



POLITECNICO
MILANO 1863

A Stochastic Reachability Approach to Asset Allocation.

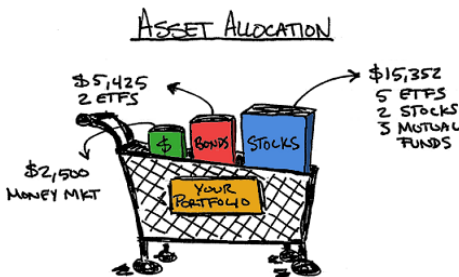
From time-based to event-driven systematic
strategies.

Andrea Schiavon
andrea.schiavon1992@gmail.com

Che cos'è l'Asset Allocation?

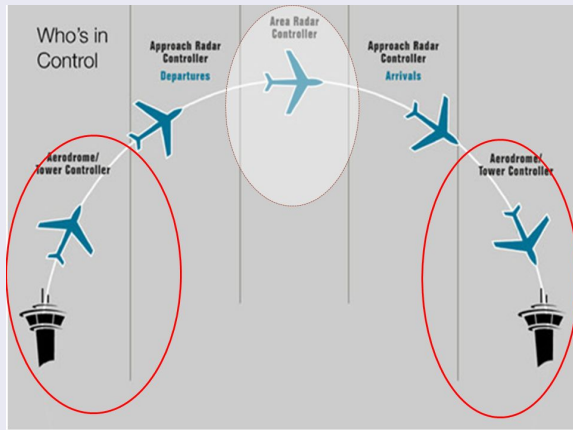
Definition

L'**asset allocation** è il processo con il quale si decide in che modo distribuire le risorse fra diversi i possibili investimenti

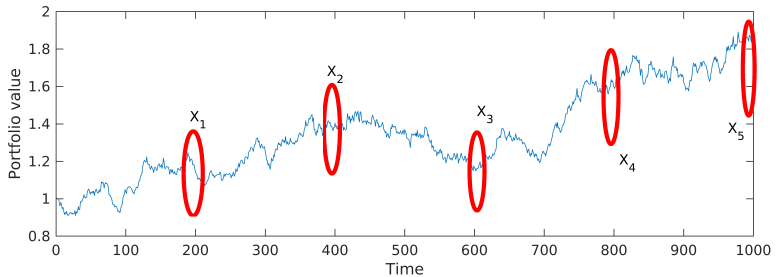


Raggiungibilità Stocastica: un esempio di applicazione

Gestione del Traffico Aereo



Raggiungibilità Stocastica in Finanza



Piano della presentazione

- 1 Approccio Time-Driven
- 2 Approccio Event-Driven
- 3 Conclusioni

Approccio Time-Driven

Modello matematico

Dinamica di portafoglio

$$x_{k+1} = x_k(1 + \mathbf{u}_k^T \mathbf{w}_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}$$

dove

- x_k stato del sistema e valore del portafoglio all'istante $k \in \mathbb{N}$
- \mathbf{u}_k variabile di controllo del sistema e vettore dei pesi di portafoglio
- \mathbf{w}_{k+1} vettore dei rendimenti dei titoli

Modello matematico

Dinamica di portafoglio

$$x_{k+1} = x_k(1 + \mathbf{u}_k^T \mathbf{w}_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}$$

dove

- x_k stato del sistema e valore del portafoglio all'istante $k \in \mathbb{N}$
- \mathbf{u}_k variabile di controllo del sistema e vettore dei pesi di portafoglio
- \mathbf{w}_{k+1} vettore dei rendimenti dei titoli

Obiettivo

$$\max_{\pi \in \mathcal{U}_{N-1}} \mathbb{P}\left(\{\omega \in \Omega : x_0 \in X_0, \dots, x_N \in X_N\}\right).$$

Modello Matematico

Optimal Dynamic Asset Allocation (ODAA) Algorithm

$$J_N(x) = \mathbb{1}_{X_N}(x)$$

$$J_k(x) = \sup_{\mathbf{u}_k \in U_k} \int_{X_{k+1}} J_{k+1}(z) p_{f(x, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_{k+1})}(z) dz$$

$$\forall k = N-1, \dots, 1, 0.$$

In output l'algoritmo fornisce la
strategia ottima

$$\pi^* = \{\mu_0^*, \dots, \mu_{N-1}^*\},$$

ossia una sequenza di mappe

$$\mu_k^*: x \mapsto \mathbf{u}_k^*, \quad \forall k$$

Modello Matematico

Optimal Dynamic Asset Allocation (ODAA) Algorithm

$$J_N(x) = \mathbb{1}_{X_N}(x)$$

$$J_k(x) = \sup_{\mathbf{u}_k \in U_k} \int_{X_{k+1}} J_{k+1}(z) p_{f(x, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_{k+1})}(z) dz$$

$$\forall k = N - 1, \dots, 1, 0.$$

In output l'algoritmo fornisce la
strategia ottima

$$\pi^* = \{\mu_0^*, \dots, \mu_{N-1}^*\},$$

ossia una sequenza di mappe

$$\mu_k^*: x \mapsto \mathbf{u}_k^*, \quad \forall k$$

Elevato costo computazionale

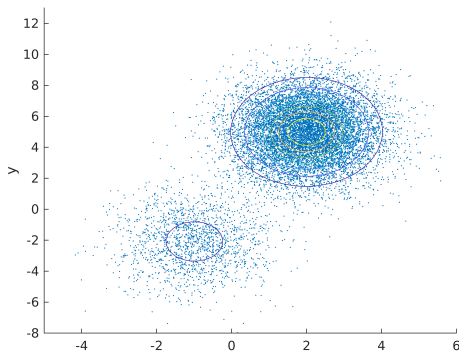
un'ottimizzazione vincolata

$$\forall k = 1, \dots, N - 1, \quad \forall x \in X_k$$

Modello di mercato

I rendimenti delle asset class \mathbf{w}_{k+1} vengono modellizzati con una **Mistura Gaussiana**:

$$p_{\mathbf{w}_{k+1}} = \lambda \varphi_{(\mu_1, \Sigma_1)} + (1 - \lambda) \varphi_{(\mu_2, \Sigma_2)}, \quad \lambda \in [0, 1]$$

