

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE  
ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO  
POLITÉCNICO NACIONAL**

**UNIDAD ZACATENCO**

**DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO**

**MODELADO Y CONTROL DE  
UN DISPOSITIVO DE AUMENTO DE FUERZA**

Tesis que presenta el  
**M. en C. SURESH KUMAR GADI**

Para obtener el grado de  
**DOCTOR EN CIENCIAS**

En la especialidad de  
**CONTROL AUTOMÁTICO**

Directores de la tesis  
**DR. RUBÉN ALEJANDRO GARRIDO MOCTEZUMA**  
**DR. ROGELIO LOZANO-LEAL**

México, D. F.

Mayo, 2014



## **Agradecimientos**

Agradezco a mis maestros en general y de manera especial a los doctores Antonio Osorio Cordero, Rogelio Lozano Leal y Rubén Garrido Moctezuma por la disponibilidad, paciencia, amabilidad, la oportunidad de trabajar con ellos y por su valiosa asesoría.

También por haberme ayudado en el proceso de admisión al doctorado le doy las gracias a mi amigo el Dr. Eswaramoorthy Varadharaj y al Dr. Velumani Subramaniam, quien fungió como Coordinador del Área de Relaciones Internacionales, Cinvestav; Por contribuir significativamente en mi formación académica agradezco a los profesores Dra. Dharani Bai G., Dra. Elizabeth Rufus, y M. en C. Sivacoumar R.

Debido al gran apoyo y asesoría técnica brindado en el laboratorio del Departamento de Control Automático, me es grado mencionar en ésta página a los ingenieros Gerardo Castro Zavala, José de Jesús Meza Serrano y Roberto Lagunes Feregrino.

Un especial agradecimiento ofrezco al Cinvestav y al CONACYT por el patrocinio otorgado para realizar estos estudios.

Por tenerlos siempre en mi mente, reconozco el apoyo y la amistad de mis amigos y familiares.



## Resumen

En esta tesis se presenta un dispositivo lineal de aumento de fuerza (DAF) de un grado de libertad, un modelo de un brazo humano (BH), un modelo de la interacción entre el DAF y el BH, un análisis de estabilidad para el sistema resultante de la interacción DAF-BH, y finalmente se presentan resultados de simulación y experimentales.

El DAF está constituido de un motor eléctrico y de un mecanismo tuerca-husillo que convierte el par generado por el motor eléctrico en una fuerza que mueve una carga. A la carga se le conecta un sensor para capturar la fuerza aplicada por el operador al DAF.

El algoritmo de control que se presenta en este trabajo permite al usuario sentir parte de la carga o peso total cuando está en contacto con el dispositivo, aún cuando esté en una posición de reposo.

Para estudiar la estabilidad de la interacción DAF-BH se emplea un modelo lineal del BH. Teniendo como partida trabajos anteriores, en éste se presenta un análisis de estabilidad que considera retardos de tiempo en el modelo humano. Un ingrediente clave en el análisis de estabilidad del esquema es el empleo de la sustitución de Rekasius en los términos de retardo. Se prueba que la interacción es estable cuando no se consideran retardos, esto es, cuando los retardos son iguales a cero. Cuando se consideran retardos diferentes de cero en el modelo humano, el análisis que se lleva a cabo suministra cotas superiores para los valores de los retardos abajo de los cuales, se mantiene la estabilidad de la interacción.

Se presentan simulaciones numéricas que permiten evaluar la interacción DAF-BH. También se llevan a cabo experimentos con un prototipo de laboratorio, con el que varios usuarios levantan un peso. Se observa que la interacción DAF-BH es estable y que el operador es capaz de mover la carga a una posición deseada, realizando todo el tiempo un esfuerzo el cual puede regularse.



# Abstract

This thesis presents a one degree of freedom (DOF) linear force augmenting device (FAD), a human arm (HA) model, a model of the FAD-HA interaction, a stability analysis for the system resulting from the FAD-HA interaction, and finally numerical simulations and experimental results.

The FAD consists of an electrical motor and a ball-screw mechanism that converts the torque generated by the electric motor to a force that moves a load. A force sensor is attached to the load to capture the force applied by the human operator to the FAD.

The control algorithm presented in this thesis allows the user to feel part of the load all the time, even at the rest position.

A linear model for the HA is employed to study the stability of the FAD-HA interaction. As a depart from past works, this work presents a stability analysis considering time-delays in the human model. A key ingredient in the analysis is the use of the Rekasius substitution for replacing the time-delay terms. It is proved that the FAD-HA interaction is stable when the human model has no delays. When delays are considered in the human model, the analysis performed provides upper bounds for the time-delays below which a stable interaction is assured.

Numerical simulations are presented, which allow assessing the FAD-HA interaction. Experimentation is performed with a laboratory prototype with which several human operators lift a load. It is observed that the FAD-HA interaction is stable and that the human operator is able to lift the load to its desired position by experiencing an effort that can always be controlled.



# Contenido

Agradecimientos . . . . .	III
Resumen . . . . .	V
Abstract . . . . .	VII
Contenido . . . . .	IX
Lista de Figuras . . . . .	XI
Lista de Tablas . . . . .	XIII
Lista de Símbolos . . . . .	XV
Lista de Acrónimos . . . . .	XVII
Lista de Publicaciones . . . . .	XIX
1. Introducción . . . . .	1
1.1. Interacción hombre-máquina y ergonomía . . . . .	1
1.2. Historia de la Ergonomía . . . . .	2
1.3. Surgimiento de los exoesqueletos . . . . .	3
1.4. Motivación . . . . .	5
1.5. Objetivo general . . . . .	6
1.6. Objetivos particulares . . . . .	6
1.7. Organización de la tesis . . . . .	6
2. Modelo del movimiento humano . . . . .	7
2.1. Definiciones importantes . . . . .	7
2.2. Los músculos y la movilidad . . . . .	9
2.3. Descripción del movimiento humano . . . . .	12
2.4. Hipótesis de control biológico del movimiento humano . . . . .	13
2.5. El esquema del movimiento humano . . . . .	14
2.5.1. Reacciones vs Reflejos . . . . .	17
2.6. Valores de los parámetros del BH . . . . .	20
2.7. Análisis de estabilidad . . . . .	21
2.7.1. Requisitos de un sistema para encontrar los retardos críticos . . . . .	21
2.7.2. Metodología . . . . .	22
2.8. Simulación . . . . .	28
2.9. Conclusiones . . . . .	29

---

3.	Estudio de los esquemas de interacción hombre-máquina	31
3.1.	Esquema general . . . . .	31
3.2.	El algoritmo de Kazerooni . . . . .	32
3.3.	El algoritmo del exoesqueleto BLEEX . . . . .	34
3.4.	El algoritmo de Kong y Tomizuka . . . . .	36
3.5.	Ventajas del esquema del control propuesto . . . . .	38
3.6.	Conclusiones . . . . .	38
4.	Propuesta de un esquema de control aplicado a un DAF	39
4.1.	Modelado del DAF . . . . .	39
4.2.	Interacción entre un operador humano y el DAF . . . . .	42
4.3.	Esquema del controlador propuesto y aplicado al DAF . . . . .	43
4.4.	Estabilidad del DAF sin interacción humana . . . . .	43
4.5.	Análisis de estabilidad de la interacción BH-DAF cuando no existen retardos	45
4.6.	Puntos de equilibrio . . . . .	48
4.7.	Selección de los parámetros del controlador aplicado al DAF . . . . .	48
4.8.	Simulación de la interacción BH-DAF sin considerar retardos . . . . .	50
4.9.	Conclusiones . . . . .	53
5.	Análisis de estabilidad considerando retardos en el modelo humano	55
5.1.	Ecuación característica de la interacción BH-DAF . . . . .	55
5.2.	Análisis de estabilidad considerando retardos en el modelo del BH . . . . .	56
5.3.	Verificación de los valores críticos de los retardos mediante simulación . . . . .	60
5.4.	Conclusiones . . . . .	62
6.	Simulaciones y experimentos de la interacción BH-DAF	63
6.1.	Plataforma experimental . . . . .	63
6.2.	Valores de los parámetros empleados en la simulación de la interacción BH-DAF	63
6.3.	Levantamiento del bloque mecánico a una posición determinada . . . . .	64
6.4.	Interacción BH-DAF considerando diferentes OH . . . . .	66
6.5.	Interacción BH-DAF con valores elevados de $K_A$ y con diferentes OH . . . . .	67
6.6.	Conclusiones . . . . .	70
7.	Conclusiones y trabajo futuro	71
7.1.	Conclusiones . . . . .	71
7.2.	Trabajo futuro . . . . .	73
	Referencias	75
A.	Modelo del motor eléctrico y del amplificador	85
B.	Simplificación de las ecuaciones del Capítulo 4	87
C.	Prueba de estabilidad	91
D.	Modelo experimental del DAF	97

# Listas de Figuras

2.1.	Un ejemplo mostrando un par de músculos antagonistas, el músculo bíceps y el músculo tríceps, actuando en la articulación del codo (Imagen tomada de [Saburchill12]). . . . .	10
2.2.	La anatomía de un músculo (Imagen tomada de [Cram10]). . . . .	11
2.3.	Un ejemplo de las trayectorias de velocidad y posición del BH en movimiento punto a punto. . . . .	13
2.4.	Esquema general que muestra como se lleva a cabo el movimiento del BH. .	15
2.5.	Esquema que muestra el control del movimiento de un BH. . . . .	16
2.6.	la acción refleja [Daniel]. . . . .	17
2.7.	Reflejo rotuliano [Daniel]. . . . .	19
2.8.	Curvas que muestran los valores de $d_1$ y $d_2$ para los cuales un par de polos toca el eje imaginario. En el recuadro se muestra la curva de valores críticos de $d_1$ y $d_2$ . . . . .	22
2.9.	Formas de onda de la señales de referencia empleadas en las simulaciones. .	28
2.10.	Resultados de simulación del modelo empleando los valores dados en la Tabla 2.1. . . . .	29
3.1.	Dibujo que muestra la interacción física entre un BH y un exoesqueleto. . .	32
3.2.	El esquema de control del exoesqueleto de H.Kazerooni [Kazerooni88]. . . .	33
3.3.	Esquema de control del BLEEX [Kazerooni05]. . . . .	35
3.4.	El esquema de control del exoesqueleto de K. Kong y M. Tomizuka se muestra en [Kong09]. . . . .	37
3.5.	Esquema simplificado de control del exoesqueleto K. Kong y M. Tomizuka.	37
4.1.	Esquema y fotografía del dispositivo de aumento de fuerza (DAF). . . . .	41
4.2.	Diagrama de bloques del DAF. . . . .	41
4.3.	Brazo humano interactuando con el DAF. . . . .	42
4.4.	Diagrama de bloques que muestra el DAF y el algoritmo de control en lazo cerrado y su interacción con un OH. . . . .	44
4.5.	Simplificación del diagrama a bloques que se muestra en la Figura 4.4. . .	45
4.6.	Simulación con los valores de los parámetros del Grupo I del BH y sin retardos.	50
4.7.	Simulación con los valores de los parámetros del Grupo II del BH y sin retardos.	51

---

4.8. Simulación con los valores de los parámetros del Grupo III del BH y sin retardos. . . . .	51
4.9. Simulación con los valores de los parámetros del Grupo IV del BH y sin retardos. . . . .	51
4.10. Lugar de las raíces del la interacción BH-DAF cuando se varía $K_A$ . . . . .	52
5.1. Retardos críticos para $d_1$ y $d_2$ con $K_A = 125$ . . . . .	59
5.2. Retardos críticos para $d_1$ y $d_2$ con $50 \leq K_A \leq 200$ . . . . .	60
5.3. Gráfica de los resultados de simulación de la posición del bloque mecánico vs tiempo considerando retardos en diferentes puntos $p = (d_1, d_2)$ . . . . .	61
6.1. Resultados experimentales en los que el OH levanta el bloque mecánico y lo deja caer después de un cierto tiempo. . . . .	64
6.2. Resultados de simulación con $K_f = 2 \times 10^3$ en los que el OH levanta el bloque mecánico y lo deja caer después de 20 s. . . . .	64
6.3. Forma de onda correspondiente a la señal dada en (6.1). . . . .	65
6.4. Resultados de simulación con $K_f = 2 \times 10^3$ y $\theta_{vd}$ dada por (6.1) en los que el OH levanta al bloque mecánico y lo deja caer después de 20 s. . . . .	65
6.5. Resultado experimentales de operación del DAF con diferentes OH primerizos con $K_A = 100 \times 10^3$ . . . . .	68
6.6. Resultado experimentales de operación del DAF con diferentes OH con experiencia de operación previa de dos veces y con $K_A = 100 \times 10^3$ . . . . .	68
6.7. Resultados experimentales de la operación del DAF con diferentes OH y con $K_A = 200$ . Los OH tienen una experiencia previa de cinco veces con $K_A = 100 \times 10^3$ . . . . .	69
6.8. Resultados de simulación que muestran el efecto de $G_p$ y $G_v$ en la estabilidad de la interacción BH-DAF . . . . .	69
6.9. Resultados experimentales de la interacción BH-DAF realizados con un OH experto y con valores elevados de $K_A$ . . . . .	69
A.1. Diagrama de bloques del motor de corriente directa con un amplificador conectado con realimentación en corriente. . . . .	86
C.1. Separación del modelo general de control en los subsistemas $S_1$ y $S_2$ . . . . .	92
D.1. Figura 3D mostrando el bloque mecánico. . . . .	98
D.2. Dimensiones del bloque mecánico. . . . .	99
D.3. Dimensiones del tornillo del mecanismo de tuerca-husillo. . . . .	100
D.4. Curva resistencia vs fuerza correspondiente al sensor de fuerza. . . . .	100
D.5. Circuito electrónico del sensor de fuerza. . . . .	101

# **Lista de Tablas**

2.1.	Valores representativos de los parámetros de un modelo humano [McIntyre93].	20
2.2.	Retardos para cuales, los polos de sistema del BH cruzan el eje imaginario.	27
4.1.	Valores de los parámetros del DAF empleados en las simulaciones. . . . .	50
5.1.	Retardos para cuales, los polos de sistema BH-DAF cruzan el eje imaginario.	59



# Listado de Símbolos

$A_t$	función de transferencia del actuador en el algoritmo de Kong y Tomizuka
$B$	la viscosidad total de la articulación del BH
$C_1$	constante positiva que ayuda a convertir la fuerza $F_e$ en el par $\tau_e$
$C_2$	constante positiva que ayuda a convertir la fuerza $F_h$ en el par $\tau_h$
$C_b$	función de transferencia del controlador de Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX)
$C_t$	función de transferencia del controlador del algoritmo de Kong y Tomizuka
$E(.)$	función nolineal que mapea diferencia en posición angular a fuerza
$E$	compliance física de los tejidos del operador humano (OH)
$F_A$	fuerza rectilínea que mueve el bloque mecánico
$F_e$	fuerza de reacción del BH sobre el brazo del exoesqueleto
$F_h$	la fuerza que siente el BH por la interacción con el brazo del exoesqueleto
$F$	fuerza total ejercida sobre el bloque mecánico
$G_b$	función de transferencia del actuador y del brazo del exoesqueleto BLEEX
$G_p$	ganancia del término proporcional en la realimentación refleja del BH
$G_v$	ganancia del término derivativo en la realimentación refleja del BH
$G_{k2}$	dinámica del exoesqueleto en el algoritmo de Kazerooni
$H_k$	filtro pasabajas que atenúa el ruido de altas frecuencias contenido en la señal $F_e$ en el algoritmo de Kazerooni
$H_t$	función de transferencia del brazo del exoesqueleto en el algoritmo de Kong y Tomizuka
$J$	inerzia del brazo humano
$K_A$	factor de amplificación de fuerza
$K_T$	constante de proporcionalidad entre el voltaje de entrada y el par de salida del servomecanismo
$K_d$	ganancia de realimentación de velocidad del controlador del DAF
$K_f$	coeficiente de fricción viscosa asociado al bloque mecánico
$K_m$	constante de proporcionalidad entre el par del motor y la fuerza lineal que mueve el bloque mecánico
$K_p$	ganancia de realimentación de posición del controlador del DAF
$K_{k1}$	controlador del exoesqueleto en el algoritmo de Kazerooni

$K$	rigidez muscular en el BH
$M$	masa del bloque mecánico
$P_m$	paso del tornillo del mecanismo de tuerca-husillo
$S_b$	función que mapea el par $\tau_e$ en la velocidad $\dot{\theta}_e$ en el algoritmo de BLEEX
$T_M$	par que producen los músculos
$V_A$	voltaje de entrada al servomecanismo
$W$	peso del bloque mecánico
$Y_e$	punto de equilibrio del bloque mecanico cuando la velocidad y la accelaración son cero.
$Y_{em}$	posición maxima que el bloque mecánico puede alcanzar.
$\Delta$	incertidumbre en el modelo de $H_t$
$\tau_A$	par generado por el actuador
$\tau_M$	par generado por los músculos
$\tau_e$	par ejercido por BH sobre el exoesqueleto
$\tau_h$	par externo que actúa sobre el BH
$\theta_A$	posición angular del actuador
$\theta_d$	trayectoria deseada
$\theta_e$	posición angular del brazo del exoesqueleto
$\theta_h$	posición angular del BH
$\theta_v$	trayectoria virtual
$\theta_{vd}$	trayectoria virtual deseada
$\varepsilon$	diformación del dedo del OH cuando toca el bloque mecánico
$d_1$	retardo en la realimentación sensorial de la posición
$d_2$	retardo en la realimentación sensorial de la velocidad
$e_p$	error entre la posición del brazo humano y la posición virtual deseada
$e_v$	error entre la velocidad del brazo humano y la velocidad virtual deseada
$g$	aceleración debida a la gravedad
$h$	distancia que la regla cae antes de que el sujeto la detenga
$l_a$	longitud del brazo
$n_r$	velocidad de referencia en el algoritmo de Kazerooni
$s$	variable compleja de la transformada de Laplace
$t$	tiempo
$y_d$	trayectoria deseada
$y_e$	posición del bloque mecánico
$y_h$	posición lineal del BH
$y_{vd}$	posición lineal virtual deseada
$ . $	módulo de un número complejo

# **Lista de Acrónimos**

BH	brazo humano
BLEEX	Berkeley lower extremity exoskeleton en inglés
DAF	dispositivo de aumento de fuerza
DARPA	defense advanced research projects agency en inglés
EHPA	exoskeleton for human performance augmentation program en inglés
EMG	electromiografía
GDL	grado de libertad
HAL	hybrid assistive limb en inglés
MN- $\alpha$	motoneurona alfa
MN- $\gamma$	motoneurona gamma
OH	operador humano
PD	proporcional derivativo
RSF	resistencia variable sensible a la fuerza
RSR	relación señal/ruido
SNC	sistema nervioso central
WEAR	wearable energetically autonomous robot en inglés



# **Lista de Publicaciones**

## **Publicaciones en congresos internacionales**

S. K. Gadi, R. A. Garrido, R. Lozano, and A. Osorio, Stability analysis for a force augmenting device considering delays in the human model. En *ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, San Diego, California, Noviembre 15-21, 2013.

S. K. Gadi, R. Lozano, R. Garrido, y A. Osorio, Stability analysis and experiments for a force augmenting device. En *9th international conference on electrical engineering, computing science and automatic control (CCE)*, México DF, Septiembre 26-28, 2012.



## Capítulo 1

# Introducción

El presente trabajo tiene como objetivo el análisis de un dispositivo de aumento de fuerza (DAF) que interactúa con un usuario o piloto para potenciar su fuerza. El DAF encuentra aplicaciones en la construcción de interfaces hápticas, en el diseño de la dirección de las ruedas de los automóviles y en el diseño de exoesqueletos que ayudan al usuario a levantar grandes pesos.

Para los objetivos de la tesis, el DAF es un sistema electro-mecánico que amplifica la fuerza humana y que permite a su operador manejar cargas pesadas, de tal forma que el esfuerzo realizado por el operador sea solo una parte del esfuerzo total requerido para levantar el peso. Es importante mencionar que el usuario no pierde conciencia del esfuerzo que realiza.

### 1.1. Interacción hombre-máquina y ergonomía

El término “interacción hombre-máquina” puede considerarse como la interacción entre una máquina y un humano para la realización de ciertas tareas de las cuales el usuario tiene el comando. Después del surgimiento de las computadoras, este término se asocia con la interacción de un humano con una computadora y usualmente se intercambia con el término “interacción hombre-computadora”. A la interacción de un humano con cualquier otra máquina diferente de una computadora se le denomina “Ergonomía”. Términos tales como “Psicología Ingenieril” e “Ingeniería de factores humanos”, son sinónimos de

Ergonomía.

Existen varias definiciones de Ergonomía, entre ellas, algunas que responden a la clase de trabajo que se presenta y que se suministran a continuación:

“La Ergonomía es el cuerpo de conocimientos acerca de las habilidades humanas, sus limitaciones y otras características humanas que son relevantes al diseño.” [Chapanis91, Hendrick00]

“La Ergonomía es la rama de la ciencia que busca convertir el antagonismo hombre-máquina en sinergia hombre-máquina.” [Hancock97, Dempsey00]

“La Ergonomía descubre y aplica información acerca del comportamiento humano, sus habilidades, sus limitaciones y otras características, al diseño de herramientas, máquinas, sistemas, tareas, trabajos y ambientes para suministrar, seguridad, confort y uso exitoso al ser humano.” [Sanders93, Dempsey00]

“La Ergonomía es el diseño de un sistema persona-máquina.” [Howell86, Wogalter98]

Estrictamente hablando, el trabajo que se presenta en esta tesis puede considerarse como un trabajo en Ergonomía, que le facilita a un operador humano (OH) la manipulación o manejo de cargas pesadas. Sin embargo, en esta tesis se usa el término hombre-máquina, en su sentido literal que es la interacción del hombre con la máquina.

## **1.2. Historia de la Ergonomía**

Aunque la ergonomía no emergió sino hasta el siglo XX como una parte de la ciencia, existen evidencias que sugieren que los principios ergonómicos fueron de hecho conocidos e incorporados hace 25 siglos [mar99]. Aunque la Ergonomía no fue definida como una ciencia en aquel entonces, los ejemplos conocidos dan evidencias que obligan a pensar que los antiguos griegos habían adoptado un enfoque de diseño centrado en el ser humano [mar99].

En los últimos 100 años, un gran número de industrias se ha beneficiado al enfocarse deliberadamente en cómo la gente interactúa con los sistemas. Estas industrias incluyen: la Aeroespacial, el Sector Salud, la Automotriz, la de Manufactura, la Química, la Minería, la Computación, la Nuclear, la de productos de consumo, la del petróleo, la de

la construcción, las Telecomunicaciones, etc. [Shaver13]. Iniciando a mediados de los años 60s, esta disciplina continuó creciendo y desarrollándose en áreas previamente establecidas. Además, se expandió a otras áreas incluyendo el *hardware* de las computadoras (60s); el *software* (70s); las plantas nucleares y los sistemas de armamento (80s); el *internet* y la automatización (90s), la tecnología adaptable (2000 - 2010), sólo por nombrar algunas. Más recientemente, nuevas áreas de interés han surgido incluyendo la Neuroergonomía y la Nanoergonomía [Shaver13].

Antes de la Segunda Guerra Mundial, la interacción del hombre con las máquinas existentes era al nivel de la operación de las mismas. El operador era visto como un elemento conveniente e indispensable pero cuya importancia se limitaba solamente a operar la máquina. El método empleado para seleccionar al operador idóneo era por prueba y error. Este modelo de selección de operador funciona bien para los procesos en *batch*, la producción masiva de armamento, etc. Por otro lado, el paradigma cambia completamente cuando se habla de una armadura o de un exoesqueleto porque éstos se diseñan para adecuarse a las necesidades del operador o usuario en cuestión [Charlton02]. En este caso la máquina se diseña de acuerdo a las características del operador.

A finales del siglo veinte y en el presente, las máquinas son mucho más sofisticadas que antes. Consecuentemente, las demandas sobre la operación humana requieren más que una simple adaptación del humano a la máquina. Quizás fue en esta nueva etapa que los inventores le dieron seria importancia a la adecuación de la relación entre la máquina y el hombre [Charlton02].

El reciente surgimiento de los exoesqueletos muestra el interés creciente en el campo de la Ergonomía.

### 1.3. Surgimiento de los exoesqueletos

En 1961, el Pentágono, en Estados Unidos, hizo una invitación abierta a los inventores para contribuir al desarrollo de un exoesqueleto llamado servo-soldado. Lo que se pretendía era hacer un soldado resistente a la guerra bacteriológica, al gas venenoso, al calor y la radiación de las explosiones nucleares [Cormier61]. En el año de 1966, la Universidad

de Cornell desarrolló, para la oficina de Investigaciones Navales de los Estados Unidos, un exoesqueleto con la capacidad de cargar 454 kg en cada brazo. Esto con el objetivo de ayudar a sus marines en el manejo de maquinaria y bombas pesadas [Cloud65]. Posteriormente, en 1969, un exoesqueleto con fuente de energía externa llamado Hardiman fue probado por la Compañía *General Electric*, el cual era capaz de amplificar la fuerza humana hasta 25 veces y manejar una carga de hasta 454 kg [Operation69]. Éste se realizó con base en el concepto maestro-esclavo. En contraste, en 1988, H.Kazerooni desarrolló un exoesqueleto extensor con un grado de libertad (GDL) en el cual las señales de información fueron tomadas directamente de la interacción hombre-máquina [Kazerooni88]. En el año 2000, la agencia *Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA)* adjudicó un contrato a la empresa *Millenium Jet Inc.* para desarrollar y probar un exoesqueleto volador, bajo el programa *Exoskeleton for Human Performance Augmentation program (EHPA)* [Office of Defense00]. En el año 2001, la DARPA patrocinó a la empresa *Sarcos Research Corp.*, el desarrollo de un robot antropomórfico energéticamente autónomo, en inglés *Wearable Energetically Autonomous Robot (WEAR)* [Office of Defense01, Marks06, Pappalardo04]. El diseño del exoesqueleto de la empresa Sarcos tenía 24 horas de autonomía energética [Huang04]. Además, bajo el patrocinio de la DARPA, la Universidad de California en Berkeley desarrolló el *Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX)* [Zoss05], que en el año 2003 permitió a un piloto manipular grandes pesos, haciéndole sentir sólo una parte de la carga real [IES04]. Otro proyecto muy conocido patrocinado por la DARPA es el exoesqueleto quasi-pasivo del *Massachusetts Institute of Technology* [Guizzo07], que usa elementos pasivos como resortes y amortiguadores. La electrónica del exosqueleto usa muy poca energía, alrededor de 2W, para controlar los amortiguadores y ayudar a la liberación controlada de la energía almacenada en los resortes [Walsh06].

Los exoesqueletos como el Sarcos y el BLEEX usan actuadores hidráulicos [Yang04, Megraw07]. En contraste, el *Institute of Systems and Engineering Mechanics* de la Universidad de Tsukuba, en Japón, desarrolló en el año de 2002 un exoesqueleto con actuadores eléctricos llamado *hybrid assistive limb (HAL)* [Lee02]. La última versión de este exoesqueleto es el llamado HAL-5, el cual está disponible comercialmente para usos domésticos como caminar, subir escaleras y cargar objetos en interiores y exteriores, con autonomía energéti-

ca de aproximadamente 2 horas y media de uso continuo, utilizando baterías recargables [Guizzo05, Inc.11a].

El Departamento de Ingeniería de Sistemas para la Asistencia Social del Instituto Tecnológico de Kanagwa, en Japón, ha desarrollado un exoesqueleto con fuente de energía externa, con actuadores neumáticos, para ayudar a las enfermeras en su trabajo. Este exoesqueleto no tiene ninguna parte mecánica en el frente del cuerpo del piloto, de tal manera que permite a las enfermeras mover a los pacientes sin riesgo de daño [Yamamoto02].

## 1.4. Motivación

En muchas situaciones y en áreas como la industria, el ejército y los hospitales, por ejemplo, se requieren dispositivos de aumento de fuerza tales como grúas, transportadores de armamento, dispositivos especiales para mover a los discapacitados, a los ancianos, y a los enfermos en los hospitales [Guizzo05, Kim09, Snyder96].

Mover o transportar cargas pesadas repetidamente requiere de un operador habilidoso que realice la tarea. Por ejemplo, mover cargas pesadas en espacios confinados requiere destreza que es difícil de desarrollar si se emplea una grúa. Se logra un mejor resultado si el usuario está consciente del esfuerzo requerido para mover la carga; de esta manera tiene cierta realimentación acerca del proceso y puede estar en control del movimiento de una manera más precisa que usando una grúa.

Las habilidades de los humanos y las de las máquinas son diferentes. Los humanos son ricos en sensores que incluyen la visión tridimensional, la audición y el tacto; son excelentes en la realización de tareas que implican movimientos como el ensamblado de partes, por ejemplo, y pueden manejar muchos tipos de incertidumbre con facilidad; por otro lado, las máquinas son potentes, pueden realizar movimientos repetitivos con gran precisión y sin cansancio y pueden interconectarse con varios tipos de sistemas de información [Colgate03]. Una manera inteligente de combinar las habilidades de ambos se logra diseñando una interacción hombre-máquina eficiente. Ejemplos de este tipo de interacción son los exoesqueletos, los dispositivos hápticos, los robots para rehabilitación y los robots de servicios.

## **1.5. Objetivo general**

El objetivo de este trabajo es el entendimiento de la interacción hombre-máquina para un DAF. Para tal efecto se toman modelos de ambos y se estudia una esquema que modela esta interacción y cuya estabilidad debe estudiarse.

## **1.6. Objetivos particulares**

El objectivo se logró realizando los siguientes actividades:

- Ensamblado de una plataforma experimental de un DAF.
- Modelado del DAF y adopción de un modelo del brazo humano (BH).
- Realización a nivel teórico de la interacción BH-DAF.
- Propuesta de un controlador que lleve a cabo una interacción BH-DAF adecuada.
- Estudio de la estabilidad del esquema de interacción BH-DAF.
- Comparación de resultados de la interacción BH-DAF obtenidos por simulación con los obtenidos experimentalmente sobre la plataforma del laboratorio.

## **1.7. Organización de la tesis**

En el Capítulo 2 se realiza la adopción de un modelo del BH conveniente a los objetivos propuestos. Posteriormente, en el Capítulo 3 se lleva a cabo la comparación de diferentes algoritmos de control reportados en la literatura. El Capítulo 4 trata de la interacción BH-DAF aquí se propone un controlador y se estudia la estabilidad de la interacción resultante. En el Capítulo 5 se presenta el análisis de estabilidad del esquema considerando retardos en el modelo BH. En el Capítulo 6 se describen algunos experimentos llevados a cabo en el laboratorio y su comparación con resultados de simulaciones del esquema de interacción BH-DAF. Finalmente, en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones de este trabajo y las perspectivas del trabajo futuro.

## Capítulo 2

# Modelo del movimiento humano

Una interacción hombre-máquina como la que se propone en este trabajo resulta en un esquema en lazo cerrado, por lo que el estudio de su estabilidad es obligatorio. Para este fin se requiere de un modelo del movimiento humano. En este capítulo se estudia el movimiento que realiza el cuerpo humano de forma natural. Además, se estudia cómo un BH sigue una trayectoria deseada, y por último se estudia el modelo matemático que representa la dinámica de un BH.

