$U_\varepsilon(A) = \{x: |x-A|<\varepsilon\}$, $A\in\mathbb{R}$

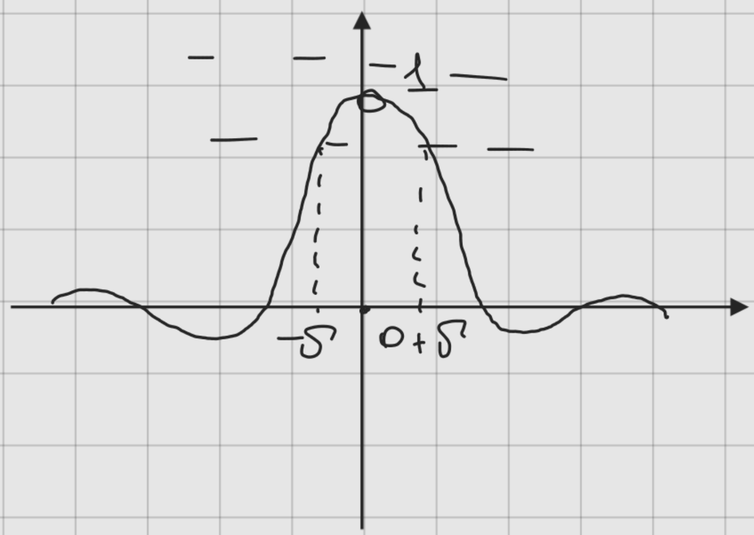
$x\in(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$

$\mathring{U}_\varepsilon(A)=\{x: x\in(A-\varepsilon,A)\cup(A,A+\varepsilon)\}$, $A\in\mathbb{R}$

Если говорят $f(x)\in U_\varepsilon(A) \Rightarrow f(x)\in(A-\varepsilon,A+\varepsilon)$

$x\in \mathring{U}_\delta(x_0) \Rightarrow x\in(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$



$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & x\neq 0\\ 47, & x=0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 1$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} \operatorname{tg} x = +\infty \qquad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} \operatorname{tg} x = -\infty$$

Определение (Предел ф-ции по Коши)

Пусть $f(x)$ определена в $\mathring{U}_{\delta_0}(x_0)$

Число $A\in\mathbb{R}$ называется пределом функции

... $A \in \mathbb{R}$ называется пределом функции

$f(x)$ при $x \to x_0$, если $\Rightarrow$

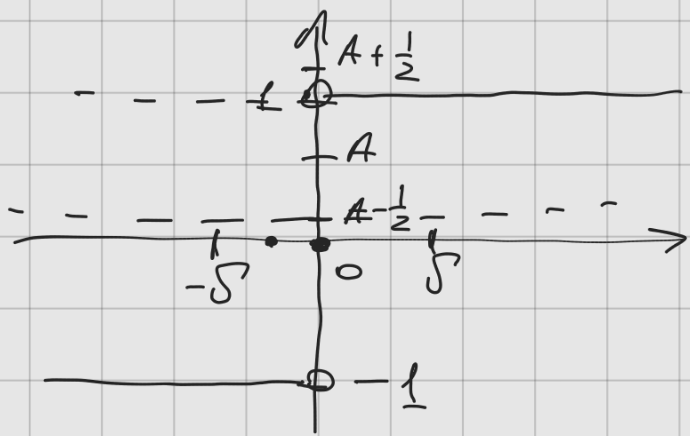
$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \underset{0<\delta<\delta_0}{\delta(\varepsilon)} : \ \forall x : 0 < |x - x_0| < \delta, \hookrightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$$

В этом случае пишут: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$

Док-ть: $\nexists \lim\limits_{x \to 0} \operatorname{sign} x$

$$\operatorname{sign} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

Док-во:



Нужно док-ть, что

$$\forall A \in \mathbb{R} \ \exists \varepsilon > 0 : \forall \delta \ \exists x(\delta) : 0 < |x - x_0| < \delta \hookrightarrow |f(x) - A| \geq \varepsilon$$

1) $\forall A \geq 0 \ \exists \varepsilon = \frac{1}{2} : \forall \delta > 0 \ \exists x(\delta) = -\frac{\delta}{2} : 0 < |x - 0| < \delta \ |f(x) - A| \geq \frac{1}{2}$

Для $A < 0 \rightarrow$ аналогично