① Из существования и равенства пределов по всем направлениям в т. $X^{(0)}$ не следует существование предела в т. X^0

$$y = \begin{cases} 1, & y = x^2 \\ 0, & y \neq x^2 \end{cases}$$

---

② $\exists$ обычный предел $\not\Rightarrow$ $\exists$ повторный предел

$$f = x \sin\frac{1}{y} + y \sin\frac{1}{x}$$

---

③ $\exists$ повторный предел $\not\Rightarrow$ $\exists$ обычный предел

$$y = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$$ (обычный через направления)

---

④ Из непр-ти и $\exists$ конечных частных производных $\not\Rightarrow$ дифф-ть

$$y = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$$

---

⑤ Из непр-ти $\not\Rightarrow$ $\exists$ ч.п

$f(x,y) = |x| \ (\forall y)$

---

(6) Из $\exists$ конечных ч.п $\not\Rightarrow$ непр-ть

$$f = \begin{cases} 1, & y = x^2 \\ 0, & y \neq x^2 \end{cases}$$

---

(7) Из диф-ти $\not\Rightarrow$ непр. диф-ть

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin\frac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$$

(8.) Контрпример на неравные смешанные производные

$$f(x,y) = \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}$$

(9.) Из ограниченности $\not\Rightarrow$ инт-ть на $[a,b]$

$$f(x) = D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

---

(10) Если $|f|$ - интегрируем $\not\Rightarrow$ f-инт-м

$$f = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ -1, & x \notin Q \end{cases}, \quad |f| = 1$$

---

(11) Если в ф-ии изменить значение в счётном кол-ве точек, то это повлияет на инт-ть:

$$f(x) = 0, \quad f^*(x) = D(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ 0, & x \notin Q \end{cases}$$

---

(12)

f - инт-ма на $[a, b]$ $\not\Leftrightarrow$ f имеет первообразную на $[a, b]$

($\Rightarrow$) $f(x) = \text{sign}(x)$ на $[-1, 1]$

$\Leftarrow$ $$F(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

неогр. в $x=0$

$$F'(x) = f(x) = \begin{cases} 2x \sin \frac{1}{x^2} - \cos \frac{1}{x^2} \cdot \frac{2}{x}, & x = 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$