$$\frac{d\bar{y}}{dt} = A(t)\bar{y} + \bar{f}(t) \quad (*)$$

- $\bar{y} = (y_1 \dots y_n)$ – неизвестные ф-ии
- $\bar{f} = (f_1 \dots f_n)$ – заданные
- $A(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ - & - & - \\ a_{n1}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix}$ – зад-я матричная ф-ия
- t – вещественна, ост. – комплексно

$$A(t) = B(t) + iC(t) \quad ; B \text{ и } C \text{ – вещ-ны}$$

$$\bar{f}(t) = \bar{g}(t) + i\bar{h}(t) \quad ; \bar{g} \text{ и } \bar{h} \text{ – вещ-ны}$$

$$\bar{y} = \bar{u} + i\bar{v} \quad ; \bar{u}, \bar{v} \text{ – вещ-ны}$$

$$\frac{d\bar{u}}{dt} + i\frac{d\bar{v}}{dt} = \left[B(t)\bar{u} - C(t)\bar{v}\right] + i\left[B(t)\bar{v} + C(t)\bar{u}\right] + \bar{g} + i\bar{h}$$

Получаем:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = B(t)\bar{u} - C(t)\bar{v} + \bar{g}$$

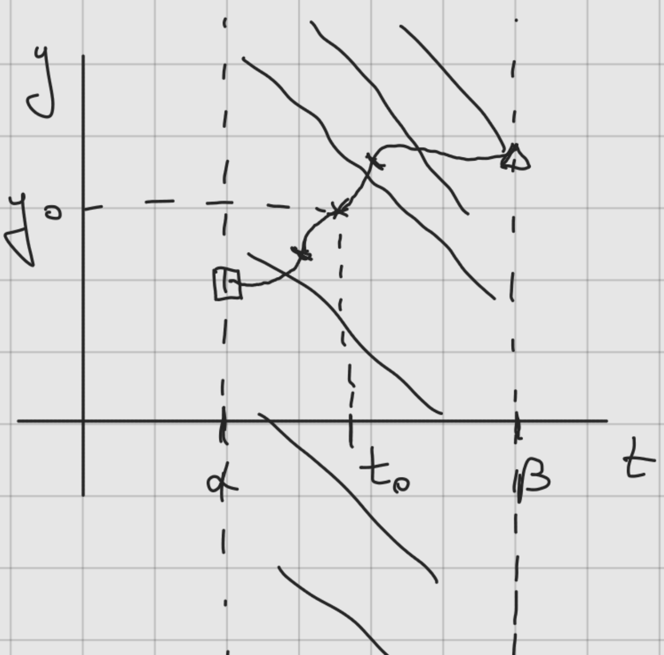
$$\frac{d\bar{v}}{dt} = B(t)\bar{v} + C(t)\bar{u} + h$$

Перед нами по-прежнему ЛДУ с перемен коэф.

Далее рассматриваем только веществ. $\mathbb{R}$

Th 1. Пусть $A(t)$ и $\bar{f}(t)$ опр-ны и непр-ны на отрезке $[\alpha, \beta]$. Пусть $t_0 \in [\alpha, \beta]$, $\bar{y}_0$ - произвольный вектор размерности n. Тогда $\exists!$ решение $\bar{y}(t)$ (*), удовлетворяющее усл-ю $\bar{y}(t_0) = \bar{y}_0$ (1) и опр-е на всём отрезке $[\alpha, \beta]$

$A(t)$ и $\bar{f}(t)$ - непр., $(A(t)\bar{y} + \bar{f}(t))'_y$ - непр.
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\; \| \; A(t)$



Док-во: Докажем продолжимость на весь отрезок, остальное следует из Т-1.

1) $A(t)$, $\bar{f}(t)$ – непр. $\Rightarrow \|A(t)\|$, $|\bar{f}(t)|$ – непр.

