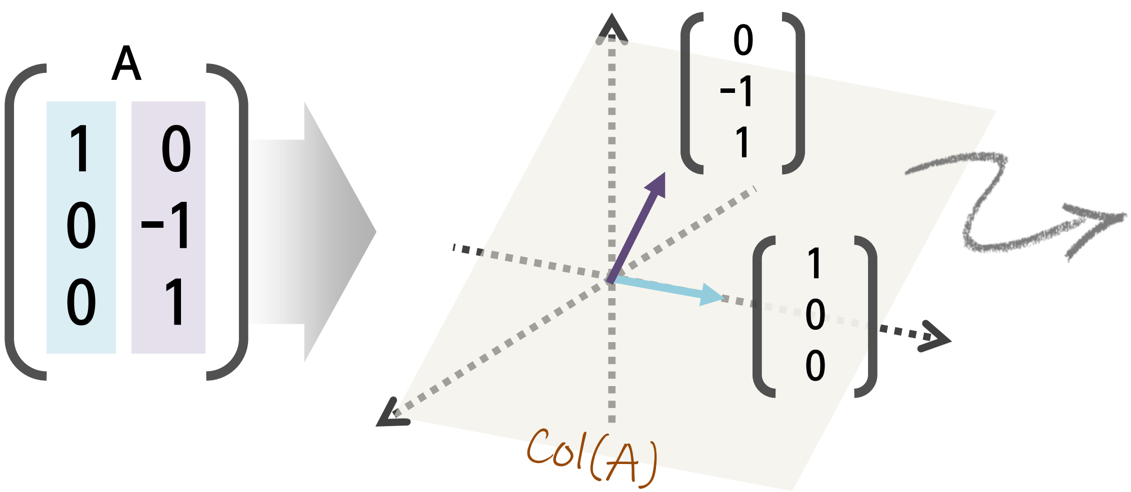
~~특정 공간의 특정 형태~~

벡터들의 가능한 **선형결합의 모음**을 한 공간에 몰아넣은 것

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 행렬 A의 열벡터의 연산으로 만드는 공간
- 행렬 A의 열벡터의 span



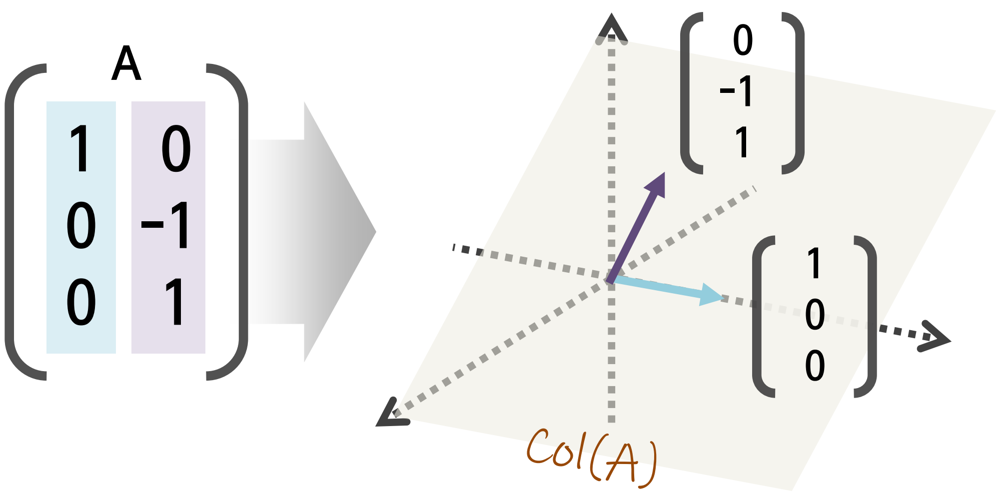
A에 대한 모든 선형결합,

즉 모든 Ax 포함

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 행렬 A의 열벡터의 연산으로 만드는 공간
- 행렬 A의 열벡터의 span



Ax = b의 해가 있다

col(A)가 모든 Ax를 포함한다

벡터 b가 col(A)에 있다

벡터 b가 span{a}에 있다

선형부분공간

벡터공간	선형부분공간
span	column space

- 행렬 A의 열벡터의 연산으로 만드는 공간
- 행렬 A의 열벡터의 span

Ax = b가 모든 b에 대해 해를 갖는다

모든 b에 대한 col(A)가 존재한다

col(A)가 모든 b를 표현한다

col(A)가 벡터공간($\mathbb{R}^n$)이다

+

Ax = b의 해가 있다

col(A)가 모든 Ax를 포함한다

벡터 b가 col(A)에 있다

벡터 b가 span{a}에 있다

Null space

- $Ax = b$ — *non-homogenous*
  - 불일치한다 (*Inconsistent*) → 해가 없다
  - 일치한다 (*Consistent*)
    - → 해가 유일하다
    - → 해가 무수히 많다
- $Ax = 0$ — *homogenous*
  - 일치한다 (*Consistent*)
    - → 해가 유일하다 (x가 모두 0) — trivial solution
    - → 해가 무수히 많다 — non-trivial solution

Null space

영공간

Null Space

해가 없다

Ax = 0을 만족하는 해 x가 이루는 공간,
즉 homogenous한 방정식의 해의 집합

$Ax = 0$ *homogenous*	일치한다 *Consistent*	x가 모두 0 해가 유일하다 trivial solution
		해가 무수히 많다 non-trivial solution

Null space

$$\overset{A}{\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&2\\0&1&1\end{pmatrix}}\overset{x}{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}}=\overset{0}{\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}}$$

Null space

$Ax = 0$을 만족시키는 **해**들을 모아 형성한 공간

0벡터 + 해벡터끼리의 합 + 해벡터의 상수배 → **선형부분공간**

방정식의 해벡터가 $\mathbb{R}^n$ > 그것의 null space는 $\mathbb{R}^n$ 의 선형부분공간

기저

1 선형독립 independence

- $c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n = 0$에서 c가 모두 0인 경우를 제외한 어떠한 c_i의 조합으로도 식이 성립되지 않는 경우

