20.3

1) да   2) да

$\begin{pmatrix} a \\ \vdots \\ a \end{pmatrix}_n \Rightarrow \dim L' = 1$

$\begin{pmatrix} b \\ \vdots \\ b \end{pmatrix}_n$

$\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ \vdots \end{pmatrix}$

2) $\dim L' = n-1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$

3) Da

$\dim L' = n-1$

$x_1 + \ldots + x_n = 0$

$n-1$ ЛНЗ решение

$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 0$

$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

$n-1$ шт.

Одна координата завязана на все остальные

k ур-ий и N неизв.

$N-k \rightarrow$ ЛНЗ решений

4) Нет

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad x+y=1$

$2\overline{a} = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \end{pmatrix} \Rightarrow 2x+2y=1$

№20.7

1) Да

9) Нет, должна 0

№20.14

5) 166 198 199 201

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -5 & -7 \\ 1 & 1 & 7 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad ; \det A = 0$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -12 & -7 \\ 1 & 0 & 12 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & -7 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & -7 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & -8 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cancel{0} \\ 1 & 0 & -4 & \cancel{0} \\ 1 & 0 & 2 & \cancel{0} \\ 0 & 1 & 0 & \cancel{0} \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{array}{ccc} e_1 & e_2 & e_3 \end{array} \end{array} \to rg A = 3$$

$$\alpha_1 \bar{e}_1 + \beta \bar{e}_2 + \gamma \bar{e}_3 = \bar{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{array}$$

$\dim L = \operatorname{rg} A = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ базис $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

№20.26 $A_{n\times n} \Rightarrow \dim L = n^2$

$A_{250} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, $A_{251} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$

$A_{252} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$ кол-во букв = кол-во степеней свободы

$A_{253} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $A_{254} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ -3 & 0 & 2 \\ -5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $A_{255} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

$\alpha A_{250} + \beta A_{251} + \gamma A_{252} = 0$

$\begin{cases} \alpha + 0 - \gamma = 0 \\ -2\alpha - \beta + 2\gamma = 0 \\ 3\alpha + 4\beta - 2\gamma = 0 \end{cases} \rightarrow$ однородное

$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} =$

$= 2 + 0 + \cancel{8} - (3 + 0 + \cancel{8}) = -1$

$\Rightarrow \alpha = \beta = \gamma = 0$

$(1) \to 2:$ $\quad A_{253} = a_1 A_{250} + b_1 A_{251} + c_1 A_{252}$

$$A_{254} = a_2 A_{250} + b_2 A_{251} + c_2 A_{252}$$

$$A_{255} = a_3 A_{250} + b_3 A_{251} + c_3 A_{252}$$

Рассматриваем только верхний Δ

$$\alpha + 0 - \gamma = 1$$

$$-2\alpha - \beta + 2\gamma = 1$$

$$3\alpha + 4\beta - 2\gamma = -1$$

$$\begin{matrix} 1 \; 1 \\ 1 \; 2 \end{matrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$$

№20.29

1) Поменяются строки

2)

$$\begin{pmatrix} e_1' \\ e_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$$

№21.6

$$X \xrightarrow[\text{вдоль } a]{} P$$

$$X_p + X_a$$