**Concept of HBR ( hard-body radius ) equation**

1) NASA ‘ HBR equation[1]

1-a) HBR = 가장 긴 dimension **–method1**

텍스트, 원, 도표, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

Object의 dimension ( span, height, width, depth, diameter 등등) 중에서 가장 큰 값을 object의 지름으로 설정

보통 satellite는 solar panel이 있기 때문에 횡 방향의 dimension 값이 가장 긴 dimension이 된다.

1-b) HBR = 직사각형의 대각선/2 (가로:횡 방향 dimension, 세로: 종 방향 dimension) **–method2**

텍스트, 스크린샷, 도표, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

횡 방향 dimension을 가로로 잡고 종 방향 dimension을 세로로 하는 직사각형의 대각선을 지름으로 설정.

1-c) average Projected Area

도표, 라인, 그래프, 평면도이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

Satellite의 orientation 랜덤 추출해서 projected area를 구하고 average projected area (A)를 계산

단, 정교한 satellite 모델과 orientation을 변화시키는 소프트웨어가 있어야함.

1-c는 정교한 satellite 모델과 소프트웨어가 없기 때문에 현상황에서는 불가능한 기법이다.

1-a와 1-b 중에서는 1-b가 더 보수적으로 HBR을 계산한다. 정확한 HBR값을 모르는 현 상황에서 보수적으로 계산하는 것이 최대 충돌확률 컨셉에 적합하다고 생각하여 1-b를 선택하였다.

[1] Hejduk, M. D. Evaluating Probability of Collision (Pc) Uncertainty, presentation, April 2016

**DISCOSweb과 Celestrak의 Shape 빈도 분석**

1) DISCOSweb : 총 332 가지 shape 보유

1-a) 1~58348까지의 NORAD\_ID에서 unknown shape인 object들을 제외하면, 총 24,816 object 존재

1-b) 1-a 중에서 빈도수 top 10 shape에 속하는 object는 20,376(82%) 존재

2) Celestrak SOCRATES (2023-09-24) : 총 75 shape

2-a) Unknown shape 제외 총 77,270 object (중복포함)

2-b) 2-a 중 1-b는 70,404 (91%) 존재

>> DISCOSweb top 10 shape에 속하는 object들이 90%이상이고, shape를 고려한 최대충돌확률을 계산할 수 있다. 하지만 그 외 부분을 줄이기 위해 SOCRATES에서 많은 빈도를 차지하는 shape 중 20가지를 선택한다.

2-c) 2-a 중 1-b 제외, 빈도수가 많은 순으로 20가지 shape를 선택. object 5,756(7%) 존재

2-d) 2-b, 2-c에 해당하는 object는 2-a 중 약 98%이다.

>> DISCOSweb의 top 10 shape와 celestrak의 20 shape 으로 SOCRATES의 98%를 커버할 수 있다.

3) 기타 가정 사항

Span

: the largest dimension including appendages like solar panels and antennas. (DISCOSweb.esa)

: pan, rod, ant 등을 포함한 길이라고 가정.

Default Radius

: 1.5m which represents the 95th percentile of catalogued objects in LEO orbit [2] [3].

[2] Hejduk, M. D. recommended methods for setting mission conjunction analysis hard body radii, August 2019

[3] Vincent, M.A. “Bridging the Gap between Academia and Operations for Orbital Debris Risk Mitigation.” 2015 AMOS Technical Conference, Maui HI, August 2015.

**DISCOSweb top 10 shape**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Object Shape | 계산식 | 설명 |
| 1. Cyl \* |  | 가로 : diameter  세로 : height |
| 2. Box + 1 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 3. Box + 2 Pan \*\* |  |
| 4. Box |  | 가로 : width와 depth 중 최댓값  세로 : height |
| 5. Sphere |  | Dimension값 중  최댓값을 사용 |
| 6. Cone |  | 원뿔  가로 : diameter  세로 : height |
|  | 타원뿔  가로 : width, depth 중 최댓값  세로 : height |
| 7. Sphere + Cyl  사진 못 찾음. |  | 가로 : diameter  세로 : height |
|  | 가로 : diameter  세로 : span  Span = cyl’ height  +sphere’ height |
| 8. Cyl + 2 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 9. Cyl + 1 Nozzle \* |  | 가로 : diameter  세로 : height  nozzle크기는 무시 |
| 10. Cyl + Cone |  | 가로 : diameter  세로 : height |
|  | Sphere + Cyl와 유사하게,  span값을 알고 있다면,  Span = cyl 높이 + cone 높이, 라고 가정.  가로 : diameter  세로 : span |

