Определение предела посл-ти

Опр Пусть A – произвольное множество.

Пусть $\forall n \in N$ поставлен в соответствие некоторый элемент $a_n \in A$. Тогда говорят, что задана посл-ть $a_1, a_2, a_3 \ldots$ со значениями из A, которое обозначается следующим обр

$\{a_n\}$, $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{a_n\}_{n \in N}$

Элементом посл-ти называется пара (n, a_n)

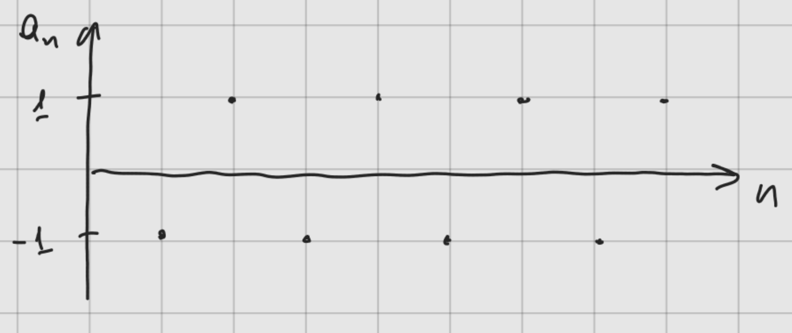
a_n – значение n-го элемента

Если A – это R (всегда), то посл-ть называется числовой

Посл-ти всегда счётны

$f_n(x) = \frac{x}{n}$ – функц. посл-ть

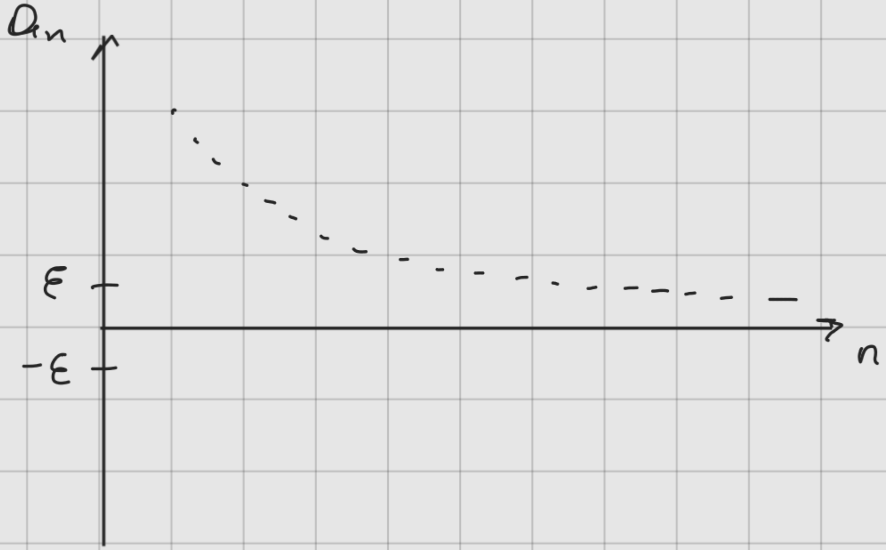
$a_n = (-1)^n$



Мн-во значений может состоять из [1, ...]

Число членов посл-ти счётно

Ставим соответствие между нат. числом и парой (n, a_n)



$$a_n = \frac{1}{n}$$

Опр. Число $a \in \mathbb{R}$ называется пределом посл-ти $\{a_n\} \Longleftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists N(\varepsilon) \in \mathbb{N}: \ n \geq N \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon$$

Здесь и далее считаем $n \in \mathbb{N}$

В этом случае пишут: $a = \lim\limits_{n \to \infty} a_n$

Члены удалены меньше, чем на ε

$\forall \varepsilon > 0\ \exists N : n \geq N \hookrightarrow |a_n - a| < \varepsilon$

Опр ε-окрестность числа a называется

$U_\varepsilon(a) = \{x : x \in (a - \varepsilon, a + \varepsilon)\}$

Пример: Док-ть, что $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0$

$\forall \varepsilon > 0\ \exists N(\varepsilon) \in \mathbb{N} : n \in \mathbb{N} \geq N \hookrightarrow |a_n - a| < \varepsilon$

$\left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \to n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n = \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil + 1$

(Нужно найти N) → найти N(ε)

1) Решить неравенство отн-но n

$\frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon}$

2) $N(\varepsilon) = \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil + 1$

3) Записать итоговое утв.

$\forall \varepsilon > 0\ \exists N(\varepsilon) = \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil + 1 : \forall n \geq N \hookrightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon$