

# Cryptographie

Réaliser par Mr: Chouha Adel

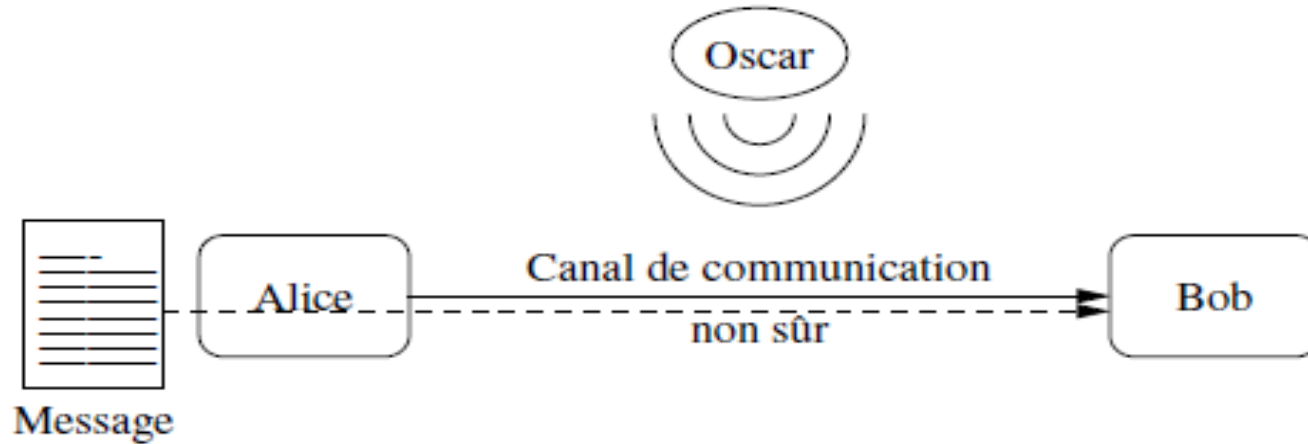
# Chapitre01: Notions de base

## *Plan:*

- *Introduction*
- *Rôle de la cryptographie*
- *Vocabulaire de base*
- *Cryptographie /stéganographie*
- *Crypto systèmes symétriques/asymétrique*

# Introduction

- L'objectif fondamental de la cryptographie est de permettre à deux personnes, traditionnellement appelées A et B, de communiquer utilisant un canal peu sûr de telle sorte qu'un opposant Q, ne puisse comprendre ce qui est échangé.
- Le canal peut être par exemple une ligne de téléphone, Internet, ou autre.
- L'information qu'A souhaite transmettre à B, que l'on appelle **texte** (ou message) **clair**, peut être un texte écrit en français ou encore des données numériques.
- A transforme le **texte clair** par un procédé de **chiffrement**, en utilisant une **clef** prédéterminée, et envoie le **texte** (ou message) **chiffré** (ou encore **cryptogramme**).
- Q, qui espionne éventuellement le canal, ne peut retrouver le **texte clair**, mais B, qui connaît la clef pour **déchiffrer**, peut récupérer le **message clair** à partir du **cryptogramme**.



- ✓ Alice et Bob veulent communiquer
- ✓ Oscar (opposant ou espion) veut savoir ce que s'échangent Alice et Bob

### **Objectif principal de la cryptographie**

- ✓ Permettre à Alice et Bob de communiquer sur un canal peu sûr sans que Oscar comprenne ce qui est échangé

# Définition

Science mathématique permettant d'effectuer des opérations sur un texte clair afin d'assurer une ou plusieurs propriétés de la sécurité de l'information.

# Rôle de la cryptographie

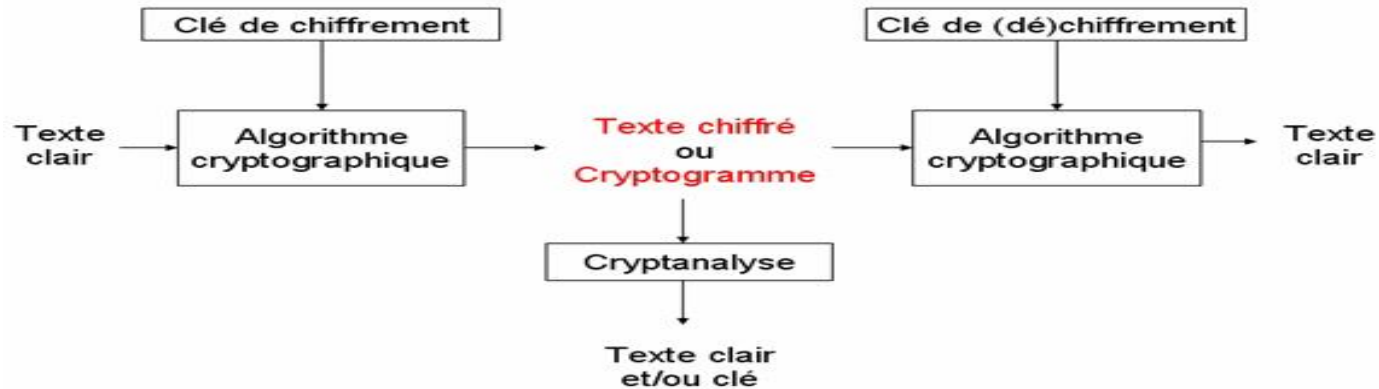
La cryptographie protège l'information de différentes manières :

- **confidentialité** : pour s'assurer que l'information ne soit seulement accessible qu'à ceux dont l'accès est autorisé ;
- **authenticité** : vérifier l'identité d'une personne ou d'un matériel informatique ;
- **intégrité** : pouvoir affirmer que les données n'ont pas été modifiées ;

Ces moyens doivent reposer sur des secrets

- clé secrète : cryptographie symétrique ;
- clé publique/secrète : cryptographie asymétrique

# Vocabulaire de base



- **Cryptologie** : Il s'agit d'une science mathématique comportant deux branches : la cryptographie et la cryptanalyse
- **Cryptographie** : La cryptographie est l'étude des méthodes donnant la possibilité d'envoyer des données de manière confidentielle sur un support donné.

