№32.27 (14)

B - матрица КФ

A = B в ОНБ

$A' = S^{-1}AS$

$B' = S^{T}AS$

S - ортогональная

$S^{T}S = E$ и $S^{T} = S^{-1}$

$4x_1^2 + 4x_1x_2 - 12x_1x_3 + x_2^2 - 6x_2x_3 + 9x_3^2$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix} = A$$

$$\begin{vmatrix} 4-\lambda & 2 & -6 \\ 2 & 1-\lambda & -3 \\ -6 & -3 & 9-\lambda \end{vmatrix} = \overset{4-5\lambda+\lambda^2}{(4-\lambda)(1-\lambda)}(9-\lambda) + 36 + 36 -$$

$$-(36 - 36\lambda + 36 - 4\lambda + 36 - 9\lambda) =$$

$$= 9\lambda^2 - 45\lambda + \cancel{36} - \lambda^3 + 5\lambda^2 - 4\lambda + \cancel{72} - \cancel{72} + 40\lambda - \cancel{36} + 9\lambda = 0$$

$$14\lambda^2 - \cancel{49\lambda} - \lambda^3 + \cancel{49\lambda} = 0$$

$$\lambda^2(14-\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0, \ \lambda_2 = 14$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \\ -6 & -3 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ или } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g_1 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad g_2 = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \alpha \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(g_2, g_1) = 0$$

$$g_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \quad g_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -10 & 2 & -6 \\ 2 & -13 & -3 \\ -6 & -3 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -12 & 15 & -3 \\ 2 & -13 & -3 \\ -6 & -3 & -5 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} -4 & 5 & -1 \\ 2 & -13 & -3 \\ -6 & -3 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 & -8 & -4 \\ 2 & -13 & -3 \\ -6 & -3 & -5 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & -13 & -3 \\ -6 & -3 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -21 & -7 \\ 0 & 21 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g_1 = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \quad g_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad g_3 = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\hat{g}_1 = \frac{1}{\sqrt{10}}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \hat{g}_2 = \frac{1}{\sqrt{35}}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \hat{g}_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{14}}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

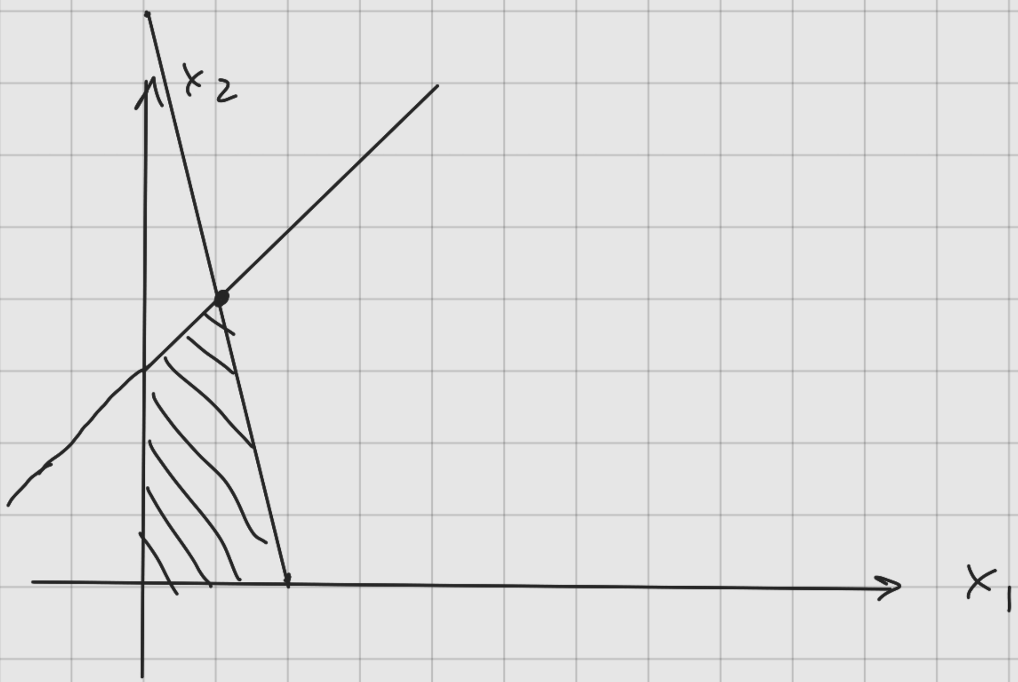
$$B' = \mathrm{diag}(0\ 0\ 14)$$

Симплекс метод

$$\begin{cases} F(\bar{x}) \longrightarrow \max \\ \varphi_1(\bar{x}) \geq C_1 \\ \varphi_2(\bar{x}) \geq C_2 \\ \vdots \\ \varphi_n(x) \geq C_n \end{cases}$$

F, φ_k – линейные ф-ции

$$\bar{x} = (x_1 x_2 \dots x_n)^T$$



$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 8 \\ x_1 - x_2 \geq -3 \\ F(x) = 3x_1 + 4x_2 \to \max \end{cases}$$

$3x_1 + 4x_2 \to$ линии уровня

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$8 - 4x_1$

$5x_1 = 5 \Rightarrow x_1 = 5 \Rightarrow x_2 = 8 - 20 =$

$x_1 = 1,\ x_2 = 4 \Rightarrow C = 3 + 16 = 19$

Общий метод

Симпл-таблица

$$\begin{array}{c} \\ \\ \text{разреш. стр.} \to \\ \\ \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & y_1 & y_2 & \end{array} \\
\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ \hline -3 & -4 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \\
\begin{array}{cccc} & \uparrow & & \end{array}
\end{array}$$

Разреш. ст.

$F - 3x_1 - 4x_2 = 0$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + y_1 = 8 \\ x_2 - x_1 + y_2 = 3 \end{cases}$$

$$\sim \left(\begin{array}{c|ccc|c} 5 & 0 & 1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ \hline -7 & 0 & 0 & 4 & 12 \end{array}\right) \leftarrow x_2 < 0 \quad \sim$$

$\uparrow$

разр.

a.

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 0 & 1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ \hline 0 & 0 & \frac{7}{5} & \frac{13}{5} & 19 \end{array}\right)$$

$X_1 = \underline{1}$

$X_2 = 4$

$C = 19$