

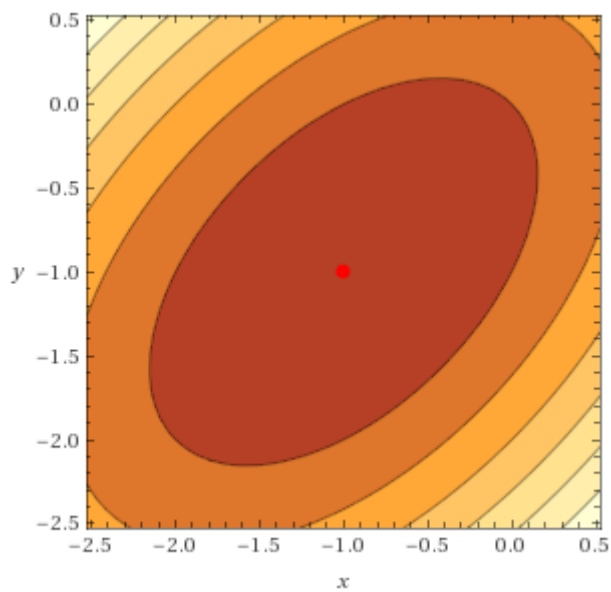
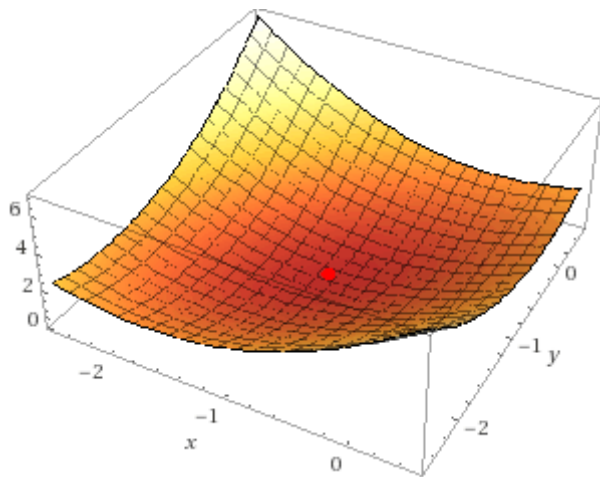
Графики тестируемых функций

Автор: Юрий Кондратов

1. Гладкая функция

$$1 + x + y - xy + x^2 + y^2$$

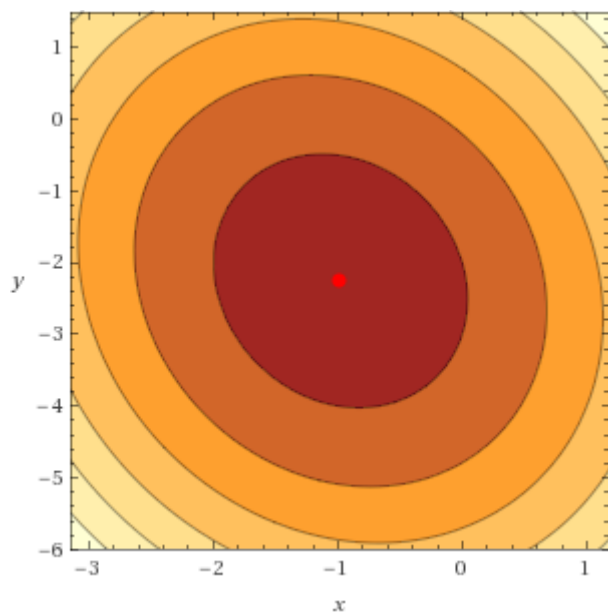
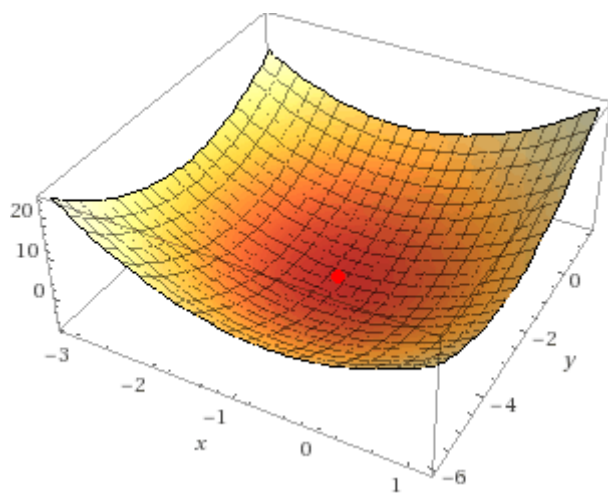
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-1, -1)$	0



2. Гладкая функция

$$1 + 7x + 5y + 0.5xy + 3x^2 + y^2$$

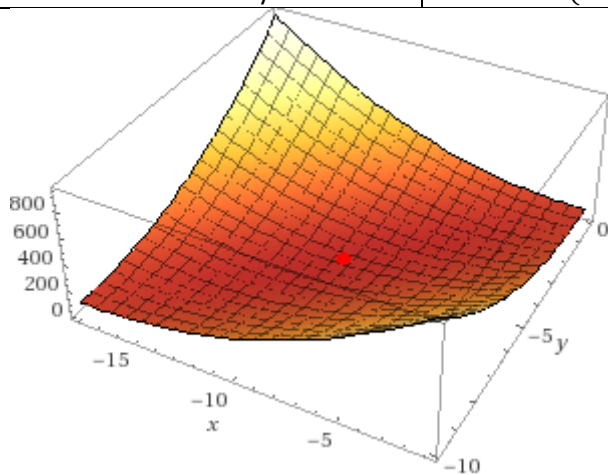
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-0.978723, -2.255319)$	-8.06383

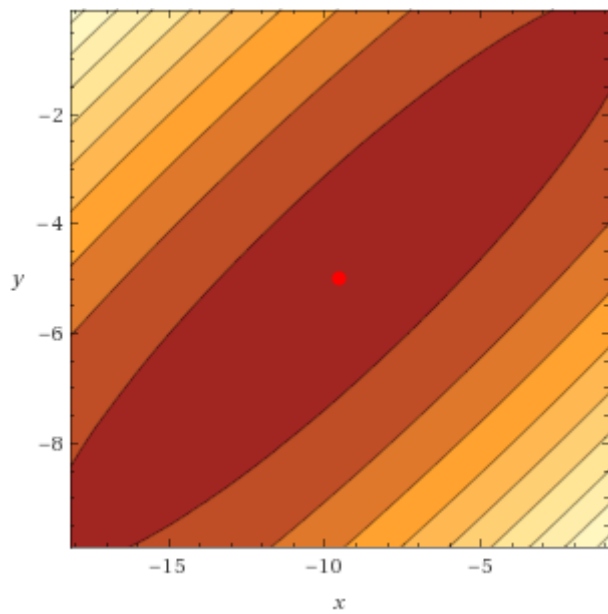


3. Гладкая функция

$$100 + 7x + 5y - 10xy + 3x^2 + 10y^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-9.5, -5)$	54.25