# Vocabulaire de base

- **Chiffrement** : Le chiffrement consiste à transformer une donnée (texte, message, ...) afin de la rendre incompréhensible par une personne autre que celui qui a créé le message et le destinataire.
- La fonction permettant de retrouver le texte clair à partir du texte chiffré porte le nom de **déchiffrement**.
- **Texte chiffré** : Appelé également **cryptogramme**, le texte chiffré est le résultat de l'application d'un chiffrement sur un texte clair.
- **Clef** : Il s'agit du paramètre impliqué et autorisant des opérations de chiffrement et/ou déchiffrement. Dans le cas d'un algorithme symétrique, la clef est identique lors des deux opérations. Dans le cas d'algorithmes asymétriques, elle diffère pour les deux opérations.



# Vocabulaire de base

- **Cryptanalyse** : Opposée à la cryptographie, elle a pour but de retrouver le texte clair à partir de textes chiffrés en déterminant les failles des algorithmes utilisés.
- **Cryptosystème** : Il est défini comme l'ensemble des clés possibles (espace de clés), des textes clairs et chiffrés possibles associés à un algorithme donné.

L'algorithme est en réalité un triplet d'algorithmes :

- l'un générant les clés  $K$ ,
- un autre pour chiffrer  $M$ , et
- un troisième pour déchiffrer  $C$ .

# Notations

En cryptographie, la propriété de base est que

$$M = D(E(M))$$

où

- **M** représente le texte clair,
- **C** est le texte chiffré,
- **K** est la clé (dans le cas d'un algorithme à clé symétrique), **E<sub>k</sub>** et **D<sub>k</sub>** dans le cas d'algorithmes asymétriques,
- **E(x)** est la fonction de chiffrement, et
- **D(x)** est la fonction de déchiffrement.

Ainsi, avec un algorithme à clef symétrique,

$$M = D(C) \text{ si } C = E(M)$$

# Cryptographie /stéganographie

Il faut distinguer la cryptographie de la stéganographie.

- La **cryptographie** vise à transformer un message clair en un cryptogramme (message chiffré) de sorte que le message originel soit complètement incompréhensible. Un observateur voit qu'il y a un message, mais ne le comprend pas.
- La **stéganographie** vise à dissimuler l'existence même de l'information secrète. Un observateur ne voit pas de message.

# Principe de Kerckhoff

*La sécurité du chiffre ne doit pas dépendre de ce qui ne peut pas être facilement changé.*

En d'autres termes, aucun secret ne doit résider dans l'algorithme mais plutôt dans la clé. Sans celle-ci, il doit être impossible de retrouver le texte clair à partir du texte chiffré. Par contre, si on connaît K, le déchiffrement est immédiat.

On parle aussi de la **Maxime de Shannon**, dérivée du principe énoncé ci-dessus :

*L'adversaire connaît le système.*

Suivant la nature des clés et de l'algo, on distingue deux grandes familles de crypto systèmes:

- Crypto systèmes à clés symétriques
- Crypto systèmes à clés publiques

# Crypto systèmes à clés symétriques

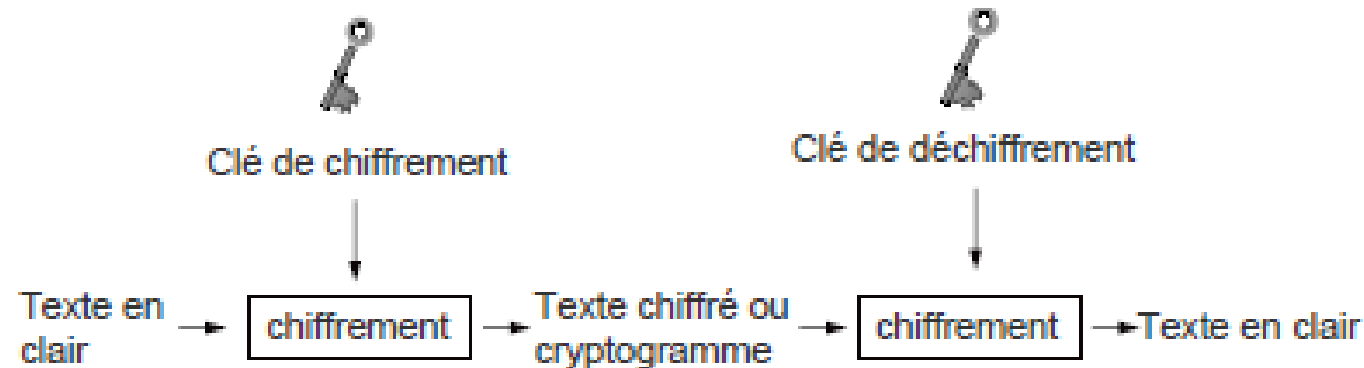
## Caractéristiques:

- Clés identiques:  $K_e = K_d = K$
- Clé secrète!

**Principe:** Algorithmes basés sur des opérations de transposition et de substitution des bits du texte clair, en fonction de la clé.

## Distribution des clés:

- Opération critique.
- Doit s'effectuer de manière sécurisée (voir manuellement).



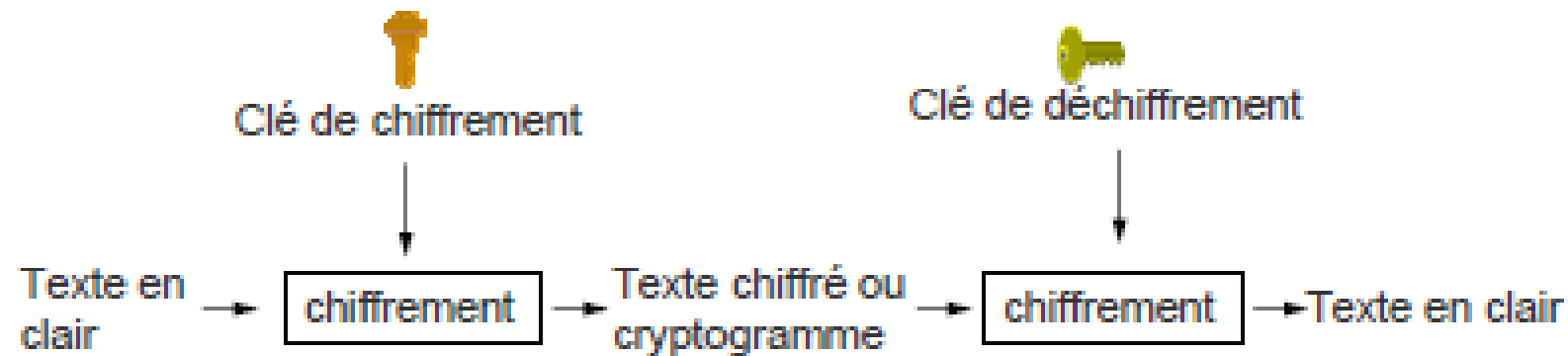
# Crypto systèmes à clés publiques

## Caractéristiques:

- 1 Clé publique:  $P_k$
- 1 Clé privée:  $S_K$  (secrète)

## Propriétés:

- La connaissance de  $P_k$  ne permet pas de déduire  $S_K$ .



# Chapitre02: Chiffrement Classique

## ***Plan :***

- ❖ **Scytale**
- ❖ **Chiffrement par substitution**
- ❖ **Chiffrement par décalage ou de César**
- ❖ **Chiffrement de Vigenère**
- ❖ **Chiffrement de Hill**



# Chiffrement Classique

## Chiffrement par transposition (permutation)

On considère le message

ton secret est ton prisonnier; s'il fuit tu deviendras son prisonnier.

On le réécrit sur deux lignes

T N E R T : : :

O S C E : : :

On le lit ligne à ligne, et on obtient le message chiffre.

TNERTSTNRSNIRFITDVEADSNRSNIROSCEET : : :

Autrement dit on a réécrit les lettre du message dans un ordre différent.

# Scytale



La technique consistait à:

- enrouler une bande de papyrus sur un cylindre appelé **scytale**
- écrire le texte sur la bandelette ainsi enroulée (le message dans l'exemple ci-dessus est "comment ça marche")
- Le message une fois déroulé n'est plus compréhensible ("cecaeonar mt c m mh "). Il suffit au destinataire d'avoir un cylindre de même rayon pour pouvoir déchiffrer le message.

**Remarque:** en réalité un casseur peut déchiffrer le message en essayant des cylindres de diamètre successifs différents.

# Chiffrement par substitution

- ✓ On associe à chaque lettre de l'alphabet une seconde
- ✓ Pour crypter un message on substitue la lettre de l'alphabet avec celle qui correspond.

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> | <i>g</i> | <i>h</i> | <i>i</i> | <i>j</i> | <i>k</i> | <i>l</i> | <i>m</i> |
| ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        |
| <i>B</i> | <i>N</i> | <i>S</i> | <i>U</i> | <i>H</i> | <i>Z</i> | <i>J</i> | <i>R</i> | <i>Y</i> | <i>E</i> | <i>A</i> | <i>Q</i> | <i>V</i> |
| <i>n</i> | <i>o</i> | <i>p</i> | <i>q</i> | <i>r</i> | <i>s</i> | <i>t</i> | <i>u</i> | <i>v</i> | <i>w</i> | <i>x</i> | <i>y</i> | <i>z</i> |
| ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        |
| <i>X</i> | <i>D</i> | <i>I</i> | <i>T</i> | <i>W</i> | <i>M</i> | <i>C</i> | <i>O</i> | <i>F</i> | <i>K</i> | <i>R</i> | <i>P</i> | <i>G</i> |

|          |          |          |          |          |          |          |          |     |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----|
| <i>j</i> | <i>a</i> | <i>i</i> | <i>c</i> | <i>a</i> | <i>c</i> | <i>h</i> | <i>e</i> | ... |
| ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        |     |
| <i>E</i> | <i>B</i> | <i>Y</i> | <i>S</i> | <i>B</i> | <i>S</i> | <i>R</i> | <i>H</i> |     |

# Chiffrement par substitution

Autre formulation

- On se donne une fonction  $S$

$$S : \{a, b, \dots, z\} \rightarrow \{A, B, \dots, Z\}$$

- **Chiffrement** : on substitue chaque lettre  $x$  du message clair par  $S(x)$ .
- **Déchiffrement** : on substitue chaque lettre  $y$  du message chiffré par  $S^{-1}(y)$ .

# Exercice

Soit la clef suivante :

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> | <i>G</i> | <i>H</i> | <i>I</i> | <i>J</i> | <i>K</i> | <i>L</i> | <i>M</i> |
| <hr/>    |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| <i>X</i> | <i>N</i> | <i>Y</i> | <i>A</i> | <i>H</i> | <i>P</i> | <i>O</i> | <i>G</i> | <i>Z</i> | <i>Q</i> | <i>W</i> | <i>B</i> | <i>T</i> |
| <hr/>    |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| <i>N</i> | <i>O</i> | <i>P</i> | <i>Q</i> | <i>R</i> | <i>S</i> | <i>T</i> | <i>U</i> | <i>V</i> | <i>W</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>Z</i> |
| <hr/>    |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| <i>S</i> | <i>F</i> | <i>L</i> | <i>R</i> | <i>C</i> | <i>V</i> | <i>M</i> | <i>U</i> | <i>E</i> | <i>K</i> | <i>J</i> | <i>D</i> | <i>I</i> |

- Chiffrer le message suivant “On ne peut rien apprendre aux gens. On peut seulement les aider à découvrir qu’ils possèdent déjà en eux tout ce qui est à apprendre” (Galilée).
- Déchiffrer le message suivant  
MGZVYZLGHCMHJMYXSSFMNHAHYCDLMHA.
- Quel est le nombre total de clefs possibles dans le chiffrement par substitution ?

# Chiffrement par décalage ou de César

- C'est un exemple simple de chiffrement par substitution.
- Décalage de  $k$  rangs : chaque lettre est substituée par une lettre se trouvant  $k$  rang après.

Par exemple pour  $k = 4$

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> | <i>g</i> | <i>h</i> | <i>i</i> | <i>j</i> | <i>k</i> | <i>l</i> | <i>m</i> |
| ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        |
| <i>E</i> | <i>F</i> | <i>G</i> | <i>H</i> | <i>I</i> | <i>J</i> | <i>K</i> | <i>L</i> | <i>M</i> | <i>N</i> | <i>O</i> | <i>P</i> | <i>Q</i> |
| <i>n</i> | <i>o</i> | <i>p</i> | <i>q</i> | <i>r</i> | <i>s</i> | <i>t</i> | <i>u</i> | <i>v</i> | <i>w</i> | <i>x</i> | <i>y</i> | <i>z</i> |
| ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        | ↓        |
| <i>R</i> | <i>S</i> | <i>T</i> | <i>U</i> | <i>V</i> | <i>W</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>Z</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> |

# Chiffrement par décalage ou de César

On peut utiliser le chiffrement par décalage pour chiffrer un texte ordinaire en décidant d'une correspondance entre les caractères alphabétiques et les résidus modulo 26 comme donné dans la table suivante :

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> | <i>G</i> | <i>H</i> | <i>I</i> | <i>J</i> | <i>K</i> | <i>L</i> | <i>M</i> |
| 0        | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       | 11       | 12       |
| <hr/>    |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| <i>N</i> | <i>O</i> | <i>P</i> | <i>Q</i> | <i>R</i> | <i>S</i> | <i>T</i> | <i>U</i> | <i>V</i> | <i>W</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>Z</i> |
| 13       | 14       | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       | 21       | 22       | 23       | 24       | 25       |

Pour  $0 \leq K \leq 25$  et  $0 \leq x \leq 25$ , on définit

$$E(x, K) = x + K \bmod 26 \text{ et}$$

$$D(x, K) = y - K \bmod 26$$

Lorsque  $K = 3$ , le système par décalage s'appelle le chiffrement de **César**

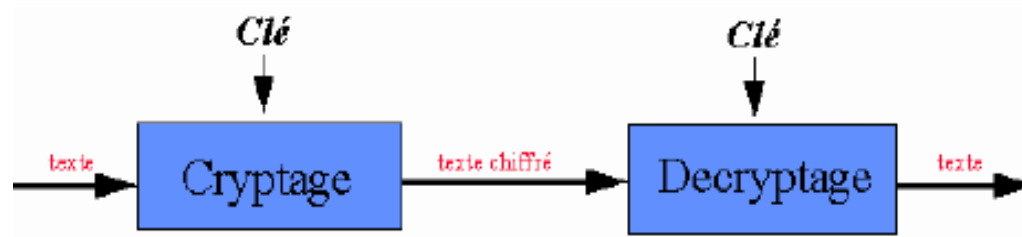
# Exercice

Déchiffrer le message suivant en utilisant la clef  $K = 11$ .

**HPHTWWXPPELEXTROYTRSE**



## Le schéma général d'un envoie de message



- ✓ Si l'ennemi intercepte le message et qu'il connaît la méthode de chiffrement
  - Si c'est un décalage : il pourra essayer les 25 décalages possible.
  - Si c'est une substitution plus générale il devra essayer:  
 $26! = 400000000000000000000000000000$  substitutions possibles, Ce qui est impossible même avec les ordinateurs d'aujourd'hui.

# Utilisation de mot/phrased clef

## Problème pratique :

- Si l'alphabet substitue est aléatoire, il est difficile de le mémoriser. Par exemple  
BNSUHZJRYEAQVXDITWMCOFKRPG

## Solution:

- Un moyen pratique couramment utilisé est d'utiliser une **phrase clef**.

Par exemple : TOUT CADENASSER

- Pour fabriquer l'alphabet substitué on enlève les doublons

TOUCADENS

- Et on complète par les lettre manquante (s'il y en a) a la fin

TOUCADENS RBFGHIJKLMNOPVWXYZ

- Deux personnes peuvent alors facilement retenir la phrase clef.

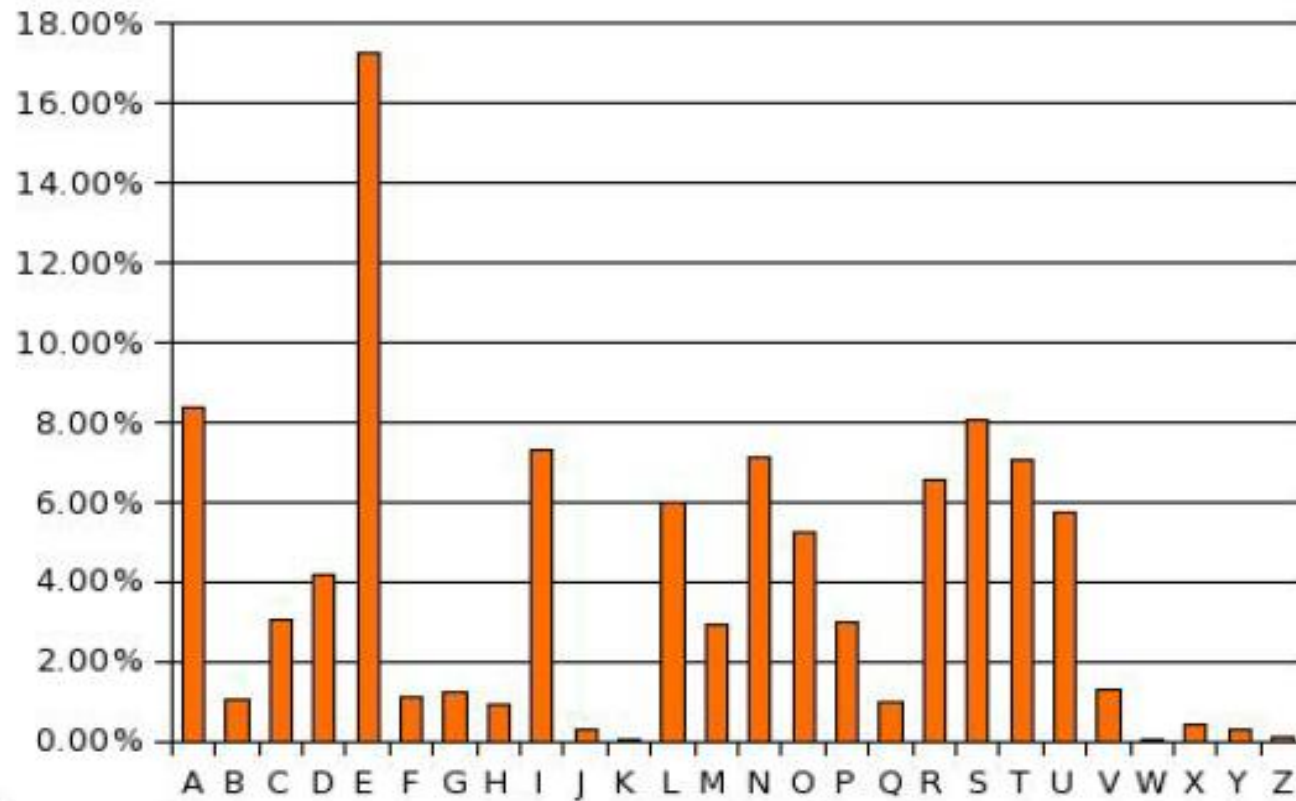
# Substitution par des symboles

Consiste à substituer les lettres de l' alphabet par symbole autre qu' alphabétique.  
Par exemple:

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| ↗ A | ↖ H | └ P |
| ↗ B | └ I | ↗ R |
| ↗ C | ↗ L | ↗ S |
| └ D | ↗ M | └ T |
| ↗ E | ↗ N | └ V |
| └ G | ↗ O | ↗ Y |

# Cryptanalyse: Analyse de fréquence dans la langue française

- Dans la langue française chaque lettre n'apparaît pas avec la même fréquence .



Réaliser par : Chouha Adel

# Cryptanalyse: Analyse de fréquence dans la langue française

- Dans un message chiffré par substitution, une lettre **x** apparaîtra dans le message clair avec la même fréquence que **S(x)** dans le message chiffré.
- En étudiant la fréquence d'apparition des lettres d'un message chiffré, on peut les ranger dans l'un des groupes ci-dessous.

17% → e

6% – 8% → a, i, l, n, r, s, t, u, o

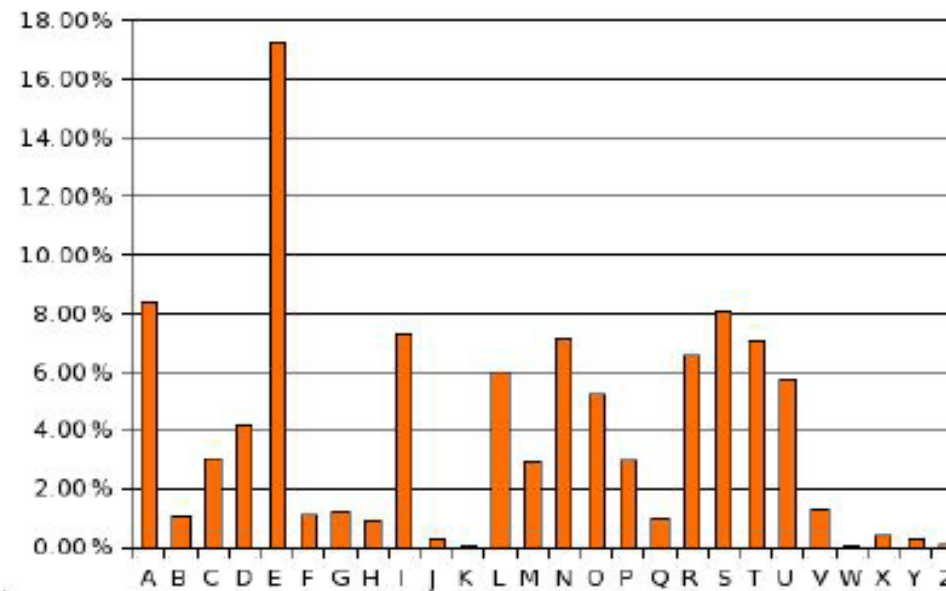
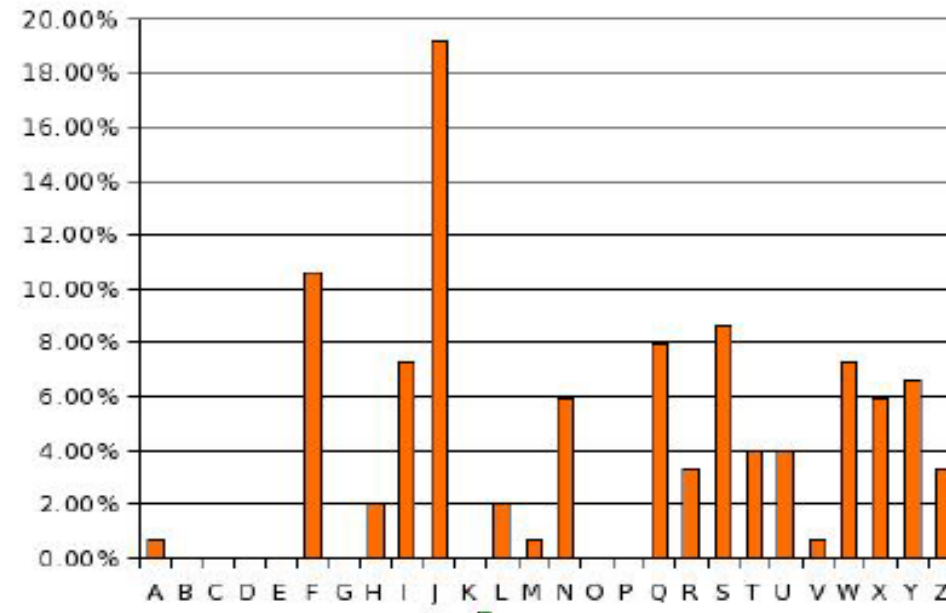
3% – 4% → c, d, m, p

0% – 1% → b, f, g, h, j, k, q, v, w, x, y, z

- Ensuite en étudiant les fréquences d'apparition de paires de lettres on peut affiner l'étude et découvrir la clé de chiffrement.

Soit un message chiffré par  
décalage

*IJAFS YQFQT NXJIW JXXJQ  
JLFWI NJSIJ QFUTW YJZSM  
TRRJI JQFHF RUFLS JXJUW  
JXJSY JJYIJ RFSIJ FJSYW JWIFS  
XQFQT NREFNX QJLFW INJSI  
NYVZJ UTZWQ NSXYF SYNQS  
JUIZY UFXQZ NFHHT WIJWQ  
JSYWJ J*



*DEVANT LA LOI SE DRESSE LE  
GARDIEN DE LA PORTE. UN  
HOMME DE LA CAMPAGNE SE  
PRESENTE ET DEMANDE A  
ENTRER DANS LA LOI. MAIS LE  
GARDIEN DIT QUE POUR L  
INSTANT IL NE PEUT PAS LUI  
ACORDER L ENTREE.*

# Exemple

BQPSNRSJXJNJXLDPCLDLPQBE\_QRKJXHNKPKSJPJIKSPUN  
BDKIQRBKPQPBQPBQZITEJQDQBT SKPELNIUNPHNKP BKPCSS  
QWKPSLXJPSNVVXSQCCKDJPBLDWPXBPSNVVXJPGKPJKDXI  
PZLCEJKPGKSPSJQJXSJXHNKSPGPLZZNI IKDZKPGKSPGXV  
VKIKDJKSPBKJJIKS

déchiffrer ce message en utilisant le tableau de fréquence des lettres suivant?

|   |      |   |     |   |     |
|---|------|---|-----|---|-----|
| _ | 19.3 | L | 4.7 | H | 0.8 |
| E | 13.9 | O | 4.1 | G | 0.8 |
| A | 6.7  | D | 2.9 | B | 0.6 |
| S | 6.3  | P | 2.5 | X | 0.4 |
| I | 6.1  | C | 2.4 | Y | 0.3 |
| T | 6.1  | M | 2.1 | J | 0.3 |
| N | 5.6  | V | 1.3 | Z | 0.1 |
| R | 5.3  | Q | 1.3 | K | 0.0 |
| U | 5.2  | F | 0.9 | W | 0.0 |



# Occurrence des lettres

En français

|   |      |   |     |   |     |
|---|------|---|-----|---|-----|
| _ | 19.3 | L | 4.7 | H | 0.8 |
| E | 13.9 | O | 4.1 | G | 0.8 |
| A | 6.7  | D | 2.9 | B | 0.6 |
| S | 6.3  | P | 2.5 | X | 0.4 |
| I | 6.1  | C | 2.4 | Y | 0.3 |
| T | 6.1  | M | 2.1 | J | 0.3 |
| N | 5.6  | V | 1.3 | Z | 0.1 |
| R | 5.3  | Q | 1.3 | K | 0.0 |
| U | 5.2  | F | 0.9 | W | 0.0 |

Dans le cryptogramme

|   |      |   |     |   |     |
|---|------|---|-----|---|-----|
| P | 14.3 | D | 4.6 | W | 1.0 |
| K | 12.8 | L | 4.1 | U | 1.0 |
| S | 9.2  | V | 3.1 | T | 1.0 |
| J | 9.2  | Z | 2.6 | _ | 0.5 |
| X | 5.6  | G | 2.6 | O | 0.0 |
| Q | 5.6  | C | 2.6 | M | 0.0 |
| N | 5.6  | E | 2.0 | F | 0.0 |
| B | 5.1  | R | 1.5 | A | 0.0 |
| I | 4.6  | H | 1.5 | Y | 0.0 |

Remplaçons **P** par \_ et **K** par E

BQ\_SNRSJXJNJXLD\_CLDL\_QBE\_QREJXHNE\_ESJ\_JIES\_UN  
BDEIQRBE\_Q\_BQ\_ZITEJQDQBTSE\_ELNUN\_HNE\_BE\_CESS  
QWE\_SLXJ\_SNVVXSQCCEDJ\_BLDW\_XB\_SNVVXJ\_GE\_JEDXI  
\_ZLCEJE\_GES\_SJQJXSJXHNES\_G\_LZZNIIEDZE\_GES\_GXV  
VEIEDJES\_BEJJIES

Remplaçons Q par A et B par L

LA SNRSJXJNJXLD CLDL ALE AREJXHNE ESJ JIES UN  
LDEIARLE A LA ZITEJADALTSE ELNIUN HNE LE CESS  
AWE SLXJ SNVVXSACCEDJ LLDW XL SNVVXJ GE JEDXI  
ZLCEJE GES SJAJXSJXHNES G LZZNIIEDZE GES GXV  
VEIEDJES LEJJIES

Remplaçons **S** par S et **G** par D

LA\_S**NRSJXJNJXLD**\_CLDL\_ALE\_**AREJXHNE**\_ESJ\_**JIES**\_UN  
LDE**IARLE**\_A\_LA\_**ZITEJADALTSE**\_ELNIUN\_HNE\_LE\_**C**ESS  
AWE\_**SLXJ**\_SNVVXS**ACCEDJ**\_LLDW\_XL\_SNVVXJ\_DE\_**JEDXI**  
\_**ZLCEJE**\_DES\_S**JAJSJXHNE**S\_D\_**LZZNIIEDZE**\_DES\_DXV  
VE**IEDJES**\_LE**JJIES**

