Теорминимум 2 семак

Скубачевский Антон

Первое дз:

- Первообразная, неопределенный интеграл, теоремы о замене переменных и интегрировании по частям

- Открытое множество, внутренние точки, замкнутое множество, предельные точки, точки прикосновения, внутренность, замыкание, граничные точки, изолированные точки, всякая ли внутренняя является предельной? (и обратно), область, компакт.

- Предел функции многих переменных, предел по множеству, предел по направлению. Следует ли из существования предела функции многих переменных в точке существование пределов по направлению в этой точке? (и обратно). Повторный предел. Связь с обычным (обычный мы также называем порой двойным) и с пределом по направлению (тут куча контрпримеров, что одно из другого не следует; сказать, что есть одна теорема, связывающая существование двойного и повторного - есть в Бесове).

- Частная производная, дифференцируемость и непрерывность функции нескольких переменных, их связь (если следует – доказательство, если нет – контрпример). Непрерывность по направлению. Непрерывная дифференцируемость. Следует ли из нее диф-ть и обратно (если нет-контрпример).

- Дифференциал функции многих переменных и формула Тейлора. Вторые смешанные производные равны, если они непрерывны - знать. Могут попросить привести пример вторых смешанных производных, которые не равны (ну и не непрерывны) – задача 4 из 1го дз из какого-то параграфа.

Второе дз:

- Мера Жордана - знать, как вводится и какие-нибудь свойства. Знать, что значит, что множество измеримо по Жордану, критерий измеримости(мера границы ноль) и пример неизмеримого по Ж множества (рациональные точки [0,1])

- Интегрируемость по Риману и по Дарбу, критерий интегрируемости (там через ω, т.е. колебание функции или так называемый модуль непрерывности, есть в Бесове). Связь непрерывности, ограниченности и интегрируемости (с контрпримерами). Можно туды еще монотонность. Пример неинтегрируемой функции.

- Свойства интеграла Римана.

- Что такое интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

- Геометрические приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь поверхности вращения.

- Криволинейный интеграл 1 и 2 рода. Что такое поменять ориентацию? Что такое поменять параметризацию? Зависят ли КИ 1 и 2 рода от смены ориентации и параметризации?

- Несобственный интеграл: определение, определение сходимости, шаблоны. Абсолютная и условная сходимость. Критерий Коши. Признаки сравнения, признаки Дирихле и Абеля. Знать примеры расходящихся, сходящихся условно и абсолютно интегралов. А что, если в признаке Дирихле убрать условие монотонности, он будет работать? (контрпример). Если $\int\limits_1^{+\infty} f(x)dx$ и $\int\limits_1^{+\infty} g(x)dx$ сходятся условно, как может сходиться $\int\limits_1^{+\infty} f(x)g(x)dx$? А если они сходятся абсолютно? (это уже посложнее)

Третье дз:

- Числовой ряд. Определение сходимости, частичной суммы ряда, суммы ряда.

- Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. Интегральный признак (а что, если не выполняется условие монотонного убывания к нулю? 2 контрпримера). Шаблоны (они примерно как для несобственных интегралов). Признаки сравнения. Признаки Коши и Даламбера. Признаки Дирихле, Абеля и Лейбница. $\sum\limits_{1}^{+\infty} a_k$ сходится абсолютно, $\sum\limits_{1}^{+\infty} b_k$ сходится абсолютно, тогда $\sum\limits_{1}^{+\infty} a_k b_k$ тоже сходится абсолютно.

- Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов, их связь. Критерий Коши. Признаки Дирихле и Абеля для функциональных рядов. Признаки Вейерштрасса и сравнения для рядов.

- Последовательность непрерывных функций сходится к непрерывной (аналогично, ряд из непрерывных функций если сходится равномерно, то сумма ряда - непрерывная функция). Теоремы о почленном дифференцировании и интегрировании функциональных рядов.

- Степенной ряд. Радиус сходимости (физический смысл и формула Коши-Адамара). Теорема Абеля (у некоторых потоков их 2). Дифференцирование и интегрирование степенного ряда внутри круга сходимости. Знать ряды Тейлора для основных функций. Еще знать остаточные члены формулы Тейлора в форме Пеано, Лагранжа, Коши и Интегральной формах.