### 2.1. Definiciones importantes

**Arco reflejo:** Es un camino neuronal que controla una acción refleja.

**Camino neuronal:** Son los nervios por los que se transmiten señales nerviosas de una parte a otra del sistema nervioso central (SNC).

**Cerebelo:** Es una región del cerebro humano ubicada en la parte trasera del cráneo. Esta parte del cerebro es responsable de la coordinación del movimiento [Association06].

**Corteza cerebral:** Es la sustancia gris que se encuentra en la parte más exterior del cerebro humano. Esta parte es responsable de las funciones motoras más complejas [Medterms12].

**Husos musculares:** Los husos musculares o receptores de estiramiento son las fibras mus-

culares dentro de un músculo que detectan cambios en la longitud de éste, proporcionan al SNC información para que se desarrolle la propiocepción que le permite al individuo obtener información acerca de la posición del cuerpo o el movimiento de éste en el espacio.

**Interneurona:** Son las neuronas que conectan dos neuronas. Este tipo de neuronas están disponibles en un número grande en comparación con las neuronas motoras o las neuronas sensoriales [Bear07].

**Motoneurona:** Son las neuronas que comandan los músculos [Bear07].

**Motoneuronas inferiores o Neuronas motoras inferiores:** Son las neuronas procedentes de la médula espinal que inervan el músculo esquelético [Bear07].

**Motoneuronas superiores o Neuronas motoras superiores:** Son las neuronas que suministran la información motora desde el cerebro a la médula espinal [Bear07].

**Motoneurona alfa (MN- $\alpha$ ):** Es una categoría de las neuronas motoras inferiores de la médula espinal, las cuales son directamente responsables de la generación de fuerza en los músculos. Las MN- $\alpha$  se alimentan de las siguientes tres fuentes [Bear07]:

1. Las señales procedentes del huso muscular, que llevan la información de la longitud del músculo.
2. Las señales procedentes de las neuronas motoras superiores, las cuales juegan un papel crítico en la iniciación de un movimiento.
3. Las señales procedentes de las interneuronas de la médula espinal y que son las más numerosas.

**Motoneurona gamma (MN- $\gamma$ ):** Son las motoneuronas inferiores que inervan los husos musculares [Bear07].

**Neurona aferente:** Las neuronas aferentes también conocidas como neuronas sensoriales o receptoras transportan impulsos nerviosos desde los receptores u órganos sensoriales hacia el SNC.

**Neurona eferente:** Las neuronas o neurofibras eferentes también conocidas como neuronas efectoras transportan los impulsos nerviosos fuera del SNC hacia efectores como los músculos.

**Neurona sensorial:** Son las neuronas que llevan la información sensorial desde los órganos sensoriales al SNC [Bear07].

**Propiocepción:** Es la capacidad para detectar la posición, la ubicación, la orientación y el movimiento del cuerpo y sus partes. También se le conoce como sensación corporal [Bear07, Princeton12].

**Realimentación sensorial:** El flujo de información sensorial de un órgano particular al cerebro [Babbush08].

**Reflejo:** Es la acción automática en respuesta a estímulos particulares. También se le denomina realimentación refleja sobre el estímulo.

**Reflejo miotáctico, de estiramiento o monosináptico:** Es una contracción muscular en respuesta a un estiramiento dentro del músculo [Babbush08].

**Sistema músculo-esquelético:** La combinación de los huesos y los músculos vinculados a éstos se conoce como sistema músculo-esquelético [Association06].

**SNC:** Está constituido por el encéfalo y la médula espinal. [Nieuwenhuys].

**Trayectoria neuronal:** Es la conexión a través de haces de neuronas o materia blanca de dos partes del sistema nervioso.

## 2.2. Los músculos y la movilidad

El músculo es la parte de cuerpo donde se transforma la energía química en energía mecánica. Los músculos se pueden clasificar como músculos voluntarios y músculos involuntarios. Los músculos esqueléticos que usamos en la vida diaria para caminar, manipular objetos, etc., se agrupan dentro de los músculos voluntarios. Cada conjunto de estos músculos se anclan a los huesos a través de los tendones. Los músculos suelen trabajar en

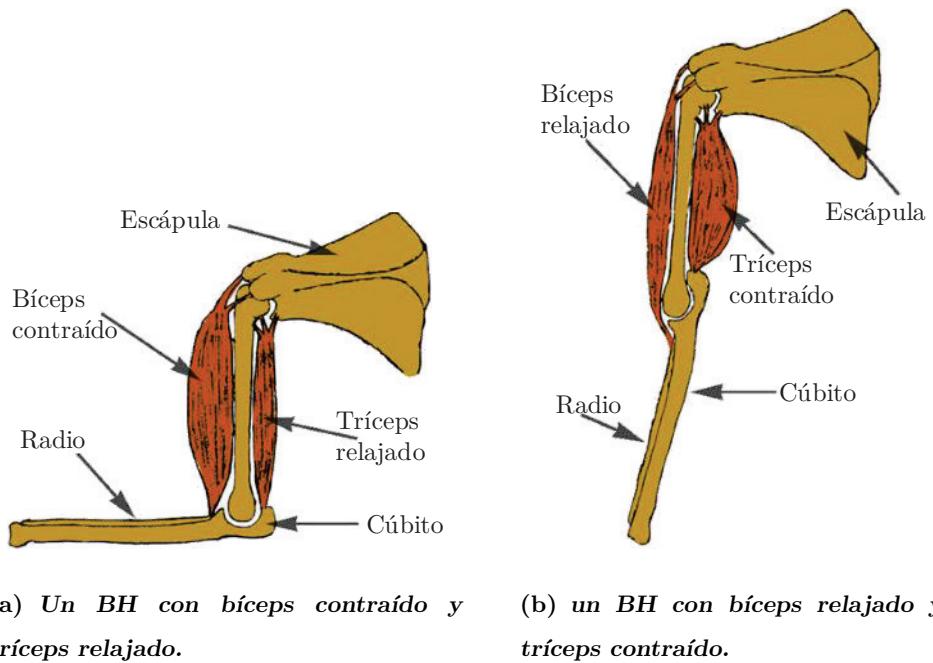


Figura 2.1: Un ejemplo mostrando un par de músculos antagonistas, el músculo bíceps y el músculo tríceps, actuando en la articulación del codo (Imagen tomada de [Saburchill12]).

pares [Cram10]. Debido a su característica de elasticidad, cuando un músculo se contrae, el músculo asociado se estira por reacción a la contracción y ésto genera un par motor en la articulación. Los músculos que funcionan bajo este principio se denominan músculos antagonistas. La Figura 2.1 muestra un ejemplo del papel desempeñado por la contracción muscular y por la relajación en el movimiento del BH.

Cada músculo está compuesto de fascículos musculares. Estos se componen a su vez de fibras musculares las cuales están formadas por pequeñas hebras llamadas miofibrillas. Una miofibrilla contiene a su vez sarcómeros. Cada sarcómero contiene una sola unidad de superposición de filamentos gruesos y finos, y los denominados puentes atravesados como se muestra en la Figura 2.2. El filamento grueso del sarcómero y los puentes cruzados contienen miosina; el filamento fino del sarcómero contiene actina [Cram10].

Las MN- $\alpha$  inervan el sarcómero para una contracción, por lo tanto, el músculo se contrae. Este es un proceso químico-eléctrico donde se convierte la energía química en energía mecánica. La explicación detallada de este proceso se puede ver en la sección: *Fibras*

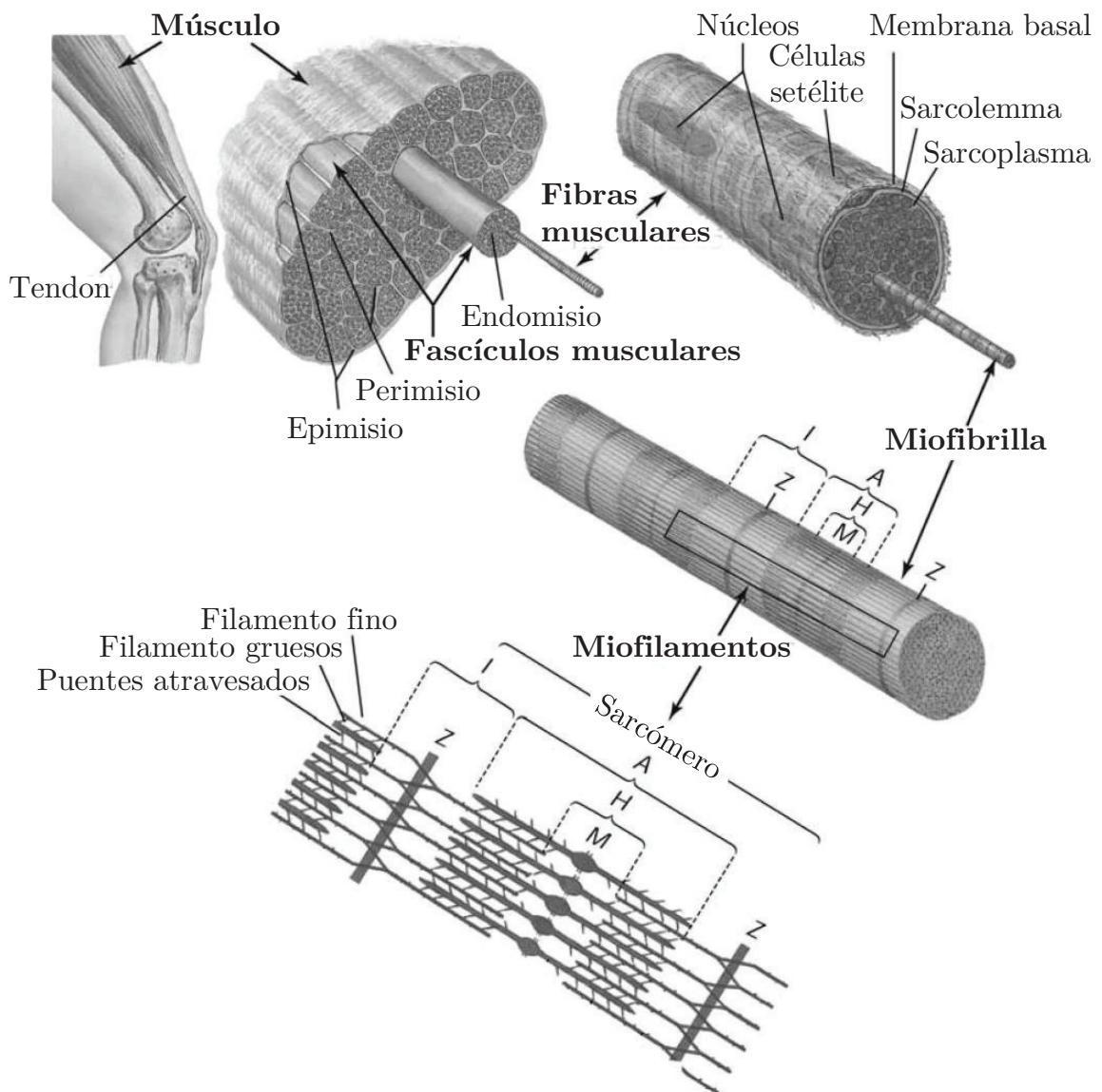


Figura 2.2: La anatomía de un músculo (Imagen tomada de [Cram10]).

*musculares y su funcionamiento* en el capítulo 2 de [Cram10]. La energía asociada con el movimiento muscular no está en función de la amplitud del pulso enviado por las MN- $\alpha$ , sino de su duración y del número de las fibras musculares que se utilizan [Cram10].

Los husos musculares son las cápsulas fibrosas que están en los músculos. Las fibras musculares que están en la cápsula fibrosa se denominan fibras intrafusales. Aquellas que están fuera se denominan fibras extrafusales que constituyen la mayoría de las fibras musculares. Las MN- $\alpha$  inervan las fibras extrafusales y las MN- $\gamma$  inervan las fibras intrafusales. Cuando las MN- $\gamma$  inervan los husos musculares, éstos estimulan las MN- $\alpha$  hasta que las fibras extrafusales tienen una longitud igual a la de los husos musculares. Así, los husos musculares ofrecen propiocepción y los cambios en actividades de las MN- $\gamma$  actúan como cambios en el punto de referencia del movimiento de los músculos [Bear07].

### 2.3. Descripción del movimiento humano

En [McIntyre93] se menciona la hipótesis de Merton [Merton53] que sugiere que los movimientos en el cuerpo del humano son únicamente cambios en la postura. Las trayectorias de los movimientos punto a punto de un BH son usualmente trayectorias rectas con un perfil de velocidad en forma de campana [Randall F90]. Esta observación permite emplear una función sigmoidal como trayectoria deseada de velocidad. La Figura 2.3 muestra un ejemplo de esta trayectoria. Para que el cuerpo humano realice un movimiento se tienen que ejecutar las siguientes acciones [Schweighofer98a]:

**Transformación de coordenadas:** El sistema de coordenadas que utiliza el cerebro humano para realizar el movimiento de cualquiera de las partes del cuerpo se denomina sistema de coordenadas intrínseco. El sistema de coordenadas asociado a cualquier objeto externo al cuerpo se denomina sistema de coordenadas extrínseco. Las coordenadas espaciales son un ejemplo del sistema de coordenadas extrínseco. Una articulación es un punto de conexión entre dos huesos. Los músculos esqueléticos se unen con los huesos por mediación de los tendones. Un sistema de coordenadas intrínseco puede constar del sistema de coordenadas angulares de la articulación, que tiene como base la posición angular de ésta [Oshima00]. Las referencias

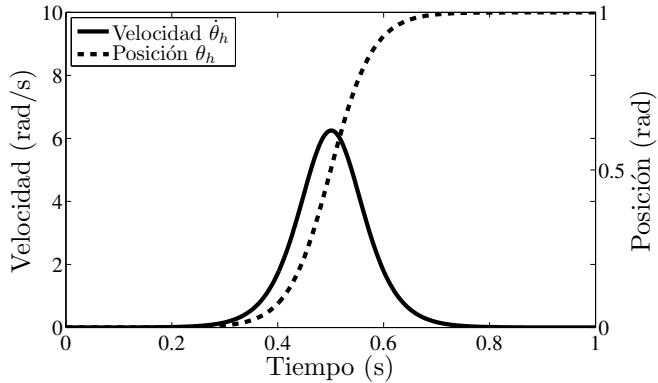


Figura 2.3: Un ejemplo de las trayectorias de velocidad y posición del BH en movimiento punto a punto.

[Caminiti90b, Caminiti90a, Caminiti91] sugieren que el cerebro emplea un sistema de coordenadas intrínseco para realizar el movimiento del cuerpo. Esto quiere decir que se realiza una transformación de coordenadas del sistema extrínseco al sistema de coordenadas intrínseco con el objeto de realizar el movimiento [Shaikh04].

**Planificación de trayectoria:** Korbinian Brodmann dividió el cerebro en 52 áreas de acuerdo a su citoarquitectura [Brodmann06]. La citoarquitectura es el patrón característico de disposición de las células dentro de un tejido u órgano particular. El área 5 de Brodmann es la que genera la trayectoria deseada y la que también calcula las necesidades cinemáticas incluyendo la aceleración para realizar el movimiento del cuerpo [Schweighofer98a].

**Generación del comando motor:** Después de determinar una trayectoria deseada para la generación de un comando motor a una articulación, se necesitan compensar las fuerzas de las articulaciones adyacentes que afectan al movimiento. Los estudios presentados en [Bastian96] sugieren que es el cerebelo el que compensa esta acción de las articulaciones adyacentes sobre la articulación bajo estudio.

## 2.4. Hipótesis de control biológico del movimiento humano

El control biológico del movimiento humano se puede modelar por realimentación, por prealimentación o por ambos. El control por prealimentación es más rápido que el

control realimentado [Schweighofer98a]. Muchos de los modelos antiguos de control usaron realimentación [McIntyre93] y las teorías posteriores apoyan el concepto de prealimentación en sus modelos [Schweighofer98a, Schweihofer98b]. Uno de los modelos posteriores es el modelo dinámico inverso, que explica el control del movimiento humano. Inicialmente este modelo usa realimentación para entrenar una red neuronal en el cerebro que describe al sistema músculo-esquelético que es el sistema bajo control, que por efecto de la experiencia tiende a un modelo inverso de éste. Basado en este modelo el cerebro genera una señal de prealimentación y después de efectuar el movimiento en cuestión, usa realimentación para actualizar el modelo neuronal. Esto es, el control consta de dos componentes: Un control inicial prealimentado más un control realimentado. Conforme se repite el movimiento, la parte de realimentación disminuye en importancia y la parte dominante del control la efectúa la red neuronal realizando un control prealimentado, haciendo la acción del movimiento del BH más rápida [Schweighofer98a].

## 2.5. El esquema del movimiento humano

El bloque correspondiente al sistema músculo-esquelético de la Figura 2.5 muestra el comportamiento del BH y la articulación del codo. Este es un sistema de un GDL. Matemáticamente la dinámica del BH puede expresarse de la siguiente manera.

$$\tau_h = J\ddot{\theta}_h + B\dot{\theta}_h + K(\theta_h - \theta_v) \quad (2.1)$$

donde  $\theta_h$  es la posición angular del BH,  $\tau_h$  es el par externo que actúa sobre el BH,  $J$  es la inercia del BH,  $B$  es la viscosidad total de la articulación,  $K$  es la rigidez muscular total y  $\theta_v$  está dada por la ecuación (2.2) la cual se describirá posteriormente.

El SNC genera las señales correspondientes para que el BH se mueva de un punto a otro siguiendo una trayectoria deseada  $\theta_d$  ver la Figura 2.4. Cuando el objetivo es mover con el BH un objeto con un peso determinado, el cerebro toma en cuenta este peso y también las inercias y otras fuerzas propias del BH que pudieran desviarlo de la trayectoria deseada. La manera en la que el cerebro compensa las posibles desviaciones de la trayectoria deseada debido a estas fuerzas externas, es generando una nueva trayectoria que se denomina la

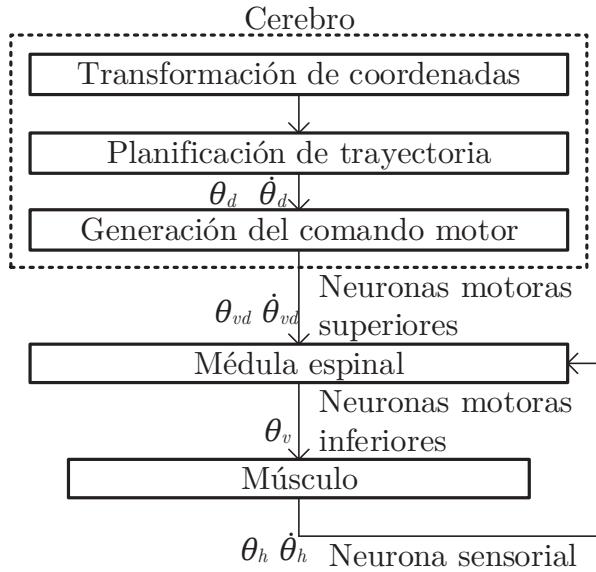


Figura 2.4: Esquema general que muestra como se lleva a cabo el movimiento del BH.

trayectoria virtual deseada  $\theta_{vd}$ . Aunque la trayectoria del BH  $\theta_h$  siga o no a la trayectoria virtual deseada  $\theta_{vd}$ , la trayectoria deseada  $\theta_d$  siempre se alcanza [McIntyre93].

La realimentación sensorial a la médula espinal no es instantánea. Existen retardos en la realimentación de la posición y de la velocidad que se denotarán por  $d_1$  y  $d_2$  respectivamente.  $d_1$  y  $d_2$  son retardos que existen en el arco reflejo, entre los receptores sensoriales y la médula espinal. En la siguiente subsección se explicará el mecanismo del arco reflejo y el papel de  $d_1$  y  $d_2$  en este proceso. La médula espinal genera un realimentación refleja para estimular las MN- $\alpha$ . El bloque de realimentación refleja de la Figura 2.5 fue propuesto por [McIntyre93] basándose en las siguientes observaciones:

- En la referencia [Bizzzi78] se muestra que monos a los que quirúrgicamente se les inhibió la realimentación refleja, son capaces de controlar los movimientos de sus miembros.
- Las MN- $\alpha$  y las MN- $\gamma$  se activan simultáneamente cuando se inicia un movimiento [Vallbo70, McIntyre93].
- Los sujetos con ausencia de realimentación sensorial pueden realizar movimientos com-

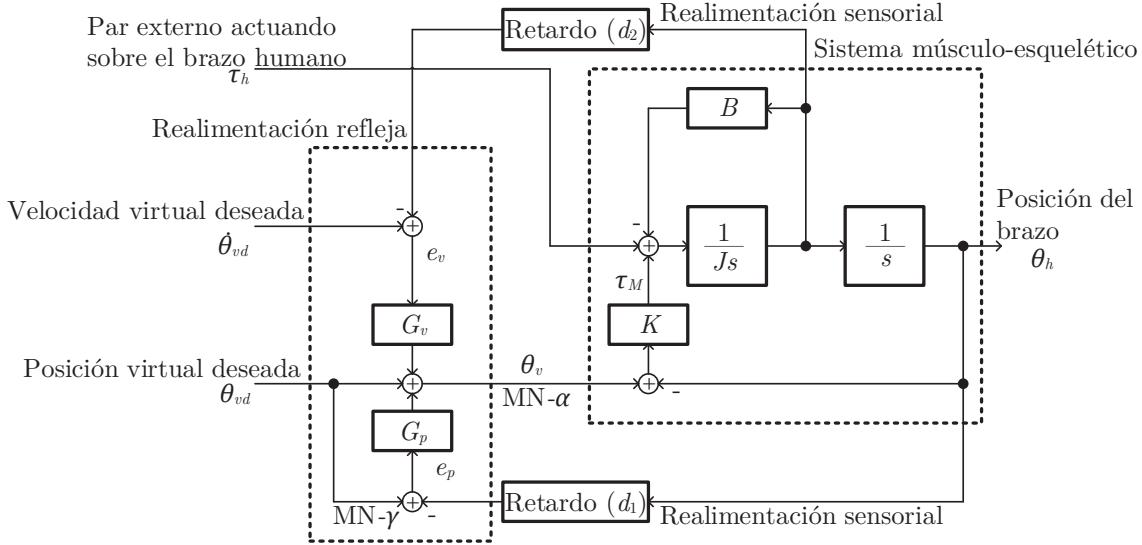


Figura 2.5: Esquema que muestra el control del movimiento de un BH.

plejos, pero mucho más erráticos que los que realiza un sujeto normal [Vallbo70, McIntyre93]. Claramente los reflejos desempeñan un papel importante en la producción de movimientos y deben incluirse en el modelo de control motor [McIntyre93].

El bloque de realimentación refleja de la Figura 2.5 se puede representar matemáticamente como

$$\theta_v = \theta_{vd} + G_p(e_p, t) + G_v(e_v, t) \quad (2.2)$$

$$e_p = \theta_{vd} - \theta_h(t - d_1) \quad (2.3)$$

$$e_v = \dot{\theta}_{vd} - \dot{\theta}_h(t - d_2) \quad (2.4)$$

donde  $t$  es tiempo y  $G_p$  y  $G_v$  son ganancias positivas variantes en el tiempo. El humano tiene la capacidad de cambiar las ganancias  $G_p$  y  $G_v$  para adaptarse a cambios en el sistema músculo-esquelético [Feldman86, Houk81]. Para simplificar el modelo éstas se pueden considerar constantes [McIntyre93]. Sustituyendo (2.2)-(2.4) en (2.1) y escribiendo en el dominio de Laplace se obtiene

$$\begin{aligned} \tau_h(s) = & \theta_h(s) \left[ J s^2 + (B + K G_v e^{-d_2 s}) s + K (1 + G_p e^{-d_1 s}) \right] - \theta_{vd}(s) \left[ K G_v s \right. \\ & \left. + K (1 + G_p) \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

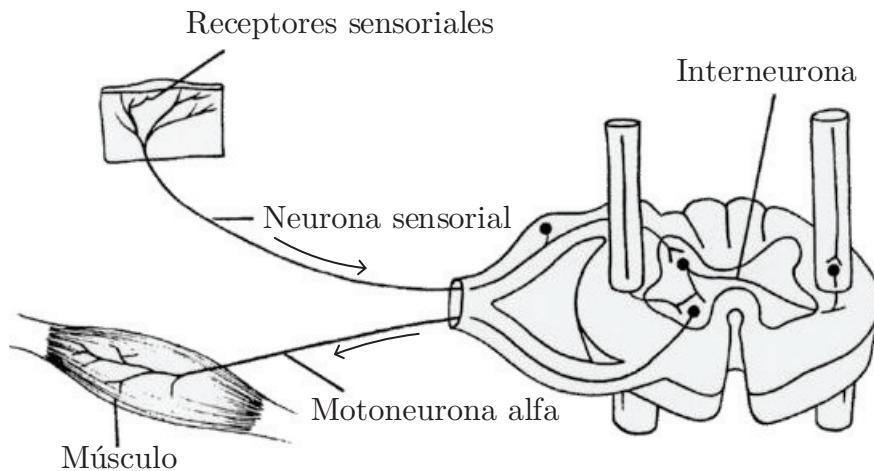


Figura 2.6: la acción refleja [Daniel].

El bloque de realimentación refleja se puede considerar como un controlador proporcional derivativo (PD) con  $G_p$ ,  $G_v$ ,  $e_p$  y  $e_v$  respectivamente como la ganancia proporcional, ganancia derivada, error y derivada del error.

### 2.5.1. Reacciones vs Reflejos

Las reacciones usualmente se confunden con los reflejos. El modelo empleado en este trabajo incluye al reflejo-miotáctico. Esta acción refleja tiene retardos que son diferentes del tiempo de reacción. En esta subsección se mide el tiempo que toma completar una acción refleja y se compara el resultado con el tiempo de reacción.

Para simular el modelo del BH, se consultó la literatura y de ella se tomaron los valores de los parámetros, los valores de los retardos  $d_1$  y  $d_2$  en particular.

Se llevaron a cabo experimentos para clarificar la diferencia entre los conceptos de tiempo de reacción y tiempo de reflejo y verificar que efectivamente el tiempo de reflejo es una cota máxima para los valores de los retardos  $d_1$  y  $d_2$  del modelo del BH.

Un reflejo es una reacción a un estímulo, es una reacción automática instintiva no aprendida [Dictionary95]. Los receptores sensoriales capturan al estímulo y la señal correspondiente se envía a la médula espinal a través de una neurona aferente. En la médula espinal la neurona aferente se conecta con una neurona eferente a través de algunas inter-

neuronas. La neurona eferente lleva la señal a los músculos [Daniel] y se completa la acción refleja con el movimiento respectivo del miembro en cuestión. La Figura 2.6 muestra un arco reflejo.

Una reacción es una respuesta somática voluntaria a un estímulo. Ésta involucra al cerebro y requiere que él mismo tome una decisión acerca de cuál será la respuesta. Las reacciones pueden ser rápidas y de corta duración, pero no siempre es así [COOPER].

Los retardos involucrados en cualquier acción refleja se deben a la transmisión de señales nerviosas a través de los caminos neuronales correspondientes, mientras que los retardos en las acciones de reacción incluyen además los tiempos de procesamiento del cerebro de esas señales y de otras situaciones. Por esta razón el tiempo de reacción siempre es mayor que el tiempo de reflejo.

## **Experimentos**

**Medición del tiempo de reflejo:** Se considerará el reflejo rotuliano que es una acción refleja bastante conocida. Se llevaron a cabo mediciones del tiempo de este reflejo en el laboratorio. La Figura 2.7 suministra una buena idea de lo que es el reflejo rotuliano. Cuando se golpea la rótula de un individuo, las neuronas sensoriales llevan el mensaje a la médula espinal, la respuesta se genera en ésta y se envía al músculo a través de una motoneurona. Se pidió al individuo en cuestión sentarse en el filo de una silla, con las piernas colgando libremente. Acto seguido, se le golpea suavemente con un martillo de hule justo abajo de la rótula. Esto induce el reflejo rotuliano. El proceso completo se registra en una cámara DALSA CA-D1-0128A-STDN, que permite velocidades de adquisición de 736 cuadros por segundo.

Se observó que la acción refleja toma aproximadamente 55 ms. Se llevó a cabo este experimento con tres individuos diferentes, dos veces con cada uno. Se observó que el tiempo de reflejo se sitúa entre 55 ms y 90 ms.

**Medición del tiempo de reacción:** Para medir el tiempo de reacción en el laboratorio se llevó a cabo un experimento bastante conocido [Brains12]. Se toma una regla de un metro. El experimentador sostiene con sus dedos la regla en posición vertical por uno de sus

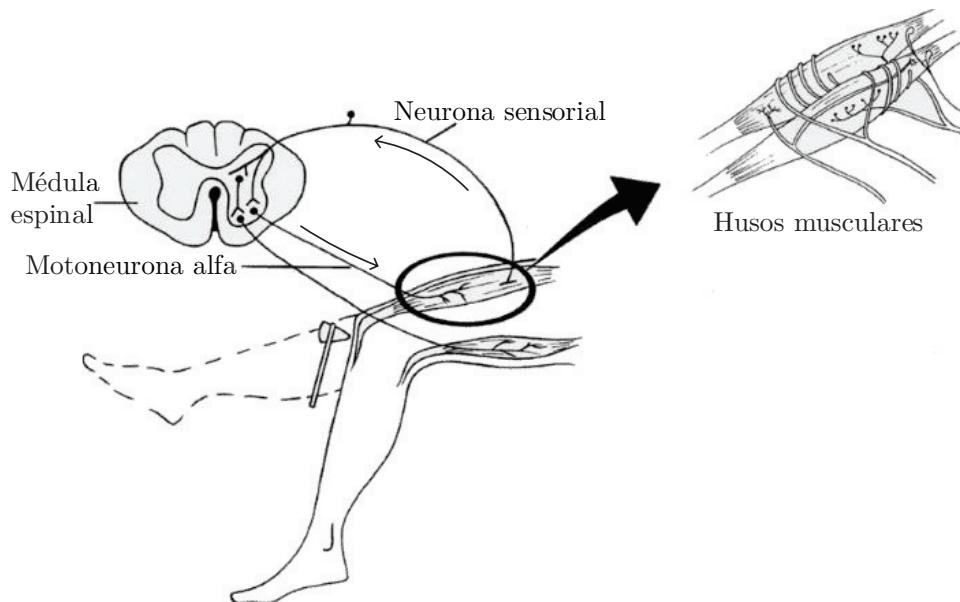


Figura 2.7: Reflejo rotuliano [Daniel].

extremos. Se le pide al sujeto que coloque su pulgar y su índice de tal manera que el otro extremo de la regla quede entre sus dedos, sin tocarla. El experimentador suelta la regla en cualquier tiempo, a su arbitrio; el sujeto debe detenerla con sus dedos tan pronto como se percate que la regla cae. La distancia que cae la regla desde el momento en que la suelta el experimentador hasta el momento en que el sujeto la detiene, es función del tiempo de reacción. El tiempo de reacción se calcula de acuerdo a la siguiente fórmula

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

donde  $t$  es el tiempo de reacción en segundos,  $h$  es la distancia que la regla cae antes de que el sujeto la detenga y  $g$  es la aceleración debida a la gravedad.

