

Экзаменационная программа
по курсу «Алгебра и геометрия»
осенний семестр 2022–2023 учебного года
(поток А.И. Днестряна)

1. Векторы и линейные операции над ними. Свойства линейных операций. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью и компланарностью векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатах.

2. Определения общей декартовой и прямоугольной (ортонормированной) системы координат. Матрица перехода. Изменение координат вектора при замене базиса. Изменение координат точки при переходе к новой системе координат.

3. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные проекции. Выражение скалярного произведения в координатах, выражение в ортонормированном базисе. Формулы для определения расстояния между точками и угла между векторами.

4. Ориентация на плоскости и в пространстве. Смешанное и векторное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл. Выражение смешанного и векторного произведений через координаты векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Формула двойного векторного произведения. Биортогональный (взаимный) базис.

5. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Теорема об инвариантности порядка линии на плоскости (поверхности в пространстве) при переходе к новой декартовой системе координат.

6. Векторные и координатные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Условия параллельности (или совпадения), перпендикулярности прямых на плоскости, заданных в координатной форме. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя прямыми в пространстве.

7. Векторные и координатные формы уравнения плоскости. Условия параллельности (или совпадения) плоскостей, заданных в координатной форме. Расстояние от точки до плоскости в пространстве и расстояние между параллельными плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.

8. Алгебраические линии второго порядка на плоскости, их классификация. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Центр линии второго порядка, центральные и нецентральные линии.

9. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.

10. Поверхности вращения. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды и конус второго порядка, их основные свойства. Прямолинейные образующие.

11. Алгебраические операции с матрицами. Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица.

12. Определение и свойства детерминанта. Детерминант произведения матриц.