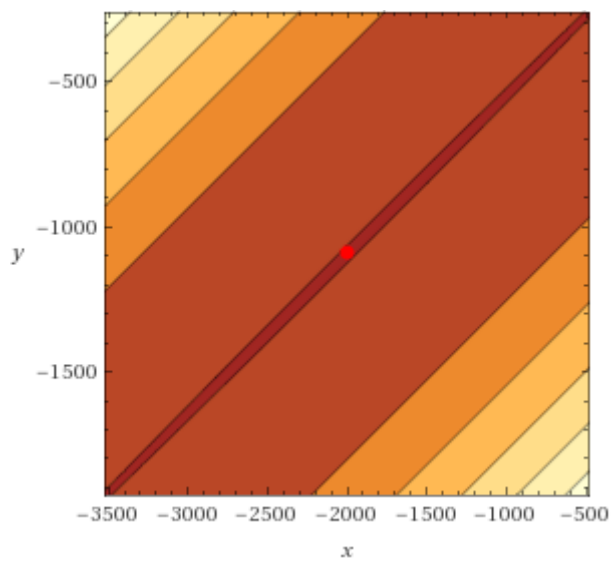
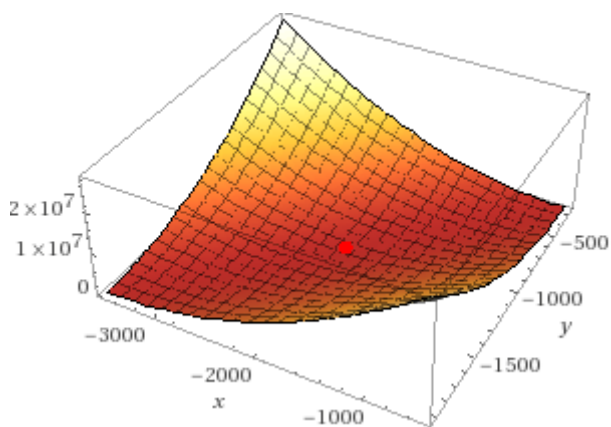




4. Гладкая функция

$$100 + 7x + 5y - 10.95xy + 3x^2 + 10y^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-1997.435897, -1093.846154)$	-9625.64102564



5. Гладкая функция

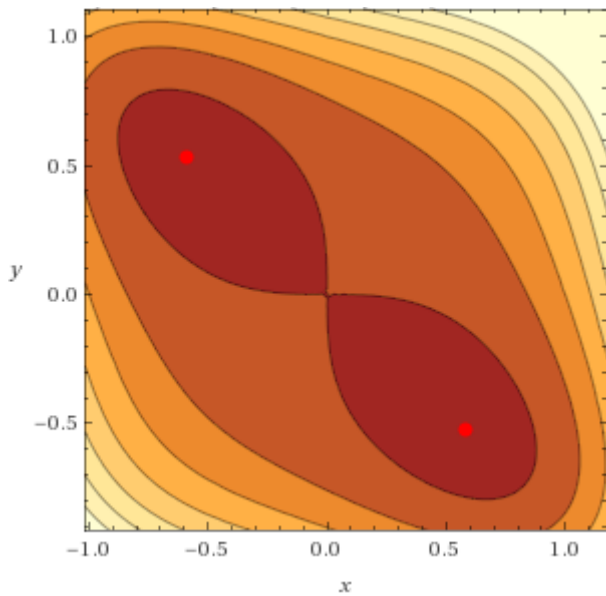
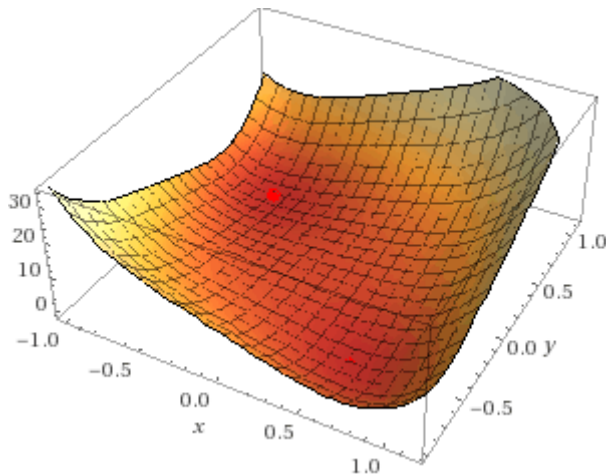
$$1 + x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-0.25, -0.25, -0.25)$	0.625

6. Гладкая функция

$$10x^4 + 15y^4 + 15xy$$

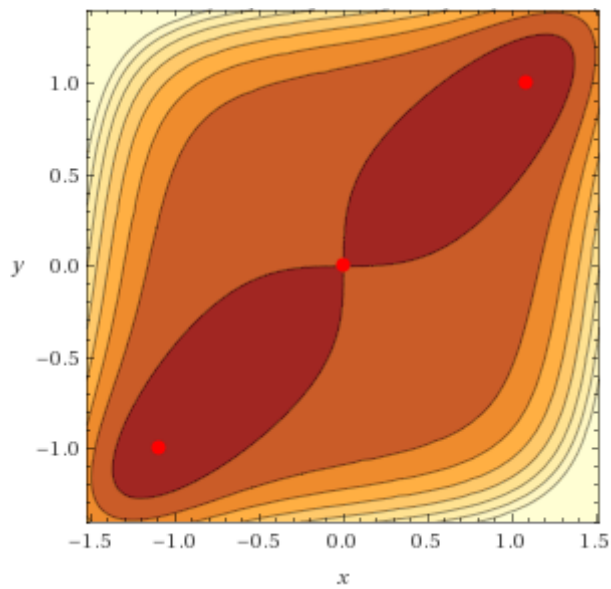
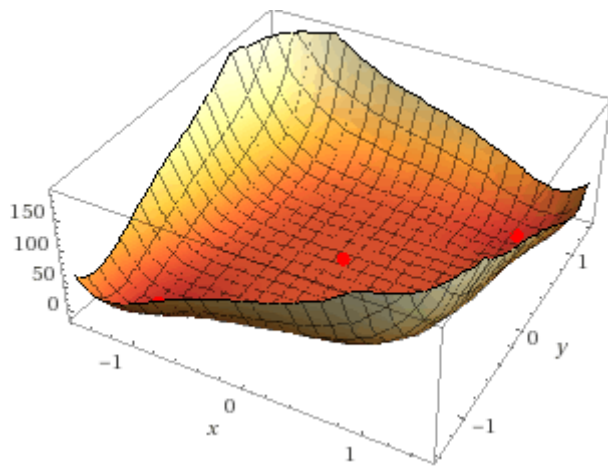
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-0.582109, 0.525995)$	-2.2964
	$(0.582109, -0.525995)$	-2.2964
Седловая точка	$(0, 0)$	0



7. Гладкая функция

$$10x^6 + 15y^6 - 20(x^3y + xy^3)$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-1.08789, -1.00318)$	-15.9327
	$(1.08789, 1.00318)$	-15.9327
Седловая точка	$(0, 0)$	0