El experimento descrito da el tiempo de reacción a un estímulo visual. Para medir el tiempo de reacción a un estímulo táctil, se puede llevar a cabo el mismo experimento con algunas variantes. En este caso, se le permite al sujeto tocar la regla con uno de los dedos, el índice o el pulgar, pero se le pide cerrar los ojos; el resto es obvio.

En el laboratorio se experimentó con 15 individuos, 5 veces con cada uno. Las medidas del tiempo de reacción visual y táctil resultaron en promedio 206.87 ms y 163.33 ms

Tabla 2.1: Valores representativos de los parámetros de un modelo humano [McIntyre93].

Grupo	$J$ (N m rad $^{-1}$ s $^{-2}$ )	$K$ (N m rad $^{-1}$ )	$B$ (N m rad $^{-1}$ s $^{-1}$ )	$G_p$	$d_1$ (s)	$G_v$ (s)	$d_2$ (s)
I	0.10	4.00	0.89	2.50	0.065	0.60	0.025
II	0.10	4.00	0.50	1.40	0.065	0.50	0.025
III	0.10	4.00	0.89	2.00	0.040	0.30	0.040
IV	0.10	4.00	0.50	1.50	0.040	0.35	0.040

respectivamente.

Se observa entonces que los tiempos de reflejo son más rápidos que los tiempos de reacción; ésto también se puede ver en [Akamatsu95, Ng12, McIntyre93, Dufresne78, Dufresne79].

**Conclusión de los experimentos:** Se puede observar que el tiempo de reacción es del orden de 150 ms hasta 210 ms y que el tiempo de reflejo es del orden de 55 ms hasta 90 ms. Es claro que las acciones reflejas son más rápidas comparadas con los tiempos de reacción. Es oportuno reiterar que los tiempos de reacción y los tiempos reflejos que se obtuvieron son diferentes que los retardos  $d_1$  y  $d_2$ . Como se comentó anteriormente, el tiempo de reflejo es una cota superior para  $d_1$  y  $d_2$ , que son los retardos de las señales nerviosas de posición y velocidad respectivamente que van de los receptores sensoriales a la médula espinal en el modelo del BH. En la siguiente sección se considerará el tiempo de la acción refleja reportado en los artículos científicos.

## 2.6. Valores de los parámetros del BH

En 1978 Dufresne, Soechting, y Terzuolo estimaron el valor del retardo en el lazo reflejo en 47 ms. Posteriormente ellos mismos en 1979 estimaron los retardos  $d_2 = 25$  ms y  $d_1 = 65$  ms en los lazos de retorno de la velocidad y de la posición respectivamente [McIntyre93]. Los autores de [McIntyre93] estimaron la inercia de un sujeto en  $0.1 \text{ N m rad}^{-1} \text{ s}^{-2}$ . Experimentos de [Bennett92, Lanman80, McIntyre93] estiman que la frecuencia natural para un

codo en movimiento rápido está entre 1 Hz y 3 Hz . Los autores de [McIntyre93] obtuvieron valores para los parámetros  $J$ ,  $K$ ,  $d_1$ , y  $d_2$  mediante mediciones directas en seres humanos que se muestran en la Tabla 2.1. Los parámetros  $B$ ,  $G_p$ , y  $G_v$  relativos a la acción refleja los obtuvieron por prueba y error realizando simulaciones del modelo humano y seleccionando aquellos valores correspondientes a las simulaciones que mejor coincidieron con la realidad.

## 2.7. Análisis de estabilidad

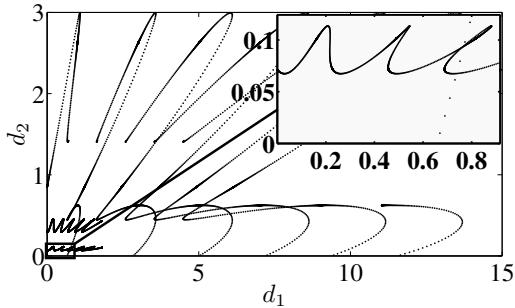
El sistema cuya estabilidad debe analizarse es el que se muestra en la Figura 2.5, en particular el sistema cuya entrada es  $\theta_{vd}$  y cuya salida es  $\theta_h$ , que describe la dinámica del BH.

Un sistema lineal estable sin retardos tiene un número finito de polos en el semiplano complejo izquierdo. La introducción de un retardo en este sistema genera un número infinito de polos en el semiplano complejo izquierdo [Michiels]. El incremento en la magnitud del retardo introducido hace que los polos de sistema se muevan y que algunos eventualmente crucen el eje imaginario del semiplano izquierdo al semiplano derecho.

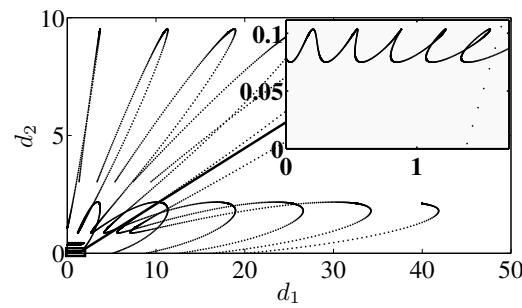
Se definirá el retardo crítico como el valor del retardo para el cual el primer par de polos cruza el eje imaginario del semiplano izquierdo hacia el semiplano derecho complejo; para ser más precisos el valor del retardo para el cual el primer par de polos toca el eje imaginario. En otras palabras el sistema permanece estable para todos los retardos menores a este valor crítico. En un sistema del tipo retardado se observa un hecho interesante, que es que el movimiento de los polos es continuo con respecto al retardo [Kolmanovskii]. Este hecho se explota en [Olgac03] para calcular las regiones de estabilidad para un sistema dado. En este sección se presenta una metodología simple para encontrar los retardos críticos.

### 2.7.1. Requisitos de un sistema para encontrar los retardos críticos

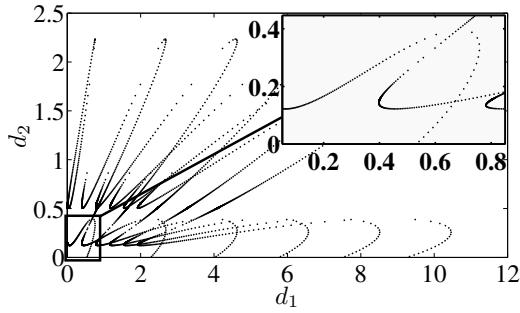
1. El sistema con retardos debe ser del tipo retardado.
2. El Sistema debe ser estable cuando los retardos son cero.



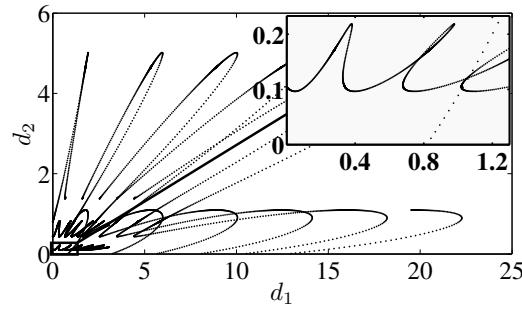
(a) Resultados usando los valores del Grupo I de la Tabla 2.1.



(b) Resultados usando los valores del Grupo II de la Tabla 2.1.



(c) Resultados usando los valores del Grupo III de la Tabla 2.1.



(d) Resultados usando los valores del Grupo IV de la Tabla 2.1.

Figura 2.8: Curvas que muestran los valores de  $d_1$  y  $d_2$  para los cuales un par de polos toca el eje imaginario. En el recuadro se muestra la curva de valores críticos de  $d_1$  y  $d_2$ .

### 2.7.2. Metodología

El análisis de estabilidad se llevará a cabo de acuerdo al procedimiento que a continuación se explica. Con el objetivo de ilustrarlo se emplearán los valores de los parámetros  $J$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $G_p$  y  $G_v$  dados en el grupo I de la Tabla 2.1 y se determinarán los valores de los retardos críticos de  $d_1$  y  $d_2$ . Posteriormente se realiza el mismo ejercicio con los valores de los parámetros  $J$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $G_p$  y  $G_v$  de los grupos II, III y IV de la Tabla 2.1 y se obtienen los valores de los retardos críticos de  $d_1$  y  $d_2$  correspondientes. Los resultados se presentan en la Figura 2.8.

El polinomio característico  $P_1$  del BH obtenido a partir de (2.5) se puede escribir

como:

$$P_1 = Js^2 + (B + KG_v e^{-d_2 s})s + K(1 + G_p e^{-d_1 s}) = 0 \quad (2.6)$$

Los valores de  $J$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $G_p$  y  $G_v$  dados en la Tabla 2.1 bajo el grupo I se usarán para ilustrar este análisis. Sustituyendo los valores de los parámetros en (2.6) se obtiene

$$P_1 = 0.1s^2 + (0.89 + 2.4e^{-d_2 s})s + 4 + 10e^{-d_1 s} = 0 \quad (2.7)$$

**Paso 1: Verifíquese que la ecuación característica es del tipo retardado:** La ecuación característica sin retardos debe ser de la forma:

$$P_1(s) := C_n s^n + C_{n-1} s^{n-1} + \dots + C_2 s^2 + C_1 s + C_0 = 0 \quad (2.8)$$

donde  $n$  es el orden del sistema,  $C_n$  no contiene ningún término con retardos y  $C_i \forall i = 0, 1, 2, \dots, n-1$  puede tener términos con retardos [Michiels07].

Se observa que la potencia más grande de  $s$ , esto es  $s^2$ , no contiene ningún término con retardo así que éste es un sistema del tipo retardado.

**Paso 2: Verifíquese que la ecuación característica es estable cuando todos los retardos son iguales a cero:** Es evidente que el BH sin retardos es estable, puesto que todos los valores de los coeficientes de la ecuación característica (2.6) son positivos.

**Paso 3: Aplicación de la sustitución de Rekasius:** Se efectúa la siguiente sustitución de Rekasius [Sipahi03, Olgac03]

$$e^{-sd_1} = \frac{1 - T_1 s}{1 + T_1 s} \quad T_1 \in \Re, \quad d_1 \in \Re^+ \quad (2.9)$$

$$e^{-sd_2} = \frac{1 - T_2 s}{1 + T_2 s} \quad T_2 \in \Re, \quad d_2 \in \Re^+ \quad (2.10)$$

donde  $d_1$  y  $d_2$  corresponden a los retardos. La sustitución de Rekasius es similar a la aproximación de Padé de primer orden. A diferencia de esta última, la sustitución de Rekasius es exacta y está definida cuando  $s = j\omega$ ,  $\omega \in \Re$ . Ésta permite reemplazar los términos exponenciales trascendentales asociados al retardo, esto es  $e^{-sd_1}$  y  $e^{-sd_2}$ , por una expresión

racional en la variable de Laplace  $s$  y por  $T_1$  y  $T_2$ . Haciendo esta sustitución se obtiene una ecuación característica de orden  $n + 2$ , que se puede escribir como:

$$\begin{aligned} P_2(s) := & D_{n+2}(T_1, T_2)s^{n+2} + D_{n+1}(T_1, T_2)s^{n+1} + \dots \\ & + D_2(T_1, T_2)s^2 + D_1(T_1, T_2)s + D_0(T_1, T_2) = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde  $D_i \forall i = 0, 1, 2, \dots, n + 2$  no contiene ningún término trascendental.

Sustituyendo (2.9) y (2.10) en (2.7) y simplificando, se obtiene

$$P_2 = D_4s^4 + D_3s^3 + D_2s^2 + D_1s + D_0 = 0 \quad (2.12)$$

donde  $D_4 = 10T_1T_2$ ,  $D_3 = 10T_1 + 10T_2 - 151T_1T_2$ ,  $D_2 = 329T_1 - 151T_2 - 600T_1T_2 + 10$ ,  $D_1 = 1400T_2 - 600T_1 + 329$ , y  $D_0 = 1400$

**Paso 4: Construcción de la tabla de Routh:** Una tabla de Routh para (2.12) se muestra a continuación:

$s^4$	$D_4$	$D_2$	$D_0$
$s^3$	$D_3$	$D_1$	0
$s^2$	$B_{21}$	$B_{22}$	0
$s^1$	$B_{11}$	0	0
$s^0$	$B_{01}$	0	0

donde

$$\begin{aligned} B_{21} &= \frac{D_3D_2 - D_4D_1}{D_3} \\ B_{22} &= B_{01} = D_0 \\ B_{11} &= \frac{B_{21}D_1 - D_3B_{22}}{B_{21}} \end{aligned}$$

substituyendo los valores correspondientes, se obtiene

$$\begin{aligned} B_{21} &= \left[ (90600T_2^2 - 49679T_2 + 3290)T_1^2 + (2801T_2^2 - 3020T_2 + 100)T_1 \right. \\ &\quad \left. + 100T_2 - 1510T_2^2 \right] / \left[ 10T_1 + 10T_2 - 151T_1T_2 \right] \end{aligned}$$

$$B_{22} = B_{01} = D_0 = 1400$$

$$\begin{aligned}
B_{11} = & \left[ (10T_1 + 10T_2 - 151T_1T_2)(54360000T_1^3T_2^2 - 29807400T_1^3T_2 \right. \\
& + 1974000T_1^3 - 126840000T_1^2T_2^3 + 73345200T_1^2T_2^2 + 5698391T_1^2T_2 \\
& - 882410T_1^2 - 3921400T_1T_2^3 - 1827529T_1T_2^2 + 1193580T_1T_2 - 32900T_1 \\
& \left. + 2114000T_2^3 + 496790T_2^2 - 32900T_2) \right] / \left[ (151T_1T_2 - 10T_2 \right. \\
& - 10T_1)(90600T_1^2T_2^2 - 49679T_1^2T_2 + 3290T_1^2 + 2801T_1T_2^2 - 3020T_1T_2 \\
& \left. + 100T_1 - 1510T_2^2 + 100T_2) \right]
\end{aligned}$$

**Paso 5: Cálculo del valor  $T_2$ :** Sustitúyase un valor arbitrario de  $T_1$  en el término

$$B_{11}(T_1, T_2) := \frac{N_{B11}(T_1, T_2)}{D_{B11}(T_1, T_2)} \quad (2.13)$$

e igualando a cero se obtiene

$$N_{B11}(T_2) = 0 \quad (2.14)$$

La ecuación anterior puede resolverse para obtener valores de  $T_2$  correspondientes al valor arbitrario de  $T_1$  seleccionado. Nótese que existe la posibilidad de obtener más de una solución para  $T_2$ . Los siguientes pasos necesitan ejecutarse para cada uno de los valores de  $T_2$  obtenidos. Sugerencia: Dado que  $T_2 \in \mathbb{R}$ , si se obtienen valores complejos de  $T_2$  al resolver (2.14), éstos se deben ignorar. También se deben ignorar aquellos valores de  $T_2$  para los cuales el término  $D_{B11}(T_1, T_2)$  sea igual a cero.

Se selecciona  $T_1 = 0.1$ , se substituye en (2.14) y se resuelve para  $T_2$  resultando  $T_2 = 0.0570, -0.1693, -2.3176$ .

**Paso 6: Cálculo de la frecuencia  $\omega$  para la cual los polos están en el eje imaginario:** En este paso se calcula la frecuencia  $\omega$  en la cual un par de polos se encuentran sobre el eje imaginario del plano complejo. Nótese que los polos pueden acercarse al eje imaginario proveniendo tanto del plano izquierdo como del derecho del plano complejo. De acuerdo al criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz cuando existen polos sobre el eje imaginario, una fila del arreglo de Routh se hace cero y la fila anterior tiene los coeficientes del que se denomina polinomio auxiliar. La solución del polinomio auxiliar da la posición de los polos

sobre el eje imaginario. En este caso se tiene que resolver el siguiente polinomio auxiliar:

$$B_{21}(T_1, T_2)s^2 + B_{22}(T_1, T_2) = 0 \quad (2.15)$$

Puesto que los polos están sobre el eje imaginario, se puede escribir  $s = j\omega$  en la ecuación anterior y obtener  $\omega$ :

$$\omega = \sqrt{\frac{B_{22}(T_1, T_2)}{B_{21}(T_1, T_2)}} \quad (2.16)$$

Sugerencia: Puesto que  $\omega \in \mathbb{R}$ , los valores imaginarios de  $\omega$  que se pudieran obtener se ignoran.

Sustituyendo el valor  $T_1 = 0.1$  y los valores 0.0570, -0.1693 y -2.3176 obtenidos en el paso 5 para  $T_2$  se obtiene  $\omega = 22.1905$ ,  $\omega = 4.1439$ , y  $\omega = j15.2337$  respectivamente. Se ignora el valor  $\omega = j15.2337$  por ser complejo.

**Paso 7: Obtención de los retardos correspondientes:** Sustituyendo  $s = j\omega$  en (2.9), se obtiene:

$$e^{-j\omega d_1} = \frac{1 - T_1 j\omega}{1 + T_1 j\omega} \quad (2.17)$$

$$\cos(\omega d_1) - j\operatorname{sen}(\omega d_1) = \left[ \frac{1 - T_1 j\omega}{1 + T_1 j\omega} \right] \left[ \frac{1 - T_1 j\omega}{1 - T_1 j\omega} \right] \quad (2.18)$$

$$= \frac{1 - (T_1 \omega)^2 - j2\omega T_1}{1 + (T_1 \omega)^2} \quad (2.19)$$

Separando el segundo miembro de la expresión anterior en parte imaginaria y parte real e igualando correspondientemente con la parte imaginaria y real del primer miembro se obtiene:

$$\tan(\omega d_1) = \frac{2\omega T_1}{1 - (T_1 \omega)^2} \quad (2.20)$$

$$\tan\left(\frac{\omega d_1}{2}\right) = \omega T_1 \quad (2.21)$$

o bien:

$$\frac{\omega d_1}{2} = \arctan(\omega T_1) + l\pi \quad l = 0, 1, \dots, \infty \quad (2.22)$$

Tabla 2.2: Retardos para cuales, los polos de sistema del BH cruzan el eje imaginario.

Para	$d_1$			$d_2$		
	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
$T_1 = 0.1$						
$T_2 = 0.0570$ $\omega = 22.1905$	0.1034	0.3866	0.6697	0.0813	0.3644	0.6476
$T_2 = -0.1693$ $\omega = 4.1439$	0.1896	1.7059	3.2221	-0.2953	1.2210	2.7372

o

$$d_1 = \frac{2}{\omega} [\arctan(T_1 \omega) + l\pi] \quad l = 0, 1, \dots, \infty \quad (2.23)$$

Similarmente se puede escribir también

$$d_2 = \frac{2}{\omega} [\arctan(T_2 \omega) + l\pi] \quad l = 0, 1, \dots, \infty \quad (2.24)$$

Los retardos para los cuales un par de polos cruzan el eje imaginario están dados por (2.23) y (2.24) [Sipahi03, Olgac03].

En la Tabla 2.2 se encuentran los valores de los retardos para los cuales un par de polos cruza el eje imaginario. Para  $T_2$  y  $\omega$  dadas en cada fila de la tabla, la combinación de  $d_1$  con cada valor de  $d_2$  de esa fila da un punto en la gráfica de  $d_1$  vs  $d_2$  para el cual el par de polos cruza el eje imaginario. No se toman en cuenta los valores negativos de los retardos.

**Paso 8: Identificación de los retardos críticos:** Los pasos 5 a 7 se repiten para otros valores de  $T_1$ . Se dibuja una gráfica de  $d_1$  vs  $d_2$ . Se sabe que el punto  $(0, 0)$  es estable, así que la región que contiene al punto  $(d_1, d_2) = (0, 0)$  es la región estable. De esta manera la frontera de esta región da los valores críticos de los retardos  $d_1$  y  $d_2$ .

Los valores negativos de  $d_1$  y  $d_2$  se ignoran y el procedimiento del paso 5 a este paso se repite para otros valores de  $T_1$  en el intervalo  $[-2.2026 \times 10^4, 2.2026 \times 10^4]$ . Los resultados se muestran en la Figura 2.8. Esta figura muestra las regiones estables e inestables para los cuatro conjuntos de valores de la Tabla 2.1. Puesto que se sabe el sistema es estable cuando

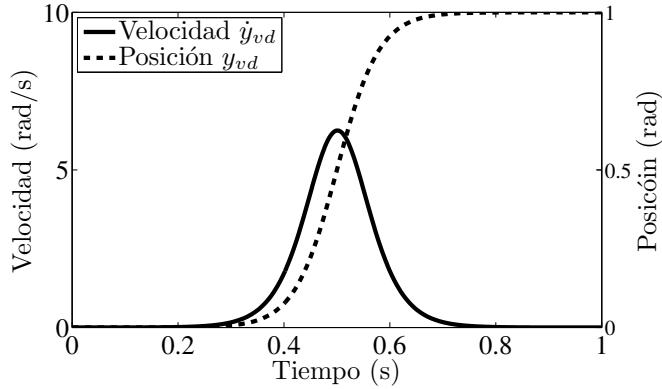


Figura 2.9: Formas de onda de la señales de referencia empleadas en las simulaciones.

no hay retardos, la región que contiene  $(d_1, d_2) = (0, 0)$  es estable como se aprecia en la Figura 2.8. En esta figura se puede ver también que el modelo del BH es estable para los cuatro conjuntos de valores de sus parámetros y los correspondientes retardos que se muestran en la Tabla 2.1.

## 2.8. Simulación

La Figura 2.9 muestra las señales de referencia  $\theta_{vd}$  y  $\dot{\theta}_{vd}$  que se desea sigan  $\theta_h$  y  $\dot{\theta}_h$  en la simulación. La Figura 2.10 muestra los resultados de la simulación en Simulink de MATLAB, del modelo del BH de la Figura 2.5, empleando los valores de los parámetros de la Tabla 2.1. Se utilizó un algoritmo de integración de Runge-Kutta de 4<sup>to</sup> orden con paso de 1 ms.

De los resultados obtenidos en las simulaciones que se presentan en la Figura 2.10 puede observarse que para los cuatro casos simulados el perfil de la salida  $\theta_h$  sigue al perfil de entrada  $\theta_{vd}$  con ligeras diferencias. Se hace notar que la respuesta del sistema es estable en los cuatro casos como se esperaba. También se puede observar que los mejores resultados se obtuvieron en el caso de los valores del Grupo III de la Tabla 2.1, por lo que éstos se usarán en capítulos posteriores.

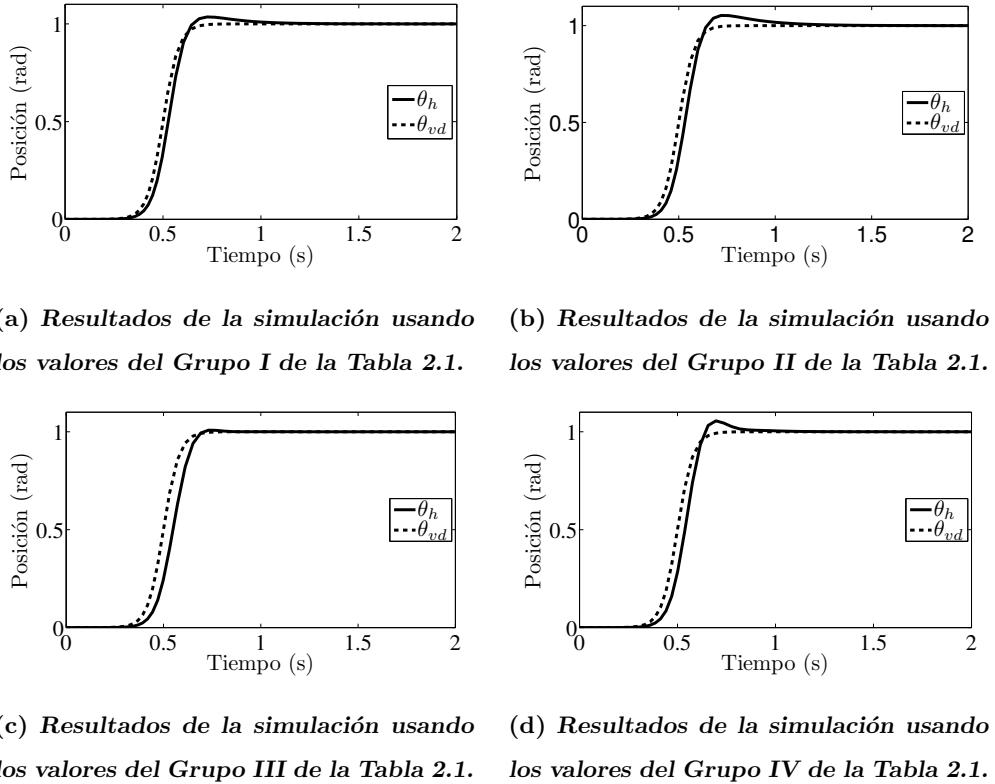


Figura 2.10: Resultados de simulación del modelo empleando los valores dados en la Tabla 2.1.

## 2.9. Conclusiones

En este capítulo se seleccionó un modelo que describe el comportamiento humano y se simuló su comportamiento. Éste se empleará para el estudio de la interacción DAF-BH en los siguientes capítulos.

Los experimentos que se efectuaron en el laboratorio fueron realizados para asegurar que en el estudio presente se usarían valores adecuados de los parámetros  $d_1$  y  $d_2$ . Como puede observarse, los valores obtenidos son muy parecidos a los reportados en [McIntyre93]. Sin embargo, se decidió usar los valores reportados porque se consideró que fueron obtenidos en mejores condiciones de experimentación que los que se reportan en este trabajo. Otro punto importante a destacar es que los tiempos reflejos son mucho más cortos que los tiempos de reacción, del orden de 2 a 4 veces más cortos dependiendo del tipo de reacción.

Se ha verificado que el modelo del BH sin retardos es estable y para el caso en el

que se consideran retardos, se han calculado los retardos críticos. Sin embargo, vale la pena hacer notar que el OH es capaz de adaptar los valores de sus parámetros  $G_p$  y  $G_v$  para que el sistema BH permanezca estable.

## Capítulo 3

# Estudio de los esquemas de interacción hombre-máquina

En este capítulo se presenta un esquema general para el estudio de la interacción hombre-máquina. Los exoesqueletos son dispositivos que están en contacto con el OH con el objeto de potenciar sus capacidades. Recientemente existe gran interés en el desarrollo de exoesqueletos, lo que ha propiciado la propuesta de numerosos algoritmos de control para la interacción hombre-máquina, algunos de ellos bastante sofisticados. Los algoritmos propuestos para los exoesqueletos pueden aplicarse a la interacción BH-DAF y viceversa. De aquí el interés en el estudio de tres de los esquemas de control más conocidos para exoesqueletos.

### 3.1. Esquema general

La Figura 3.1 muestra cómo un BH está en contacto con un exoesqueleto. El SNC del OH emite una señal para que se genere el movimiento deseado del brazo. Esta señal se transmite a los músculos correspondientes. Éstos generan el par  $\tau_M$  en la articulación específica del esqueleto del hombre. Por otro lado, se tiene el exoesqueleto que interactúa con el BH. El sistema de control del exoesqueleto genera el par  $\tau_A$ .

La interacción hombre-máquina está dada por el intercambio de pares y fuerzas

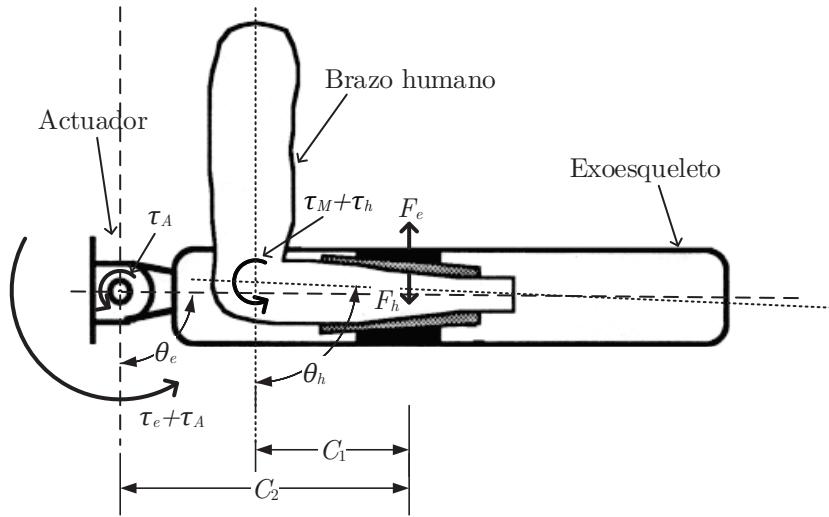


Figura 3.1: Dibujo que muestra la interacción física entre un BH y un exoesqueleto.

entre ellos. Cuando existe una diferencia entre la posición del BH  $\theta_h$  y la del exoesqueleto  $\theta_e$ , el BH y el exoesqueleto hacen contacto en uno o más puntos. En esos puntos el exoesqueleto ejerce una fuerza de contacto  $F_h$  sobre el BH. En esos mismos puntos el BH responde al exoesqueleto con una fuerza  $F_e$ . La fuerza  $F_e$  que genera el OH hacia el exoesqueleto es en general una función no lineal de la diferencia entre  $\theta_h$  y  $\theta_e$ , esto es

$$F_e(t) = E(\theta_h(t) - \theta_e(t)) \quad (3.1)$$

donde  $E(\cdot)$  es la función no lineal que mapea la diferencia en posiciones angulares a la fuerza  $F_e$ . Esta función puede considerarse lineal cuando la diferencia en posiciones angulares es pequeña.

Los términos  $C_1$  y  $C_2$  son constantes positivas que ayudan a convertir respectivamente las fuerzas  $F_e$  y  $F_h$  en los pares  $\tau_e$  y  $\tau_h$ . El SNC utiliza información de la posición del BH  $\theta_h$  desde los husos musculares.

### 3.2. El algoritmo de Kazerooni

En la Figura 3.2 se presenta el algoritmo de control propuesto en [Kazerooni88]. Este algoritmo propone que la posición del BH  $\theta_h$  sea función del trayectoria virtual deseada

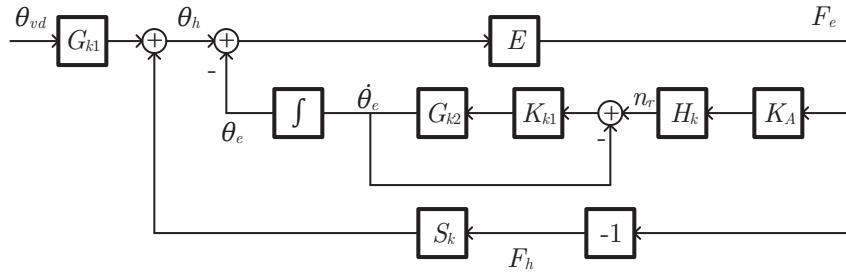


Figura 3.2: El esquema de control del exoesqueleto de H.Kazerooni [Kazerooni88].

$\theta_{vd}$  y de la fuerza  $F_h$  que el exoesqueleto ejerce sobre el BH. Los procesos mediante los cuales el BH convierte la posición virtual deseada  $\theta_{vd}$  y la fuerza  $F_h$ , que el exoesqueleto ejerce sobre él para lograr la posición  $\theta_h$ , son funciones no lineales [Kazerooni88]. Sin embargo, si se les representa como funciones dinámicas lineales, se puede obtener su función de transferencia respectiva y escribir lo siguiente:

$$\theta_h(s) = G_{k1}(s)\theta_{vd}(s) + S_k(s)F_h(s) \quad (3.2)$$

donde  $s$  es la variable compleja de la transformada de Laplace.