=

$$Ax = 0$$

- 선형방정식을 만족하는 벡터 x가 오직 0벡터뿐인 경우

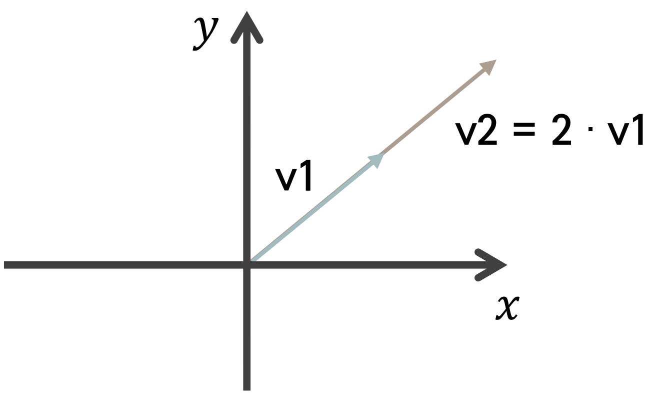
=

- Null space에 0벡터만 있는 경우

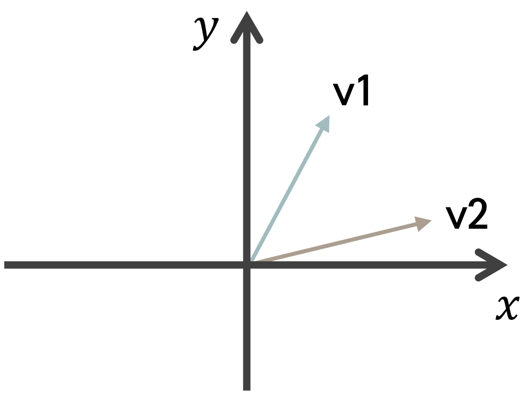
기저

1 선형독립 *independence*

$$c1v1 + c2v2 = 0$$



0벡터가 아닌 벡터에 의해
식이 성립됨

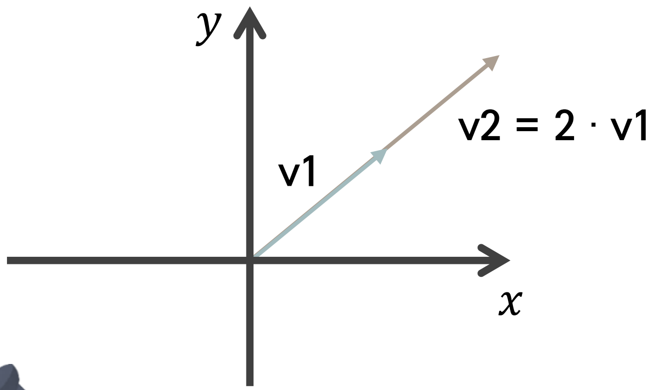


c가 모두 0인 경우를 제외하고는
두 벡터를 이용하여 0을 만들 수 없음

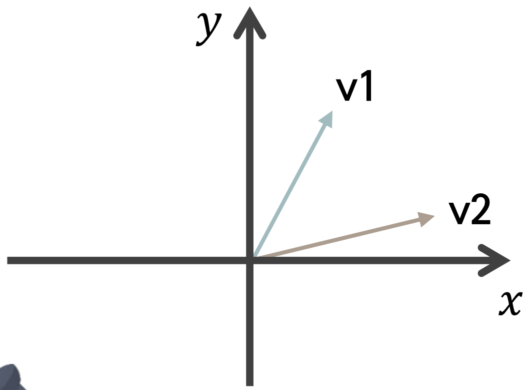
기저

1 선형독립 *independence*

$$c1v1 + c2v2 = 0$$



종 속



독 립

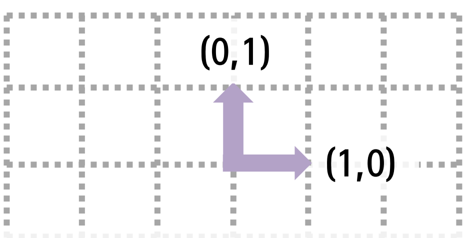
기저

2 기저 Basis

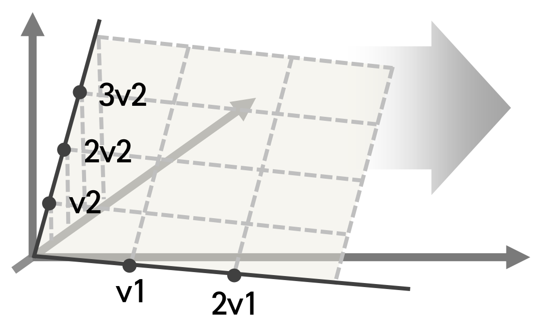
span + 선형독립

어떤 공간을 구성하는 span 벡터의 **최소** 집합

벡터공간을 **효율적**으로 표현할 수 있는 벡터들(span)



표준기저
standard basis



어떤 공간을 span하는 기저는 유일하지 않음

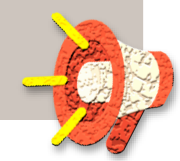
기저

3 Null space의 기저

- **자유변수**를 상수로 하는 선형조합의 벡터

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 4 & 4 & -1 & 9 \end{pmatrix}$$

행렬 A를 RREF로 정리 후
해와 기저를 구해보자!



$$x = \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x2-2x4 \\ x2 \\ x4 \\ x4 \end{pmatrix} = \overbrace{s}^{\text{자유변수}}\underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{기저}} + \overbrace{t}^{\text{자유변수}}\underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{기저}}$$

기저

3 Null space의 기저

- **자유변수**를 상수로 하는 선형조합의 벡터

null space의 기저 개수 = 자유변수 개수 = n - (pivot 개수)