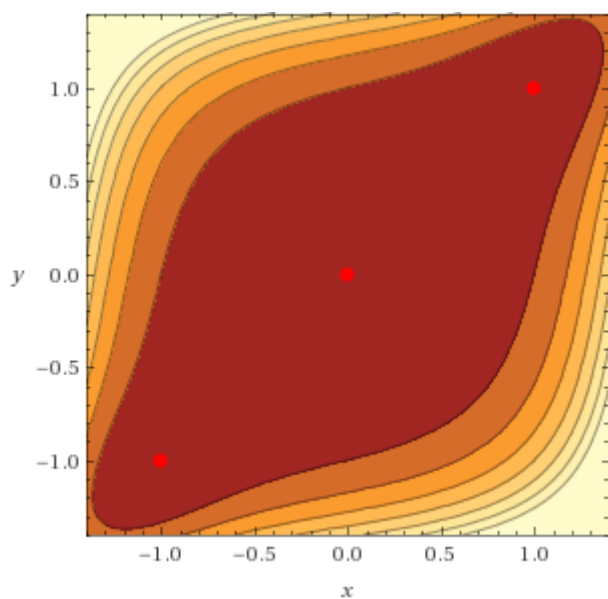
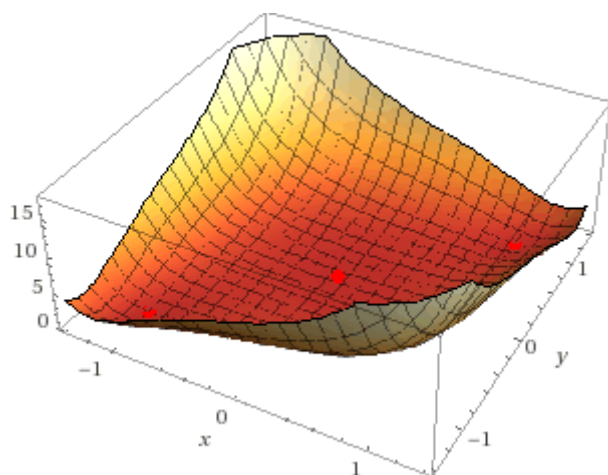


8. Гладкая функция

$$x^6 + y^6 - 2(x^3y + xy^3) + x^2 + y^2$$

Глобальный минимум: $(x, y) = (-1, -1); (0, 0); (1, 1)$

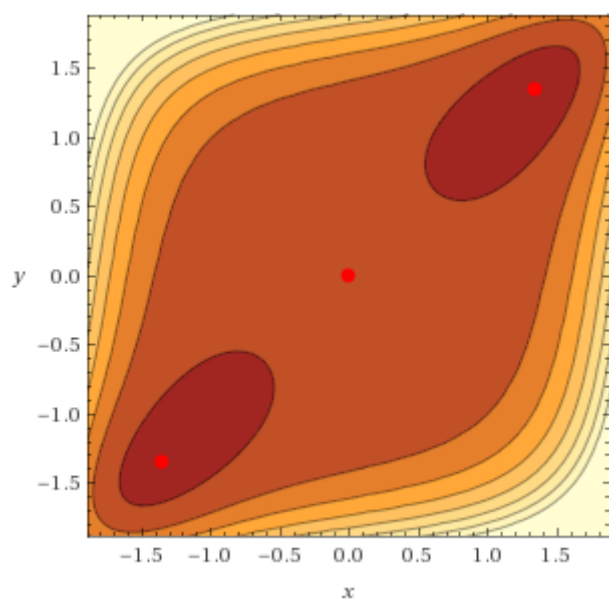
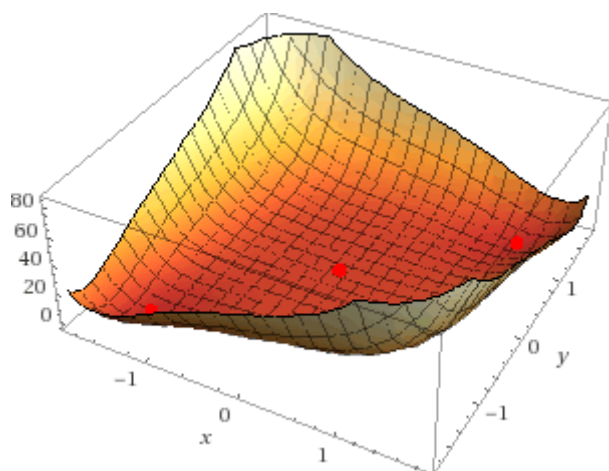
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-1, -1)$	0
	$(0, 0)$	0
	$(1, 1)$	0
Седловая точка	$(-0.57735, -0.57735)$	0.296297
	$(0.57735, 0.57735)$	0.296297



9. Гладкая функция

$$x^6 + y^6 - 3(x^3y + xy^3) + x^2 + y^2$$

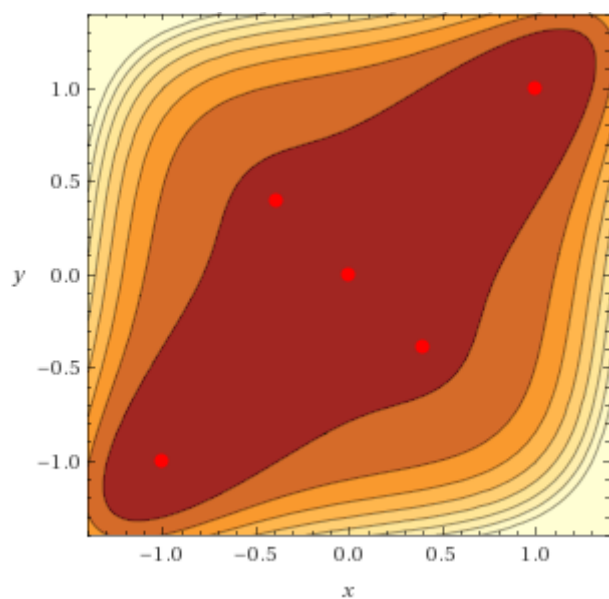
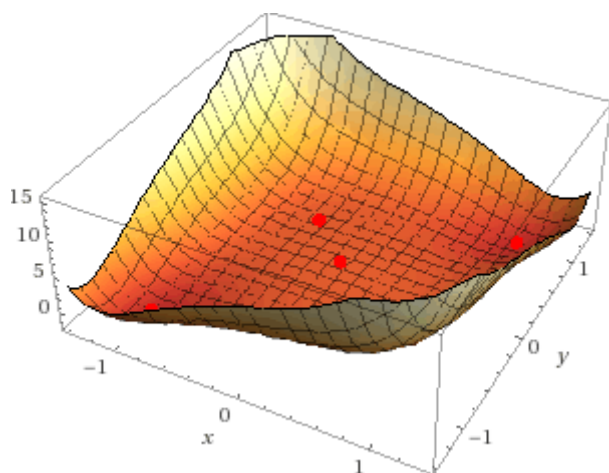
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-1.34777, -1.34777)$	-4.17732
	$(1.34777, 1.34777)$	-4.17732
Локальный минимум	$(0, 0)$	0
Седловая точка	$(-0.428373, -0.428373)$	0.1777324
	$(0.428373, 0.428373)$	0.1777324