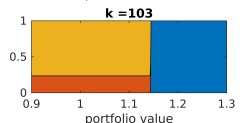
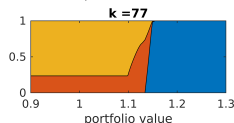
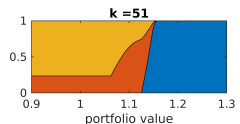
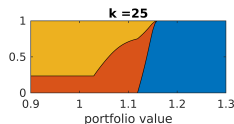
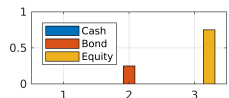


Mappe di Allocazione:

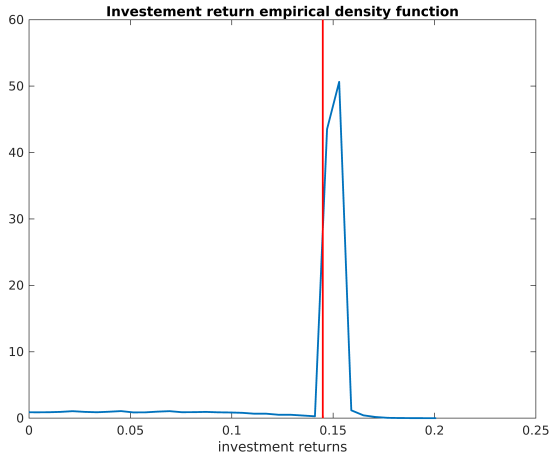
parametri investimento:

- orizzonte 2 anni
- ribilanciamento settimanale
- $x_0 = 1$
- target return 7% annuo
- $V@R_{1-\alpha} = 7\%$

probabilità
raggiungimento
target: $p^* = 78.59\%$



Simulazione Monte Carlo

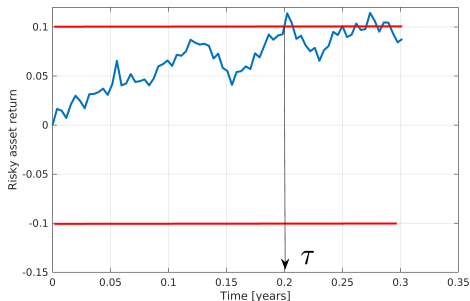


Approccio Event-Driven

Definizione di "Evento"

Definition

si dice che un **evento** è accaduto ogniqualevolta il rendimento cumulado dell'asset rischioso supera una prefissata soglia superiore o inferiore.

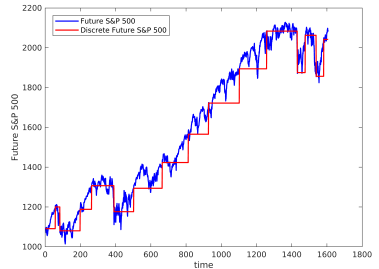


Modello Event-Driven

Dinamica del titolo rischioso

$$S_{k+1} = S_k(1 + J\tilde{N}_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}$$

- J = ampiezza salto
- $\tilde{N}_{k+1} \sim B(p)$

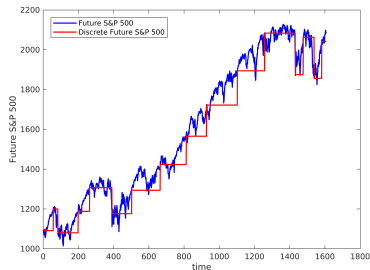


Modello Event-Driven

Dinamica del titolo rischioso

$$S_{k+1} = S_k(1 + J\tilde{N}_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}$$

- J = ampiezza salto
- $\tilde{N}_{k+1} \sim B(p)$



Dinamica di Portafoglio

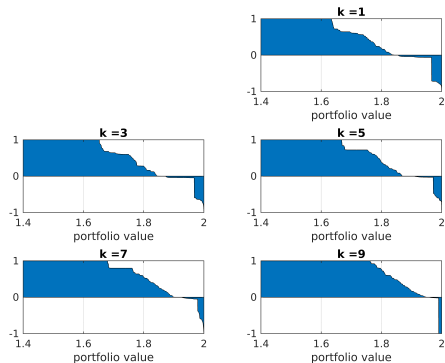
$$x_{k+1} = x_k(\exp\{r\tau_{k+1}\} + u_k J\tilde{N}_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}$$

Mappe allocazione titolo rischioso

parametri investimento

- 10 riallocazioni
- $r = 1\%$
- $X_{10} = [1.07^4, \infty]$

probabilità
raggiungimento target:
 $p^* = 73.5\%$



Estensione

Conclusioni

Caratteristiche strategia ottima:

- 1 multi-periodale
- 2 indipendente da ipotesi distribuzionali sui rendimenti