자유변수

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_2 - 2x_4 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} = s\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

기저

기저

4 Column space의 기저

• RREF의 pivot이 위치하는 원래 행렬의 열

column space의 기저 개수 = pivot의 개수

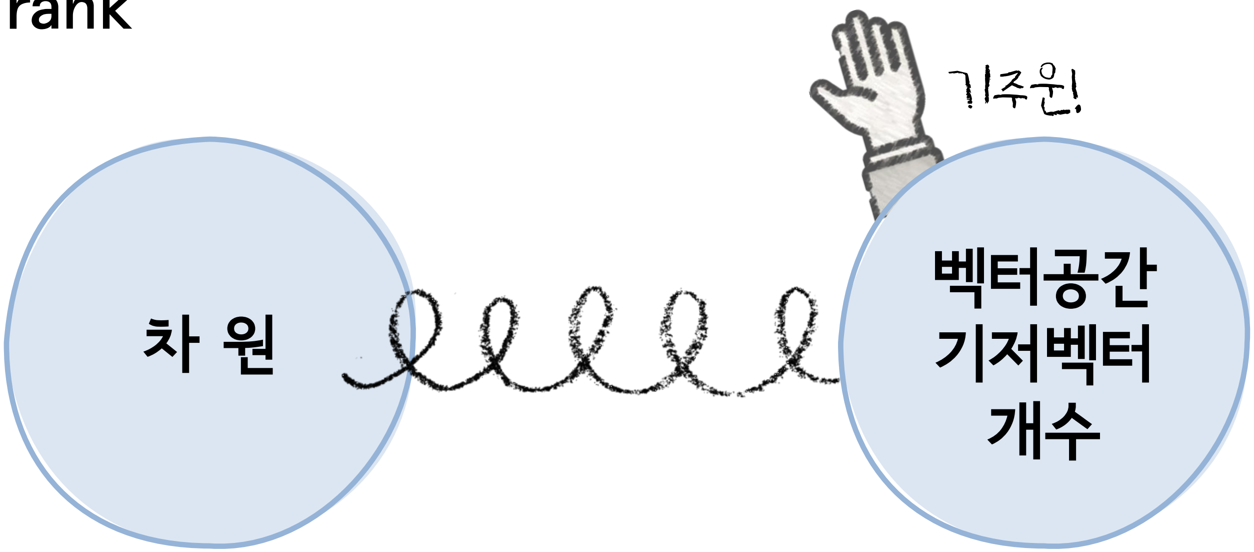
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 4 & 4 & -1 & 9 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

pivot

col(A)의 기저

독립

차원과 rank



	Null space	Column space
dimension	자유변수 개수 pivot이 없는 열 개수	pivot 개수

rank(A)

3

투영벡터

벡터의 크기와 거리

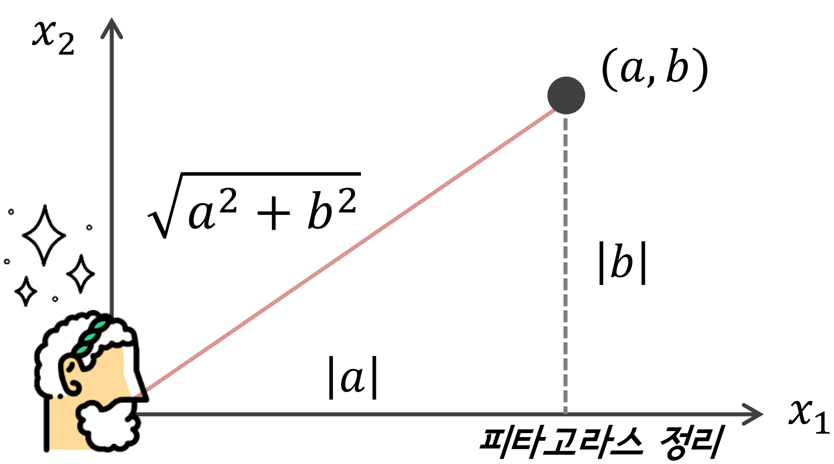
$\mathbb{R}^n$ 의 벡터 x = $(x_1,\ x_2, \cdots,\ x_n)$에 대하여,

벡터의 크기

norm | length | $\|x\|$

$$\sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2 + \cdots + {x_n}^2}$$

: 점 P$(x_1,\ x_2, \cdots,\ x_n)$와 원점 사이 거리



점 P와 Q 사이의 거리

$$\|x - y\|$$

$$\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \cdots + (x_n - y_n)^2}$$

내적 (inner product, dot product)

$\mathbb{R}^n$ 의 벡터 x = $(x_1,\ x_2, \cdots,\ x_n)$, y = $(y_1,\ y_2, \cdots,\ y_n)$에 대하여,

내적 공식	
$x \cdot y$	$x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n$

$$x = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

원소의 개수가 같은 x, y

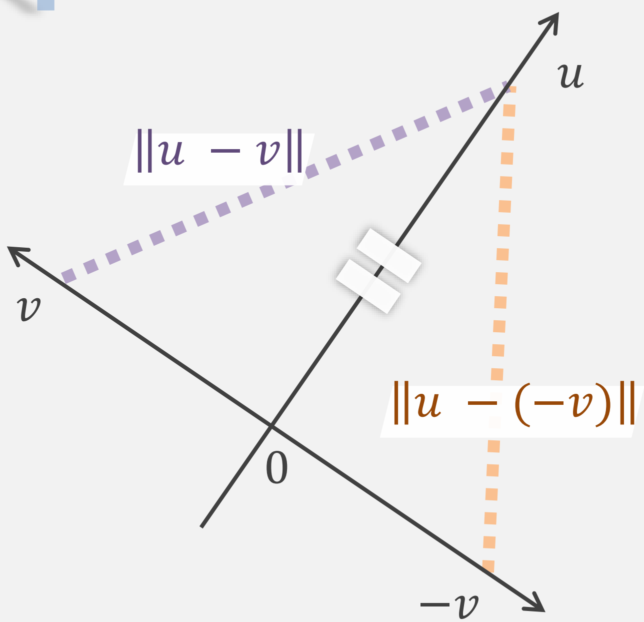
$$\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}}_{x^T} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}}_{y} = \begin{bmatrix} 14 \end{bmatrix}$$