10. Гладкая функция

$$x^6 + y^6 - 2(x^3y + xy^3) + x^4 + y^4 - x^2 - y^2$$

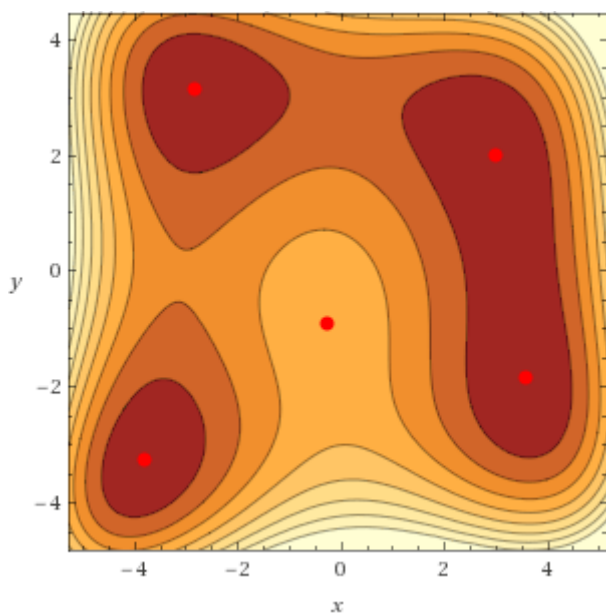
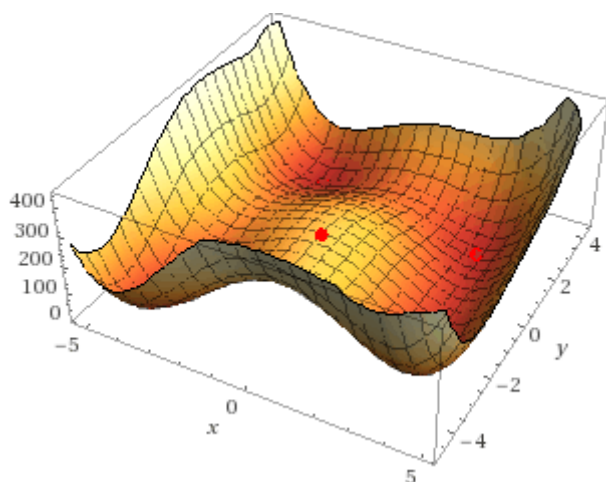
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-1, -1)$	-2
	$(1, 1)$	-2
Локальный минимум	$(-0.39332, 0.39332)$	-0.158403
	$(0.39332, -0.39332)$	-0.158403
Локальный максимум	$(0, 0)$	0
Седловая точка	$(-0.498104, 0.20241)$	-0.15221
	$(-0.20241, 0.498104)$	-0.15221
	$(0.20241, -0.498104)$	-0.15221
	$(0.498104, -0.20241)$	-0.15221



11. Гладкая функция (функция Химмельбау)

$$f(x, y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(3, 2)$	0
	$(-2.80518, 3.131312)$	0
	$(-3.779310, -3.283186)$	0
	$(3.584428, -1.848126)$	0
Локальный максимум	$(-0.2708456 - 0.923039)$	181.617
Седловая точка	$(-3.07303, -0.081353)$	104.015
	$(-0.127961, -1.95371)$	178.337
	$(0.0866775, 2.88425)$	67.7192
	$(3.38515, 0.0738519)$	13.3119



12. Гладкая функция

$$f(x) = \sum_{k=1}^4 \left[\sum_{i=1}^4 x_i^k - b_k \right]^2$$

, где $b_k = [8, 18, 44, 114]$

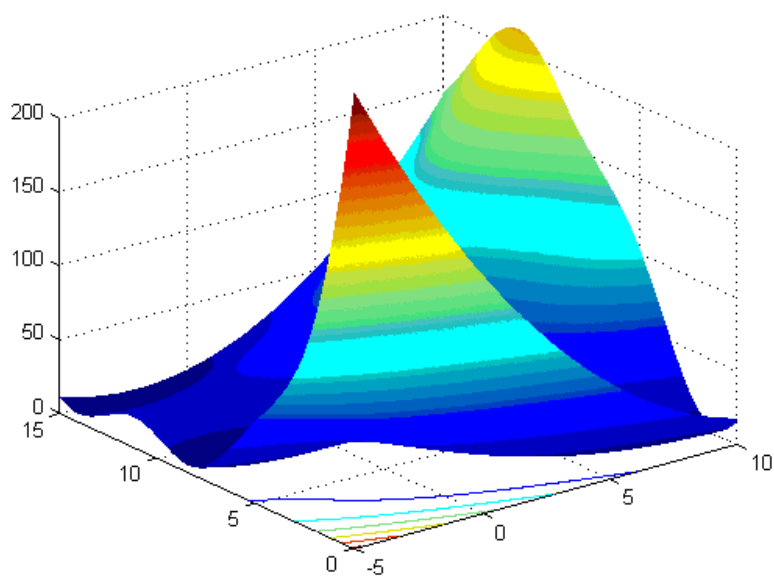
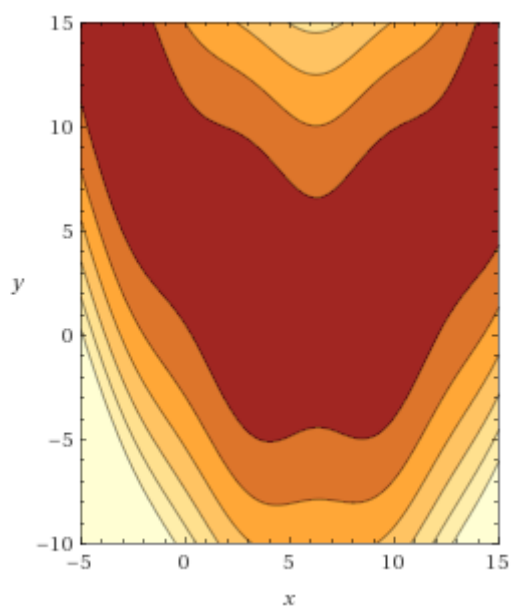
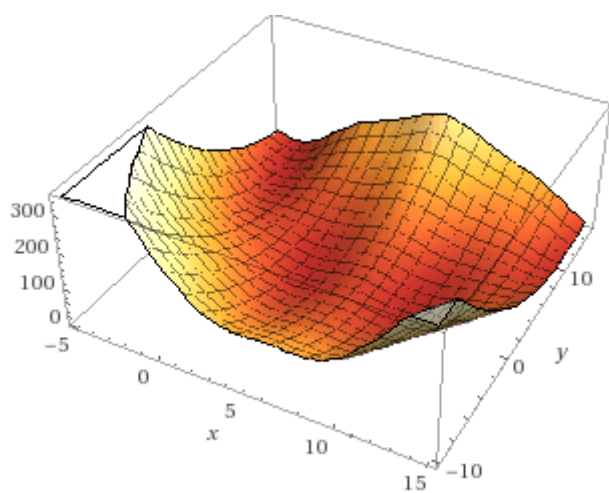
Глобальный минимум: $x = [1, 2, 2, 3]$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	(1, 2, 2, 3)	0

13. Гладкая функция (функция Бранина)

$$f(x, y) = \left(y - \frac{5.1}{4\pi^2} x^2 + \frac{5}{\pi} x - 6 \right)^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos x + 10$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-\pi, 12.275)$	0.397887
	$(\pi, 2.275)$	0.397887
	(9.42478, 2.475)	0.397887



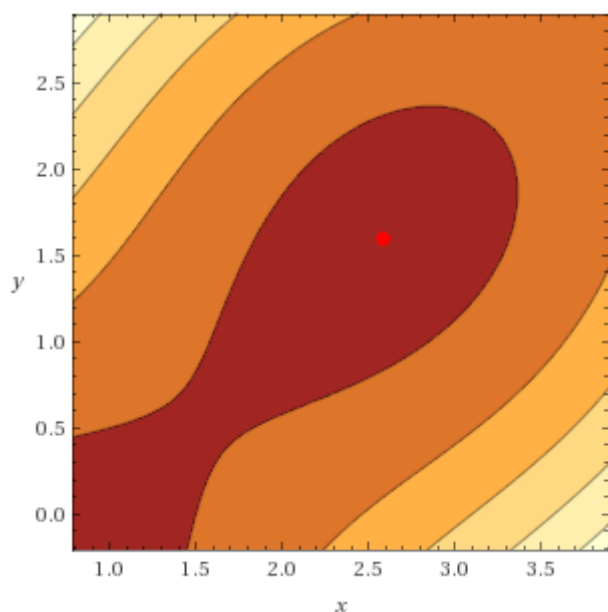
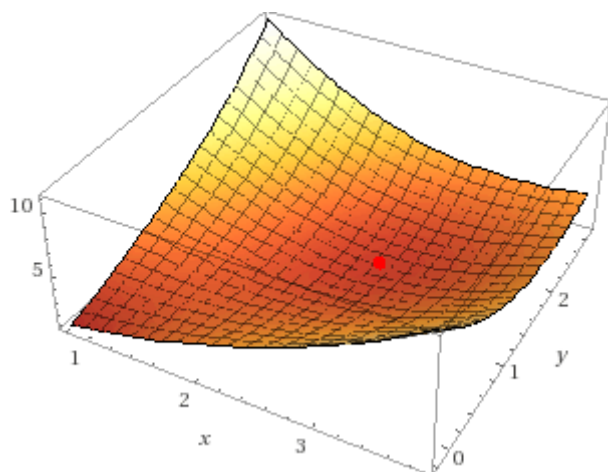
14. Гладкая функция (функция МакКормика)