El bloque  $G_{k2}$  representa al exoesqueleto cuya salida es la velocidad angular del brazo de éste  $\dot{\theta}_e$ . El bloque  $K_{k1}$  es un controlador que permitirá que el brazo del exoesqueleto siga a la velocidad de referencia  $n_r$ . Esta última corresponde a la salida de los bloques  $K_A$  y  $H_k$  que son respectivamente, una ganancia y un filtro pasabajas que atenúa el ruido de altas frecuencias contenido en la medición de  $F_e$  que es la fuerza que el ser humano ejerce sobre el exoesqueleto. Se utiliza un sensor de fuerza para medir  $F_e$ . La velocidad de referencia  $n_r$  es proporcional a la fuerza  $F_e$  que el ser humano ejerce sobre el exoesqueleto.

En este algoritmo, para simplificar el bloque  $E$ , el autor utilizó una función lineal dinámica. La función de transferencia entre la trayectoria virtual deseada  $\theta_{vd}$  que el OH genera y la trayectoria de posición del exoesqueleto  $\theta_e$  es

$$\frac{\theta_e(s)}{\theta_{vd}(s)} = \frac{E(s)H_k(s)K_AK_{k1}(s)G_{k2}(s)}{s(1+E(s)S_k(s))(1+K_{k1}(s)G_{k2}(s)) + E(s)H_k(s)K_AK_{k1}(s)G_{k2}(s)} \quad (3.3)$$

o

$$\frac{\theta_e(s)}{\theta_{vd}(s)} = \frac{1}{\frac{s(1+E(s)S_k(s))(1+K_{k1}(s)G_{k2}(s))}{E(s)H_k(s)K_AK_{k1}(s)G_{k2}(s)} + 1} \quad (3.4)$$

Utilizando el Teorema de las Pequeñas Ganancias [Kazerooni90], la estabilidad del sistema completo en lazo cerrado está garantizada por la siguiente condición suficiente sobre  $K_A$ .

$$|K_A| < \left| \frac{s(1+K_{k1}(s)G_{k2}(s))(1+S_k(s)E(s))}{H_k(s)K_{k1}(s)G_{k2}(s)E(s)} \right| \quad (3.5)$$

donde  $|.|$  es el módulo de un número complejo.

A partir de (3.4), se puede observar que la trayectoria del brazo del exoesqueleto  $\theta_e$  sigue estrechamente la trayectoria virtual deseada  $\theta_{vd}$ , cuando la ganancia  $K_A$  es alta. Sin embargo, para satisfacer la condición (3.5) se limita el valor de la ganancia  $K_A$ . Se puede notar que (3.5) es una condición suficiente de estabilidad.

### Ventajas:

- El sensor de fuerza usado en este algoritmo es barato y muy sencillo de instalar.

### Desventajas:

- La velocidad angular de referencia  $n_r$  es proporcional a la fuerza  $F_e$ , eso permite que el exoesqueleto cambie su posición cada vez que el OH ejerce alguna fuerza sobre él. En otras palabras, el OH no siente ninguna fuerza cuando el brazo del exoesqueleto está fijo en una posición.
- Por la misma razón, la fuerza  $F_h$  experimentada por el OH no es dependiente del peso que carga el brazo del exoesqueleto.

### 3.3. El algoritmo del exoesqueleto BLEEX

El esquema de control del BLEEX para 1 GDL está dado en la Figura 3.3. La velocidad del brazo del exoesqueleto  $\dot{\theta}_e$  es dependiente del par que produce el actuador y

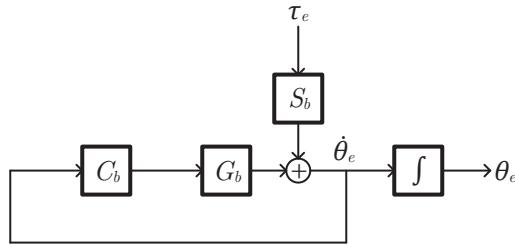


Figura 3.3: Esquema de control del BLEEX [Kazerooni05].

de la interacción entre el OH y el exoesqueleto  $\tau_e$ . El bloque  $S_b$  representa la función que mapea el par  $\tau_e$  a la velocidad  $\dot{\theta}_e$ . Las dinámicas del actuador y del brazo del exoesqueleto están dadas en el bloque  $G_b$ . El controlador  $C_b$  toma la velocidad  $\dot{\theta}_e$  como realimentación positiva. La función de sensibilidad del sistema en lazo cerrado de la Figura 3.3 es

$$\frac{s\theta_e(s)}{\tau_e(s)} = \frac{S_b(s)}{1 - G_b(s)C_b(s)} \quad (3.6)$$

Los autores de BLEEX proponen el siguiente controlador.

$$C_b(s) = \left(1 - \frac{1}{K_A}\right) G_b^{-1}(s) \quad (3.7)$$

donde  $K_A$  es el factor de amplificación. Usando la ley de control (3.7), (3.6) se puede reescribir como

$$\frac{s\theta_e(s)}{\tau_e(s)} = K_A S_b(s) \quad (3.8)$$

### Ventajas:

- Usando este algoritmo no se necesita usar ningún sensor para medir la intención del OH.

### Desventajas:

- El controlador usa una realimentación positiva lo cual produce alta sensibilidad a perturbaciones externas.

- El controlador necesita conocer el modelo del exoesqueleto  $G_b$  con alta precisión porque como puede observarse en (3.7) depende de  $G_b^{-1}(s)$  y si  $G_b(s)$  difiere de la planta que representa, cualquier diferencia por pequeña que sea, se puede ver amplificada en  $G_b^{-1}(s)$ . Además,  $G_b(s)$  debe ser de fase mínima.

### 3.4. El algoritmo de Kong y Tomizuka

El esquema de control del exoesqueleto de K. Kong y M. Tomizuka [Kong09] se presenta en la Figura 3.4. El bloque  $H_t$  representa las dinámicas del brazo del exoesqueleto. Usando menos masa para el brazo del exoesqueleto, los autores han ignorado las dinámicas del brazo del exoesqueleto en  $H_t$ . También los autores suponen que el sistema es estable sin el actuador  $A_t$ . Las dinámicas del actuador y el controlador están dadas por los bloques  $A_t$ ,  $C_t$ . Considerando que el controlador puede realizar la inversa de la dinámica  $A_t$ , los autores ignoraron la dinámica del actuador, es decir  $A_t(s) = 1$ . Dicho autores consideraron el factor de amplificación como una función de  $s$ , además presentaron estudios considerando el factor de amplificación como una constante. En este sección se considera que el factor de amplificación es una constante.

Los autores han propuesto el siguiente controlador.

$$C_t(s) = \left(1 - \frac{1}{K_A}\right) H_t^{-1}(s) \quad (3.9)$$

donde  $K_A$  es un factor de amplificación. Agregando este controlador al esquema mostrado en la Figura 3.4, se puede simplificar como el esquema presentado en la Figura 3.5. También se observa que el par que producen los músculos  $T_M$  se aumenta en un factor  $K_A$ .

A partir del esquema de la Figura 3.4, se tiene

$$\tau_M(s) + \tau_A(s) = H_t^{-1}(s)\theta_h(s) \quad (3.10)$$

Para implementar este controlador se necesita el conocimiento de la inversa de la dinámica del BH. Cuando no se tiene el modelo o es difícil realizar su inversa, se puede usar un sensor de electromiografía (EMG) o de dureza del músculo para medir el par  $\tau_M$  que produce. Los autores suponen que el sistema en lazo cerrado es estable, porque el cerebro es inteligente

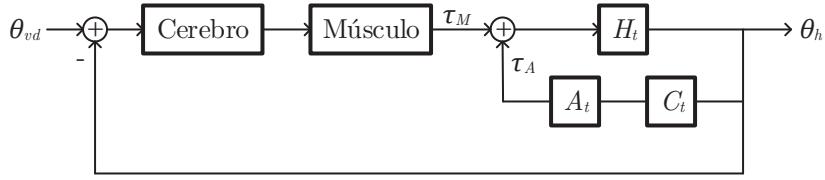


Figura 3.4: El esquema de control del exoesqueleto de K. Kong y M. Tomizuka se muestra en [Kong09].

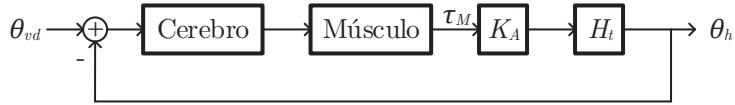


Figura 3.5: Esquema simplificado de control del exoesqueleto K. Kong y M. Tomizuka.

y controla al sistema adaptativa y robustamente; sin embargo, no recomiendan generar inestabilidad en el lazo interno del esquema de la Figura 3.4. Entonces, se requiere una medición de  $\tau_M$  de alta precisión. Cualquier incertidumbre o imprecisión en la medición de  $\tau_M$ , introduce consecuentemente un error o incertidumbre  $\Delta(j\omega)$  en la estimación de  $H_t$ . Los autores proponen que, para garantizar la estabilidad del lazo interno, en un sistema lineal con una incertidumbre  $\Delta(j\omega)$  en el modelo  $H_t$ , se necesita satisfacer

$$|K_A - 1| < |\Delta(j\omega)|^{-1} \quad (3.11)$$

Con cero error en la medición de  $\tau_M$ , se puede usar cualquier ganancia de amplificación  $K_A$  finita por grande que sea.

#### Ventajas:

- Realizar este algoritmo es fácil usando un sensor para medir  $\tau_M$ .

#### Desventajas:

- Como se mencionó arriba, para medir  $\tau_M$  se puede usar un sensor de dureza del músculo o un sensor de EMG. En cuanto al sensor de dureza del músculo, éste se encuentra todavía en la fase de desarrollo. El sensor de EMG tiene baja relación señal/ruido (RSR), lo que no permite estimar  $\tau_M$  con alta precisión.

- Los autores suponen que el cerebro estabiliza el sistema lo cual podría no ser cierto.
- El análisis de este controlador no toma en cuenta modelos del movimiento humano.

### **3.5. Ventajas del esquema del control propuesto**

En el siguiente capítulo se propone un algoritmo de control para la interacción BH-DAF. El algoritmo propuesto, a diferencia de los algoritmos estudiados, tiene las siguientes ventajas:

- El OH siempre siente parte del peso de la carga que está moviendo, aunque se mantenga a ésta en una posición fija.
- El esquema emplea un sensor de fuerza fácil de instalar y de bajo costo.
- No es necesario realizar la identificación de los parámetros del sistema para que el esquema de control funcione adecuadamente.
- El esquema de control propuesto es estable para cualesquiera valores positivos de los parámetros del DAF.
- Este esquema de control, a diferencia de los que se presentaron, hace uso de un modelo dinámico del BH y considera retardos en las señales nerviosas, situación que los esquemas presentados no consideran.

### **3.6. Conclusiones**

Se puede observar que algunos autores no han empleado modelo humano alguno en el análisis de sus esquemas de control. Otros autores como Kazerooni han considerado un modelo humano que ignora por completo el hecho de que en la respuesta humana a cualquier estímulo existen retardos. El trabajo que se presenta considera un modelo simple de un BH que sí toma en cuenta estos retardos.

## Capítulo 4

# Propuesta de un esquema de control aplicado a un DAF

En este capítulo se presenta la configuración mecánica de un DAF, la interacción BH-DAF, el controlador propuesto, un análisis de estabilidad y los resultados de simulación de la interacción BH-DAF.

### 4.1. Modelado del DAF

La Figura 4.1(a) muestra un bosquejo del DAF y la Figura 4.1(b) corresponde a su fotografía. El DAF se compone de un bloque mecánico de masa  $M$ , conectado a un motor eléctrico a través de un mecanismo tuerca-husillo. Éste convierte el par de rotación  $\tau_A$  generado por el motor a una fuerza rectilínea  $F_A$  que mueve el bloque mecánico.

La posición del bloque mecánico se considera cero cuando éste se encuentra en contacto con el límite inferior de la carrera mecánica del mecanismo y positivo cuando el bloque está arriba de ese nivel. Un codificador de posición angular óptico conectado al motor permite la medición indirecta de la posición  $y_e$  del bloque mecánico. La relación de  $y_e$  con el codificador de posición angular óptico es la siguiente:

$$y_e = 2\pi\theta_A P_m \quad (4.1)$$

en donde  $P_m$  es el paso del tornillo del mecanismo tuerca-husillo y  $\theta_A$  es la posición angular del actuador en radianes, en este caso el motor, registrada por el codificador óptico.

Considerando la Figura 4.1(a), la fuerza impulsora  $F_A$  de un mecanismo de tuerca-husillo es proporcional a la salida del par del motor eléctrico  $\tau_A$  [Inc.11b, Inc.12], la cual se puede escribir como

$$F_A = \frac{2\pi}{P_m} = K_m \tau_A \quad (4.2)$$

donde  $K_m = 2\pi P_m^{-1}$ .

Puesto que el amplificador de potencia del motor funciona en modo par, la dinámica eléctrica del motor es rápida (véase el Apéndice A). Haciendo caso omiso de esta dinámica se puede escribir

$$\tau_A = K_T V_A \quad (4.3)$$

donde  $K_T$  es una constante positiva y  $V_A$  es el voltaje de entrada al servomecanismo.

Sustituyendo (4.3) en (4.2), se tiene

$$F_A = K_m K_T V_A \quad (4.4)$$

Sea  $M$  la masa del bloque mecánico y  $K_f$  el coeficiente de fricción viscosa asociado al bloque. Por el principio de d'Alembert, se puede escribir lo siguiente:

$$M\ddot{y}_e = -K_f \dot{y}_e + F \quad (4.5)$$

$$F = F_A + F_e - W \quad (4.6)$$

donde  $W = Mg$  es el peso del bloque mecánico,  $F$  es la fuerza total ejercida sobre el bloque mecánico y  $F_e$  es la fuerza ejercida por el operador humano sobre el bloque mecánico. En la Figura 4.2 se muestra el diagrama de bloques del DAF. La función de transferencia del sistema de  $F$  a  $y_e$  está dada por

$$\frac{y_e(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + K_f s} \quad (4.7)$$

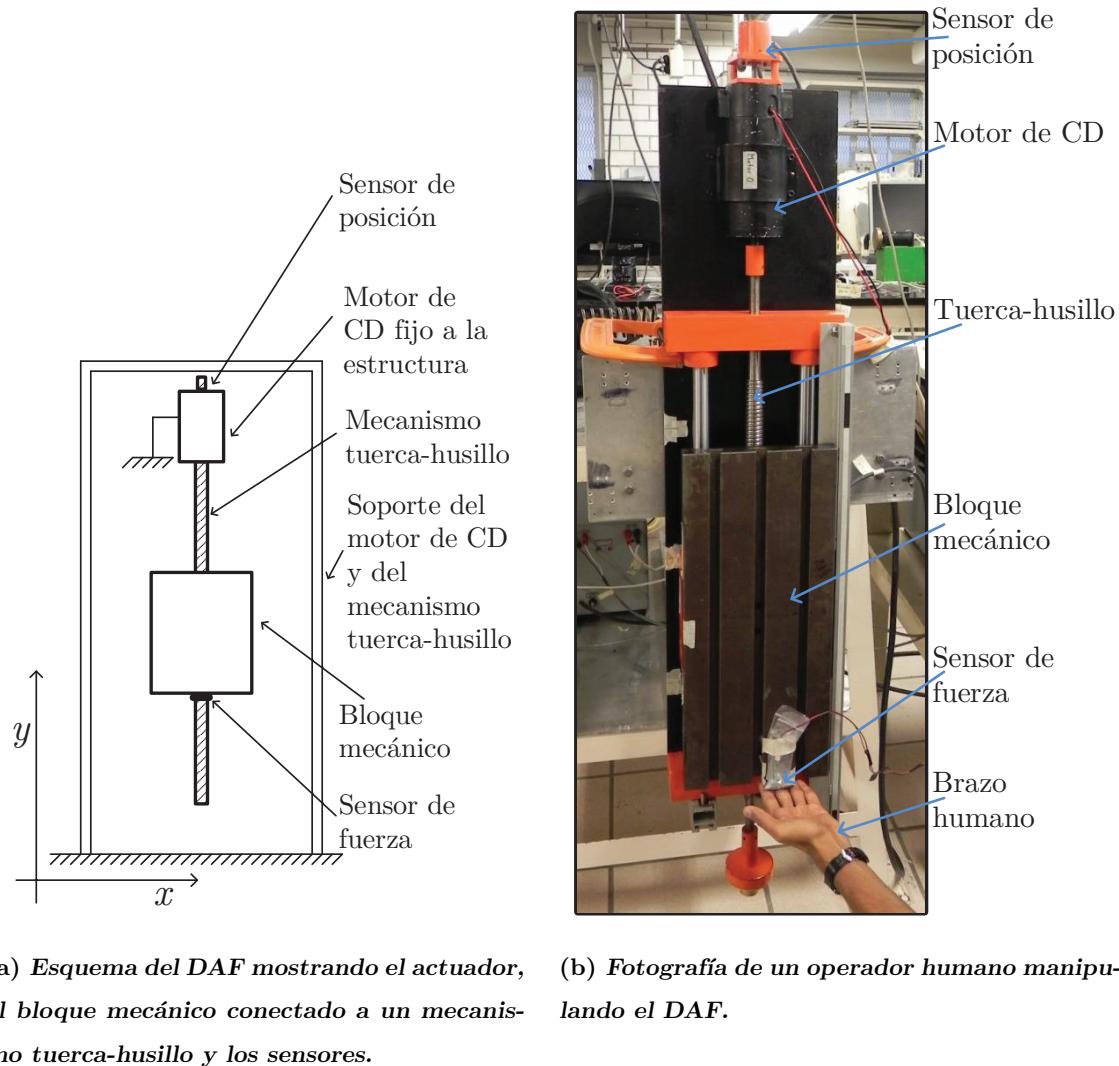


Figura 4.1: Esquema y fotografía del dispositivo de aumento de fuerza (DAF).

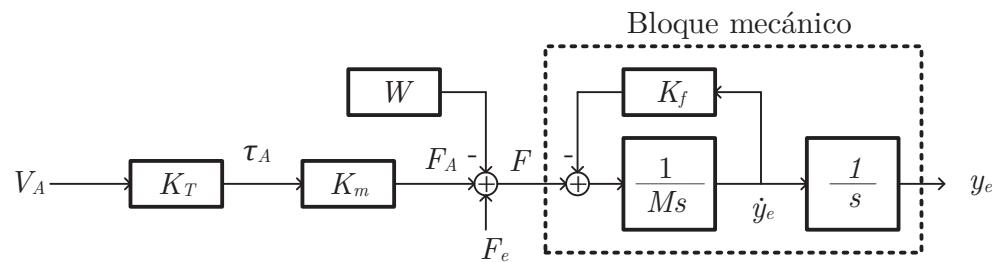
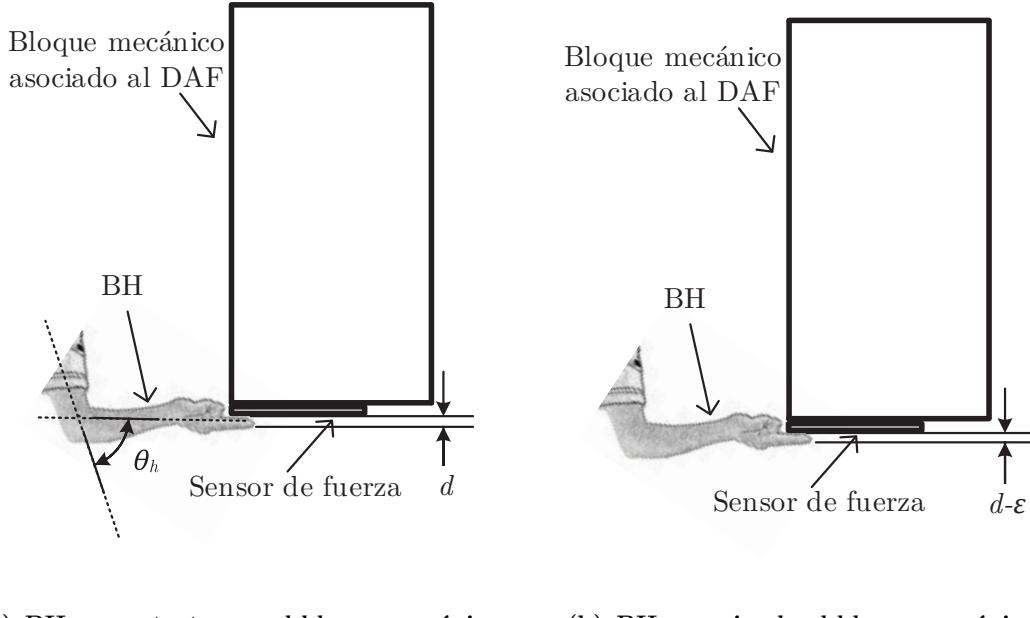


Figura 4.2: Diagrama de bloques del DAF.



(a) *BH en contacto con el bloque mecánico.* (b) *BH empujando el bloque mecánico.*

Figura 4.3: BH interactuando con el DAF.

## 4.2. Interacción entre un operador humano y el DAF

El término  $\theta_h$  es la posición angular de la articulación del BH y  $l_a$  la longitud de éste, entonces la posición lineal  $y_h$  del extremo del BH puede aproximarse como  $y_h = l_a\theta_h$  para valores pequeños de  $\theta_h$  y así conservar una relación lineal. De manera similar, la relación entre  $y_{vd}$  y  $\theta_{vd}$  puede escribirse como  $y_{vd} = l_a\theta_{vd}$  en donde  $\theta_{vd}$  es la posición angular virtual deseada y  $y_{vd}$  es la posición lineal virtual deseada.

La Figura 4.3 muestra la interacción entre el BH y el DAF. Sea  $d$  el grosor del dedo que se deforma una distancia  $\varepsilon$  cuando ejerce una fuerza sobre el bloque mecánico, así que  $\varepsilon = y_h - y_e$ . Debido a la diferencia entre la posición del BH  $y_h$  y la posición del DAF  $y_e$ , se produce una fuerza de reacción entre ellos. La fuerza  $F_e$  ejercida sobre el DAF por el BH es igual y opuesta a la fuerza  $F_h$  ejercida por el DAF sobre el BH, lo que se puede escribir como [Pataky05]

$$F_e = -F_h = \varepsilon E = (y_h - y_e)E \quad (4.8)$$

por lo que entonces

$$\tau_h = F_h l_a = \varepsilon E l_a = (y_e - y_h) E l_a \quad (4.9)$$

donde  $E$  representa la compliancia física de los tejidos del OH y el sensor de fuerza. El término  $\tau_h$  por lo tanto es el par ejercido por el DAF sobre el BH. La rigidez del sensor de fuerza es muy alta comparada con los tejidos humanos, por lo tanto  $E$  puede considerarse como la compliancia de los tejidos [Kazerooni88]. El valor estimado de  $E$  es una constante de valor  $920 \text{ N m}^{-1}$  para valores pequeños de  $\varepsilon$  [Pataky05].

### 4.3. Esquema del controlador propuesto y aplicado al DAF

El siguiente algoritmo de control se aplica al DAF como se muestra en la Figura 4.4.

$$V_A = \frac{(K_A - 1)F_e - K_d \dot{y}_e - K_p y_e}{K_m K_T} \quad (4.10)$$

o

$$F_A = (K_A - 1)F_e - K_d \dot{y}_e - K_p y_e \quad (4.11)$$

donde  $K_A$  es el factor de amplificación de fuerza del DAF,  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $-K_d \dot{y}_e$  representa una realimentación de velocidad que introduce amortiguamiento en el DAF.

Sustituyendo (4.6), (4.8) y el algoritmo de control (4.11) en (4.5), se obtiene

$$M \ddot{y}_e = -W - (K_d + K_f) \dot{y}_e - K_p y_e + K_A F_e \quad (4.12)$$

o

$$M \ddot{y}_e = -W - (K_d + K_f) \dot{y}_e - K_p y_e + K_A (y_h - y_e) E \quad (4.13)$$

### 4.4. Estabilidad del DAF sin interacción humana

Considerando que el OH no está en contacto con el DAF, se puede escribir  $F_e = 0$ . Así que (4.11) se puede reescribir como

$$F_A = -K_d \dot{y}_e - K_p y_e \quad (4.14)$$

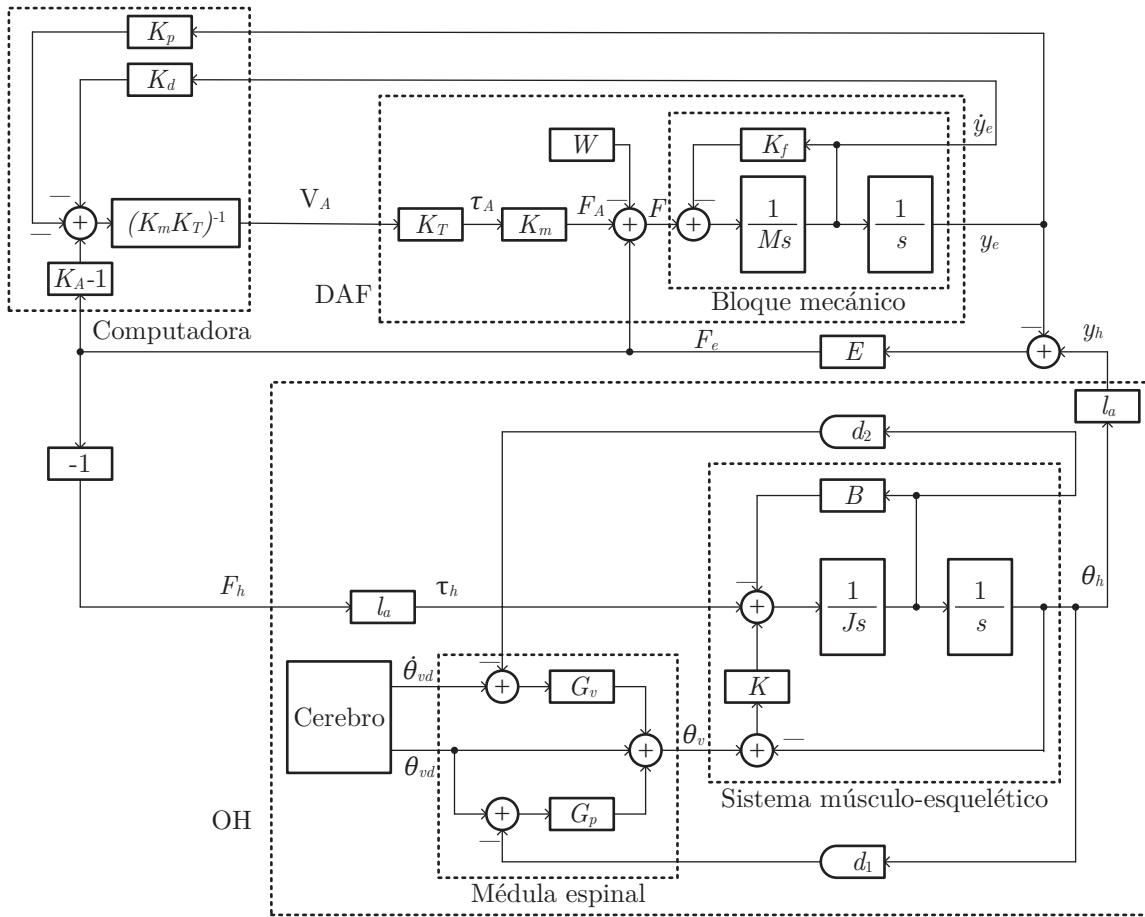


Figura 4.4: Diagrama de bloques que muestra el DAF y el algoritmo de control en lazo cerrado y su interacción con un OH.

Sustituyendo (4.14) en (4.6), se obtiene

$$F = -K_d \dot{y}_e - K_p y_e - W \quad (4.15)$$

o bien

$$M \ddot{y}_e + K_f \dot{y}_e + K_d \dot{y}_e + K_p y_e + W = 0 \quad (4.16)$$

La ecuación diferencial anterior es de orden 2 y describe únicamente el comportamiento dinámico del DAF y debido a que todos sus coeficientes son positivos el sistema es estable de acuerdo al criterio de Routh-Hurwitz.

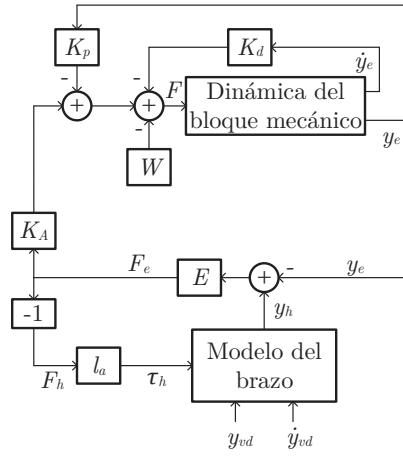


Figura 4.5: Simplificación del diagrama a bloques que se muestra en la Figura 4.4.

#### 4.5. Análisis de estabilidad de la interacción BH-DAF cuando no existen retardos

La trayectoria del BH  $y_h$  sigue la trayectoria deseada  $y_d$ . Los términos  $y_d$  y  $\dot{y}_d$  representan la posición y la velocidad deseadas que genera el cerebro y que se materializan a la salida de éste como las señales nerviosas  $\theta_{vd}$  y  $\dot{\theta}_{vd}$ . El cerebro genera a  $\theta_d$  y posteriormente a  $\dot{\theta}_{vd}$ . Sin embargo, para analizar la interacción se emplean a  $y_{vd}$  y  $\dot{y}_{vd}$ . La Figura 4.4 representa la interacción BH-DAF. La Figura 4.5 es una simplificación de la Figura 4.4. Empleando (4.13) se obtiene la función de transferencia entre  $y_e$  y  $y_h$  la cual se puede escribir como

$$\frac{y_e(s)}{y_h(s)} = \frac{K_A E}{Ms^2 + (K_d + K_f)s + K_p + E K_A} \quad (4.17)$$

Es importante notar que esta función de transferencia es de segundo orden y exponencialmente estable para valores positivos de  $M$ ,  $K_d$ ,  $K_f$ ,  $K_p$ ,  $E$  y  $K_A$ .