1 x 1의 상수

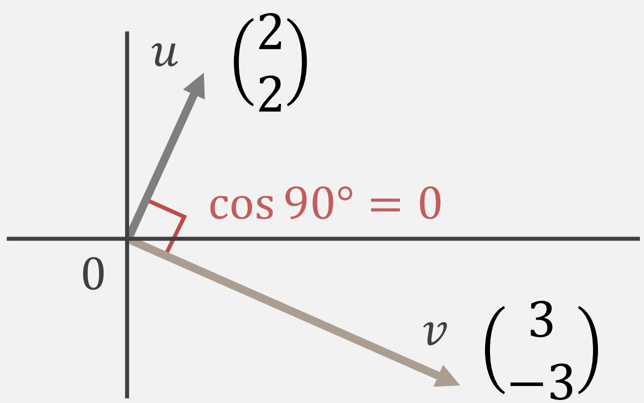
직교 (orthogonality)

- 벡터가 서로 수직으로 만나는 경우

1 기하학적 Geometrical



2 수식적 Mathematical



$$u \cdot v = 0$$

$$u^T v = (2 \quad 2)\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$$

직교 (orthogonality)

- 벡터가 서로 수직으로 만나는 경우

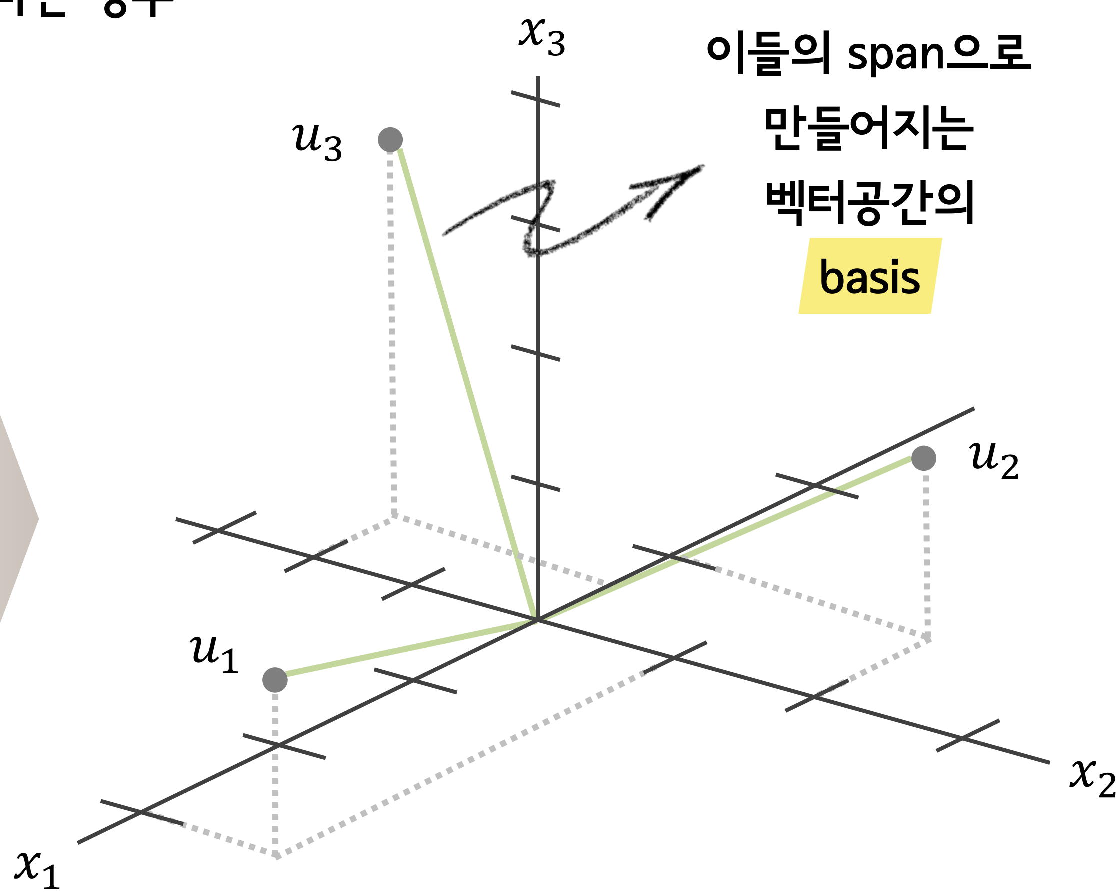
orthogonal set

$$u_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$u_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$u_3 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -2 \\ 7/2 \end{bmatrix}$$