$$f(x, y) = \sin(x + y) + (x - y)^2 - 1.5x + 2.5y + 1$$

Глобальный минимум: $(x, y) = (-0.547198, -1.5472)$

Локальный минимум: $(x, y) = (\pi k - 0.547198, \pi k - 1.5472)$

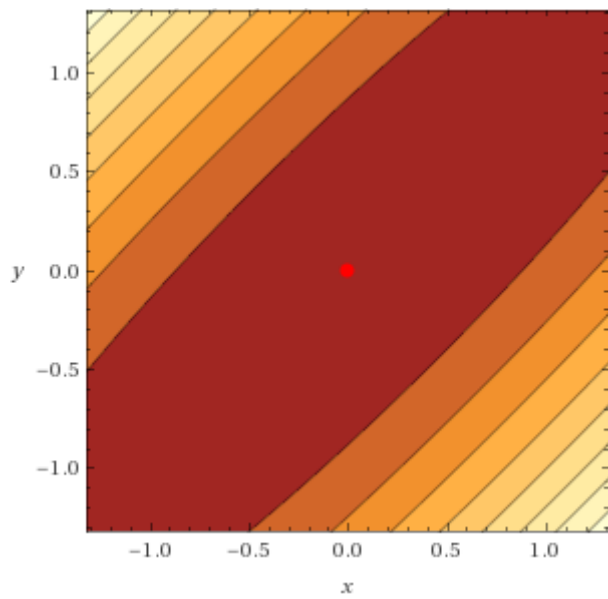
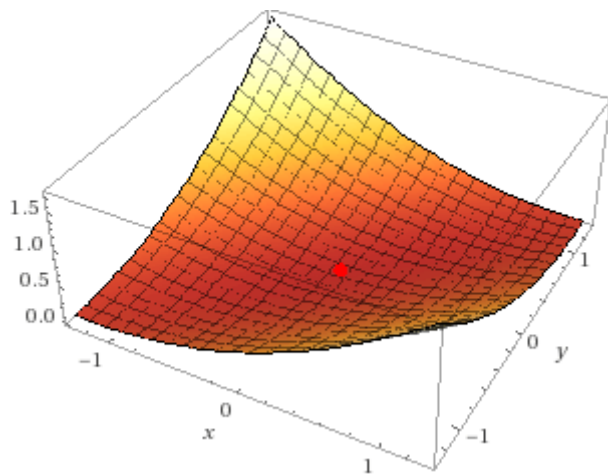
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-0.547198, -1.5472)$	-1.913223
Седловая точка	$(\pi k - 0.547198, \pi k - 1.5472)$	$\pi k - \sin\left(\frac{2\pi}{3} - 2\pi k\right) - \frac{\pi}{3}$



15. Гладкая функция (функция Матиаса)

$$f(x, y) = 0.26(x^2 + y^2) - 0.48xy$$

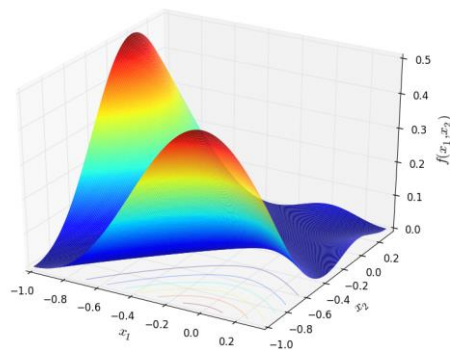
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0, 0)$	0



16. Гладкая функция(функция Кин)

$$-\frac{\sin^2(x_1 - x_2) \sin^2(x_1 + x_2)}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0, 1.39325)$	-0.673668



17. Гладкая функция(функция Шмидта-Веттерса)

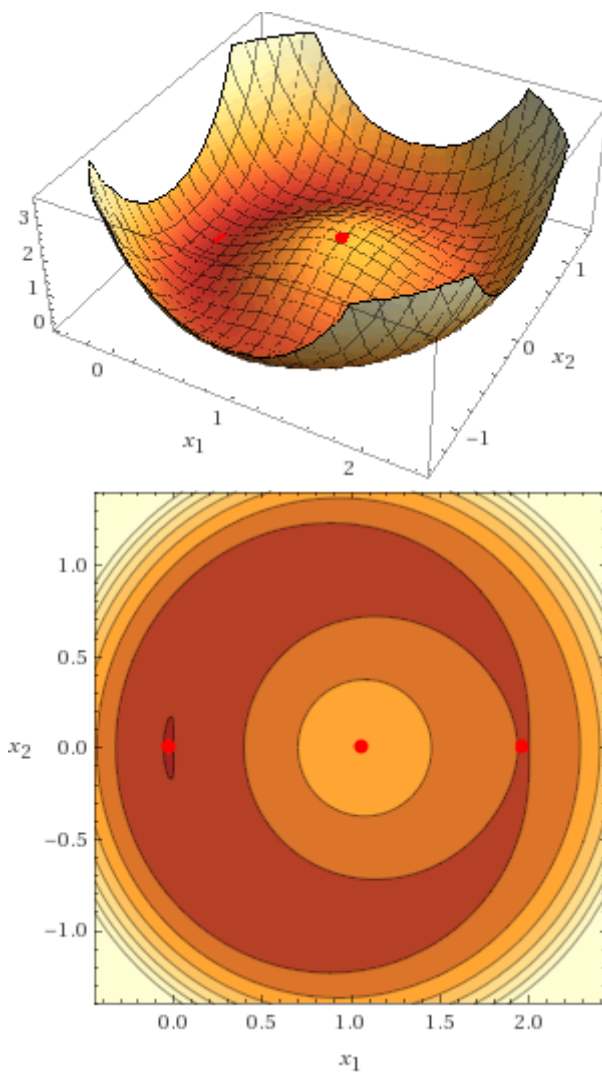
$$\frac{1}{1 + (x_1 - x_2)^2} + \sin\left(\frac{\pi x_2 + x_3}{2}\right) + e^{\left(\frac{x_1 + x_2}{x_2} - 2\right)^2}$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0.78547, 0.78547, 0.78547)$	3

