Монотонность

Опр Последовательность a_n - возрастающая, если $\forall n \in \mathbb{N} \to a_{n+1} \geq a_n$

Опр Посл-ть называется **монотонной**, если она возрастающая или убывающая

Строго монотонная $\to$ знак $\geq \to >$

Пример 1 Док-ть $a_n = (-1)^n$ - не монотонна

Док-во: Если $a_n \geq a_{n-1}$ и $a_{n+1} \leq a_n$

$a_1 = -1$, $a_2 = +1$, $a_3 = -1$ => не мотонна.

Пример 2 Док-ть, $x_n = \dfrac{n^2+4}{n+1}$ возрастает с некоторого номера

Если $x_{n+1} \geq x_n$

$$\frac{\overset{n^2+2n+5}{(n+1)^2+4}}{n+2} \cdot \frac{n+1}{n^2+4} \geq 1$$

$$\frac{n^3+3n^2+7n+5}{n^3+2n^2+4n+8} \geq 1$$

$$n^2+3n-3 \geqslant 0$$

$$n^2+3n-3 \geqslant 0$$

$$C\ n = \left\lceil \frac{-3+\sqrt{21}}{2} \right\rceil$$

$$a_n = \sqrt{n^2+n} - n = \frac{n}{\sqrt{n^2+n}+n} \to = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}$$

убывает

$$\frac{n+1}{\sqrt{n^2+3n+2}+n+1} \geqslant \frac{n}{\quad}$$

$x_n = \frac{n}{2^n}$ – убывает для любых n?

$$\frac{n+1}{2^n \cdot 2} \leq \frac{n}{2^n} \to n \geq 1 \to \forall n \Rightarrow уб.$$