$\Rightarrow$ на отрезке $[\alpha, \beta]$: $\|A\| \le a$, $|\bar{f}| \le b$

2) Б.О.О $t \ge t_0$ ($\longrightarrow$)

$(*)$ и $(1) \Leftrightarrow$ $\bar{y}(t) = \bar{y}_0 + \int_{t_0}^{t} [A(\tau)\bar{y}(\tau) + \bar{f}(\tau)]\,d\tau$

$$|\bar{y}(t)| \le |y_0| + \int_{t_0}^{t} |A(\tau)\bar{y}(\tau) + \bar{f}(\tau)|\,d\tau \le$$

$$\le |y_0| + \int_{t_0}^{t} [a|\bar{y}(\tau)| + b]\,d\tau \le$$

$$\le \underbrace{|y_0| + b(\beta - \alpha)}_{A} + a\int_{t_0}^{t} |\bar{y}(\tau)|\,d\tau$$

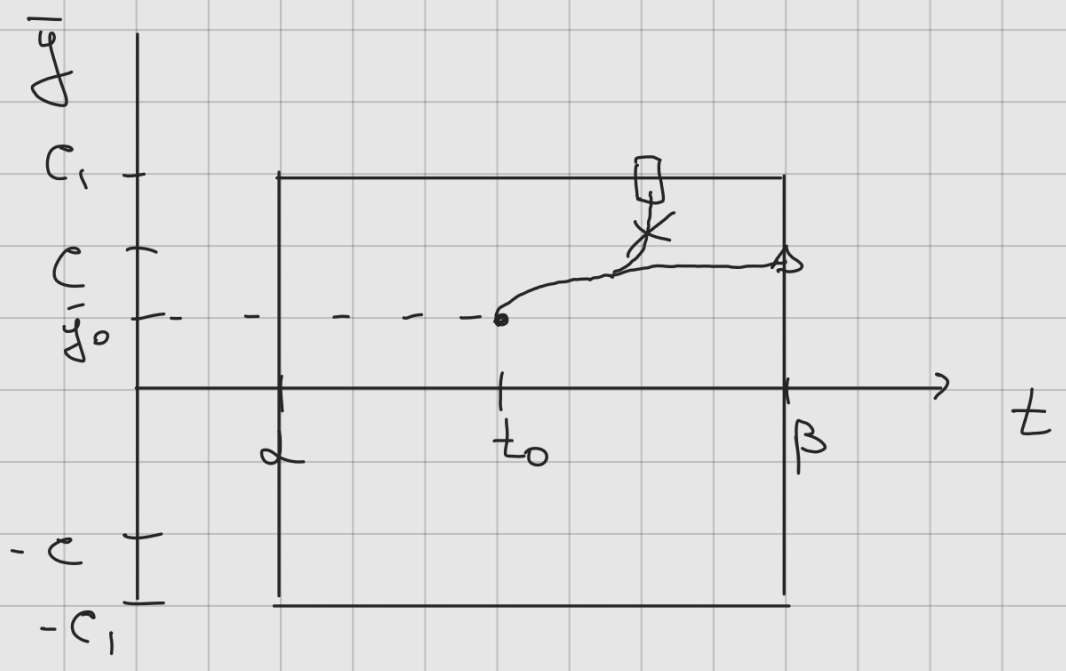
$\Rightarrow$ По Lem. Гронуолла

$$|\bar{y}(t)| \le (|\bar{y}_0| + b(\beta-\alpha))\, e^{a(t-t_0)} \le (|\bar{y}_0| + b(\beta-\alpha))\, e^{a(\beta-\alpha)} =$$

$= C > 0$

Ограничим числом.

3) $Q = \left\{ \begin{array}{l} \alpha \le t \le \beta \\ |\bar{y}| \le C_1 \end{array} \right\}$, $C_1 > C$; Q – замк., огр.



По Th. о продолжимости решения (Гл 3, § 3):

решение $(*)\hat{}(1)$ может быть продолжено вплоть до выхода на границу Q

Граница : $|\bar{y}| = C_1 > C$, но $|\bar{y}(t)| \le C \Rightarrow$ (X)

$|\bar{y}|$ – продолжимо вправо и всё

Аналогично влево.