18. Гладкая функция(функция Зеттла)

$$\frac{1}{4}x_1 + (x_1^2 - 2x_1 + x_2^2)^2$$

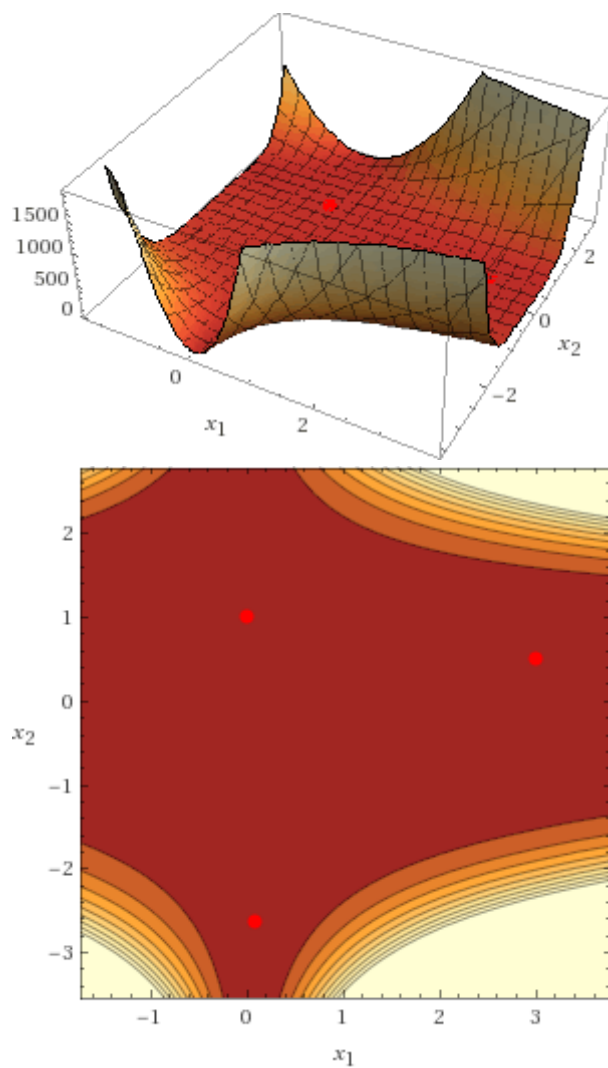
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(-0.029896, 0)$	-0.003791
Седловая точка	$(1.96715, 0)$	0.495963
Локальный максимум	$(1.06275, 0)$	1.25783



19. Гладкая функция(функция Биля)

$$(x_1x_2 - x_1 + 1.5)^2 + (x_1x_2^2 - x_1 + 2.25)^2 + (x_1x_2^3 - x_1 + 2.625)^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(3, 0.5)$	0
Седловая точка	$(0.100538, -2.64451)$	9.86451
	$(0, 1)$	14.2031



20. Гладкая функция (функция Колвилля):

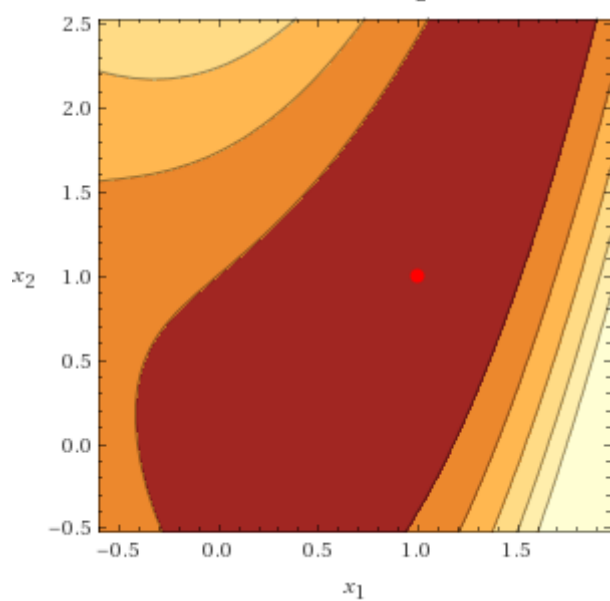
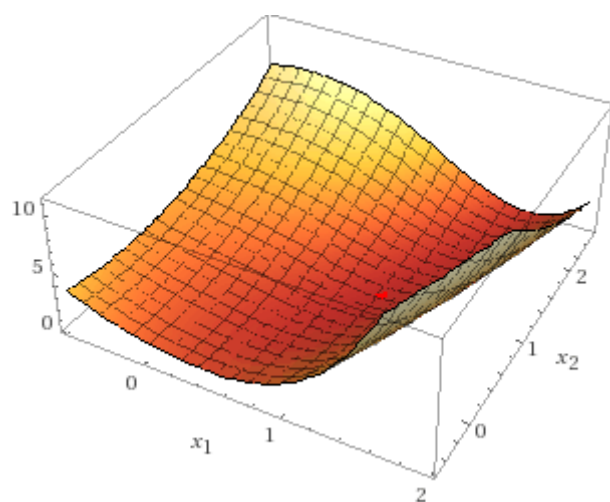
$$(x_1 - 1)^2 + 100(x_1^2 - x_2)^2 + 10.1(x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + 90(x_3^2 - x_4)^2 + 10.1(x_4 - 1)^2 + 19.8 \frac{x_4 - 1}{x_2}; -10 \leq x_i \leq 10$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(1, 1, 1, 1)$	0

21. Гладкая функция:

$$(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

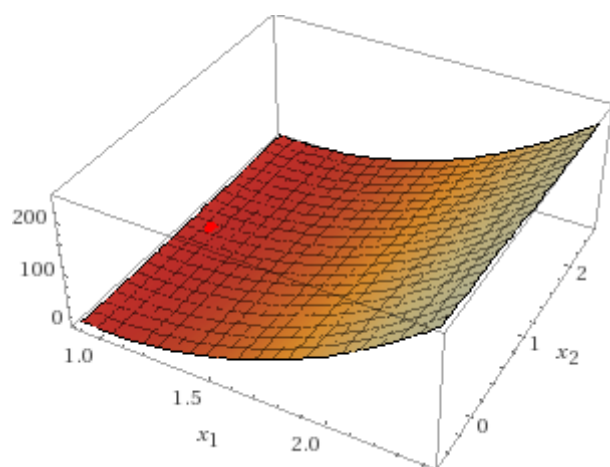
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(1, 1)$	0

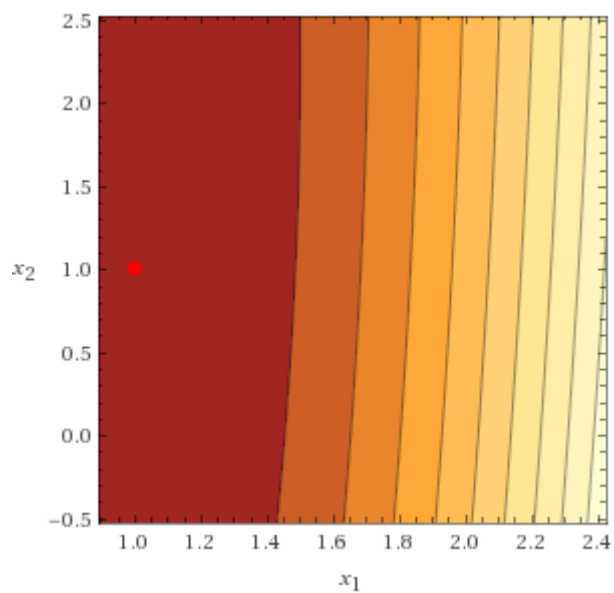


22. Гладкая функция

$$(x_2 - x_1^2)^2 + 100(1 - x_1)^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(1, 1)$	0