**Celestrak SOCRATES 20 shape**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Object Shape | 계산식 | 설명 |
| 1. Trap Cyl + 2 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 2. Box + 2 Ant \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 3. Box + 3 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 4. Hex Cyl + 3 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 5. Hex Cyl + 2 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 6. Half Hex Cyl + 2 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 7. Box + 1 Sail \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 8. Box + 1 Ant |  | 가로 : width와 depth 중 최댓값  세로 : span  Span = height+antena |
| 9 . Box + 4 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 10. Box + 2 Pan + 1 Dish \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 11. Oct Cyl \* |  | 가로 : diameter  세로 : height |
| 12. Box + 2 Pan + 1 Ant \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span= width  +pan길이 or antenna |
| 13. Hex Cyl + 2 Pan + 1 Dish \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 14. Half Cone + 1 Rod \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span= width +rod |
| 15. Cyl + 4 Pan \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span=pan길이+width |
| 16. Box + 1 Pan + 1 Ant \*\* |  | 가로 : span  세로 : height  Span= width  +pan길이 or antenna |
| 17. Box + 1 Rod |  | 가로 : width와 depth 중 최댓값  세로 : span  Span = height+rod |
| 18. Cyl + 1 Ant |  | 가로 : diameter  세로 : span  Span = height+antena |
| 19. Hex Cyl + 1 Pan \*\* |  | 가로 : span  ( pan길이+width )  세로 : height |
| 20. Hex Cyl \* |  | 가로 : diameter  세로 : height |

**HBR 계산방식에 따른 정확도 비교**

Default radius = 1m

확률 비율= 스페이스맵 충돌확률/ celestrak 충돌확률

신뢰 구간 = 확률 비율이 정확하고 신뢰할 만한 값을 포함하는 범위. 충돌확률 값을 신뢰할 수 있는 범위.

정확도= 확률 비율이 신뢰구간 내에 있는 pair / total pair

Method1 : HBR = 가장 긴 dimension

Method2 : HBR = 직사각형 대각선 /2

**Case1 : 모든 satellite간의 충돌확률**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 정확도 = (신뢰구간 내 pair / total pair) \*100 | | |
| 신뢰구간 |  | 0.1≤ ratio ≤10 | 0.2≤ ratio ≤5 | 0.5≤ ratio ≤3 |
| 계산식 종류 | HBR : 2m | 98.55% | 66.54% | 38.92% |
| HBR : method1 | 92.41% | 87.54% | 79.18% |
| HBR : method2 | 91.64% | 86.68% | 77.94% |

**Case2 : object’ shape이 앞서 선정된 30가지 shape 중 하나인 object간의 충돌확률**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 정확도 = (신뢰구간 내 pair / total pair) \*100 | | |
| 신뢰구간 |  | 0.1≤ ratio ≤10 | 0.2≤ ratio ≤5 | 0.5≤ ratio ≤3 |
| 계산식 종류 | HBR : 2m | 94.95% | 56.45% | 26.81% |
| HBR : method1 | 91.34% | 81.71% | 68.57% |
| HBR : method2 | 88.88% | 79.7% | 63.49% |

**HBR 계산방식에 따른 correct pair의 비율**

default radius = 1.5m

**Case1 : 모든 satellite간의 충돌확률**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 정확도 = (신뢰구간 내 pair / total pair) \*100 | | |
| 신뢰구간 |  | 0.1≤ ratio ≤10 | 0.2≤ ratio ≤5 | 0.5≤ ratio ≤3 |
| 계산식 종류 | HBR : 3m | 96.84 % | 81.21% | 35.04 % |
| HBR : method1 | 91.98 % | 85.08% | 74.25 % |
| HBR : method2 | 91.17 % | 84.3% | 72.52 % |

**Case2 : object’ shape이 앞서 선정된 30가지 shape 중 하나인 object간의 충돌확률**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 정확도 = (correct pair / total pair) \*100 | | |
| 기준 범위 |  | 0.1≤ ratio ≤10 | 0.2≤ ratio ≤5 | 0.5≤ ratio ≤3 |
| 계산식 종류 | HBR : 3m | 94.3% | 82.92% | 35.59% |
| HBR : method1 | 91.18% | 81.4% | 67.98% |
| HBR : method2 | 88.74% | 79.54% | 63.08% |

**default radius에 따른 correct pair의 비율**

Case3 : 0.1≤ ratio ≤10, 모든 satellite간의 충돌확률

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 정확도 = (correct pair / total pair) \*100 | |
| 기준 범위 | 0.1≤ ratio ≤10 | Default radius = 1 | Default radius = 1.5 |
| 계산식 종류 | HBR : 2m | 98.55% | 96.84 % |
| HBR : method1 | 92.41% | 91.98 % |
| HBR : method2 | 92.61% | 92.15 % |

Case4 : 0.5≤ ratio ≤3, 모든 satellite간의 충돌확률

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 정확도 = (correct pair / total pair) \*100 | |
| 기준 범위 | 0.1≤ ratio ≤10 | Default radius = 1 | Default radius = 1.5 |
| 계산식 종류 | HBR : 2m | 38.92% | 35.04 % |
| HBR : method1 | 79.18% | 74.25 % |
| HBR : method2 | 79.2% | 73.42 % |