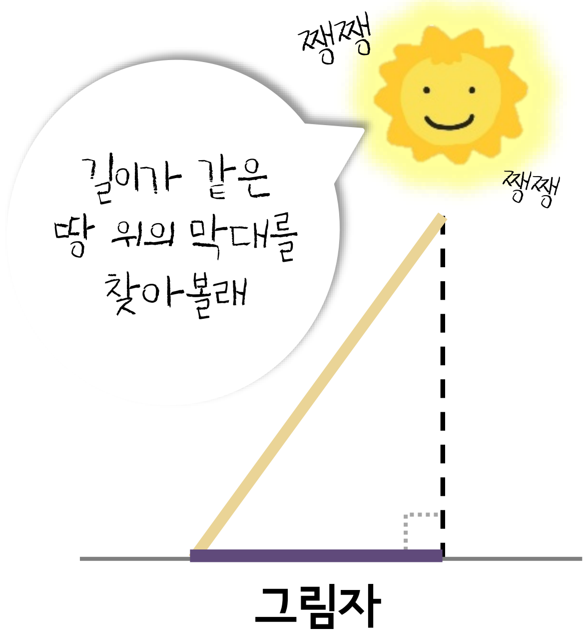
선형독립

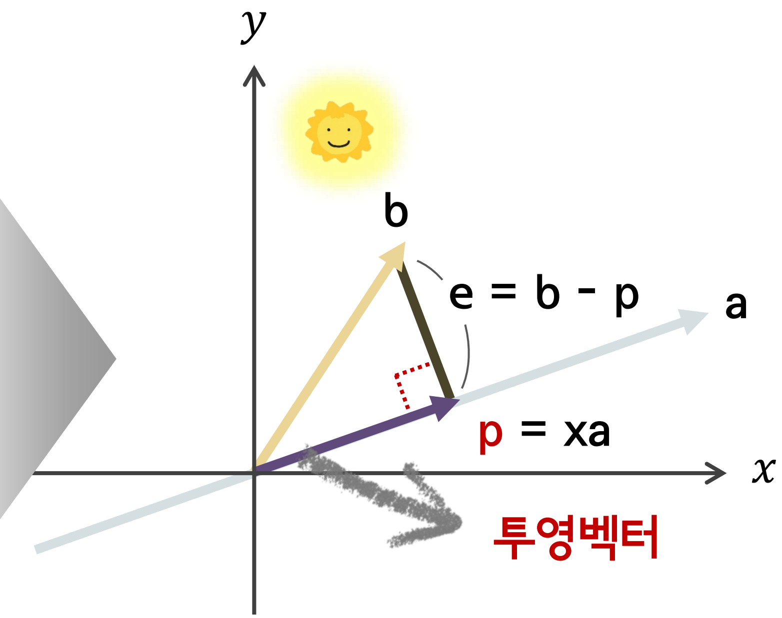


이들의 span으로 만들어지는 벡터공간의 basis

투영벡터 (Projection)

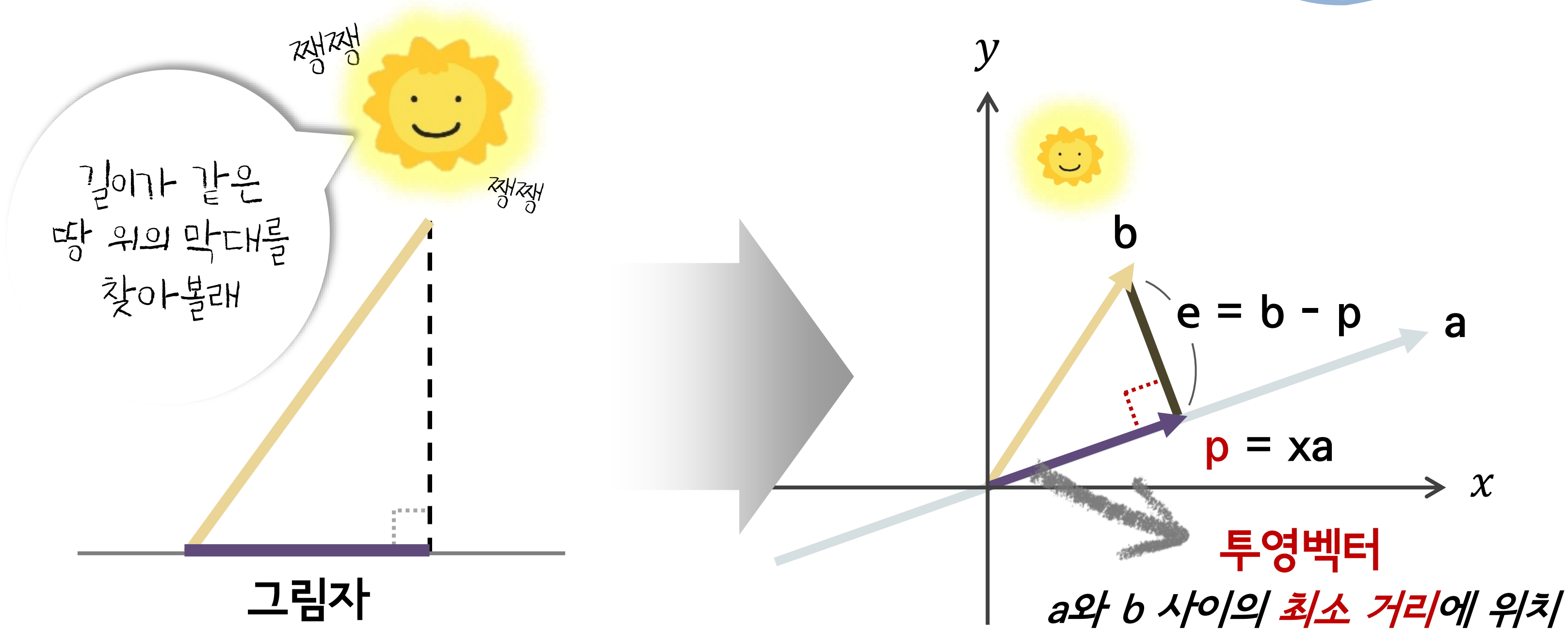
투영 하나의 벡터를 다른 벡터로 옮겨서 표현





투영벡터 (Projection)

벡터 b를 직선 a 위의 벡터로 매핑 = 벡터 b의 직선 공간으로의 **공간압축** = 공간압축 선형변환



투영벡터 (Projection)

