№229

а) $y' = x + y^2$ – непр
f

$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$ – непр

$\Rightarrow$ по Th. Пикара-Линд.

нет

б) $y'' = x + y^2$ – да, т.к. можем сами задать $y'(x_0)$, получим разные решения

Может проходить через (x_0, y_0), но с разными y_0'

Ответ: а) нет; б) да

№230

а) $y' = x + y^2$ → нет, по Th. Пикара-Линделёфа

б) $y'' = x + y^2$ → нет т.к. если зададим $y'(x_0)$ и y

$y''=x+y^2$ … нет, т.к. если зададим $y'(x_0)$ для касания, то решение задачи Коши должно быть единственным

в) $y'''=x+y^2$. Да, зададим $y'(x_0)$ – для касания, а $y''(x_0)$ пусть будут разными. Тогда будут проходить через (x_0, y_0), касаться, но будут разными решениями

№ 231

$$y^{(n)}=x+y^2 \; ; \; y(0)=1 \; ; \; y'(0)=2$$

1) $y'=x+y^2 \Rightarrow 2=0+1 \Rightarrow$ решений нет

2) $y''=x+y^2 \to$ единственное по Th. Пикара–Л…

3) $y'''=x+y^2 \to$ бесконечно много

№234

$n=1$: нет, т.к. они пересекаются в $(0,0)$

$n=2$: нет, т.к. касаются

$n=3$: нет, т.к. $x''\big|_{x=0}=(\sin x)''\big|_{x=0}$

$n=4$: да, т.к. 3 производные имеют

разные значения

№2

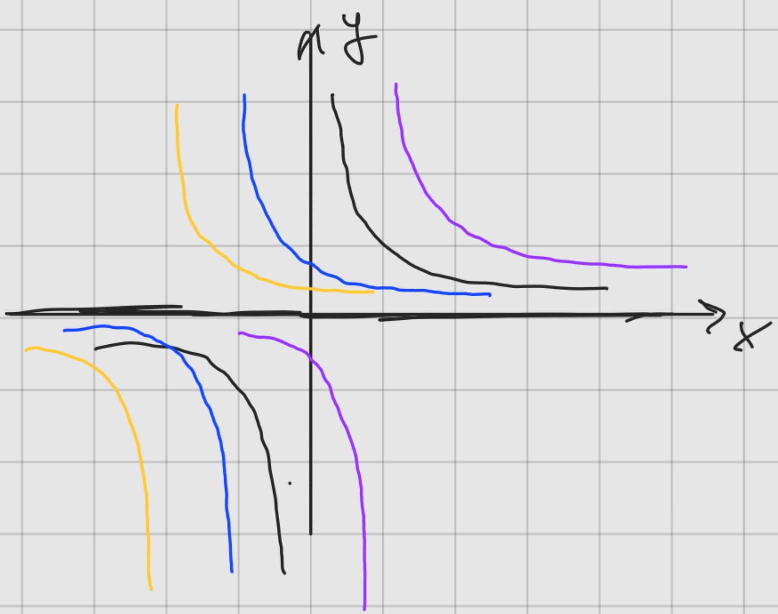
а) $y' = -y^2$; $y(1) = -1$ $\quad y=0$ — особое решение

$$\frac{dy}{y^2} = -dx \Rightarrow -\frac{1}{y} + C = -x$$

$$\frac{1}{y} + C = x \Rightarrow y = \frac{1}{x+C}$$

$$-1 = \frac{1}{1+C} \Rightarrow C = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{x-2}$$

Непродолжаемое решение



б) $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$, $y(-4) = -1$, $y(2) = 1$

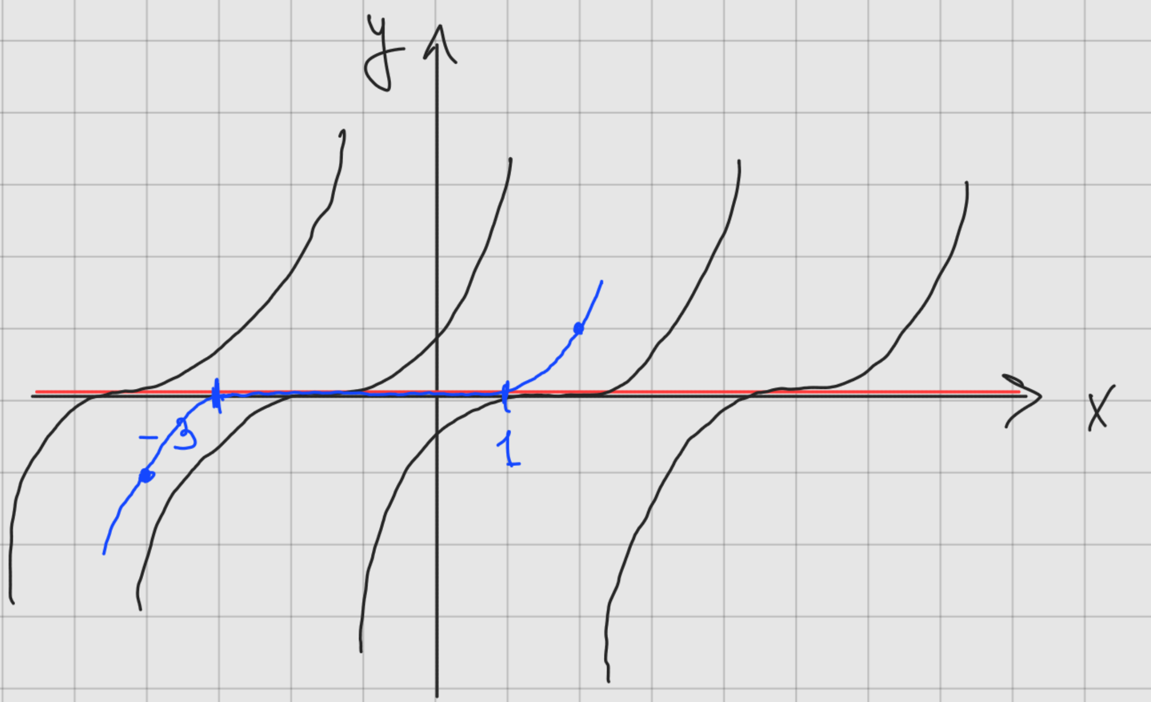
$$\frac{dy}{y^{\frac{2}{3}}} = 3dx \Rightarrow 3y^{\frac{1}{3}} = 3x + C \Rightarrow y = (x+C)^3$$

$y=0$

$-1 = (-4+C)^3 \Rightarrow C_1 = 3$

$1 = (2+C)^3 \Rightarrow C_2 = -1$

$$\begin{cases} y = (x+3)^3, & y<0 \\ y = 0, \; y=0 & \text{– особое решение} \\ y = (x-1)^3, & y>0 \end{cases}$$



В случае (а) решение уравнения задаётся однозначно одним условием, т.к. оно удовлетворяет условиям Th. П-1, что нельзя сказать о случае (б)