La dinámica del BH está dada por (2.5) y se puede reescribir como

$$\begin{aligned} l_a \tau_h(s) &= y_h(s) \left[ J s^2 + (B + K G_v e^{-d_2 s}) s + K (1 + G_p e^{-d_1 s}) \right] - y_{vd}(s) \left[ K G_v s \right. \\ &\quad \left. + K (1 + G_p) \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

Ignorando los retardos  $d_1$  y  $d_2$ , i.e.  $d_1 = d_2 = 0$  y sustituyendo (4.9) en (4.18) se

obtiene

$$\begin{aligned} El_a^2 y_e(s) &= y_h(s) \left[ Js^2 + (B + KG_v)s + K(1 + G_p) + El_a^2 \right] - y_{vd}(s) \left[ KG_v s \right. \\ &\quad \left. + K(1 + G_p) \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

Sustituyendo (4.17) en la ecuación anterior se puede escribir

$$\frac{y_e(s)}{y_{vd}(s)} = \frac{(EG_vKK_A)s + E(G_p + 1)KK_A}{\bar{a}_4s^4 + \bar{a}_3s^3 + \bar{a}_2s^2 + \bar{a}_1s + \bar{a}_0} \quad (4.20)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{a}_0 &= EK_p l_a^2 + (G_p + 1)KK_p + E(G_p + 1)KK_A \\ \bar{a}_1 &= E(K_d + K_f)l_a^2 + BK_p + BEKA + (G_p + 1)K(K_d + K_f) \\ &\quad + G_vKK_p + EG_vKK_A \\ \bar{a}_2 &= EMl_a^2 + B(K_d + K_f) + JK_p + EJK_A + G_vK(K_d + K_f) \\ &\quad + (G_p + 1)KM \\ \bar{a}_3 &= BM + J(K_d + K_f) + G_vKM \\ \bar{a}_4 &= JM \end{aligned}$$

El denominador de  $y_e(s)/y_{vd}(s)$  se denota por  $D(s)$ , que es un polinomio de cuarto grado en  $s$ .

$$D(s) := \bar{a}_4s^4 + \bar{a}_3s^3 + \bar{a}_2s^2 + \bar{a}_1s + \bar{a}_0 \quad (4.21)$$

Por el teorema de Routh-Hurwitz el sistema en lazo cerrado es estable cuando se cumplen las siguientes condiciones.

$$\bar{a}_0 > 0; \bar{a}_1 > 0; \bar{a}_2 > 0; \bar{a}_3 > 0; \bar{a}_4 > 0; \bar{a}_5 > 0 \quad (4.22)$$

$$\bar{b}_1 := \frac{\bar{a}_3\bar{a}_2 - \bar{a}_4\bar{a}_1}{\bar{a}_3} > 0 \quad (4.23)$$

$$\bar{c}_1 := \frac{\bar{b}_1\bar{a}_1 - \bar{a}_3\bar{a}_0}{\bar{b}_1} > 0 \quad (4.24)$$

Las condiciones (4.23) y (4.24), se pueden simplificar como, (véase el Apéndice B)

$$\begin{aligned} \bar{b}_1 &= \left[ (BJ + G_v JK)(K_d + K_f)^2 + (B^2 M + J^2 K_p + EJ^2 K_A + G_v^2 K^2 M \right. \\ &\quad \left. + 2BG_v KM)(K_d + K_f) + (G_p + 1)G_v K^2 M^2 + EG_v KM^2 l_a^2 \right. \\ &\quad \left. + B(G_p + 1)KM^2 + BEM^2 l_a^2 \right] \Big/ \left[ (B + G_v K)M + J(K_d + K_f) \right] > 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_{1s} &= \left[ B^3 E K_A (K_d + K_f) M + B^3 (K_d + K_f) K_p M + B^2 E^2 K_A M^2 l_a^2 \right. \\ &\quad \left. + 3B^2 E G_v K K_A (K_d + K_f) M + B^2 E J K_A (K_d + K_f)^2 \right. \\ &\quad \left. + B^2 E (K_d + K_f)^2 M l_a^2 + B^2 (G_p + 1)K (K_d + K_f)^2 M + 3B^2 G_v K (K_d + K_f) K_p M \right. \\ &\quad \left. + B^2 J (K_d + K_f)^2 K_p + 2B E^2 G_v K K_A M^2 l_a^2 + 3B E G_v^2 K^2 K_A (K_d \right. \\ &\quad \left. + K_f) M + 2B E G_v J K K_A (K_d + K_f)^2 + 2B E G_v K (K_d + K_f)^2 M l_a^2 \right. \\ &\quad \left. + B E J (K_d + K_f)^3 l_a^2 + 2B (G_p + 1)G_v K^2 (K_d + K_f)^2 M + B (G_p + 1) J K (K_d \right. \\ &\quad \left. + K_f)^3 + 3B G_v^2 K^2 (K_d + K_f) K_p M + 2B G_v J K (K_d + K_f)^2 K_p \right. \\ &\quad \left. + E^2 G_v^2 K^2 K_A M^2 l_a^2 + E^2 J^2 K_A (K_d + K_f)^2 l_a^2 \right. \\ &\quad \left. + E G_v^3 K^3 K_A (K_d + K_f) M + E G_v^2 J K^2 K_A (K_d + K_f)^2 \right. \\ &\quad \left. + E G_v^2 K^2 (K_d + K_f)^2 M l_a^2 + E G_v J K (K_d + K_f)^3 l_a^2 + (G_p \right. \\ &\quad \left. + 1)G_v^2 K^3 (K_d + K_f)^2 M + (G_p + 1)G_v J K^2 (K_d + K_f)^3 \right. \\ &\quad \left. + G_v^3 K^3 (K_d + K_f) K_p M + G_v^2 J K^2 (K_d + K_f)^2 K_p + G_v K (K_d \right. \\ &\quad \left. + K_f) \left( - E M l_a^2 + J K_p + E J K_A - (G_p + 1) K M \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2E^2 G_v J K K_A (K_d + K_f) M l_a^2 + B (K_d + K_f) \left( - E M l_a^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + J K_p + E J K_A - (G_p + 1) K M \right)^2 + 2B E^2 J K_A (K_d \right. \\ &\quad \left. + K_f) M l_a^2 \right] \Big/ \left[ B M + J (K_d + K_f) + G_v K M \right] > 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

De (4.21), (4.25) y (4.26), se puede notar que todos los términos  $\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4, \bar{b}_1$ , y  $\bar{c}_1$  son positivos para valores positivos de  $K_A, K_p$ , y  $K_d$ , lo que satisface las condiciones de estabilidad (4.22)-(4.24). Véase el Apéndice C para la prueba de estabilidad.

## 4.6. Puntos de equilibrio

Los puntos de equilibrio del sistema son aquellos en los que  $y_e = Y_e$ , en donde  $Y_e$  es cualquier constante no negativa y consecuentemente  $\dot{y}_e = \ddot{y}_e = 0$ , por lo que de la ecuación (4.12) se puede escribir lo siguiente:

$$F_e = \frac{W + K_p Y_e}{K_A} \quad (4.27)$$

lo que pone de manifiesto que el piloto siempre percibe una fracción del peso cuando  $K_A > 1$ .

Cuando el operador quita la mano del sensor de fuerza, la dinámica del sistema es

$$M\ddot{y}_e(t) = -W - (K_d + K_f)\dot{y}_e(t) - K_p y_e(t) \quad (4.28)$$

que es estable porque  $K_p$  y  $K_d + K_f$  son positivos; la posición del bloque mecánico en el punto de equilibrio es:

$$Y_e = -\frac{W}{K_p} \quad (4.29)$$

Este valor es negativo, sin embargo, el tope mecánico evitara que el bloque se mueva por debajo del límite inferior de la carrera mecánica del mecanismo tuerca-husillo.

## 4.7. Selección de los parámetros del controlador aplicado al DAF

**Selección de  $K_p$ :** La fuerza requerida para levantar una masa a una altura  $Y_e$  cualquiera es igual a peso de ésta, esto es  $W$ . Un DAF ideal con un factor de amplificación  $K_A$  requeriría que el usuario aplicara al dispositivo una fuerza igual a

$$F_{ei} := \frac{W}{K_A} \quad (4.30)$$

para levantar la masa a cualquiera altura  $Y_e$ .

Sin embargo, la fuerza que se requiere que aporte el usuario al DAF está dada por (4.27) que es mayor que  $F_{ei}$  por un sumando igual a  $K_p Y_e / K_A$ . Esto indica que existe una diferencia entre la fuerza que el usuario debiera aplicar a un DAF con factor de ganancia

$K_A$  y la fuerza que tiene que aplicar al DAF. Defínase la diferencia normalizada entre estas dos fuerzas de la siguiente manera:

$$e := \frac{F_e(t) - F_{ei}(t)}{F_{ei}} \quad (4.31)$$

Está claro que la fuerza que tiene que aplicar un OH que utilice el DAF es mayor que la fuerza que aplicaría a un DAF ideal. Si por ejemplo se requiriera que la fuerza que tuviera que aplicar el OH al DAF fuera como máximo 10 % mayor que la que aplicaría al DAF ideal, de (4.31) se concluye que la ganancia  $K_p$  requerida es:

$$K_p \leq \min\left(\frac{0.1W}{y_e(t)}\right) \quad (4.32)$$

$$K_p \leq \frac{0.1W}{Y_{em}} \quad (4.33)$$

donde  $Y_{em} = \max(y_e(t))$ .

**Selección de  $K_d$ :** Cuando el operador humano quita la mano del bloque mecánico, no se desean oscilaciones. En otras palabras, el factor de amortiguamiento del sistema mostrado en (4.28) no puede ser menor que 1, esto es:

$$\frac{K_d + K_f}{2\sqrt{K_p M}} \geq 1 \quad (4.34)$$

o

$$K_d \geq 2\sqrt{K_p M} - K_f \quad (4.35)$$

**Selección de  $K_A$ :** De (4.27) se observa que la fuerza  $F_e$  ejercida por el OH sobre el DAF es menor cuando  $K_A > 1$  y mayor cuando  $0 < K_A < 1$ .  $K_A$  es el factor por el cual el DAF amplifica la fuerza  $F_e$  del OH para mover el bloque mecánico. Si se deseara que un usuario percibiera al bloque mecánico con un peso mayor al que éste tuviera, con el objetivo de fortalecer sus músculos con fines de rehabilitación, se propondría  $0 < K_A < 1$ . El peso extra que sentiría el OH lo estaría proporcionando el DAF. Esta situación también sería muy útil en el caso en el que se manipularan objetos extremadamente ligeros y se requiriera precisión de movimiento.

Tabla 4.1: Valores de los parámetros del DAF empleados en las simulaciones.

Parámetro	Valor	Unidad
$E$	920	$\text{N m}^{-1}$
$K_A$	125	
$K_f$	0	$\text{N m}^{-1}\text{s}$
$K_m$	$1.047 \times 10^3$	$\text{m}^{-1}$
$K_T$	1.2753	$\text{N m V}^{-1}$
$l_a$	0.35	m
$M$	23.393	kg
$P_m$	$6 \times 10^{-3}$	m
$W$	229.409	N

## 4.8. Simulación de la interacción BH-DAF sin considerar retardos

En esta sección se presentan simulaciones de la interacción BH-DAF sin considerar retardos en el modelo humano. Se presentan cuatro simulaciones. Los valores de los parámetros del DAF  $W$ ,  $K_T$ ,  $K_m$ ,  $M$ , y  $K_f$  permanecen fijos para todas las simulaciones presentadas en este capítulo. Estos valores se obtuvieron haciendo un análisis de la geometría del dispositivo real y con la ayuda de los manuales de las partes de éste. Véase el

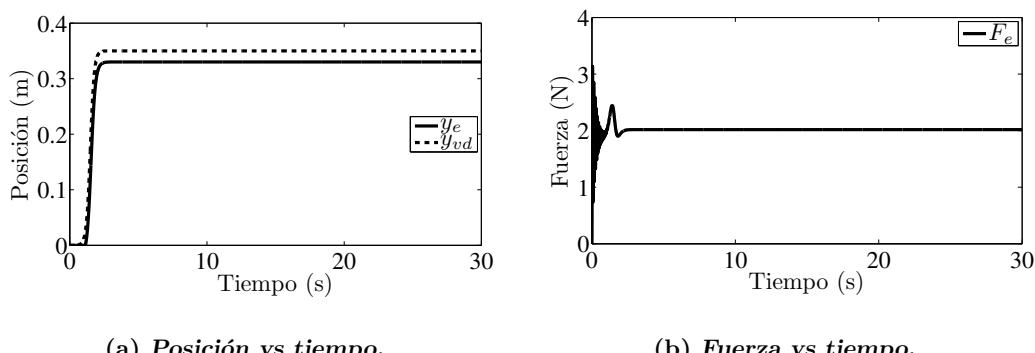


Figura 4.6: Simulación con los valores de los parámetros del Grupo I del BH y sin retardos.

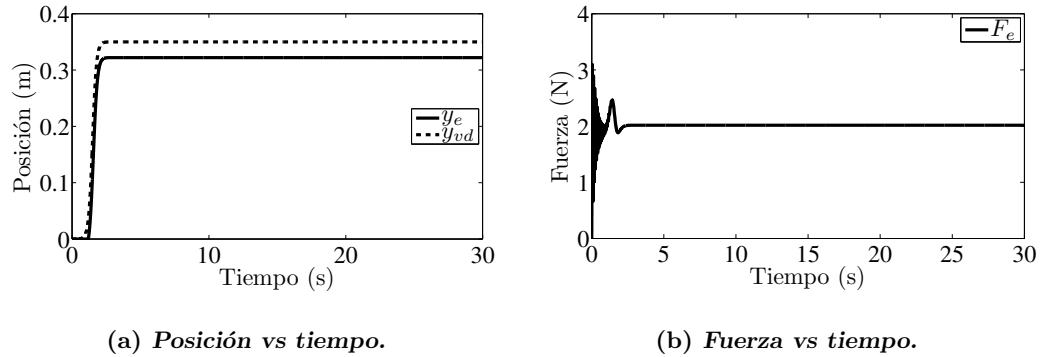


Figura 4.7: Simulación con los valores de los parámetros del Grupo II del BH y sin retardos.

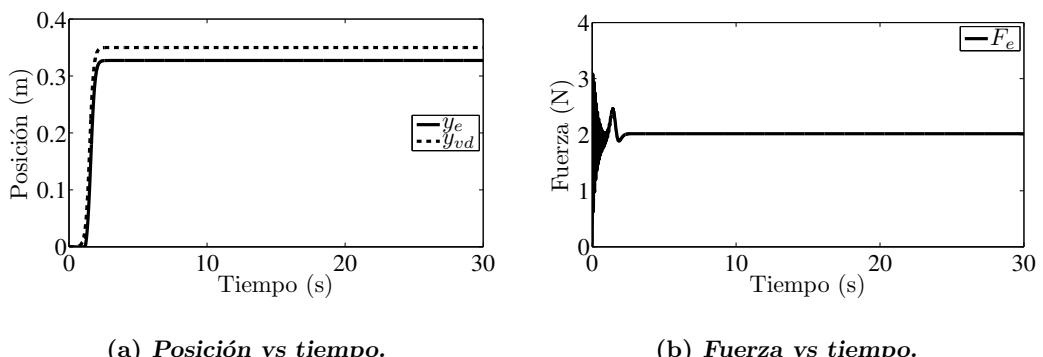


Figura 4.8: Simulación con los valores de los parámetros del Grupo III del BH y sin retardos.

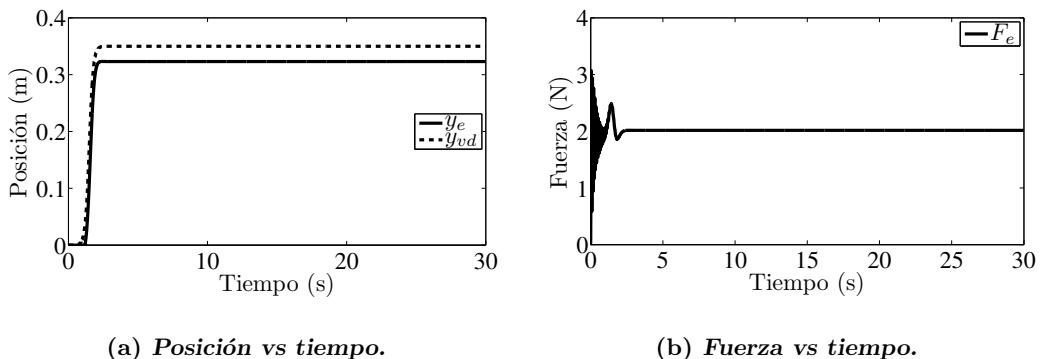


Figura 4.9: Simulación con los valores de los parámetros del Grupo IV del BH y sin retardos.

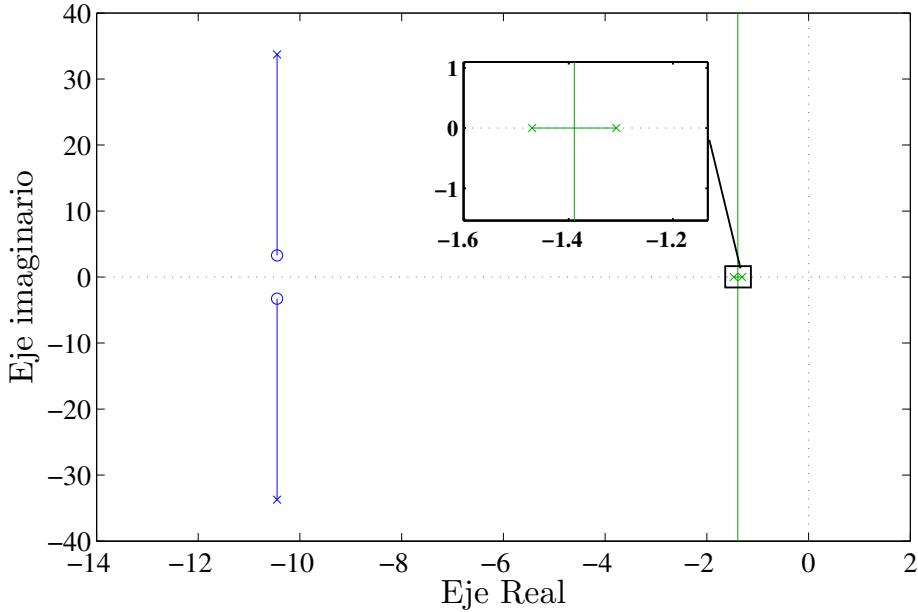


Figura 4.10: Lugar de las raíces del la interacción BH-DAF cuando se varía  $K_A$ .

Apéndice D para más detalles relacionados con el dispositivo experimental.

Los valores de todos parámetros del DAF empleados se muestran en la Tabla 4.1. Con respecto a los valores de los parámetros empleados en el modelo humano se tomaron los que se presentan en la Tabla 2.1 de [McIntyre93] porque de acuerdo a los autores, son valores representativos del comportamiento humano. El objetivo de estas simulaciones es observar cómo se comporta el esquema de control que se propone en este trabajo, considerando cuatro conjuntos diferentes de valores para los parámetros del modelo humano. Se pretende verificar además que no hay oscilaciones y que efectivamente las conclusiones teóricas acerca de la estabilidad del esquema funcionan en las simulaciones.

Como el bloque mecánico no se mueve más allá de cincuenta centímetros, i.e.  $Y_{em} = 0.5$  m, los valores de  $K_p$  y  $K_d$  son  $45 \text{ kg s}^{-2}$  y  $65 \text{ kg s}^{-1}$  respectivamente, que satisfacen las condiciones dadas por (4.33) y por (4.35).  $E = 920 \text{ N m}^{-1}$  se tomó de [Pataky05].

Para la simulación numérica se empleó un algoritmo de integración de Runge-Kutta de 4<sup>to</sup> con paso de 1 ms. Los resultados de las simulaciones se muestran de la Figura 4.9 a la Figura 4.9. La señal  $\theta_{vd}$  de entrada de posición y la señal  $\dot{\theta}_{vd}$  de entrada de velocidad se

muestran en la Figura 2.9.

En la Figura 4.10 se presenta el lugar de las raíces del esquema propuesto cuando se varía  $K_A$ , para el conjunto de valores del Grupo III de la Tabla 2.1. En un recuadro, con fines de claridad sobre la misma figura, se presenta una ampliación de la región en la que dos de los polos están cercanos uno del otro. Se puede observar que lugar de las raíces permanece del lado izquierdo del plano complejo indicando estabilidad para todo valor de  $K_A$ . Lo mismo se puede hacer con los valores de los Grupos I, II y IV y los resultados en cuanto estabilidad son los mismos: el sistema es estable para todo valor de  $K_A$ .

## 4.9. Conclusiones

En este capítulo se presentó un DAF que tiene un desplazamiento lineal vertical y su interacción con un BH. Se propuso un esquema de control para amplificar la fuerza aplicada por el BH sobre el DAF.

Se verificó que el DAF sin interacción con un BH es un sistema estable. También se verificó analíticamente y por medio de un ejemplo numérico, que la interacción BH-DAF es estable para cualquier ganancia  $K_A$  o factor de amplificación de fuerza del DAF.

En el siguiente capítulo se estudiará la interacción BH-DAF para el caso más realista en el cual existen retardos.



## Capítulo 5

# Análisis de estabilidad considerando retardos en el modelo humano

En este capítulo se estudia el efecto que sobre la estabilidad de la interacción BH-DAF tiene el considerar retardos en el modelo humano. Se encuentran valores críticos de los retardos mas de allá de lo cual la interacción se vuelve inestable.

### 5.1. Ecuación característica de la interacción BH-DAF

Sustituyendo (4.9) en (4.18) se obtiene

$$l_a(y_e(s) - y_h(s))El_a = y_h(s) \left[ Js^2 + (B + KG_v e^{-d_2 s})s + K(1 + G_p e^{-d_1 s}) \right] - y_{vd}(s) \left[ KG_v s + K(1 + G_p) \right] \quad (5.1)$$

o

$$El_a^2 y_e(s) = y_h(s) \left[ Js^2 + (B + KG_v e^{-d_2 s})s + K(1 + G_p e^{-d_1 s}) + El_a^2 \right] - y_{vd}(s) \left[ KG_v s + K(1 + G_p) \right] \quad (5.2)$$

Subsitiuyendo (4.17) en la ecuación anterior produce

$$\begin{aligned} \frac{y_e(s)}{y_{vd}(s)} &= \left[ (EG_v K K_A)s + E(G_p + 1)K K_A \right] / \left[ (Ms^2 + (K_d + K_f)s + K_p \right. \\ &\quad \left. + EK_A) \left( El_a^2 + Js^2 + (B + G_v K e^{-sd_2})s + K(G_p e^{-sd_1} + 1) \right) \right. \\ &\quad \left. - E^2 K_A l_a^2 \right] \end{aligned} \quad (5.3)$$

Entonces, la ecuación característica para el sistema en lazo cerrado es

$$P_1(s) := C_4 s^4 + C_3 s^3 + C_2 s^2 + C_1 s + C_0 = 0 \quad (5.4)$$

donde

$$C_4 = JM \quad (5.5)$$

$$C_3 = M(B + G_v K e^{-sd_2}) + J(K_d + K_f) \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= M(El_a^2 + K(G_p e^{-sd_1} + 1)) + (K_d + K_f)(B + G_v K e^{-sd_2}) \\ &\quad + J(K_p + EK_A) \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$C_1 = (B + G_v K e^{-sd_2})(K_p + EK_A) + (K_d + K_f)(El_a^2 + K(G_p e^{-sd_1} + 1)) \quad (5.8)$$

$$C_0 = (K_p + EK_A)(El_a^2 + K(G_p e^{-sd_1} + 1)) - E^2 K_A l_a^2 \quad (5.9)$$

## 5.2. Análisis de estabilidad considerando retardos en el modelo del BH

Los valores de  $J$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $G_p$  y  $G_v$  dados en la Tabla 2.1 bajo el grupo III se usarán para este análisis, los valores restantes de los parámetros se toman de la Tabla 4.1. Los valores de los parámetros de control  $K_A$ ,  $K_p$  y  $K_d$  se toman como 125, 45 y 65 respectivamente. Sustituyendo los valores de los parámetros en (5.4), se obtiene:

$$\begin{aligned} P_1(s) &:= 2.3393s^4 + (27.3198 + 28.0716e^{-sd_2})s^3 + (14.292 \times 10^3 + 187.1440e^{-sd_1} \\ &\quad + 78e^{-sd_2})s^2 + (109.98 \times 10^3 + 520e^{-sd_1} + 138.054 \times 10^3 e^{-sd_2})s \\ &\quad + 465.25 \times 10^3 + 920.360 \times 10^3 e^{-sd_1} = 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

El análisis de estabilidad se llevará a cabo de acuerdo al procedimiento dado en la Sección 2.7:

**Paso 1: Verifíquese que la ecuación característica es del tipo retardado:** Se observa que la potencia más grande de  $s$ , esto es  $s^4$ , no contiene ningún término de retardo, este es un sistema con retardos del tipo retardado.

**Paso 2: Verifíquese que la ecuación característica es estable cuando todos los retardos son iguales a cero:** Se probó en el capítulo anterior que la interacción BH-DAF es estable cuando no se consideran retardos en el modelo del BH.

**Paso 3: Aplicación de la sustitución de Rekasious:** Sustituyendo (2.9) y (2.10) en (5.10) y simplificando, se obtiene

$$P_2 = D_6s^6 + D_5s^5 + D_4s^4 + D_3s^3 + D_2s^2 + D_1s + D_0 = 0 \quad (5.11)$$

donde

$$D_6 = T_1T_2$$

$$D_5 = T_1 + T_2 - 0.3214T_1T_2$$

$$D_4 = 23.6786T_1 - 0.3214T_2 + 5.9963 \times 10^3T_1T_2 + 1$$

$$D_3 = 6.0630 \times 10^3T_1 + 6.1563 \times 10^3T_2 - 1.2225 \times 10^4T_1T_2 + 23.6786$$

$$D_2 = 1.0580 \times 10^5T_1 - 1.1781 \times 10^4T_2 - 1.9455 \times 10^5T_1T_2 + 6.2230 \times 10^3$$

$$D_1 = 5.9232 \times 10^5T_2 - 1.9455 \times 10^5T_1 + 1.0625 \times 10^5$$

$$D_0 = 5.9232 \times 10^5$$

**Paso 4: Construcción de la tabla de Routh:** Una tabla de Routh es como la que se muestra a continuación:

$s^6$	$D_6$	$D_4$	$D_2$	$D_0$
$s^5$	$D_5$	$D_3$	$D_1$	0
$s^4$	$B_{41}$	$B_{42}$	$B_{43}$	0
$s^3$	$B_{31}$	$B_{32}$	0	0
$s^2$	$B_{21}$	$B_{22}$	0	0
$s^1$	$B_{11}$	0	0	0
$s^0$	$B_{01}$	0	0	0

donde  $B_{01} = B_{22} = B_{43} = D_0 = 5.9232 \times 10^5$  y los otros términos  $B_{11}, B_{21}, B_{31}, B_{32}, B_{41}$ , y  $B_{42}$  están en función de  $T_1$  y  $T_2$  y sus expresiones son muy largas para escribirlas aquí.

**Paso 5: Cálculo del valor  $T_2$ :** Tómese un valor arbitrario  $T_1 = 0.01$  y sustitúyase  $B_{11}$  y resuelva para  $T_2$ , se obtiene:  $T_2 = -0.01, -0.012, 0.1604, -0.0121, -0.3236, 0.0055 \pm 0.0427i$  o  $0.0056 \pm 0.0257i$ . Los valores  $T_2 = 0.0055 \pm 0.0427i$  y  $T_2 = 0.0056 \pm 0.0257i$  se pueden ignorar porque son valores complejos.

**Paso 6: Cálculo de la frecuencia  $\omega$  para la cual los polos están en el eje imaginario:** El cálculo de la frecuencia  $\omega$  para la cual los polos están en el eje imaginario se realiza sustituyendo a  $s$  por  $j\omega$  en el polinomio auxiliar (2.15). Sustituyendo el valor  $T_1 = 0.01$  y los valores  $-0.01, -0.012, 0.1604, -0.0121$ , y  $-0.3236$  para  $T_2$  obtenidos en el paso 5, se obtiene  $\omega = 7.3292$ ,  $\omega = 9.4356i \times 10^{-7}$ ,  $\omega = 13.9864$ ,  $\omega = 1.0156i \times 10^2$ , y  $\omega = 6.8654$  respectivamente. Se ignoran los valores  $\omega = 9.4356i \times 10^{-7}$  y  $\omega = 1.0156i \times 10^2$  por ser complejos.

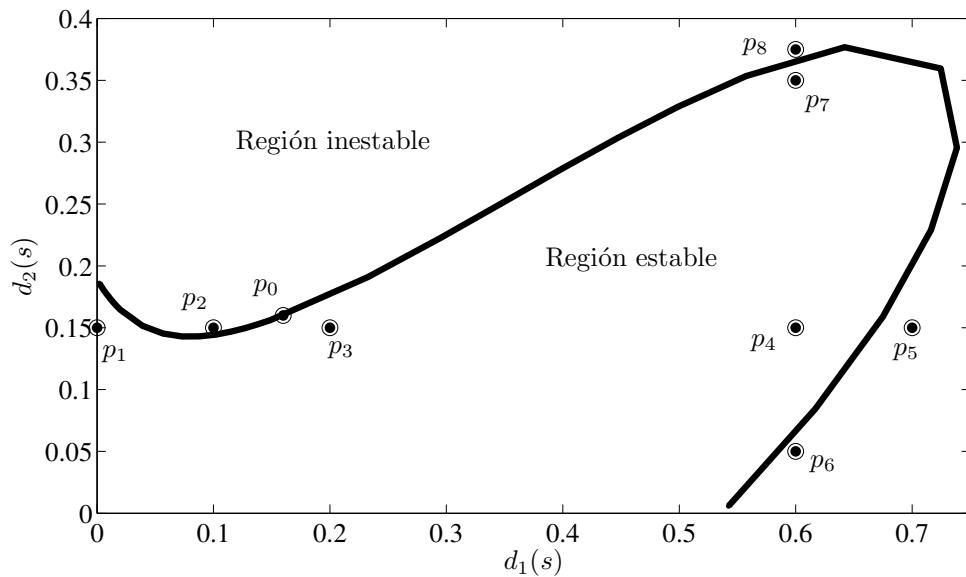
**Paso 7: Obtención de los retardos correspondientes:** Usando (2.23) y (2.24) se construyó la Tabla 5.1. De la Tabla 5.1 se pueden encontrar los valores de los retardos para los cuales un par de polos cruza el eje imaginario. Para  $T_2$  y  $\omega$  dadas en cada fila de la tabla, la combinación de  $d_1$  con cada valor de  $d_2$  de esa fila da un punto en la gráfica de  $d_1$  vs  $d_2$  para el cual el par de polos cruzan el eje imaginario. No se toman en cuenta los valores negativos de los retardos.

**Paso 8: Identificación de los retardos críticos:** Se repiten los pasos 5 a 7 para diferentes valores de  $T_1$  en el intervalo  $[-10, 10]$ . Se obtiene una curva en el plano  $d_1$  vs  $d_2$  como se muestra en la Figura 5.1 que representa los valores críticos de los retardos. Nótese que la Figura 5.1 es un acercamiento de la gráfica  $d_1$  vs  $d_2$  que muestra sólo la región que contiene los valores críticos de  $d_1$  y  $d_2$ .

Se repiten los pasos del 3 al 8 para diferentes valores del factor de amplificación  $K_A$  del DAF y se obtiene la Figura 5.2.

Tabla 5.1: Retardos para cuales, los polos de sistema BH-DAF cruzan el eje imaginario.