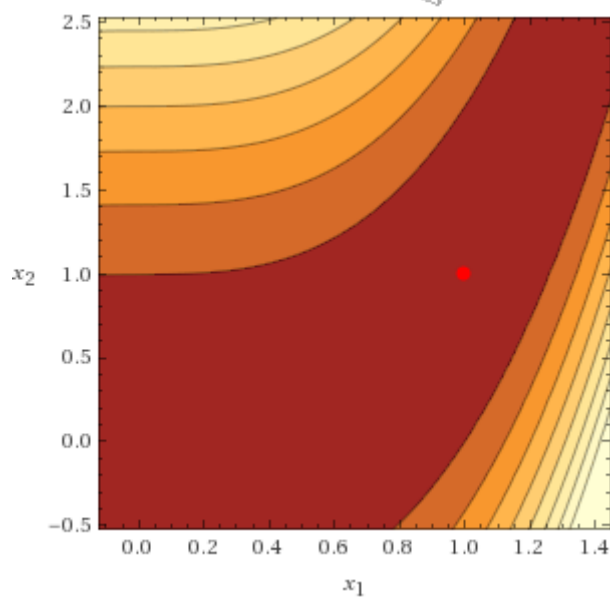
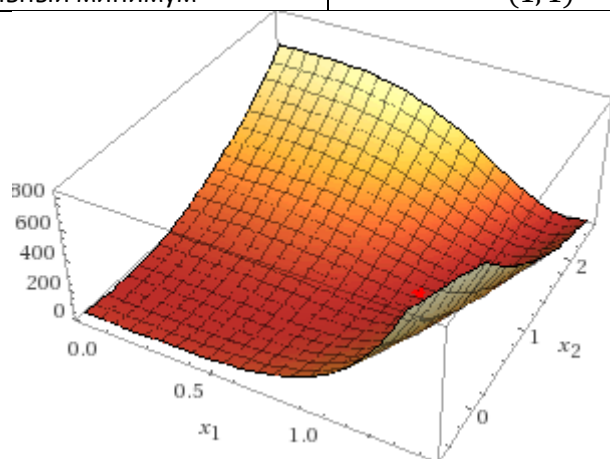




23. Гладкая функция

$$100(x_2 - x_1^3)^2 + (1 - x_1)^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	(1, 1)	0



24. Гладкая функция

$$(x_1 + 10x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + (x_2 - 2x_3)^4 + 10(x_1 - x_4)^4$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0, 0, 0, 0)$	0

25. Гладкая функция

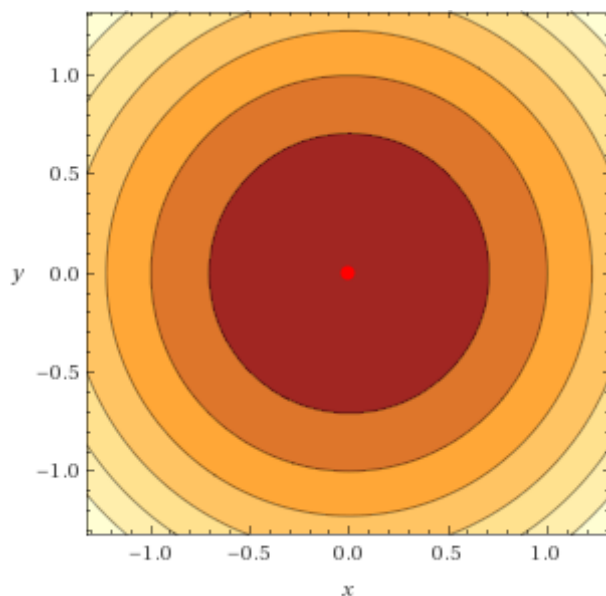
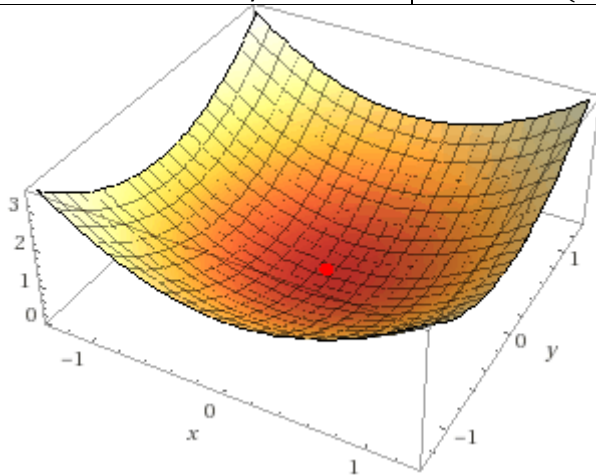
$$(x_1^2 - x_2 + 1)^4 + 100(x_2 - x_3)^6 + tg^4(x_3 - x_4) + x_1^8 + (x_4 - 1)^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0, 1, 1, 1)$	0

26. Гладкая функция (сферическая)

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

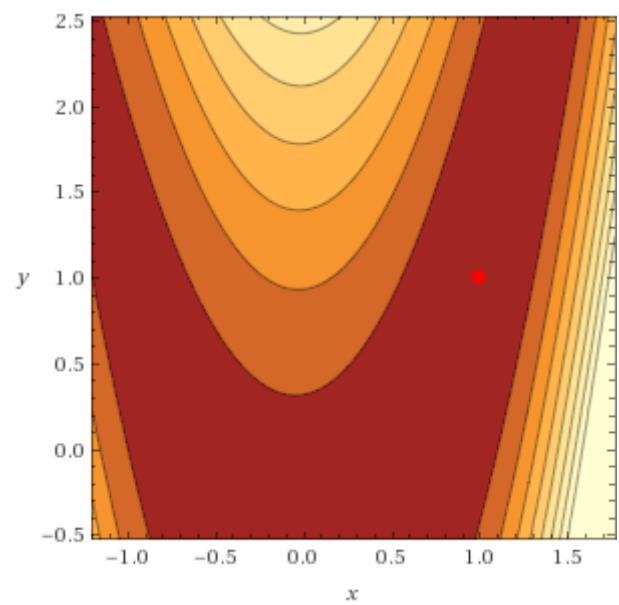
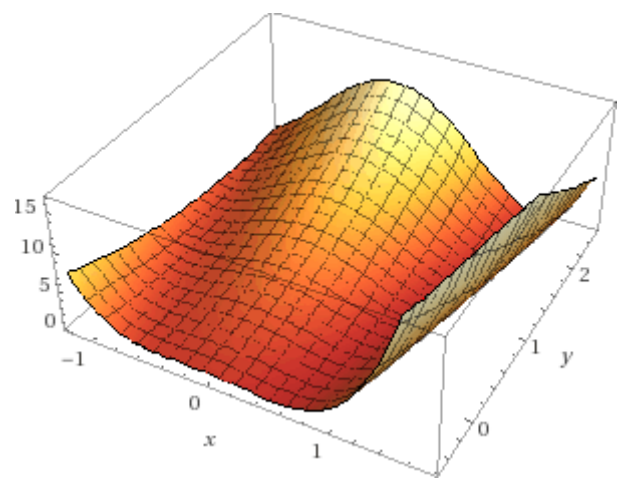
	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0, 0, \dots, 0)$	0



27. Гладкая функция (функция Нестерова Чебышева-Розенброка 1)

$$f(x) = \frac{1}{4}(x_1 - 1)^2 + \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - 2x_i^2 + 1)^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(1, 1, 1, \dots, 1)$	0