Remplaçons **J** par T et **I** par R

LA\_SNRST**X**T**N**T**X**L**D**\_CL**D**L\_ALE\_**E**\_ARE**T****X**HNE\_EST\_TRES\_UN  
LDERAR**L**E\_A\_LA\_ZR**T**E**T**ADAL**T**SE\_E**L**N**R**UN\_HNE\_LE\_C**E**SS  
A**W**E\_S**L****X**T\_S**N**V**V****X**SAC**C**ED**T**\_L**L**D**W**\_X**L**\_S**N**V**V****X**T\_DE\_TED**X**R  
\_Z**L****C**E**T**E\_DES\_STAT**X**ST**X**H**N**ES\_D\_L**Z****Z**N**R**RED**Z**E\_DES\_D**X****V**  
VERED**T**ES\_LETTRES

Remplaçons **X** par I, **H** par Q et **N** par U

LA\_SURSTITUTI**LD**\_CL**DL**\_AL**E**\_ARETIQUE\_EST\_TRES\_**UU**  
LDERAR**LE**\_A\_LA\_**ZR****TET**ADAL**TSE**\_ELUR**UU**\_QUE\_LE\_**C**ESS  
A**WE**\_S**L**IT\_SU**VV**ISAC**CCED**T\_L**LDW**\_IL\_SU**VV**IT\_DE\_T**ED**IR  
\_**ZL****CE**TE\_DES\_STATISTIQUES\_D\_**LZZ**URRED**DZE**\_DES\_DIV  
**VERED**TES\_LETTRES

Remplaçons **V** par F et **D** par N

LA\_SUR**S**TITUTI**L**N\_**CL**N**L**\_AL**E**\_A**R**ETIQUE\_EST\_TRES\_**U**U  
LNERA**R**LE\_A\_LA\_**Z**R**T**E**T**ANAL**T**SE\_**EL**UR**U**U\_QUE\_LE\_**C**ESS  
A**W**E\_**S**LIT\_SUFFISA**C**CENT\_**L**L**N**W\_IL\_SUFFIT\_DE\_TENIR  
\_**Z**L**C**E**T**E\_DES\_STATISTIQUES\_D\_**L**Z**Z**URREN**Z**E\_DES\_DIF  
FERENTES\_LETTRES

Remplaçons **R** par B et **L** par O

LA SUBSTITUTION **C**ONO **A**L**E** **A**RET**I**QUE EST TRES **U**  
LNERABLE A LA **Z**R**T**E**T**ANAL**T**SE **E**OUR**U** QUE LE **C**ESS  
**A****W**E SOIT SUFFISAC**C**ENT LONG**W** IL SUFFIT DE TENIR  
**Z**O**C**E DES STATISTIQUES D'O**Z**ZURREN**Z**E DES DIF  
FERENTES LETTRES

**Finale**ment

LA SUBSTITUTION MONO ALPHABETIQUE EST TRES VU  
LNERABLE A LA CRYPTANALYSE POURVU QUE LE MESS  
AGE SOIT SUFFISAMMENT LONG IL SUFFIT DE TENIR  
COMPTE DES STATISTIQUES D'OCCURRENCE DES DIF  
FERENTES LETTRES



# Chiffrement de Vigenère

- Dans le cas du chiffrement par décalage ou par substitution, dès qu'une clef est fixée, chaque caractère alphabétique, partout où il apparaît dans le texte est transformé en un même caractère. Autrement dit, pour toute lettre  $x$ , chaque occurrence de  $x$  dans le texte clair est transformée en  $E(x, K)$ . Pour cette raison, le procédé est dit **mono alphabétique**.
- On présente maintenant un chiffrement qui n'est pas mono alphabétique : le **chiffrement de Vigenère**.
  - En utilisant la correspondance  $0 \leftrightarrow a, 1 \leftrightarrow b, \dots, 25 \leftrightarrow z$ ,
  - on décrit chaque clef  $K$  du chiffrement de **Vigenère** par une chaîne de caractères de longueur  $m$  appelée mot-clef.
  - Le chiffrement de Vigenère traite  $m$  caractères alphabétiques à la fois :  
chaque bloc du texte clair est équivalent à  $m$  caractères alphabétiques.

# Chiffrement de Vigenère

- Soit  $m$  un entier strictement positif. Soit  $\mathbf{P} = \mathbf{C} = \mathbf{K} = (\mathbb{Z}/26\mathbb{Z})^m$ . Pour toute clef  $\mathbf{K} = (k_1, \dots, k_m)$  (où  $k_i \in \mathbb{Z}/26\mathbb{Z}$  pour chaque  $i = 1, \dots, m$ ),

on définit:

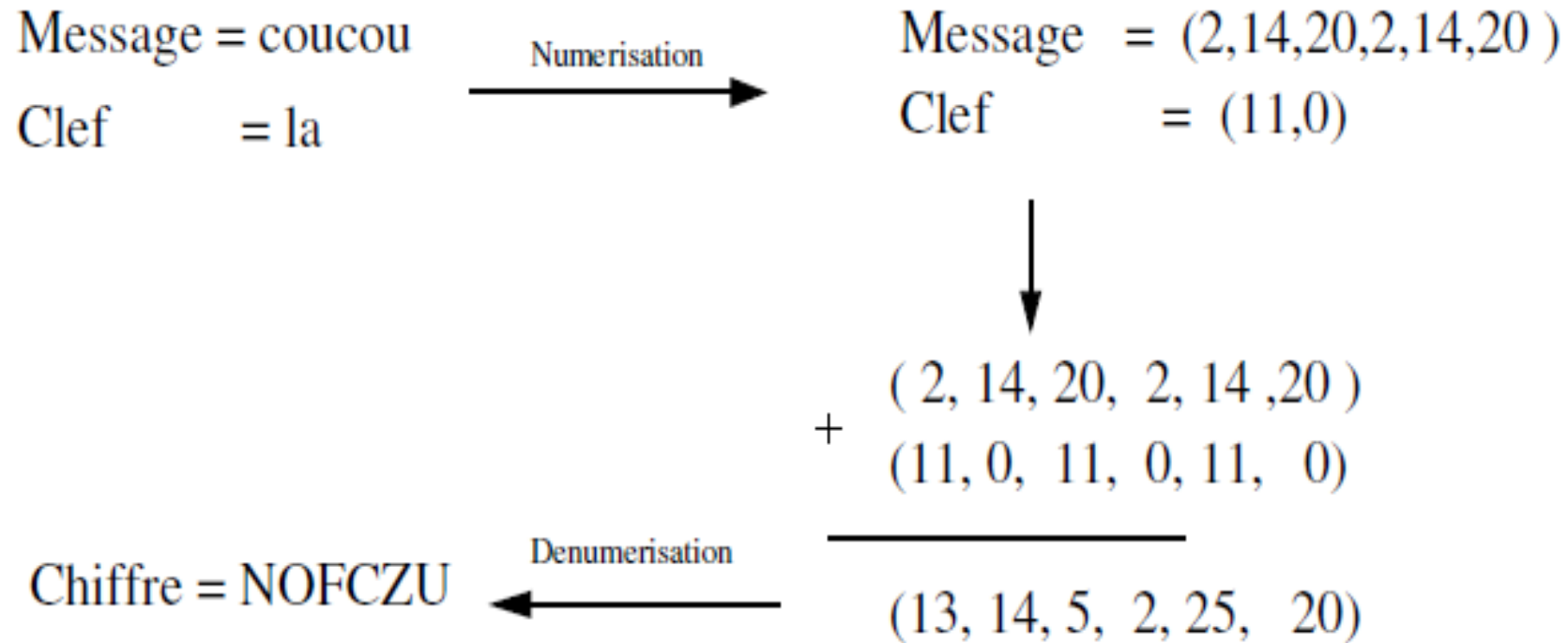
$$E(x_1, x_2, \dots, x_m; K) = (x_1 + k_1, x_2 + k_2, \dots, x_m + k_m)$$

et

$$D(y_1, y_2, \dots, y_m; K) = (y_1 - k_1, y_2 - k_2, \dots, y_m - k_m)$$

où les opérations sont effectuées dans  $\mathbb{Z}/26\mathbb{Z}$ .

# Exemple



# Exercice

Déchiffrer le texte suivant (chiffré avec la méthode de Vigenère et le mot-clef "CIPHER") :

VPXZGIAXIVWPUBTTMJPWIZITWZT.

Solution :

La clef correspondant au mot-clef est (2; 8; 15; 7; 4; 17). Et le texte déchiffré est:

THISCRYPTOSYSTEMISNOTSECURE.

# Chiffrement de Hill

- ✓ Ce crypto système généralise celui de Vigenère. Il a été publié par L. S. Hill en 1929.
- ✓ On choisit un alphabet de  $n$  lettres (on prendra dans nos exemples  $n = 26$ ) et une taille  $m$  pour les blocs alors:

$$\mathbf{P} = \mathbf{C} = (\mathbf{Z}/26\mathbf{Z})^m, \text{ (en général } \mathbf{Z}/n\mathbf{Z}).$$

La clef de codage est une matrice inversible  $\mathbf{K}$ , si  $m = 2$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

# Chiffrement de Hill

## Chiffrement :

- Les lettres sont d'abord remplacées par leur rang dans l'alphabet.

Si  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in (\mathbf{Z}/26\mathbf{Z})^2$  est le message clair alors le message chiffré sera

$$(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \mathbf{E}_K((\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{pmatrix} = (\mathbf{a}\mathbf{x}_1 + \mathbf{b}\mathbf{x}_2, \mathbf{c}\mathbf{x}_1 + \mathbf{d}\mathbf{x}_2)$$

(L'addition et la multiplication sont réalisées dans  $\mathbf{Z}/26\mathbf{Z}$ .)

# Chiffrement de Hill

## Déchiffrement :

- La clé de déchiffrement est la matrice inverse de **K** c.à.d :

$$(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{D}_K((\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)) = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}$$

Cette matrice doit être l'inverse de matrice de chiffrement (modulo 26). Ordinairement, cet inverse est:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

## Remarques:

- ✓ On ne peut pas prendre n'importe quoi comme matrice de chiffrement. Ses composantes doivent tout d'abord être des **nombre entiers positifs**.
- ✓ Il faut aussi qu'elle ait une matrice inverse dans  $\mathbb{Z}_{26}$ .  
  
si  **$\text{pgcd}(\det A, 26) = 1$**  alors, **A** a une matrice inverse  $A^{-1}$   
  
sinon **A** n'a pas une matrice inverse.



# Exemple

- Chiffrez le mot ***vous*** en prenant comme clef la matrice  $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$
- Après avoir remplacé les lettres par leur rang dans l'alphabet (a=1, b=2, etc.), on obtient pour la première et la deuxième lettre:

$$- Y1 = 9*22 + 4*15 = 24, y2 = 5*22 + 7*15 = 7$$

Et pour la troisième et quatrième lettre:

$$- Y1 = 9*21 + 4*19 = 5, y2 = 5*21 + 7*19 = 4$$

Donc ***vous*** est chiffré par **xged**

# Exercice

En utilisant le chiffrement du Hill avec la clef  $K = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$  chiffrer le mot suivant :

CRYPTOSYSTEMES

# Attaque à texte clair connu du chiffrement de Hill

- Le chiffrement de Hill est plus difficile à casser par une attaque à texte chiffré connu, mais facilement par une attaque à texte clair choisi.
- Supposons tout d'abord que l'opposant ait trouvé la valeur  $m$  utilisée.
- Supposons ensuite qu'il dispose d'au moins  $m$  paires de lettres (clairs et chiffrés).on obtient :

$\mathbf{Y} = \mathbf{XK}$ , où  $\mathbf{K}$  est la matrice (inconnue) définissant la clef.

Si  $\mathbf{X}$  est inversible, alors on peut calculer  $\mathbf{X}^{-1}$  et obtenir  $\mathbf{K} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y}$  .

Si  $\mathbf{X}$  n'est pas inversible, alors il faut un autre ensemble de  $m$  paires de vecteurs.