Para	$d_1$			$d_2$		
	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
$T_1 = 0.01$						
$T_2 = -0.01$ $\omega = 7.3292$	0.019964	0.877251	1.734537	-0.020028	0.837258	1.694545
$T_2 = 0.1604$ $\omega = 13.9864$	0.019871	0.469108	0.918344	0.164651	0.613888	1.063125
$T_2 = -0.3236$ $\omega = 6.8654$	0.019969	0.935165	1.850361	-0.334381	0.580815	1.496012

Figura 5.1: Retardos críticos para  $d_1$  y  $d_2$  con  $K_A = 125$

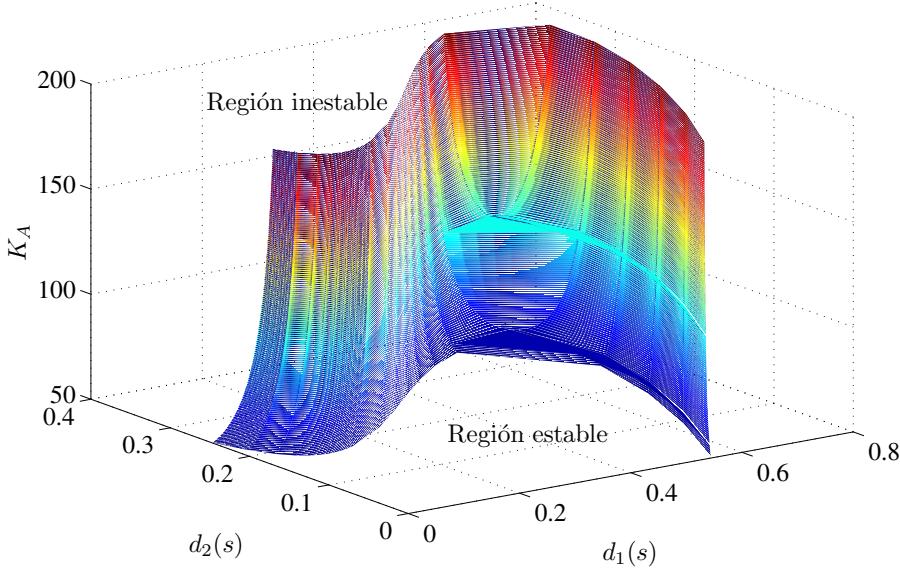


Figura 5.2: Retardos críticos para  $d_1$  y  $d_2$  con  $50 \leq K_A \leq 200$

### 5.3. Verificación de los valores críticos de los retardos mediante simulación

Se llevaron a cabo simulaciones del sistema de la Figura 4.4 empleando MATLAB y Simulink. Para la simulación numérica se empleó un algoritmo de integración de Runge-Kutta de 4<sup>to</sup> orden con paso de 1 ms. Las simulaciones se llevaron a cabo con los valores de los parámetros dados en la sección anterior y con  $K_A = 125$ . Sea  $p = (d_1, d_2)$  cualquier punto en el plano  $d_1$  vs  $d_2$  de la Figura 5.1 representando un par de retardos cualesquiera. La simulación se llevó a cabo para los siguientes puntos:  $p_0 = (0.1599, 0.1599)$ ,  $p_1 = (0, 0.15)$ ,  $p_2 = (0.1, 0.15)$ ,  $p_3 = (0.2, 0.15)$ ,  $p_4 = (0.6, 0.15)$ ,  $p_5 = (0.7, 0.15)$ ,  $p_6 = (0.6, 0.05)$ ,  $p_7 = (0.6, 0.35)$ , y  $p_8 = (0.6, 0.375)$ .

Las simulaciones de la Figura 5.3 muestran que para el punto  $p_0$  la interacción BH-DAF es marginalmente estable, que para los puntos  $p_1$ ,  $p_3$ ,  $p_4$  y  $p_7$  la interacción BH-DAF es estable y que para los puntos  $p_2$ ,  $p_5$ ,  $p_6$  y  $p_8$  la interacción BH-DAF es inestable. Estas simulaciones indican los valores que  $d_1$  y  $d_2$  deben tener para que el esquema sea estable o inestable, dependiendo de la región en la que se encuentre el punto  $d_1$  y  $d_2$  en la Figura 5.1.

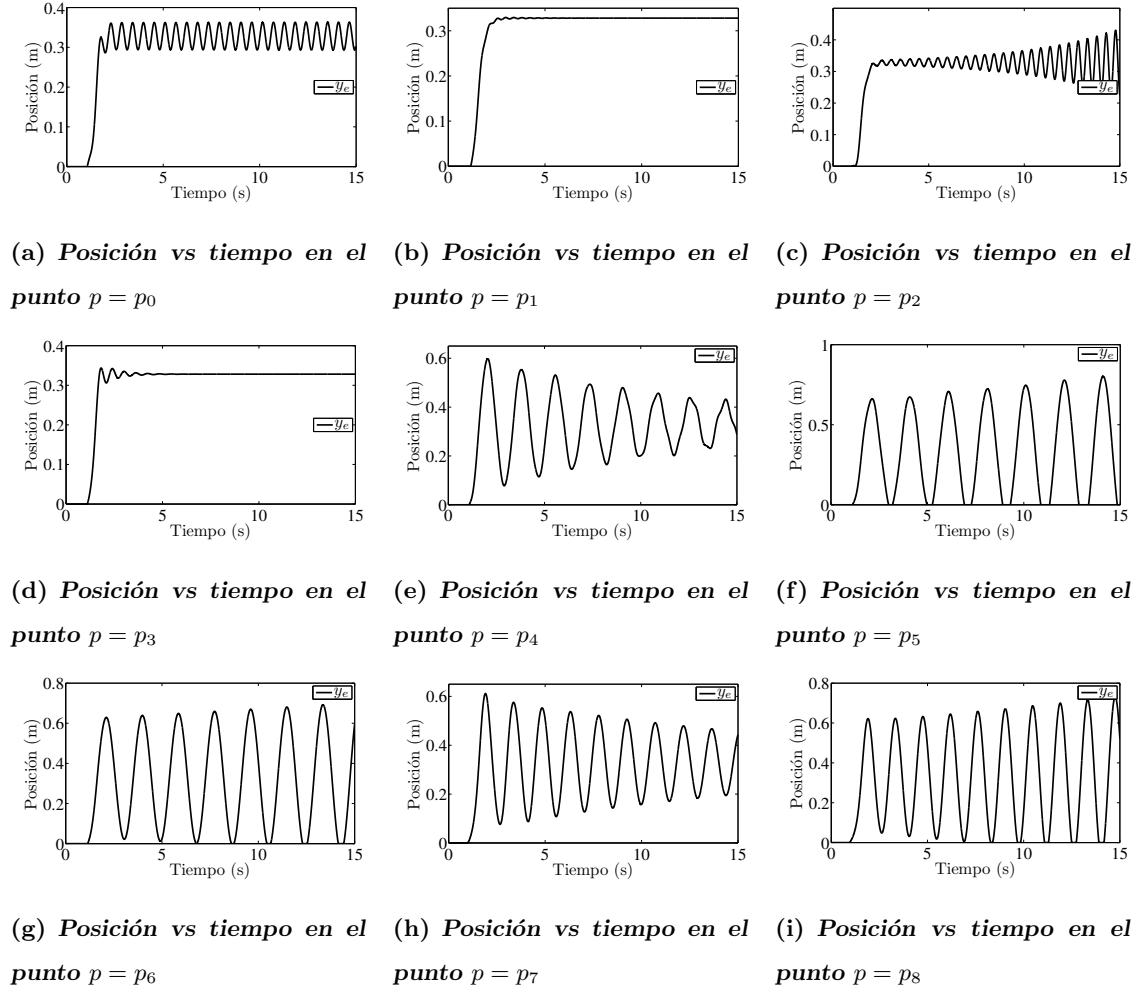


Figura 5.3: Gráfica de los resultados de simulación de la posición del bloque mecánico vs tiempo considerando retardos en diferentes puntos  $p = (d_1, d_2)$ .

## 5.4. Conclusiones

En este capítulo se calculan los retardos críticos del esquema BH-DAF. Se observa de la Figura 5.1 que los retardos críticos son mayores que los retardos reflejos que se observan en personas saludables. Por lo tanto, es posible concluir que la interacción BH-DAF será estable para cualquier OH saludable.

## Capítulo 6

# Simulaciones y experimentos de la interacción BH-DAF

En este capítulo se presentan resultados experimentales que se obtuvieron en tiempo real con el prototipo del laboratorio y se comparan éstos con simulaciones que se llevaron a cabo para estudiar la interacción BH-DAF.

### 6.1. Plataforma experimental

El prototipo experimental emplea MATLAB-SIMULINK y WinCon, programas que se ejecutan bajo el sistema operativo Windows XP. Este prototipo permite efectuar experimentos en tiempo real con el DAF. Se empleó un tiempo de muestreo de 1 ms. El algoritmo de integración que se utilizó fue un Runge-Kutta de 4<sup>to</sup> orden. Los valores de los parámetros de control empleados para los experimentos fueron  $K_d = 65 \text{ kg s}^{-1}$  y  $K_p = 45 \text{ kg s}^{-2}$ .

### 6.2. Valores de los parámetros empleados en la simulación de la interacción BH-DAF

Los simulaciones presentadas en este capítulo se efectuaron empleando el modelo de la Figura 4.4 con las señales de entrada de posición  $\theta_{vd}$  y de velocidad  $\dot{\theta}_{vd}$  de la Figura 2.9.

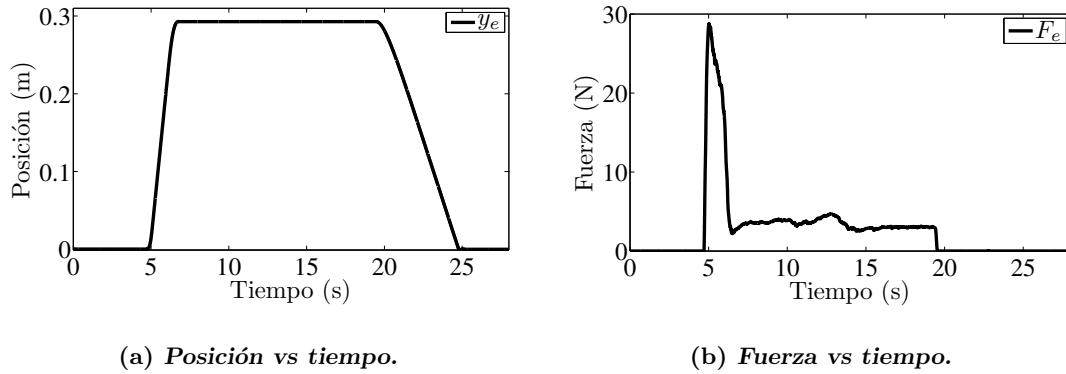


Figura 6.1: Resultados experimentales en los que el OH levanta el bloque mecánico y lo deja caer después de un cierto tiempo.

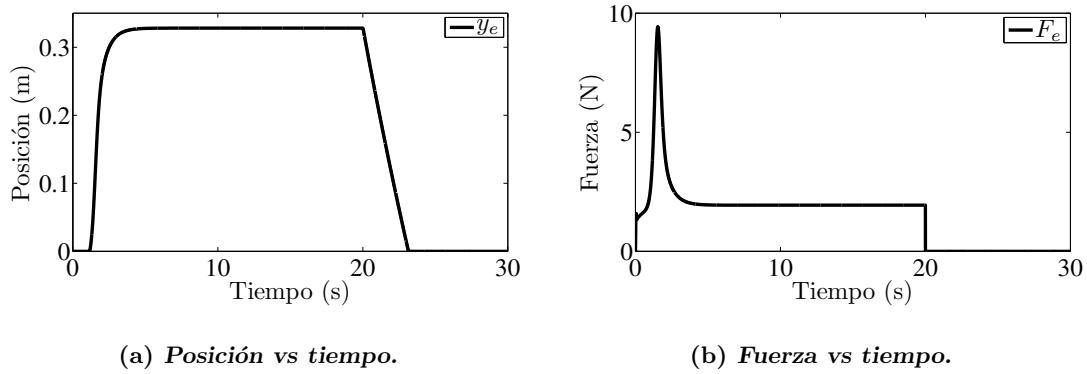


Figura 6.2: Resultados de simulación con  $K_f = 2 \times 10^3$  en los que el OH levanta el bloque mecánico y lo deja caer después de 20 s.

Los valores de los parámetros  $J$ ,  $B$ ,  $K$ ,  $G_p$  y  $G_v$  empleados en las simulaciones son los de la Tabla 2.1, Grupo III y los valores de los parámetros restantes son los de la Tabla 4.1. Finalmente los valores de  $K_p$  y  $K_d$  empleados fueron 45 y 65 respectivamente.

### 6.3. Levantamiento del bloque mecánico a una posición determinada

En este experimento se toma el factor de amplificación  $K_A = 125$ , se instruye al OH para que levante el bloque mecánico que tiene un peso de 24 kg a una cierta altura tan

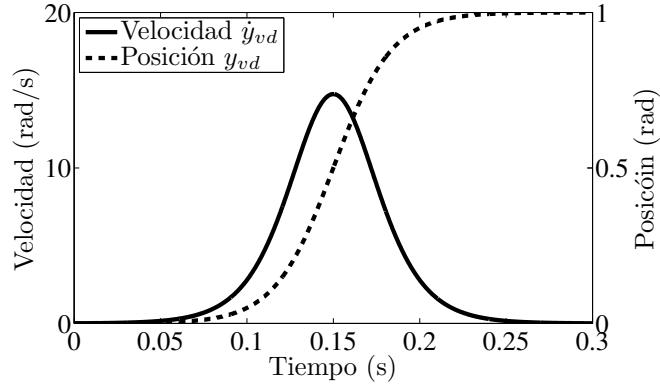
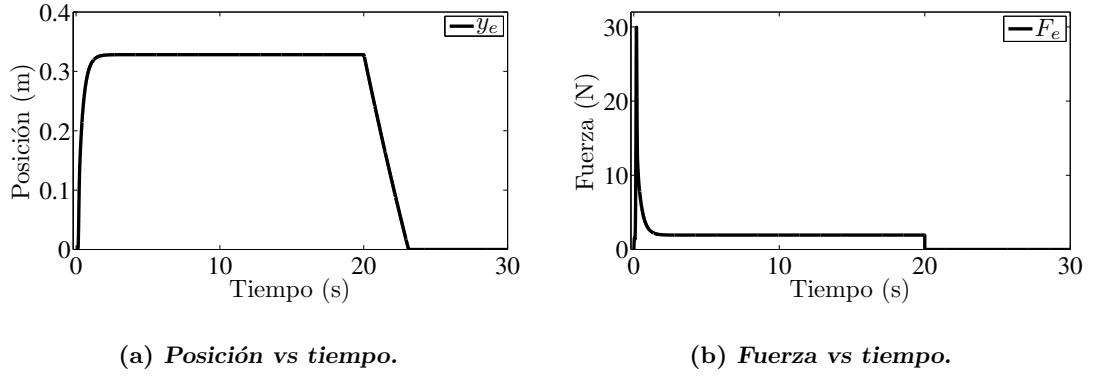


Figura 6.3: Forma de onda correspondiente a la señal dada en (6.1).

Figura 6.4: Resultados de simulación con  $K_f = 2 \times 10^3$  y  $\theta_{vd}$  dada por (6.1) en los que el OH levanta al bloque mecánico y lo deja caer después de 20 s.

rápido como pueda y lo mantenga en esta posición por un periodo de tiempo fijo. Se le pide después que quite la mano del bloque mecánico para que éste automáticamente caiga a la posición cero. Los resultados experimentales de esta acción se muestran en la Figura 6.1. El OH que llevó a cabo el experimento tenía experiencia en la realización del mismo.

A continuación se llevó a cabo una simulación con  $K_f = 2 \times 10^3$ . El resultados se muestra en la Figura 6.2. Las diferencias entre los resultados de la simulación y los experimentales tienen dos razones. La primera es que no se pueden evitar las incertidumbres paramétricas en el modelo empleado por un lado y por otro, las señales de entrada  $\theta_{vd}$  y  $\dot{\theta}_{vd}$  se desconocen. Se estima que sus perfiles son como los de la Figura 2.9. Así que cuando se realizan las simulaciones, para hacer coincidir su resultados con los experimentales se

procede modificar en las simulaciones  $\theta_{vd}$  y  $\dot{\theta}_{vd}$  hasta que los resultados se parezcan.

Simulando el modelo para diferentes señales de entrada  $\theta_{vd}$  y  $\dot{\theta}_{vd}$  se puede variar el valor máximo de  $F_e$ . Considérese la siguiente función de entrada al modelo que se muestra en la Figura 6.3.

$$\theta_{vd} = \left(1 + e^{-59(t-0.15)}\right)^{-1} \text{ para } 0 \leq t \leq 20 \quad (6.1)$$

Se seleccionó esta función por ser parecida a la señal  $\theta_{vd}$  que se consideró en la Figura 2.9. Sin embargo, esta señal tiene un pendiente mayor que la de la Figura 2.9, esto es, un tiempo de subida menor que resulta en un incremento en la fuerza máxima que el OH tiene que aplicar para mover la masa a la posición requerida. La respuesta del modelo a esta entrada se muestra en la Figura 6.4. Este resultado es cercano al resultado experimental en lo referente al valor máximo de  $F_e$ , ver la Figura 6.1. Sin embargo, como puede observarse, la señal de la Figura 6.4(b) es más angosta que la Figura 6.1(b) que es la señal de fuerza ejercida por el BH sobre el DAF. Las diferencias entre los resultados experimental y de simulación persisten debido a las inevitables incertidumbres paramétricas del modelo y debido al hecho de que las señales de entrada  $\theta_{vd}$  de la simulación y la señal de referencia de posición generada por el OH en su cerebro para mover al DAF son diferentes.

## 6.4. Interacción BH-DAF considerando diferentes OH

En esta sección se presentan resultados experimentales que se llevaron a cabo con varios OH. Se instruyó a los OH para que levantaran el peso a una determinada posición tan rápido como les fuera posible cuando se les diera una señal y que lo mantuvieran en esa posición un cierto tiempo. La señal que se les da a los OH puede considerarse un escalón de entrada. En los experimentos participaron operadores de diferentes edades y se observó que para todos los casos, la interacción BH-DAF fue estable. Se adicionó a la masa inicial de 24 kg del bloque mecánico una masa de 12 kg y se registraron los resultados. El experimento se repitió con factores de amplificación  $K_A = 50$ ,  $K_A = 500$  and  $K_A = 5 \times 10^3$ .

De los resultados se puede observar que la interacción BH-DAF es estable cuando los OH tienen edades entre los 15 y los 55 años. Así que se puede concluir que la interacción

BH-DAF es estable para el caso de cualquier OH sano. Nótese que los experimentos se llevaron a cabo con diferentes valores de  $K_A \leq 5 \times 10^3$ . En la siguiente sección se estudiará la interacción BH-DAF con valores elevados de  $K_A$ . Vale la pena notar también que estos experimentos se llevaron a cabo con varios OH los cuales en su mayoría fueron usuarios primerizos y ninguno experimentó problemas interaccionando con el DAF. Se puede concluir que la interacción BH-DAF es segura cuando  $K_A \leq 5 \times 10^3$  y para cualquier OH sano, aunque éste sea primerizo.

## 6.5. Interacción BH-DAF con valores elevados de $K_A$ y con diferentes OH

En esta sección se presentan resultados experimentales de la interacción BH-DAF para valores elevados, del orden de  $100 \times 10^3$ , de la ganancia  $K_A$  que es el factor de amplificación del DAF. La masa del bloque mecánico en todos los experimentos realizados y reportados en esta sección fue de 36 kg. Se instruyó a un OH primerizo de 30 años para que levantara el bloque mecánico a una altura de 0.1 m. El resultado se muestra en la Figura 6.5(c). Se puede observar que el OH no fue capaz de estabilizar la posición del bloque mecánico. Sin embargo, después de dos repeticiones la magnitud de las oscilaciones alrededor de la posición consigna es muy pequeña como se observa en la Figura 6.6 para diferentes OH de diferentes edades, es decir, con práctica el OH logra estabilizar la posición. Este experimento también se llevó a cabo con OH de 10 y 20 años de edad y se observó que ninguno fue capaz de mantener el dispositivo sin oscilaciones en la posición 0.1 m, ver la Figura 6.5. Así que se concluye que para valores elevados de  $K_A$  ningún OH primerizo puede manipular el DAF con precisión.

La Figura 6.6 muestra la interacción BH-DAF para OH de edades 10, 20 y 30 años respectivamente, después de haber practicado dos veces. La Figura 6.7 muestra a los mismos OH interaccionando con el DAF después cinco veces pero con un factor de amplificación  $K_A = 200$ . Se observa que los OH fueron capaces de interaccionar con el DAF con grandes ganancias sin ningún problema pero con un entrenamiento previo, sin embargo cuando hay falta de experiencia, hay oscilaciones, ver la Figura 6.5.

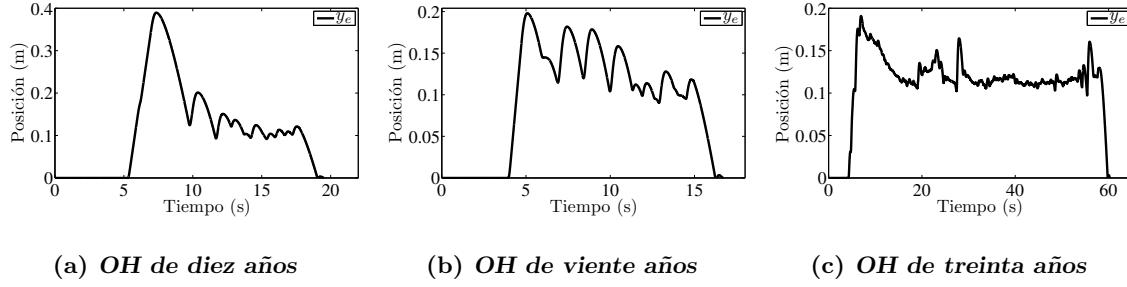


Figura 6.5: Resultado experimentales de operación del DAF con diferentes OH primerizos con  $K_A = 100 \times 10^3$

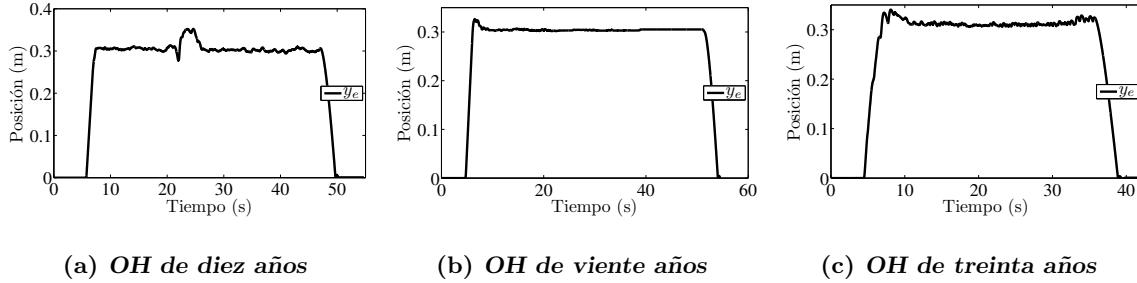


Figura 6.6: Resultado experimentales de operación del DAF con diferentes OH con experiencia de operación previa de dos veces y con  $K_A = 100 \times 10^3$

Esto muestra la adaptabilidad del OH ante cualquier situación novedosa. El modelo presentado en este trabajo tiene sólo dos parámetros ajustables que son  $G_p$  y  $G_v$ . Se intuye que conforme adquiere experiencia, el OH adecúa los valores de los parámetros  $G_p$  y  $G_v$  para lograr una interacción BH-DAF estable.

Las Figuras 6.8(a) y 6.8(b) muestran las resultados de la simulación con valores de los parámetros  $K_A = 100 \times 10^3$ ,  $G_p = 2$ , y  $G_v = 23$  y  $K_A = 100 \times 10^3$ ,  $G_p = 32$ , y  $G_v = 21$  respectivamente. Se puede decir que el OH siempre actualiza los valores de las ganancias  $G_p$  y  $G_v$  como se requiera para llevar a cabo la acción con éxito.

La Figura 6.9 muestra los resultados de la interacción BH-DAF de una persona con mucha experiencia con factores de amplificación muy altos:  $K_A = 50 \times 10^3$ ,  $K_A = 100 \times 10^3$  and  $K_A = 200 \times 10^3$ . Es claro que un OH con suficiente experiencia es capaz de manejar adecuadamente al DAF a pesar de valores elevados del factor de amplificación  $K_A$ .

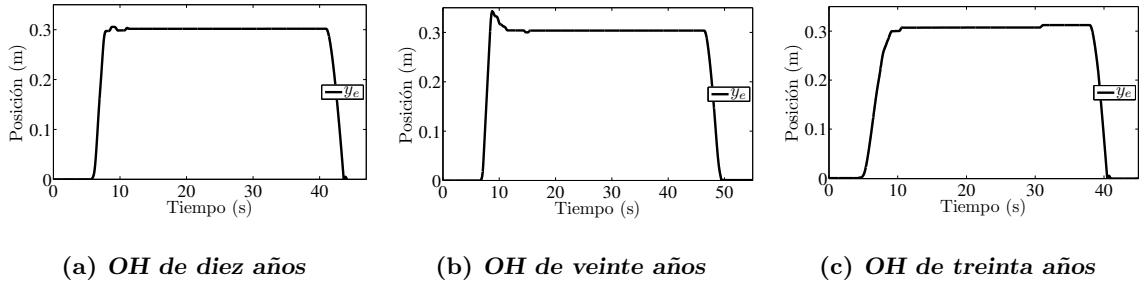


Figura 6.7: Resultados experimentales de la operación del DAF con diferentes OH y con  $K_A = 200$ . Los OH tienen una experiencia previa de cinco veces con  $K_A = 100 \times 10^3$

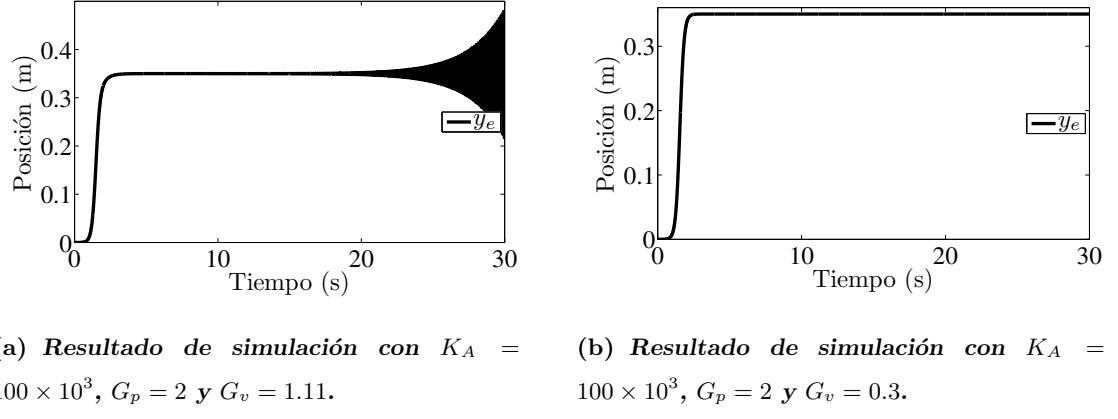


Figura 6.8: Resultados de simulación que muestran el efecto de  $G_p$  y  $G_v$  en la estabilidad de la interacción BH-DAF

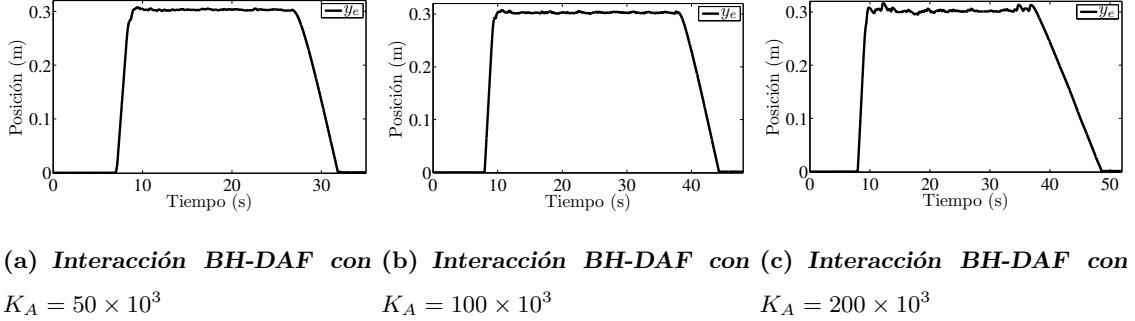


Figura 6.9: Resultados experimentales de la interacción BH-DAF realizados con un OH experto y con valores elevados de  $K_A$

## 6.6. Conclusiones

En este capítulo se muestra que los resultados de simulación concuerdan razonablemente con los resultados experimentales. Se llevan a cabo experimentos con varios OH y se observa que la interacción BH-DAF es estable para todos los OH siempre que se inicie su uso con ganancias bajas, del orden de  $1 \times 10^3$ . Se observa que después de un cierto período de entrenamiento cualquier OH sano es capaz de operar al DAF sin ningún problema aún con ganancias altas.

## Capítulo 7

# Conclusiones y trabajo futuro

En este capítulo se comentan los logros del trabajo presentado y posteriormente se mencionan algunas actividades que el autor propone como trabajo futuro a realizar.

### 7.1. Conclusiones

Existen varios modelos que describen el comportamiento del operador humano [Merton53, McIntyre93, Schweighofer98a, Schweighofer98b, Oshima00]. En este trabajo se ha seleccionado el modelo propuesto en [McIntyre93] porque toma en cuenta los retardos de tiempo que introducen los reflejos humanos.

El modelo del brazo humano seleccionado en este trabajo es simple y no incluye prealimentación. Como se mencionó en el Capítulo 2 el par que ejercen los músculos se genera por prealimentación o por realimentación. En este modelo sólo se estudia el lazo de realimentación. El modelo que se estudia en la tesis considera valores constantes de las ganancias  $G_p$  y  $G_v$ . Sin embargo, los experimentos indican que es posible que éstas cambien durante la operación del usuario para adaptarse al dispositivo de aumento de fuerza.

Se verificó que el dispositivo de aumento de fuerza y el modelo del brazo humano son estables individualmente. También se verificó que la interacción brazo humano-dispositivo de aumento de fuerza es estable. Para verificar la estabilidad del esquema de control en el caso sin retardos, se empleó el criterio de Routh-Hurwitz.

Se utilizó un procedimiento que se basa en la sustitución de Rekasius para calcular

los retardos críticos para el modelo del brazo humano y también para su interacción con el dispositivo de aumento de fuerza. Se observa que los retardos presentes en los operadores humanos sanos son menores que los retardos críticos obtenidos.

Los valores de los parámetros sustituidos en el modelo del dispositivo de aumento de fuerza para llevar a cabo la simulación del esquema propuesto se determinaron con base a estimaciones de los valores de los parámetros del dispositivo experimental. Se puede observar que los resultados de las simulaciones y los resultados experimentales se asemejan.

Un requisito de diseño del dispositivo de aumento de fuerza es que el operador humano sienta una parte del peso que se levanta, esto es que siempre tenga conciencia por realimentación, del esfuerzo que se realiza. Esto redunda en un control absoluto que el operador humano mantiene en la realización del movimiento. De la observación de los resultados de la simulación, se puede ver que el operador humano siempre siente una fuerza cuando levanta el bloque mecánico o cuando lo mantiene en una posición fija.

Las simulaciones numéricas muestran que el esquema de control es estable si los valores de los retardos están por debajo de las cotas superiores encontradas.

En los experimentos llevados a cabo con el dispositivo de laboratorio, la interacción hombre-máquina fue siempre estable y el amortiguamiento viscoso introducido suficiente para que el sistema no oscilara. También se observó experimentalmente que la fuerza ejercida por el operador para mover o sostener al dispositivo en una posición determinada es una fracción de la fuerza requerida para moverlo o sostenerlo.

Debe destacarse que los valores de los retardos de cualquier ser humano saludable son en promedio de una y media a tres veces más pequeños que la cota superior encontrada, más allá de la cual se presenta inestabilidad del sistema. Por esta razón y desde un punto de vista pragmático, se puede considerar que el esquema de control propuesto es robusto ante retardos considerados en el modelo del humano. Los resultados experimentales realizados en tiempo real presentados muestran que la interacción brazo humano-dispositivo de aumento de fuerza es estable para operadores de diferentes edades. Por lo tanto, se puede afirmar que el sistema es estable para una gran variedad de operadores humanos.

Cuando una persona levanta un peso para colocarlo a una altura determinada y se le pide hacerlo rápidamente, con una ganancia del orden de  $100 \times 10^3$ , es altamente probable

que la primera vez que realice el movimiento no logrará colocar al peso en la posición deseada. La repetición de la acción llevará finalmente a colocar el peso en la posición deseada sin oscilaciones alrededor de ésta. Esta característica se mantiene cuando se emplea el dispositivo de aumento de fuerza propuesto. Cuando la ganancia del dispositivo de aumento de fuerza es alta, del orden de  $100 \times 10^3$  y el operador humano levanta un peso a una posición determinada por primera vez, es posible que no logre colocarlo en esta posición. Los resultados de los experimentos reportados muestran que su desempeño mejora conforme se repite el movimiento logrando colocar al peso en la posición deseada sin oscilaciones alrededor de éste.

## 7.2. Trabajo futuro

El esquema de un grado de libertad presenta el problema de que si se considera el desplazamiento de la parte externa de la mano que toca al dispositivo, éste describe una circunferencia con centro en la articulación del codo. Para considerar que el punto de contacto con el dispositivo recorre una trayectoria vertical, que es lo que se requiere para mover el bloque mecánico hacia arriba o hacia abajo, es necesario considerar un segundo grado de libertad que corresponde a la articulación del hombro. Un trabajo futuro deberá considerar un esquema con dos grado de libertad.

Otra posible extensión del trabajo puede ser el apoyo a las personas con mal de Parkinson para que el dispositivo de aumento de fuerza las ayude a minimizar el temblor.

El dispositivo experimental actual tiene un sólo sensor de fuerza que detecta la intención del piloto de mover el dispositivo hacia arriba. Se puede incluir otro sensor de fuerza y realizar en el esquema de control cambios para detectar la intención del piloto de mover el dispositivo hacia abajo. De esta manera se puede extender el trabajo para mover el bloque mecánico verticalmente hacia arriba y hacia abajo.

El proyecto actual considera solamente movimiento rectilíneo vertical del dispositivo, se tiene en principio un exoesqueleto no-antropomórfico. Se puede extender el trabajo a la construcción de un dispositivo pseudo-antropomórfico haciendo que éste pueda realizar movimientos rotacionales.



# Referencias

- [Akamatsu95] Akamatsu, M., MacKenzie, I. S., y Hasbroucq, T. A comparison of tactile, auditory, and visual feedback in a pointing task using a mouse-type device. *Ergonomics*, 38(4):816–827, 1995.
- [Association06] Association, B. M. *BMA A-Z Family Medical Encyclopedia*. Dorling Kindersley, 2006. ISBN 9781405302647.  
URL <http://books.google.com.mx/books?id=gRAOsZnYmwUC>
- [Babbush08] Babbush, C. *Mosby's dental dictionary*. Mosby, 2008. ISBN 9780323049634.  
URL <http://books.google.com.mx/books?id=jtBsAAAAMAAJ>
- [Bastian96] Bastian, A., Martin, T., Keating, J., y Thach, W. Cerebellar ataxia: abnormal control of interaction torques across multiple joints. *Journal of Neurophysiology*, 76(1):492–509, 1996.
- [Bear07] Bear, M., Connors, B., y Paradiso, M. *Neuroscience: Exploring the Brain*. p. 2. Lippincott Williams & Wilkins, 2007. ISBN 9780781760034.  
URL <http://books.google.es/books?id=DbahEn-y6AoC>
- [Bennett92] Bennett, D., Hollerbach, J., Xu, Y., y Hunter, I. Time-varying stiffness of human elbow joint during cyclic voluntary movement. *Experimental Brain Research*, 88(2):433–442, 1992.
- [Bizzi78] Bizzi, E., Dev, P., Morasso, P., y Polit, A. Effect of load disturbances

- during centrally initiated movements. *Journal of Neurophysiology*, 41(3):542–556, 1978.
- [Brains12] Brains, B. Reaction time, Diciembre 2012.  
URL [http://wiki.backyardbrains.com/Reaction\\_Time](http://wiki.backyardbrains.com/Reaction_Time)
- [Brodmann06] Brodmann, K. y Garey, L. *Brodmann's Localisation in the cerebral cortex: the principles of comparative localisation in the cerebral cortex based on the cytoarchitectonics*. Springer Verlag, 2006.
- [Caminiti90a] Caminiti, R., Johnson, P., Burnod, Y., Galli, C., y Ferraina, S. Shift of preferred directions of premotor cortical cells with arm movements performed across the workspace. *Experimental brain research*, 83(1):228–232, 1990.
- [Caminiti90b] Caminiti, R., Johnson, P., y Urbano, A. Making arm movements within different parts of space: dynamic aspects in the primate motor cortex. *The Journal of Neuroscience*, 10(7):2039–2058, 1990.
- [Caminiti91] Caminiti, R., Johnson, P., Galli, C., Ferraina, S., y Burnod, Y. Making arm movements within different parts of space: the premotor and motor cortical representation of a coordinate system for reaching to visual targets. *The Journal of neuroscience*, 11(5):1182–1197, 1991.
- [Chapanis91] Chapanis, A. To communicate the human factors message, you have to know what the message is and how to communicate it. *Human Factors Society Bulletin*, 34(11):1–4, Noviembre 1991.
- [Charlton02] Charlton, S. *Handbook of human factors testing and evaluation*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, N.J, 2002. ISBN 0-8058-3290-4.
- [Cloud65] Cloud, W. *Popular Science*, tomo 187, 5, cap. Man amplifiers, págs. 70–73. Bonnier Corporation, Noviembre 1965.  
URL <http://books.google.com.mx/books?id=-yUDAAAAMBAJ>

- [Colgate03] Colgate, J. E., Peshkin, M., y Klostermeyer, S. H. Intelligent assist devices in industrial applications: a review. En *2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003.(IROS 2003). Proceedings.*, tomo 3, págs. 2516–2521. IEEE, 2003.
- [Concha13] Concha, A. *Identificación de sistemas mecánicos y biológicos*. Tesis Doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Agosto 2013.
- [COOPER] COOPER, B. W. Reactions versus reflexes lab.  
URL <http://biology-with-cooper.wikispaces.com/file/view/Reactions+versus+Reflexes+Lab.pdf>
- [Cormier61] Cormier, F. To make 'human tanks' for future soldiers-pentagon seeks 'superman' suit. *Schenectady Gazette*, 17 de Febrero 1961.  
URL <http://news.google.com/newspapers?id=jGQtAAAAIBAJ&sjid=lYkFAAAAIBAJ&pg=2547,2362974&dq=mechanical-suit&hl=en>
- [Corp.12] Corp., C. C. Dc brush servo amplifiers, Julio 2012.  
URL <http://www.copleycontrols.com/motion/pdf/412.pdf>
- [Cram10] Cram, J. y Criswell, E. *Cram's Introduction to Surface Electromyography*. Jones and Bartlett, 2010. ISBN 9780763732745.  
URL <http://books.google.com.mx/books?id=RgfX5jXrmzMC>
- [Daniel] Daniel, J. C. Reflexes.  
URL <http://csmbio.csm.jmu.edu/biology/danie2jc/reflex.htm>
- [Dempsey00] Dempsey, P. G., Wogalter, M. S., y Hancock, P. A. What's in a name? using terms from definitions to examine the fundamental foundation of human factors and ergonomics science. *Theoretical Issues in Ergonomics Science*, 1(1):3–10, 2000.

- [Dictionary95] Dictionary, C. I. reflex action., 1995.  
URL <http://www.thefreedictionary.com/Reflex+action>
- [Dufresne78] Dufresne, J., Soechting, J., y Terzuolo, C. Electromyographic response to pseudo-random torque disturbances of human forearm position. *Neuroscience*, 3(12):1213–1226, 1978.
- [Dufresne79] Dufresne, J., Soechting, J., y Terzuolo, C. Reflex motor output to torque pulses in man: identification of short-and long-latency loops with individual feedback parameters. *Neuroscience*, 4(10):1493–1500, 1979.
- [Electronics12] Electronics, I. Fsr 406, Julio 2012.  
URL <http://www.interlinkelectronics.com/FSR406.php>
- [Feldman86] Feldman, A. et al. Once more on the equilibrium-point hypothesis (lambda model) for motor control. *Journal of motor behavior*, 18(1):17, 1986.
- [Group12] Group, M. C. Permanent magnet dc motors, Julio 2012.  
URL <http://www.moog.com/literature/MCG/moc23series.PDF>
- [Guizzo05] Guizzo, E. y Goldstein, H. The rise of the body bots [robotic exoskeletons]. *Spectrum, IEEE*, 42(10):50–56, 2005.
- [Guizzo07] Guizzo, E. y Ackerman, E. Mit robotic exoskeleton struts out of the lab, carries grad student with it. *IEEE Spectrum*, Septiembre 2007.  
URL [http://spectrum.ieee.org/automaton/robotics/robotics-software/mit\\_robotic\\_exoskeleton\\_struts](http://spectrum.ieee.org/automaton/robotics/robotics-software/mit_robotic_exoskeleton_struts)
- [Hancock97] Hancock, P. *Essays on the Future of Human-Machine Systems*. Human Factors Research Laboratory, University of Minnesota, 1997.  
ISBN 9780966054507.  
URL <http://books.google.com.mx/books?id=WM1OAAAACAAJ>

- [Hendrick00] Hendrick, H. W. The technology of ergonomics. *Theoretical Issues in Ergonomics Science*, 1(1):22–33, 2000.
- [Houk81] Houk, J. y Rymer, W. Neural control of muscle length and tension. *Comprehensive Physiology*, 1981.
- [Howell86] Howell, W. C. y Dipboye, R. L. *Essentials of industrial and organizational psychology*. Dorsey Press Chicago, 1986.
- [Huang04] Huang, G. T. Wearable robots. Technology Review published by MIT, Julio 2004.  
URL <http://www.technologyreview.com/computing/13658/>
- [IESR04] IESR. *The Berkeley Lower Extremity Exoskeleton Project*. International Symposium on Experimental Robotics, Marina Mandarin Singapore, Junio 2004. ISBN 981-05-1467-0.
- [Inc.11a] Inc., C. Robot suit hal. Official Website : cyberdyne.jp, 2011.  
URL <http://www.cyberdyne.jp/english/robotsuithal/index.html>
- [Inc.11b] Inc., N. I. Precision ball screw assembly technical introduction.  
<http://www.nookindustries.com/pdf/NookBallTechnical.pdf>, 2011.
- [Inc.12] Inc., T. Technical information. <http://www.technoisel.com/Tic/H834/PDF/H834P011.pdf>, 2012.
- [Kazerooni88] Kazerooni, H. Human machine interaction via the transfer of power and information signals. *ASME Winter Annual Meeting*, Diciembre 1988.
- [Kazerooni90] Kazerooni, H. Human-robot interaction via the transfer of power and information signals. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 20(2):450–463, 1990.

- [Kazerooni05] Kazerooni, H., Racine, J., Huang, L., y Steger, R. On the control of the berkeley lower extremity exoskeleton (bleex). *En Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005.*, págs. 4353–4360. IEEE, 2005.
- [Kim09] Kim, W., Lee, S., Lee, H., Yu, S., Han, J., y Han, C. Development of the heavy load transferring task oriented exoskeleton adapted by lower extremity using quasi-active joints. *En ICCAS-SICE, 2009*, págs. 1353–1358. IEEE, 2009.
- [Kolmanovskii] Kolmanovskii. *Stability of functional differential equations*.
- [Kong09] Kong, K. y Tomizuka, M. Control of exoskeletons inspired by fictitious gain in human model. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 14(6):689–698, 2009.
- [Lanman80] Lanman, J. *Movement and the Mechanical Properties of the Intact Human Elbow Joint*. Thesis. 1980. Ph. D. Massachusetts Institute of Technology Dept. of Psychology, 1980.  
URL <http://books.google.com.mx/books?id=y-qqGwAACAAJ>
- [Lee02] Lee, S. y Sankai, Y. Power assist control for leg with hal-3 based on virtual torque and impedance adjustment. *En Systems, Man and Cybernetics, 2002 IEEE International Conference on*, tomo 4, págs. 6–pp. IEEE, 2002.
- [mar99] Ergonomic design in ancient greece. *Applied Ergonomics*, 30(4):361 – 368, 1999. ISSN 0003-6870. doi:[http://dx.doi.org/10.1016/S0003-6870\(98\)00050-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0003-6870(98)00050-7).
- [Marks06] Marks, P. Exoskeleton update. NewScientist Blogs, Octubre 2006.  
URL <http://www.newscientist.com/blog/technology/2006/10/exoskeleton-update.html>

- [McIntyre93] McIntyre, J. y Bizzi, E. Servo hypotheses for the biological control of movement. *Journal of Motor Behavior*, 25(3):193–202, 1993.
- [Medterms12] Medterms. Definition of cerebral cortex, Febrero 2012.  
URL <http://www.medterms.com/script/main/art.asp?articlekey=11490>
- [Megraw07] Megraw, S. Sarcos exoskeleton. TechBuzz of curiocity.ca, Diciembre 2007.  
URL <http://www.curiocity.ca/everyday-science/techbuzz/item/474-sarcos-exoskeleton.html?tmpl=component&print=1>
- [Merton53] Merton, P. Speculations on the servo-control of movement. En *Ciba Foundation Symposium-The Spinal Cord*, págs. 247–260. Wiley Online Library, 1953.
- [Michiels] Michiels, W. y Niculescu, S. *Stability and Stabilization of Time-Delay Systems: An Eigenvalue-Based Approach*. Advances in Design and Control. ISBN 9780898716320.
- [Michiels07] Michiels, W. y Niculescu, S.-I. *Stability and Stabilization of Time-Delay Systems (Advances in Design & Control)*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
- [Ng12] Ng, A. W. y Chan, A. H. Finger response times to visual, auditory and tactile modality stimuli. En *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*, tomo 2. 2012.
- [Nieuwenhuys] Nieuwenhuys, R., Voogd, J., Voogd, J., Van Huijzen, C., y van Huijzen, C. *The Human Central Nervous System*. ISBN 9783540346845.
- [Office of Defense00] Office of Defense. Contracts for Tuesday, December 12, 2000. U.S. Department of Defense, Diciembre 2000.  
URL <http://www.defense.gov/Contracts/Contract.aspx?ContractID=1913>

- [Office of Defense01] Office of Defense. Contracts for Thursday, February 08, 2001. U.S. Department of Defense, Febrero 2001.  
URL <http://www.defense.gov/Contracts/Contract.aspx?ContractID=1952>
- [Ogata97] Ogata, K. *Modern Control Engineering*. Pearson plc, 1997.  
URL <https://www.googleapis.com/books/v1/volumes/naoeAQAAIAAJ>
- [Olgac03] Olgac, N. y Sipahi, R. The direct method for stability analysis of time delayed LTI systems. *En American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, tomo 1, págs. 869–874. IEEE, 2003.
- [Operation69] Operation, S. M. H. P. Hardiman 1 prototype project. Inf. tec., General Electric Company, Schenectady, New York 12305, Diciembre 1969.
- [Oshima00] Oshima, T., Fujikawa, T., Kameyama, O., y Kumamoto, M. Robotic analyses of output force distribution developed by human limbs. *En Robot and Human Interactive Communication, 2000. RO-MAN 2000. Proceedings. 9th IEEE International Workshop on*, págs. 229–234. IEEE, 2000.
- [Pappalardo04] Pappalardo, J. Robotic 'exoskeletons' could help soldiers bear heavier loads. Technology Review published by MIT, Agosto 2004.  
URL <http://www.nationaldefensemagazine.org/archive/2004/August/Pages/Robotic3473.aspx>
- [Pataky05] Pataky, T., Latash, M., y Zatsiorsky, V. Viscoelastic response of the finger pad to incremental tangential displacements. *Journal of biomechanics*, 38(7):1441–1449, 2005.
- [Princeton12] Princeton. Proprioception, Febrero 2012.

- URL <http://wordnetweb.princeton.edu/perl/webwn?s=proprioception>
- [Randall F90] Randall F, J. y Ostry, D. Trajectories of human multi-joint arm movements: evidence of joint level planning. *En Experimental Robotics I*, págs. 594–613. Springer, 1990.
- [Saburchill12] Saburchill. How muscles work, Febrero 2012.  
URL <http://www.saburchill.com/chapters/chap0009.html>
- [Sanders93] Sanders, M. *Human factors in engineering and design*. McGraw-Hill, New York, 1993. ISBN 978-0070549012.
- [Schweighofer98a] Schweighofer, N., Arbib, M., y Kawato, M. Role of the cerebellum in reaching movements in humans. i. distributed inverse dynamics control. *European Journal of Neuroscience*, 10(1):86–94, 1998.
- [Schweighofer98b] Schweighofer, N., Spoelstra, J., Arbib, M., y Kawato, M. Role of the cerebellum in reaching movements in humans. ii. a neural model of the intermediate cerebellum. *European Journal of Neuroscience*, 10(1):95–105, 1998.
- [Shaikh04] Shaikh, A., Meng, H., y Angelaki, D. Multiple reference frames for motion in the primate cerebellum. *The Journal of neuroscience*, 24(19):4491–4497, 2004.
- [Shaver13] Shaver, E. F. y Braun, C. C. What is human factors and ergonomics?, Agosto 2013.  
URL [www.benchmarkrs.com/\\_uploads/What-is-Human-Factors-and-Ergonomics.pdf](http://www.benchmarkrs.com/_uploads/What-is-Human-Factors-and-Ergonomics.pdf)
- [Sipahi03] Sipahi, R. y Olgac, N. Direct method implementation for the stability analysis of multiple time delayed systems. *En Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications, 2003. CCA 2003.*, tomo 2, págs. 943–948 vol.2. 2003. doi:10.1109/CCA.2003.1223137.

- [Snyder96] Snyder, T. y Kazerooni, H. A novel material handling system. *En 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1996. Proceedings.*, tomo 2, págs. 1147–1152. IEEE, 1996.
- [Vallbo70] Vallbo, Å. Discharge patterns in human muscle spindle afferents during isometric voluntary contractions. *Acta Physiologica Scandinavica*, 80(4):552–566, 1970.
- [Walsh06] Walsh, C., Paluska, D., Pasch, K., Grand, W., Valiente, A., y Herr, H. Development of a lightweight, underactuated exoskeleton for load-carrying augmentation. *En ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006.*, págs. 3485–3491. IEEE, 2006.
- [Wogalter98] Wogalter, M. S., Hancock, P. A., y Dempsey, P. G. On the description and definition of human factors/ergonomics. *En Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting*, tomo 42, págs. 671–674. SAGE Publications, 1998.
- [Yamamoto02] Yamamoto, K., Hyodo, K., Ishii, M., y Matsuo, T. Development of power assisting suit for assisting nurse labor. *JSME International Journal Series C*, 45(3):703–711, 2002.
- [Yang04] Yang, S. UC Berkeley researchers developing robotic exoskeleton that can enhance human strength and endurance. UC Berkeley News, Marzo 2004.  
URL [http://www.berkeley.edu/news/media/releases/2004/03/03\\_exo.shtml](http://www.berkeley.edu/news/media/releases/2004/03/03_exo.shtml)
- [Zoss05] Zoss, A., Kazerooni, H., y Chu, A. On the mechanical design of the Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX). *En 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2005.(IROS 2005).*, págs. 3465–3472. Ieee, 2005.

## Apéndice A

# Modelo del motor eléctrico y del amplificador

Un motor eléctrico de corriente directa con escobillas puede modelarse como [Concha13, Ogata97]

$$\frac{\tau_A(s)}{V_{Am}(s)} = \frac{K_{At}(J_A s + B_A)}{L_A J_A s^2 + (L_A B_A + R_A J_A)s + (K_{Ae} K_{At} + R_A B_A)} \quad (\text{A.1})$$

$$\tau_A = K_{At} I \quad (\text{A.2})$$

donde  $\tau_A$  es el par del eje del motor en N m,  $V_{Am}$  es el voltaje de entrada al motor en V,  $K_{At}$  es la sensibilidad del par del motor en N m A<sup>-1</sup>,  $J_A$  es la inercia total del eje en N m s<sup>2</sup>,  $B_A$  es la fricción en N m s rad<sup>-1</sup>,  $L_A$  es la inductancia del motor en Ω s,  $R_A$  es la resistencia en Ω,  $K_{Ae}$  es la constante de fuerza contra-electromotriz del motor en V s rad<sup>-1</sup>, y  $I_A$  es la corriente eléctrica del motor en A.

En la configuración usada en los experimentos, el motor está conectado a un amplificador con realimentación de corriente, como se muestra en la Figura A.1. El sistema en lazo cerrado está dada por

$$\frac{\tau_A(s)}{V_A(s)} = K_{At} K_{AE} \left[ \frac{\left( K_{Ap} + \frac{K_{Ai}}{s} \right) K_{Aa} \left( \frac{I_A(s)}{V_{Am}(s)} \right)}{1 + K_{AC} \left( K_{Ap} + \frac{K_{Ai}}{s} \right) K_{Aa} \left( \frac{I_A(s)}{V_{Am}(s)} \right)} \right] \quad (\text{A.3})$$

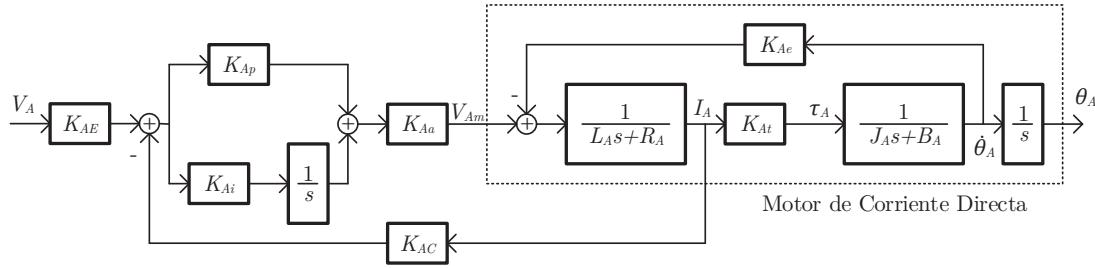


Figura A.1: Diagrama de bloques del motor de corriente directa con un amplificador conectado con realimentación en corriente.

que puede reescribirse como

$$\frac{\tau_A(s)}{V_A(s)} = \frac{K_{At}K_{AE}}{1 + \left( K_{Ap} + \frac{K_{Ai}}{s} \right) K_{Aa} \left( \frac{I_A(s)}{V_{Am}(s)} \right) + K_{AC}} \quad (\text{A.4})$$

donde  $V_A$  es la entrada de voltaje al amplificador en V, que genera una referencia en corriente,  $K_{AC}$  es la ganancia de realimentación de la corriente en  $\Omega$ ,  $K_{Aa}$  es la ganancia del puente H del amplificador,  $K_{AE}$  es la ganancia de entrada del amplificador, y  $K_{Ap}$  y  $K_{Ai}$  son las ganancias proporcional e integral, respectivamente, para el controlador PI interno del amplificador. Seleccionando valores suficientemente grandes para  $K_{Ap}$  y  $K_{Ai}$  en (A.4),  $\tau_A(s)$  será aproximadamente igual a

$$\tau_A(s) = K_{At}K_{AE} \left[ \frac{1}{K_{AC}} \right] V_A(s) = K_T V_A(s) \quad (\text{A.5})$$

o

$$\tau_A = K_T V_A \quad (\text{A.6})$$

donde  $K_T = K_{At}K_{AE}K_{AC}^{-1}$ .

## Apéndice B

# Simplificación de las ecuaciones del Capítulo 4

**Simplificación de (4.23)** Sustituyendo  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ , y  $\bar{a}_4$  en (4.23), se obtiene

$$\begin{aligned}\bar{b}_1 = & \left[ (BM + J(K_d + K_f) + G_v KM)(EMl_a^2 + B(K_d + K_f) \right. \\ & + JK_p + EJK_A + G_v K(K_d + K_f) + (G_p + 1)KM) - JM(E(K_d \right. \\ & + K_f)l_a^2 + BK_p + BEK_A + (G_p + 1)K(K_d + K_f) + G_v KK_p \\ & \left. \left. + EG_v KK_A) \right] \middle/ [BM + J(K_d + K_f) + G_v KM] \right] \quad (B.1)\end{aligned}$$

Expandiendo (B.1) y cancelando los términos negativos con términos positivos, (B.1) se puede escribir como (4.25). Ya que todos los términos son positivos en (4.25),  $\bar{b}_1$  es positivo.

**Simplificación de (4.24)** Ya que  $\bar{b}_1$  es positivo, (4.24) se puede simplificar como

$$\bar{c}_{1s} = \bar{b}_1 \bar{a}_1 - \bar{a}_3 \bar{a}_0 > 0 \quad (B.2)$$

Sustituyendo  $\bar{a}_0$ ,  $\bar{a}_1$ ,  $\bar{a}_3$ , y  $\bar{b}_1$  en la condición anterior y expandiendo, se obtiene

$$\begin{aligned}
 \bar{c}_{1s} = & \left[ B^3 E K_A (K_d + K_f) M + B^3 (K_d + K_f) K_p M + B^2 E^2 K_A M^2 l_a^2 \right. \\
 & + 3B^2 E G_v K K_A (K_d + K_f) M + B^2 E J K_A (K_d + K_f)^2 + B^2 E (K_d \\
 & + K_f)^2 M l_a^2 + B^2 (G_p + 1) K (K_d + K_f)^2 M + 3B^2 G_v K (K_d \\
 & + K_f) K_p M + B^2 J (K_d + K_f)^2 K_p + 2B E^2 G_v K K_A M^2 l_a^2 \\
 & + B E^2 J^2 K_A^2 (K_d + K_f) + B E^2 (K_d + K_f) M^2 l_a^4 - 2B E (G_p \\
 & + 1) J K K_A (K_d + K_f) M + 2B E (G_p + 1) K (K_d + K_f) M^2 l_a^2 \\
 & + 3B E G_v^2 K^2 K_A (K_d + K_f) M + 2B E G_v J K K_A (K_d + K_f)^2 \\
 & + 2B E G_v K (K_d + K_f)^2 M l_a^2 + 2B E J^2 K_A (K_d + K_f) K_p \\
 & + B E J (K_d + K_f)^3 l_a^2 - 2B E J (K_d + K_f) K_p M l_a^2 + B (G_p \\
 & + 1)^2 K^2 (K_d + K_f) M^2 + 2B (G_p + 1) G_v K^2 (K_d + K_f)^2 M \\
 & + B (G_p + 1) J K (K_d + K_f)^3 - 2B (G_p + 1) J K (K_d + K_f) K_p M \\
 & + 3B G_v^2 K^2 (K_d + K_f) K_p M + 2B G_v J K (K_d + K_f)^2 K_p \\
 & + B J^2 (K_d + K_f) K_p^2 + E^2 G_v^2 K^2 K_A M^2 l_a^2 \\
 & + E^2 G_v J^2 K K_A^2 (K_d + K_f) + E^2 G_v K (K_d + K_f) M^2 l_a^4 \\
 & + E^2 J^2 K_A (K_d + K_f)^2 l_a^2 - 2E (G_p + 1) G_v J K^2 K_A (K_d \\
 & + K_f) M + 2E (G_p + 1) G_v K^2 (K_d + K_f) M^2 l_a^2 \\
 & + E G_v^3 K^3 K_A (K_d + K_f) M + E G_v^2 J K^2 K_A (K_d + K_f)^2 \\
 & + E G_v^2 K^2 (K_d + K_f)^2 M l_a^2 + 2E G_v J^2 K K_A (K_d + K_f) K_p \\
 & + E G_v J K (K_d + K_f)^3 l_a^2 - 2E G_v J K (K_d + K_f) K_p M l_a^2 \\
 & + (G_p + 1)^2 G_v K^3 (K_d + K_f) M^2 + (G_p + 1) G_v^2 K^3 (K_d \\
 & + K_f)^2 M + (G_p + 1) G_v J K^2 (K_d + K_f)^3 - 2(G_p \\
 & + 1) G_v J K^2 (K_d + K_f) K_p M + G_v^3 K^3 (K_d + K_f) K_p M \\
 & + G_v^2 J K^2 (K_d + K_f)^2 K_p + G_v J^2 K (K_d \\
 & + K_f) K_p^2 \Big] \Big/ \left[ B M + J (K_d + K_f) + G_v K M \right] > 0 \quad (B.3)
 \end{aligned}$$

$\bar{c}_{1s}$  tiene 6 términos negativos en su numerador que son

$$\begin{aligned} & -2E(G_p + 1)G_vJK^2K_A(K_d + K_f)M - 2(G_p + 1)G_vJK^2(K_d \\ & + K_f)K_pM - 2EG_vJK(K_d + K_f)K_pMl_a^2 - 2BE(G_p + 1)JKK_A(K_d \\ & + K_f)M - 2BEJ(K_d + K_f)K_pMl_a^2 - 2B(G_p + 1)JK(K_d + K_f)K_pM \end{aligned}$$

y 12 términos positivos que son

$$\begin{aligned} & +2EG_vJ^2KK_A(K_d + K_f)K_p + (G_p + 1)^2G_vK^3(K_d + K_f)M^2 \\ & +E^2G_vJ^2KK_A^2(K_d + K_f) + G_vJ^2K(K_d + K_f)K_p^2 + E^2G_vK(K_d \\ & + K_f)M^2l_a^4 + 2E(G_p + 1)G_vK^2(K_d + K_f)M^2l_a^2 + 2BE(G_p \\ & + 1)K(K_d + K_f)M^2l_a^2 + B(G_p + 1)^2K^2(K_d + K_f)M^2 + BE^2(K_d \\ & + K_f)M^2l_a^4 + BJ^2(K_d + K_f)K_p^2 + BE^2J^2K_A^2(K_d + K_f) \\ & +2BEJ^2K_A(K_d + K_f)K_p \end{aligned}$$

sumando y restando al numerador los siguientes términos

$$2E^2G_vJKK_A(K_d + K_f)Ml_a^2 \quad (\text{B.4})$$

$$2BE^2JK_A(K_d + K_f)Ml_a^2 \quad (\text{B.5})$$

es posible completar cuadrados y escribir lo siguiente:

$$\begin{aligned} & G_vK(K_d + K_f)(-EMl_a^2 + JK_p + EJK_A - (G_p + 1)KM)^2 \\ & +2E^2G_vJKK_A(K_d + K_f)Ml_a^2 + B(K_d + K_f)(-EMl_a^2 + JK_p \\ & +EJK_A - (G_p + 1)KM)^2 + 2BE^2JK_A(K_d + K_f)Ml_a^2 \quad (\text{B.6}) \end{aligned}$$

por lo que tanto el numerador como el denominador de  $\bar{c}_{1s}$  son positivos. Por lo tanto  $\bar{c}_{1s}$  es positivo.