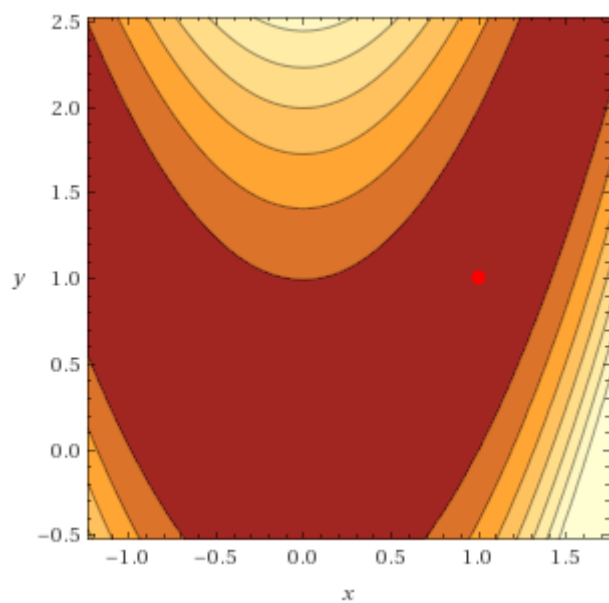
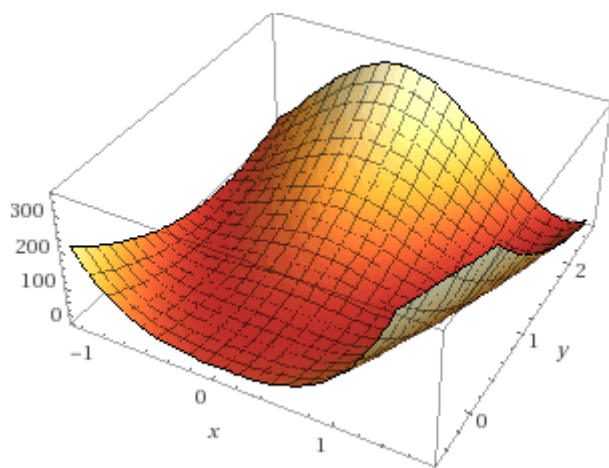


28. Гладкая функция (функция Розенброка)

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \left(100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2 \right)$$

Глобальный минимум: $x = [1, 1, 1, \dots, 1]^T$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(1, 1, 1, \dots, 1)$	0

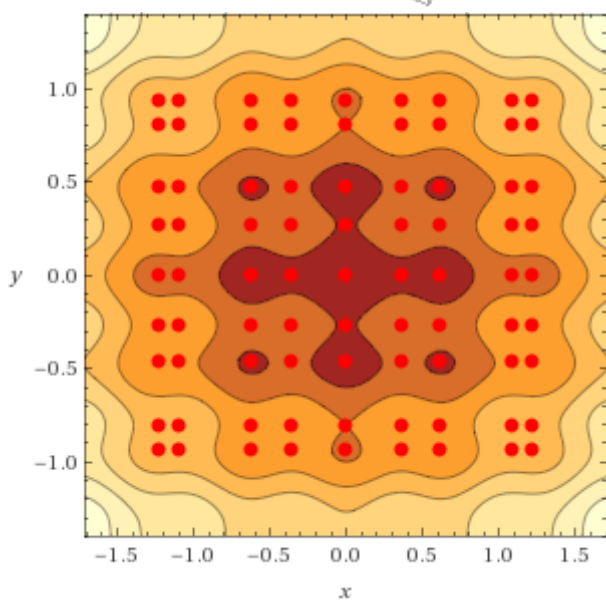
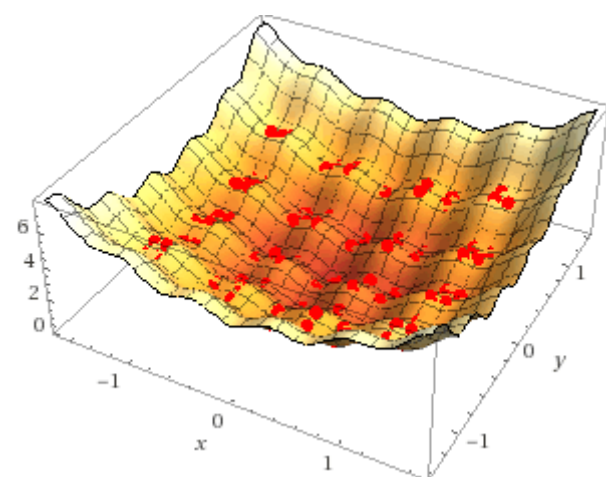


29. Гладкая функция(функция Бохачевского):

$$\sum_{i=1}^{n-1} [x_i^2 + 2x_{i+1}^2 - 0.3 \cos(3\pi x_i) - 0.4 \cos(4\pi x_{i+1}) + 0.7]$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0, 0, 0, \dots, 0)$	0

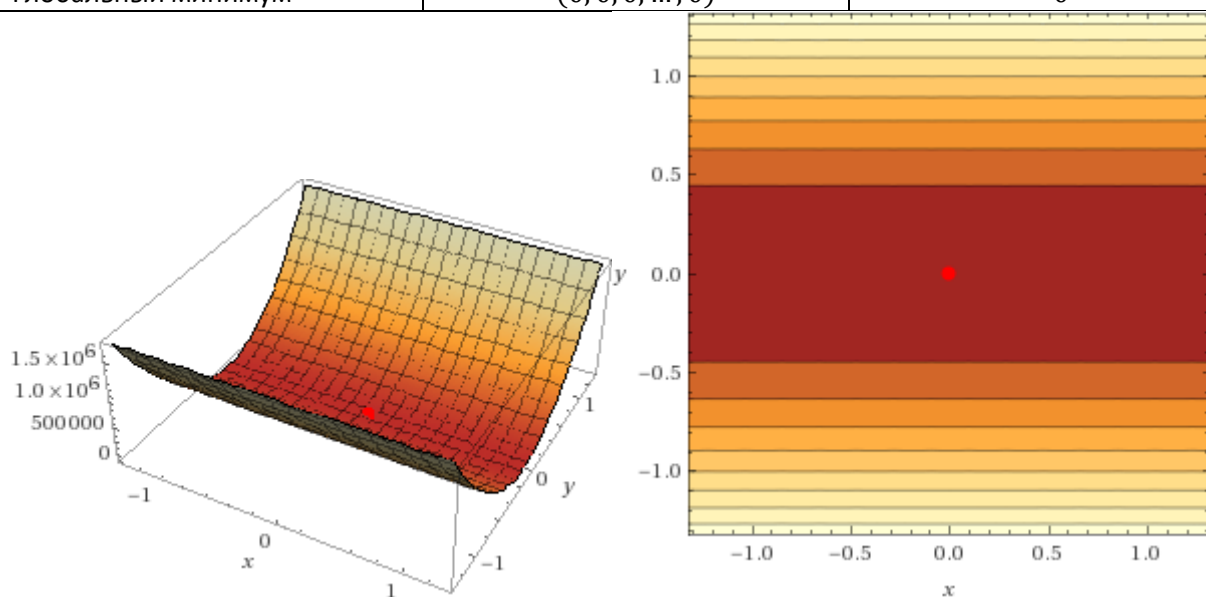
Эта функция имеет множество локальных минимумов.



30. Гладкая функция:

$$x_1^2 + 10^6 \sum_{i=2}^n x_i^2$$

	(\bar{x})	$f(\bar{x})$
Глобальный минимум	$(0, 0, 0, \dots, 0)$	0



Источники:

1. http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2011/02/2923.pdf
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Test_functions_for_optimization
3. <http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html>
4. http://infinity77.net/global_optimization/test_functions.html
5. 'Applied nonlinear programming', - David M. Himmelblau, 1972.