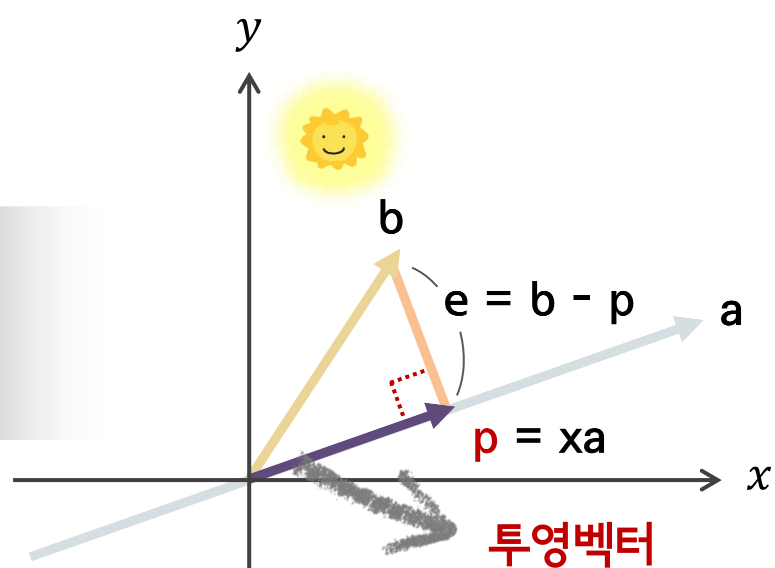
벡터 b를 직선 a 위의 벡터로 매핑 = 벡터 b의 직선 공간으로의 **공간압축** = 공간압축 선형변환

벡터 p

벡터 b의 span{a} 상의 정사영

'Projab'

실제값(b)과 예측값(p)의 차이인 e와 벡터 a가 직교함을 이용하여 계산



투영벡터

a와 b 사이의 최소 거리에 위치

4

선대, 희귀를 만나다

투영벡터와 Least Square Method

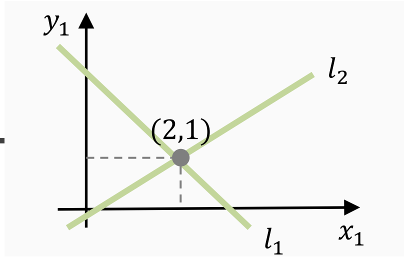
해의 종류

지난주!

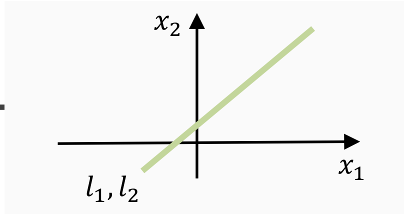
일치한다

Consistent

해가 유일하다



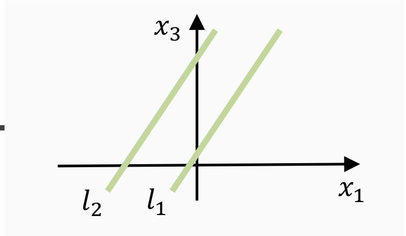
해가 무수히 많다



불일치한다

Inconsistent

해가 없다



투영벡터와 Least Square Method

해의 종류

지난주!

$Ax = b$의 해가 없는데 … 무엇을 연구하면 좋을까요?

· 거리 개념

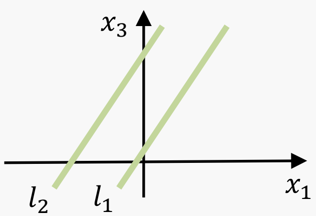
· 투영 벡터

주어진 방정식을 최대한 만족하는, 해다운 것을 찾아 대신 사용하자!