## Apéndice C

# Prueba de estabilidad

Haciendo referencia a la Figura 4.5, este sistema en lazo cerrado se puede dividir en los sistemas  $S_1$  y  $S_2$  como se muestra en la Figura C.1. Ignorando la entrada  $W$  en (4.12), el sistema  $S_1$  se puede escribir en el dominio de la frecuencia como

$$S_1(s) = \frac{F_e(s)}{y_e(s)} = \frac{1}{\left(\frac{M}{K_A}\right)s^2 + \left(\frac{K_d + K_f}{K_A}\right)s + \frac{K_p}{K_A}} \quad (\text{C.1})$$

Ignorando los retardos y la entrada  $y_{vd}$  en (4.18); y substituyendo (4.9) en (4.18), se tiene que

$$\frac{-y_h(s)}{F_e(s)} = \frac{l_a^2}{Js^2 + (B + KG_v)s + K(1 + G_p)} \quad (\text{C.2})$$

Simplificando el lazo cerrado en  $S_2$ , se puede escribir lo siguiente

$$S_2(s) = \frac{F_e(s)}{y_e(s)} = \frac{-E[Js^2 + (B + KG_v)s + K(1 + G_p)]}{Js^2 + (B + KG_v)s + K(1 + G_p) + El_a^2} \quad (\text{C.3})$$

Los sistemas  $S_1$  y  $S_2$  se pueden reescribir como

$$S_1(s) = \frac{1}{a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (\text{C.4})$$

$$S_2(s) = \frac{-c(b_2s^2 + b_1s + b_0)}{b_2s^2 + b_1s + b_0 + cd} \quad (\text{C.5})$$

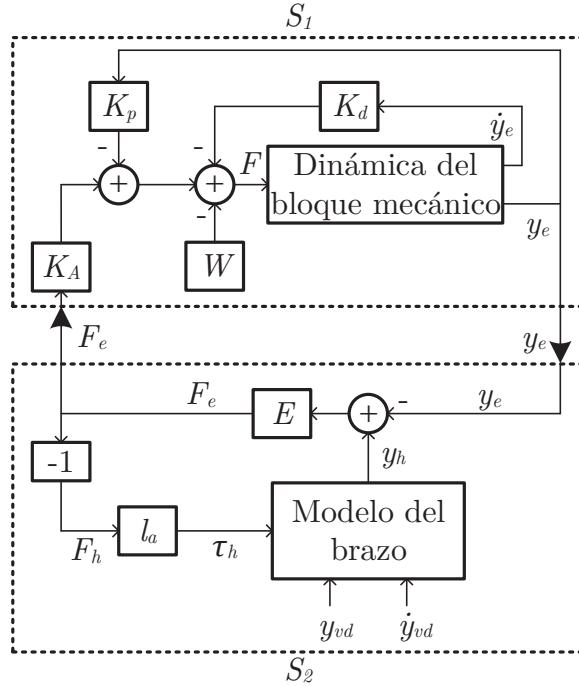


Figura C.1: Separación del modelo general de control en los subsistemas  $S_1$  y  $S_2$ .

El polinomio característico ( $P(s)$ ) de este sistema es el siguiente:

$$P(s) = 1 - S_1(s)S_2(s) = 0 \quad (\text{C.6})$$

$$= 1 + \frac{c(b_2s^2 + b_1s + b_0)}{(a_2s^2 + a_1s + a_0)(b_2s^2 + b_1s + b_0 + cd)} = 0 \quad (\text{C.7})$$

$$= (a_2s^2 + a_1s + a_0)(b_2s^2 + b_1s + b_0 + cd) + c(b_2s^2 + b_1s + b_0) = 0 \quad (\text{C.8})$$

$$\begin{aligned} &= a_2b_2s^4 + a_2b_1s^3 + a_2b_0s^2 + a_2cds^2 \\ &\quad + a_1b_2s^3 + a_1b_1s^2 + a_1b_0s + a_1cds \\ &\quad + a_0b_2s^2 + a_0b_1s + a_0b_0 + a_0cd \\ &\quad + b_2cs^2 + b_1cs + b_0c = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} &= (a_2b_2)s^4 + (a_2b_1 + a_1b_2)s^3 + (a_2b_0 + a_2cd + a_1b_1 + a_0b_2 + b_2c)s^2 \\ &\quad + (a_1b_0 + a_0b_1 + b_1c + a_1cd)s + (a_0cd + b_0c + a_0b_0) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

La ecuación anterior se puede escribir como

$$P(s) := A_4s^4 + A_3s^3 + A_2s^2 + A_1s + A_0 = 0 \quad (\text{C.11})$$

donde

$$A_4 = a_2 b_2 \quad (\text{C.12})$$

$$A_3 = a_1 b_2 + a_2 b_1 \quad (\text{C.13})$$

$$A_2 = a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0 + b_2 c + a_2 c d \quad (\text{C.14})$$

$$A_1 = a_0 b_1 + a_1 b_0 + b_1 c + a_1 c d \quad (\text{C.15})$$

$$A_0 = a_0 b_0 + b_0 c + a_0 c d \quad (\text{C.16})$$

De acuerdo con el criterio de estabilidad de Routh Hurwitz, el sistema es estable sí y solo sí las siguientes condiciones se satisfacen.

$$A_0 > 0; A_1 > 0; A_2 > 0; A_3 > 0; A_4 > 0 \quad (\text{C.17})$$

$$B_1 := \frac{A_3 A_2 - A_4 A_1}{A_3} > 0 \quad (\text{C.18})$$

$$C_1 := \frac{B_1 A_1 - A_3 A_0}{B_1} > 0 \quad (\text{C.19})$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{(a_1 b_2 + a_2 b_1)(a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0 + b_2 c + a_2 c d) - a_2 b_2(a_0 b_1 + a_1 b_0 + b_1 c + a_1 c d)}{a_1 b_2 + a_2 b_1} \\ &= \left[ a_0 a_1 b_2^2 + a_1^2 b_1 b_2 + \underbrace{a_1 a_2 b_0 b_2}_2 + a_1 b_2^2 c + \underbrace{a_1 a_2 b_2 c d}_4 \right. \\ &\quad \left. \underbrace{a_0 a_2 b_1 b_2}_1 + a_1 a_2 b_1^2 + a_2^2 b_0 b_1 + \underbrace{a_2 b_1 b_2 c}_3 + a_2^2 b_1 c d \right. \\ &\quad \left. - \underbrace{a_0 a_2 b_1 b_2}_1 - \underbrace{a_1 a_2 b_0 b_2}_2 - \underbrace{a_2 b_1 b_2 c}_3 - \underbrace{a_1 a_2 b_2 c d}_4 \right] / [a_1 b_2 + a_2 b_1] \\ &= \frac{a_0 a_1 b_2^2 + a_1^2 b_1 b_2 + a_1 b_2^2 c + a_1 a_2 b_1^2 + a_2^2 b_0 b_1 + a_2^2 b_1 c d}{a_1 b_2 + a_2 b_1} \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

De la ecuación anterior se puede observar que  $B_1$  es positivo y por tanto  $C_1$  se puede simplificar de la siguiente manera.

$$C_{1s} := B_1 A_1 - A_3 A_0 > 0$$

$$\begin{aligned} C_{1s} &= \left[ \left( \frac{a_0 a_1 b_2^2 + a_1^2 b_1 b_2 + a_1 b_2^2 c + a_1 a_2 b_1^2 + a_2^2 b_0 b_1 + a_2^2 b_1 c d}{a_1 b_2 + a_2 b_1} \right) (a_0 b_1 + a_1 b_0 + b_1 c \right. \\ &\quad \left. + a_1 c d) - (a_1 b_2 + a_2 b_1)(a_0 b_0 + b_0 c + a_0 c d) \right] > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

o

$$\begin{aligned} & \left[ (a_0 a_1 b_2^2 + a_1^2 b_1 b_2 + a_1 b_2^2 c + a_1 a_2 b_1^2 + a_2^2 b_0 b_1 + a_2^2 b_1 c d) (a_0 b_1 + a_1 b_0 + b_1 c + a_1 c d) \right. \\ & \left. - (a_1 b_2 + a_2 b_1) (a_0 b_0 + b_0 c + a_0 c d) (a_1 b_2 + a_2 b_1) \right] > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

o

$$\begin{aligned} & \left[ (a_0 a_1 b_2^2 + a_1^2 b_1 b_2 + a_1 b_2^2 c + a_1 a_2 b_1^2 + a_2^2 b_0 b_1 + a_2^2 b_1 c d) (a_0 b_1 + a_1 b_0 + b_1 c + a_1 c d) \right. \\ & \left. - (a_1 b_2 + a_2 b_1)^2 (a_0 b_0 + b_0 c + a_0 c d) \right] > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

o

$$\begin{aligned} & \left[ (a_0 a_1 b_2^2 + a_1^2 b_1 b_2 + a_1 b_2^2 c + a_1 a_2 b_1^2 + a_2^2 b_0 b_1 + a_2^2 b_1 c d) (a_0 b_1 + a_1 b_0 + b_1 c + a_1 c d) \right. \\ & \left. - (a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_1^2 + 2 a_1 a_2 b_1 b_2) (a_0 b_0 + b_0 c + a_0 c d) \right] > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

o

$$\begin{aligned} & \left( a_0^2 a_1 b_1 b_2^2 + a_0 a_1^2 b_1^2 b_2 + a_0 a_1 b_1 b_2^2 c + a_0 a_1 a_2 b_1^3 + \underbrace{a_0 a_2^2 b_0 b_1^2}_2 + \underbrace{a_0 a_2^2 b_1^2 c d}_6 \right. \\ & + \underbrace{a_0 a_1^2 b_0 b_2^2}_1 + a_1^3 b_0 b_1 b_2 + \underbrace{a_1^2 b_0 b_2^2 c}_3 + a_1^2 a_2 b_0 b_1^2 + a_1 a_2^2 b_0^2 b_1 + a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d \\ & + a_0 a_1 b_1 b_2^2 c + a_1^2 b_1^2 b_2 c + a_1 b_1 b_2^2 c^2 + a_1 a_2 b_1^3 c + \underbrace{a_2^2 b_0 b_1^2 c}_4 + a_2^2 b_1^2 c^2 d \\ & + \underbrace{a_0 a_1^2 b_2^2 c d}_5 + a_1^3 b_1 b_2 c d + a_1^2 b_2^2 c^2 d + a_1^2 a_2 b_1^2 c d + a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d + a_1 a_2^2 b_1 c^2 d^2 \\ & - \underbrace{a_0 a_1^2 b_0 b_2^2}_1 - \underbrace{a_0 a_2^2 b_0 b_1^2}_2 - 2 a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 \\ & - \underbrace{a_1^2 b_0 b_2^2 c}_3 - \underbrace{a_2^2 b_0 b_1^2 c}_4 - 2 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 c \\ & \left. - \underbrace{a_0 a_1^2 b_2^2 c d}_5 - \underbrace{a_0 a_2^2 b_1^2 c d}_6 - 2 a_0 a_1 a_2 b_1 b_2 c d \right) > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

o

$$\left( \underbrace{a_0^2 a_1 b_1 b_2^2}_{\checkmark} + a_0 a_1^2 b_1^2 b_2 + \underbrace{a_0 a_1 b_1 b_2^2 c}_{\checkmark} + a_0 a_1 a_2 b_1^3 + a_1^3 b_0 b_1 b_2 + a_1^2 a_2 b_0 b_1^2 + \underbrace{a_1 a_2^2 b_0^2 b_1}_{\checkmark} + \underbrace{a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d}_{\checkmark} + \underbrace{a_0 a_1 b_1 b_2^2 c}_{\checkmark} + a_1^2 b_1^2 b_2 c + \underbrace{a_1 b_1 b_2^2 c^2}_{\checkmark} + a_1 a_2 b_1^3 c + a_2^2 b_1^2 c^2 d + a_1^3 b_1 b_2 c d + a_1^2 b_2^2 c^2 d + a_1^2 a_2 b_1^2 c d + \underbrace{a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d}_{\checkmark} + \underbrace{a_1 a_2^2 b_1 c^2 d^2}_{\checkmark} - \underbrace{2 a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2}_{\checkmark} - \underbrace{2 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 c}_{\checkmark} - \underbrace{2 a_0 a_1 a_2 b_1 b_2 c d}_{\checkmark} \right) > 0 \quad (\text{C.26})$$

Reescribiendo la condición anterior al agrupar todos los términos seleccionados entre paréntesis cuadrados y el resto de los términos entre paréntesis, se obtiene

$$\begin{aligned} & \left[ a_0^2 a_1 b_1 b_2^2 + a_0 a_1 b_1 b_2^2 c + a_1 a_2^2 b_0^2 b_1 + a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d + a_0 a_1 b_1 b_2^2 c + a_1 b_1 b_2^2 c^2 + a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d \right. \\ & \quad \left. + a_1 a_2^2 b_1 c^2 d^2 - 2 a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 - 2 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 c - 2 a_0 a_1 a_2 b_1 b_2 c d \right] + \left( a_0 a_1^2 b_1^2 b_2 \right. \\ & \quad \left. + a_0 a_1 a_2 b_1^3 + a_1^3 b_0 b_1 b_2 + a_1^2 a_2 b_0 b_1^2 + a_1^2 b_1^2 b_2 c + a_1 a_2 b_1^3 c + a_2^2 b_1^2 c^2 d + a_1^3 b_1 b_2 c d \right. \\ & \quad \left. + a_1^2 b_2^2 c^2 d + a_1^2 a_2 b_1^2 c d \right) > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

Sumando y restando un término externo  $2 a_1 b_1 a_2 b_2 c^2 d$  a la condición anterior para simplificar, se obtiene

$$\begin{aligned} & \left[ a_0^2 a_1 b_1 b_2^2 + a_0 a_1 b_1 b_2^2 c + a_1 a_2^2 b_0^2 b_1 + a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d + a_0 a_1 b_1 b_2^2 c + a_1 b_1 b_2^2 c^2 + a_1 a_2^2 b_0 b_1 c d \right. \\ & \quad \left. + a_1 a_2^2 b_1 c^2 d^2 - 2 a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 - 2 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 c - 2 a_0 a_1 a_2 b_1 b_2 c d + 2 a_1 b_1 a_2 b_2 c^2 d \right. \\ & \quad \left. - 2 a_1 b_1 a_2 b_2 c^2 d \right] + \left( a_0 a_1^2 b_1^2 b_2 + a_0 a_1 a_2 b_1^3 + a_1^3 b_0 b_1 b_2 + a_1^2 a_2 b_0 b_1^2 + a_1^2 b_1^2 b_2 c + a_1 a_2 b_1^3 c \right. \\ & \quad \left. + a_2^2 b_1^2 c^2 d + a_1^3 b_1 b_2 c d + a_1^2 b_2^2 c^2 d + a_1^2 a_2 b_1^2 c d \right) > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

o

$$\begin{aligned}
 & a_1 b_1 \left[ \frac{(a_0^2 b_2^2 + a_0 b_2^2 c + a_2^2 b_0^2 + a_2^2 b_0 c d + a_0 b_2^2 c + b_2^2 c^2 + a_2^2 b_0 c d + a_2^2 c^2 d^2)}{-2a_0 a_2 b_0 b_2 - 2a_2 b_0 b_2 c - 2a_0 a_2 b_2 c d - 2a_2 b_2 c^2 d} + 2a_2 b_2 c^2 d \right] + \left( a_0 a_1^2 b_1^2 b_2 + a_0 a_1 a_2 b_1^3 \right. \\
 & + a_1^3 b_0 b_1 b_2 + a_1^2 a_2 b_0 b_1^2 + a_1^2 b_1^2 b_2 c + a_1 a_2 b_1^3 c + a_2^2 b_1^2 c^2 d + a_1^3 b_1 b_2 c d + a_1^2 b_2^2 c^2 d \\
 & \left. + a_1^2 a_2 b_1^2 c d \right) > 0
 \end{aligned} \tag{C.29}$$

Completando cuadrados a partir de los términos subrayados en la ecuación anterior, se puede escribir lo siguiente

$$\begin{aligned}
 & a_1 b_1 \left[ (a_0 b_2 - a_2 b_0 + b_2 c - a_2 c d)^2 + 2a_2 b_2 c^2 d \right] + \left( a_0 a_1^2 b_1^2 b_2 + a_0 a_1 a_2 b_1^3 + a_1^3 b_0 b_1 b_2 \right. \\
 & + a_1^2 a_2 b_0 b_1^2 + a_1^2 b_1^2 b_2 c + a_1 a_2 b_1^3 c + a_2^2 b_1^2 c^2 d + a_1^3 b_1 b_2 c d + a_1^2 b_2^2 c^2 d \\
 & \left. + a_1^2 a_2 b_1^2 c d \right) > 0
 \end{aligned} \tag{C.30}$$

Dado que todas las condiciones del criterio de estabilidad de Routh Hurwitz se satisfacen, el sistema en lazo cerrado es estable para todos los valores positivos de los coeficientes.

## Apéndice D

# Modelo experimental del DAF

El modelo experimental del DAF se muestra en la Figura 4.1, el bloque mecánico se muestra en detalle en la Figura D.1 y sus dimensiones están dadas en la Figura D.2. Asumiendo la densidad del hierro, del acero, y del aluminio como  $7200 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $7800 \text{ kg m}^{-3}$ , y  $2700 \text{ kg m}^{-3}$  respectivamente, se puede estimar la masa del bloque mecánico

$$\begin{aligned} M &= 7200 \times 0.51 \left[ 0.216 \times 0.01 + 0.01(0.216 - 0.025 \times 2 - 0.03) \right. \\ &\quad \left. + 0.01(0.037 \times 2 + 0.05 \times 2) \right] + 2700 \times 2 \left[ 0.064(0.2 \times 0.01 \right. \\ &\quad \left. + 0.17 \times 0.052) - \frac{\pi}{4} \times 0.025^2 \times 0.17 \right] + 7800 \left[ 0.04 \times 0.05 \times 0.06 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\pi}{4} \times 0.025^2 \times 0.04 \right] \\ &= 19.3147 \text{ kg} + 3.2957 \text{ kg} + 0.7828 \text{ kg} = 23.3932 \text{ kg} \end{aligned} \tag{D.1}$$

El movimiento del bloque mecánico se realiza por medio de un mecanismo tuerca-tornillo. La tuerca es un pequeño bloque de acero que forma parte del bloque mecánico. El tornillo es una barra vertical de acero con cuerda que gira por acción del motor conectado en su extremo superior. El giro del tornillo en un sentido o el otro hace que el bloque mecánico se desplace hacia arriba o hacia abajo. Para evitar movimientos laterales del bloque éste tiene dos soportes laterales de aluminio con dos orificios recubiertos de acero que permiten que el bloque se deslice a lo largo de dos barras de acero fijas paralelas al tornillo, que pasan por los orificios de estos soportes y que funguen como guías.

El motor que se emplea como actuador es el modelo C34-L80-W40 de “Moog Com-

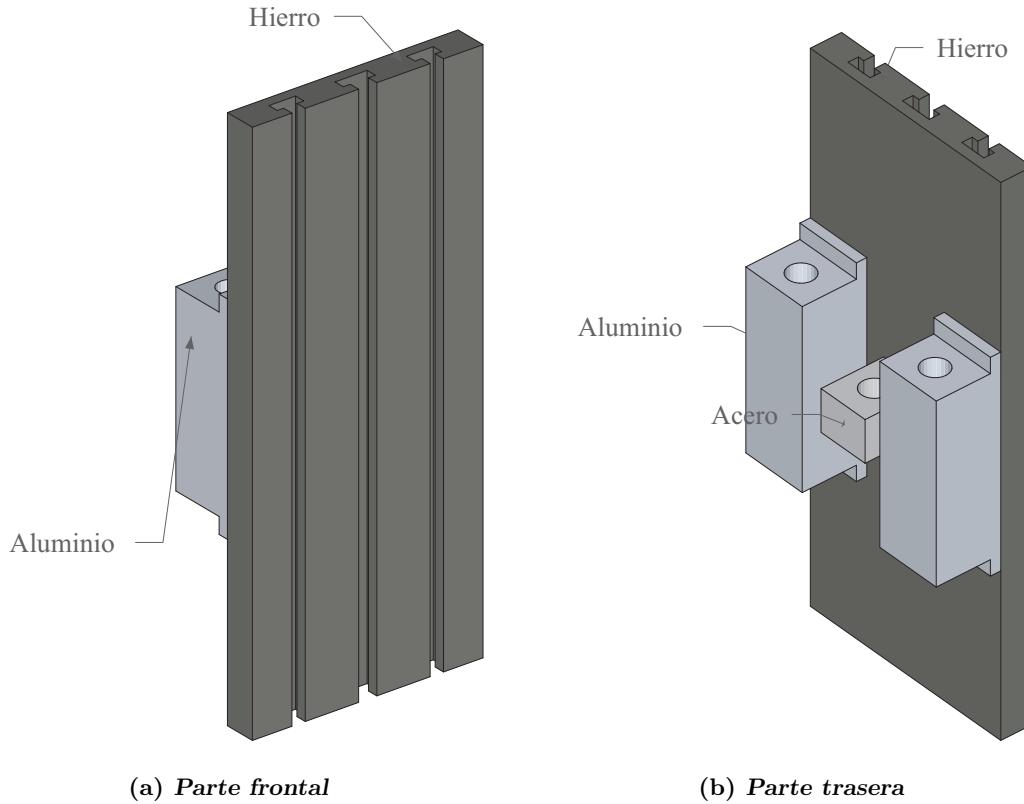
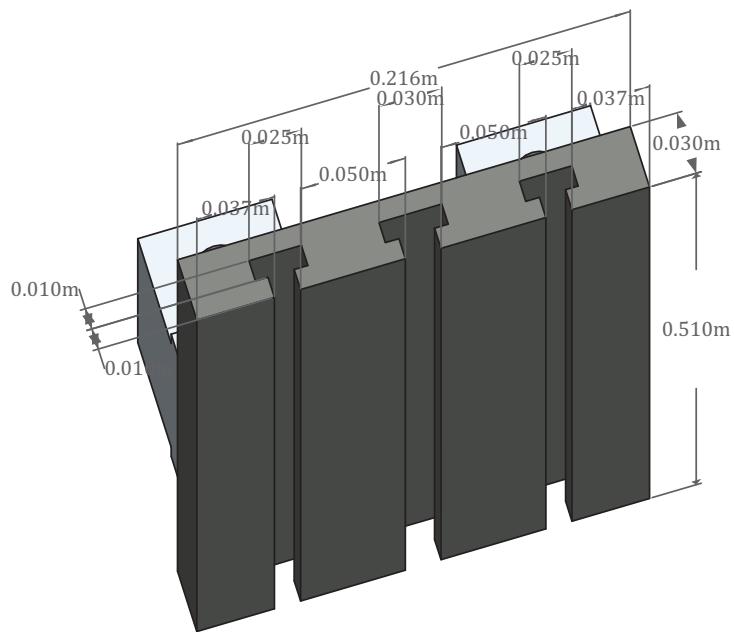


Figura D.1: Figura 3D mostrando el bloque mecánico.

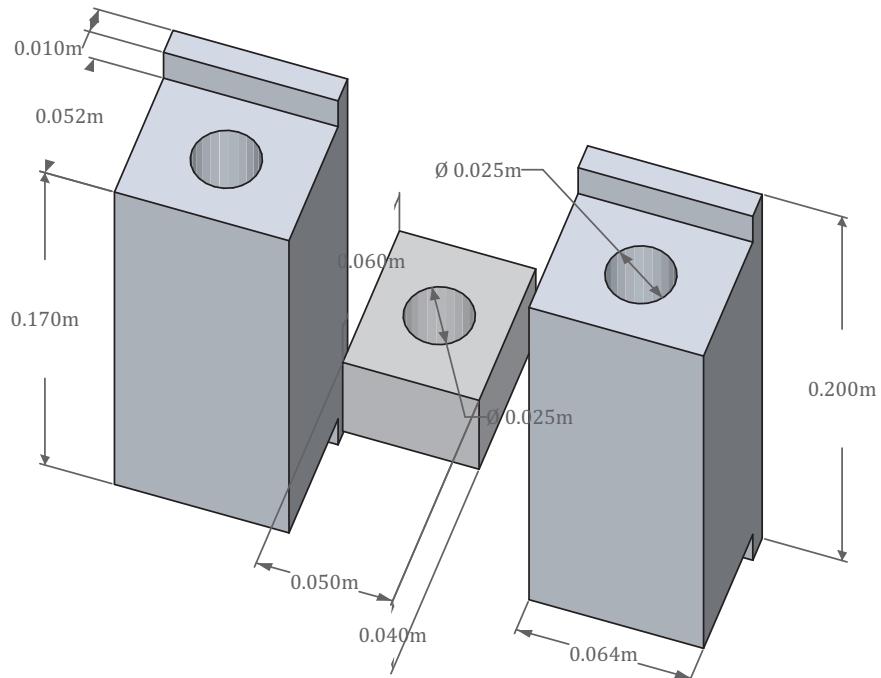
ponents Group” [Group12] con un amplificador modelo 423 de “Copley Controls Corp.” [Corp.12]. La Figura D.3 muestra el mecanismo de tuerca-husillo que está acoplado al motor. El momento de inercia total es la suma del momento de inercia del eje del motor ( $3.884 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ ) y de la barra que actúa como tornillo.

$$\begin{aligned}
 J_A &= 3.884 \times 10^{-4} + \frac{7800\pi}{2}(0.015^4 \times 0.14 + 0.022^4 \times 0.045 \\
 &\quad + 0.027^4 \times 0.64 + 0.022^4 \times 0.045 + 0.015^4 \times 0.14) \\
 &\quad + \frac{7200\pi}{2}(0.025^4 \times 0.06 + 0.077^4 \times 0.02) \\
 &= 0.0132 \text{ kg m}^2
 \end{aligned} \tag{D.2}$$

Con los valores de  $B_A = 286.479 \times 10^{-6} \text{ N m s rad}^{-1}$ ,  $K_{At} = 0.42 \text{ N m A}^{-1}$ ,  $L_A = 11.20 \times 10^{-3} \text{ H}$ ,  $R_A = 4.90 \Omega$ ,  $K_{Ae} = 0.42 \text{ V s rad}^{-1}$ ,  $K_{Ap} = 21.58$ ,  $K_{Ai} = 985.94 \text{ s}^{-1}$ ,  $K_{AA} = 11.3$ ,  $K_{AC} = 0.2 \Omega$ , y  $K_{AE} = 0.6073$ , se puede obtener  $K_T = 1.2753 \text{ N m V}^{-1}$



**(a) Dimensiones de la parte de hierro**



(b) Dimensiones de la parte de aluminio y acero.

Figura D.2: Dimensiones del bloque mecánico.

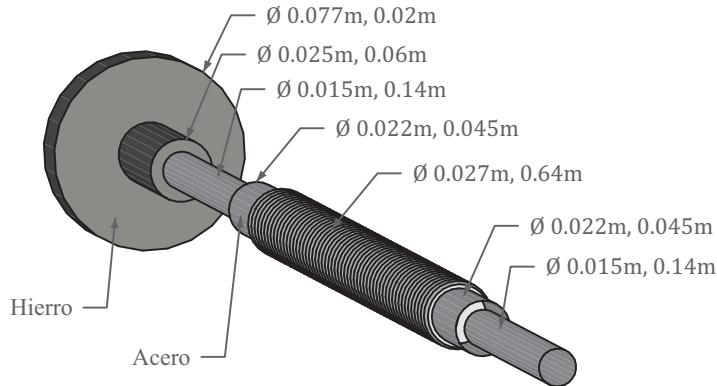


Figura D.3: Dimensiones del tornillo del mecanismo de tuerca-husillo.

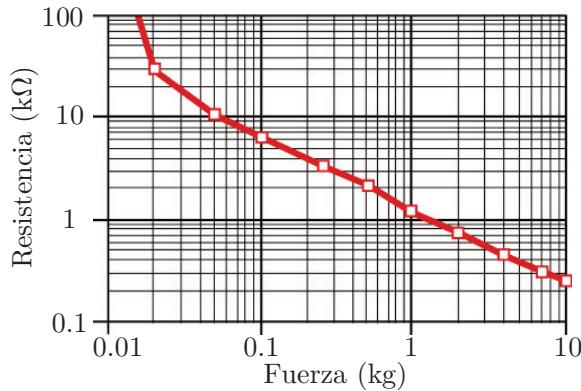


Figura D.4: Curva resistencia vs fuerza correspondiente al sensor de fuerza.

**Sensor de fuerza:** El dispositivo experimental emplea como sensor una resistencia variable sensible a la fuerza (RSF), FSR 406 de “Interlink Electronics” [Electronics12] con dimensiones  $4.445 \text{ cm} \times 3.81 \text{ cm}$ , la Figura D.4 muestra la relación fuerza-resistencia del sensor. La relación fuerza-resistencia de la figura puede approximarse por

$$\log_{10} \left( \frac{F_e}{g} \right) = -1.327 \times \log_{10} (R_{RSF}) + 4.096 \quad (\text{D.3})$$

con un coeficiente de determinación de 0.9945, donde  $R_{RSF}$  es la resistencia del RSF en  $\Omega$ ,  $F_e$  es la fuerza aplicada al sensor en N, y  $g \approx 9.8 \text{ m s}^{-2}$ . La Figura D.5 muestra el circuito que se empleó para realizar la lectura de la fuerza con el dispositivo  $R_{RSF}$ . La relación entre

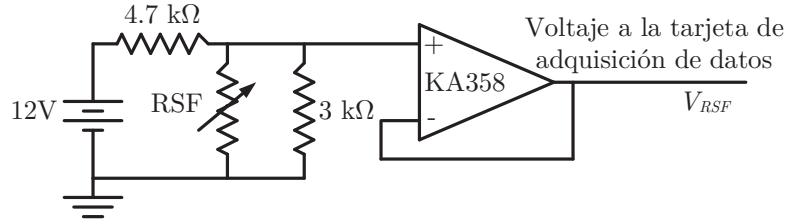


Figura D.5: Circuito electrónico del sensor de fuerza.

el voltaje de entrada a la tarjeta de adquisición de datos  $V_{RSF}$  y la fuerza  $F_e$  está dada por

$$V_{RSF} = \frac{12}{1 + \frac{4700}{3000} + 4700 \times 10^{\left[ \frac{\log_{10} \left( \frac{F_e}{g} \right) - 4.096}{1.327} \right]}} \quad (\text{D.4})$$

Un filtro pasabajas con frecuencia de corte  $1 \times 10^3$  Hz se emplea para atenuar cualquier ruido que pueda contaminar la medición de la fuerza. La frecuencia de corte del filtro es tal que la dinámica que introduce el polo correspondiente es rápida con respecto al sistema en su conjunto, de tal manera que su presencia se puede despreciar sin que se altere la estabilidad del sistema a bajas frecuencias. Por esta razón no se incluye el filtro en el análisis de estabilidad correspondiente.