불일치한다

Inconsistent

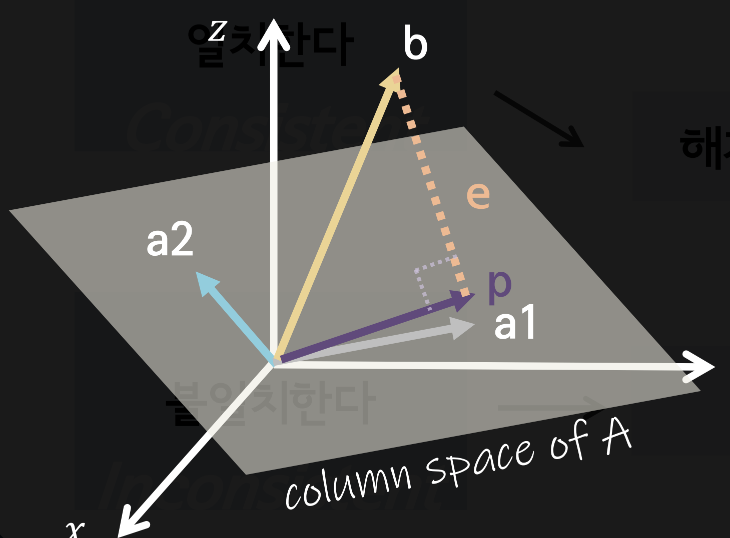
→ 해가 없다 —



투영벡터와 Least Square Method

해의 종류

투영벡터를 사용하는 이유



a1과 a2로 만든 col(A)에

b가 위치하지 않는,

즉 Ax = b의 해가 없는 상황

가장 비슷한 대역 $\mathrm{p} = a_1\widehat{x_1} + a_2\widehat{x_2}$

(최소거리 투영벡터) $= A\hat{x}$

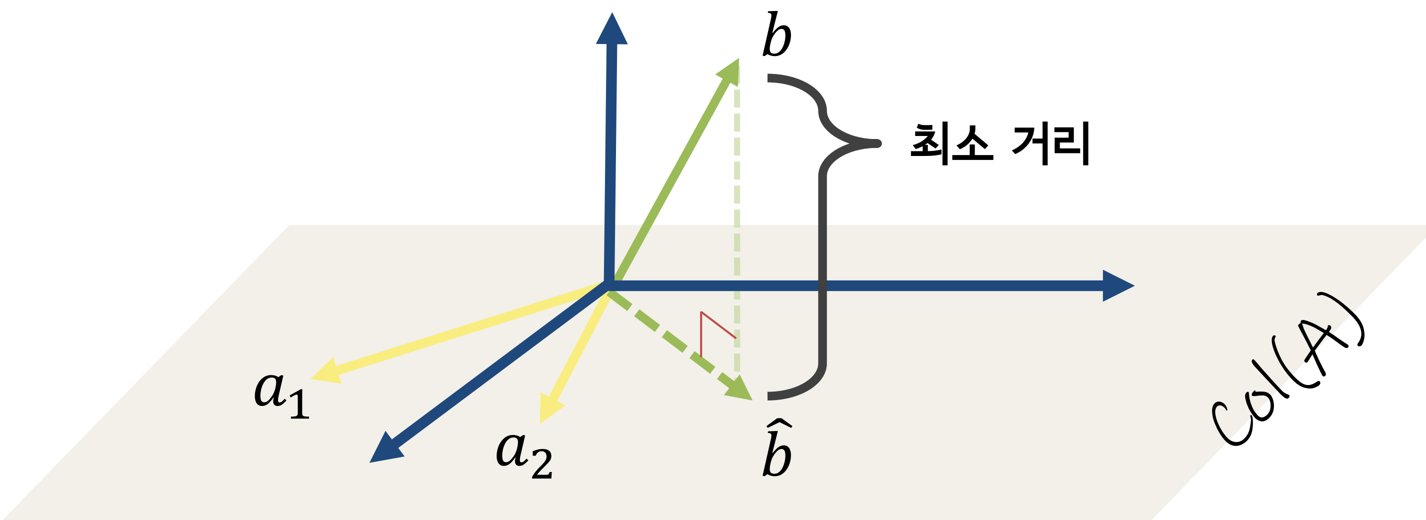
투영벡터와 Least Square Method

최소자승법

Least Square Method

$Ax = b$의 해가 없는 경우 **최소 거리**를 바탕으로

가장 근접한 $A\hat{x} = \hat{b}$ 의 해 $\hat{x}$ 를 구하는 것



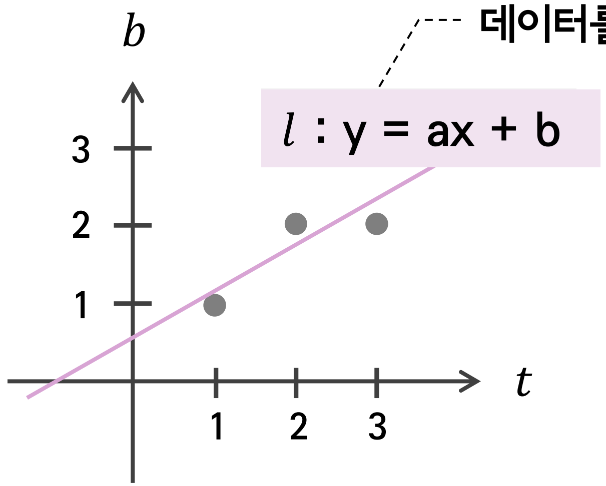
투영벡터와 Least Square Method

최소자승법
Least Square Method

$Ax = b$의 해가 없는 경우 **최소 거리**를 바탕으로

가장 근접한 $A\hat{x} = \hat{b}$ 의 해 $\hat{x}$ 를 구하는 것

데이터를 최대한 만족하는 하나의 line에 대한 식 탐색



$$\overset{A}{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}} \overset{x}{\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} = \overset{b}{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}}$$

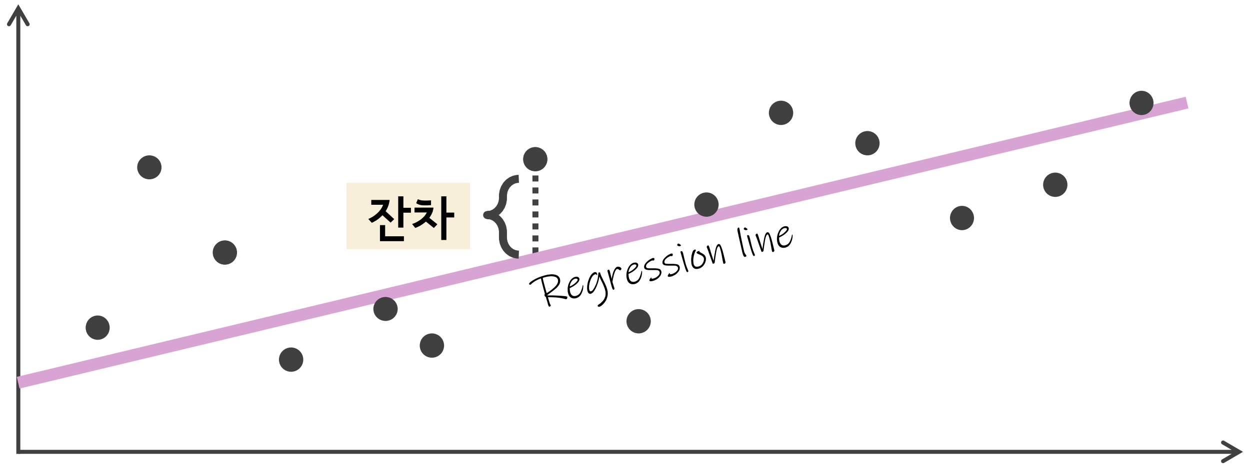
데이터

선형회귀분석

독립변수와 종속변수 간의 관계를 가장 잘 설명하는 직선을 찾는 것이 목표

실제값(y)과 예측값($\hat{y}$)이 비슷하도록,

즉 $y - \hat{y}$ (잔차, residual)의 제곱값을 최소화하도록!



선형회귀분석

1 회귀식 $y = \beta 0 + \beta 1x$ 형태 바꾸기

$X\beta = y$

A x = b

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta 0 \\ \beta 1 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

2 Least Square Method 적용해 간접해 구하기

$X\hat{\beta} = \hat{y}$

XB와 y의 최소 거리 고려

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

선형회귀분석

1 회귀식 $y = \beta 0 + \beta 1x$ 형태 바꾸기

꼭 기억하라구 ~♡

회귀분석에서는 Least Square Method를 통해

회귀식 $X\beta = y$ 의 간접해 $\hat{\beta}$를 구함으로써

실제값(y)과 예측값$(\hat{y},\ X\hat{\beta})$의 거리(residual)를

최소화하는 회귀식을 구하는 것이 목표!

$X\beta$와 y의 최소 거리 고려

가중회귀모델

• 단순선형회귀식 •

$$y = X\beta + \varepsilon$$

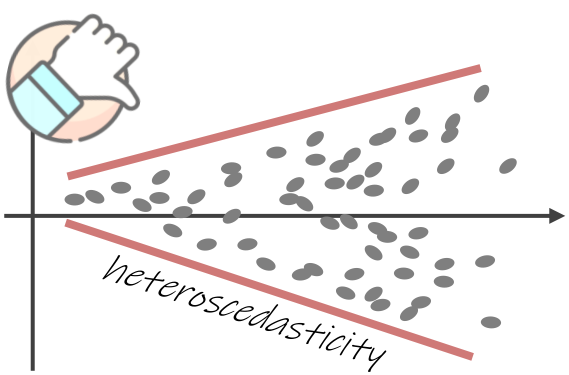
residual

등분산성

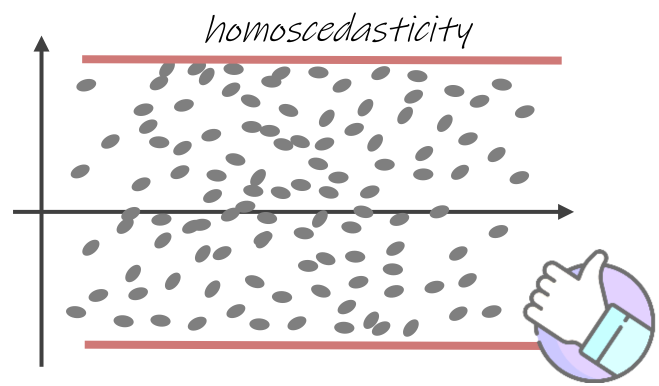
$$E(\varepsilon) = 0, \; V(\varepsilon) = \sigma^2$$

오차항은 독립변수(X)와 무관하게 골고루 분포한다

이분산성



등분산성



가중회귀모델

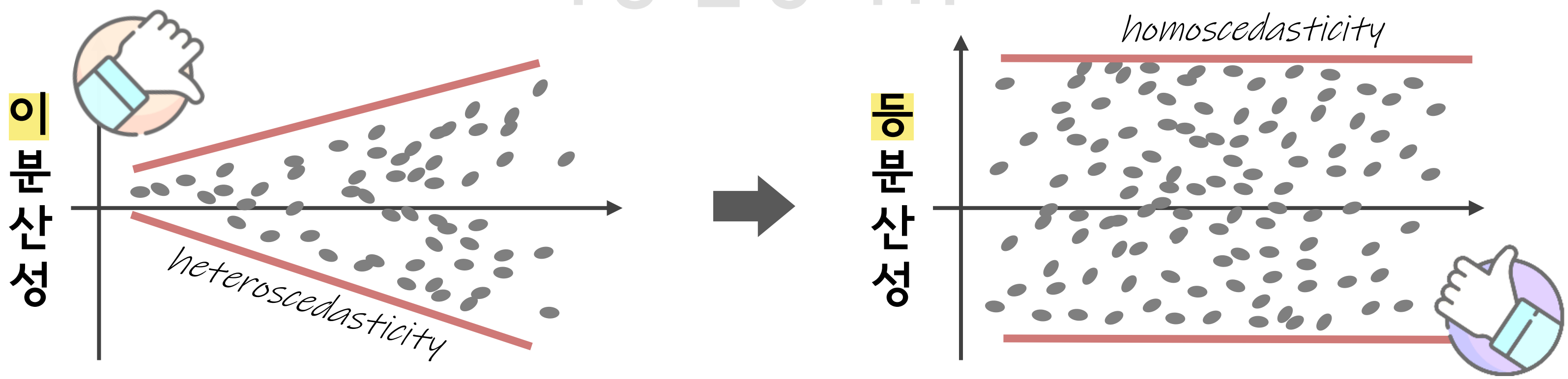
• 단순선형회귀식 •

$$y = X\beta + \varepsilon$$

residual

작은 분산에 가중치를 두어
등분산성을 만족하게끔 처리한 후 회귀분석 진행

"가중선형회귀"



가중회귀모델

$$\underbrace{\begin{pmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_n \end{pmatrix}}_{W} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}}_{X} \underbrace{\begin{pmatrix} \beta 0 \\ \beta 1 \end{pmatrix}}_{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_n \end{pmatrix}}_{W} \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}}_{y}$$

양변에 가중치를 곱한 뒤 Least Square Method를 적용해 베타계수 추정

$$\hat{\beta} = ((WX)^T WX)^{-1} (WX)^T W y$$

기존 선형회귀 모형 + 가중치 행렬 W

가중회귀모델

두 회귀모형의 비교

	단순선형회귀	가중회귀
SSE	$\lVert y - \hat{y} \rVert^2 = \lVert y - X\hat{\beta} \rVert^2$	$\lVert Wy - W\hat{y} \rVert^2 = \lVert Wy - WX\hat{\beta} \rVert^2$
β의 해	$X^T X\hat{\beta} = X^T y$	$(WX)^T WX\hat{\beta} = (WX)^T Wy$

기존 선형회귀 모형 + 가중치 행렬 W

!다음주 예고!

다음주에는

☼ 고유값과 고유벡터 ☼

☼ 주성분분석(PCA) ☼

☼ 특이값 분해 (SVD) ☼

☼ 계층분석법 (AHP) ☼

하고 싶습니다!!

하고 싶은 일 모두 할 수 있음 좋겠네~
하늘만큼 땅만큼 너무나 많은 꿈들~~

THANK YOU