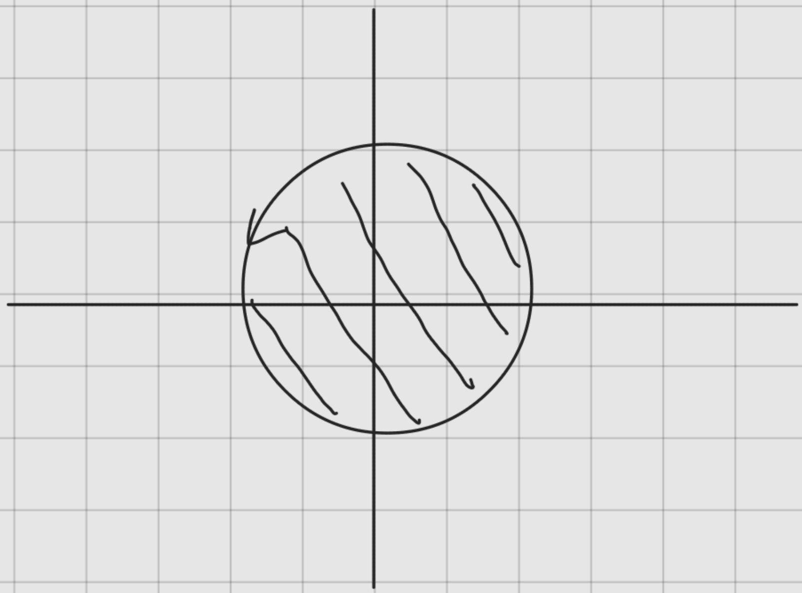


$x = \cos\varphi$
$y = \sin\varphi$

Грин сводит КИ II рода по замкнутому контуру к кратному

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} P(x,y,z) \\ Q(x,y,z) \\ R(x,y,z) \end{pmatrix} ; \quad r'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix}$$

Поэтому $\int\limits_{\Gamma} (F, d\bar{r})$ записывают как

$$\int\limits_{\Gamma} P\,dx + Q\,dy + R\,dz = \int\limits_{a}^{b} \left(P x'(t) + Q y'(t) + R z'(t)\right) dt$$

Th. (Формула Грина)

Пусть D — ограниченная плоская область, ∂D граница которой состоит из конечного числа граница которой состоит из конечного числа

Без пересечений

попарно непересекающихся простых кусочно-

Непр. дифф., без особ. точек

гладких контуров Γ_i ($\partial D = \cup \Gamma_i$), положительно

ориентированных относительно обл-ти D.

Пусть на замкнутой обл-ти $\overline{D}$ задано

векторное поле $\overline{a}(x, y) = \begin{pmatrix} P(x,y) \\ Q(x,y) \end{pmatrix}$, где

P, Q, P'_y, Q'_x - непр. на $\overline{D}$. Тогда:

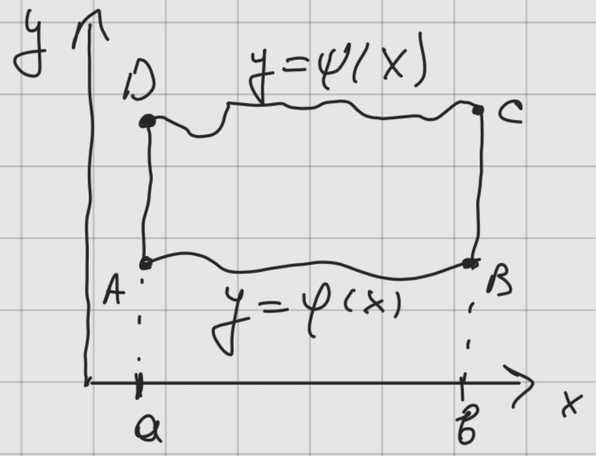
$$\iint\limits_D (Q'_x - P'_y)\,dx\,dy = \int\limits_{\partial D^+} P\,dx + Q\,dy$$

Положительное направление обхода -

когда при обходе по границе область оста-

ётся по левую руку

Док-во: Для $Q \equiv 0$, D - элементарно отн-но Oy



Th. переход к повторному

Ньютон-Лейбниц

1) $$\iint\limits_D P'_y\,dx\,dy = \int\limits_a^b \underbrace{\left(\int\limits_{\varphi(x)}^{\psi(x)} P'_y\,dy\right)}\,dx =$$

$$= \int\limits_a^b \Big(P(x,\psi(x)) - P(x,\varphi(x))\Big)\,dx =$$

КИ II рода

зависит от смены ориентации

$$= \int\limits_{\overset{\frown}{DC}} P(x,y)\,dx - \int\limits_{\overset{\frown}{AB}} P(x,y)\,dx =$$

$$\int\limits_{BC} P\,dx = \int\limits_{DA} P\,dx = 0,\ \underline{x=a}$$

$$= -\int\limits_{\overset{\frown}{CD}} P(x,y)\,dx - \int\limits_{\overset{\frown}{AB}} P(x,y)\,dx = -\int\limits_{\partial D^+} P\,dx,\ \text{ЧТД.}$$

$$\int\limits_a^b P(x,\psi(x))\,dx = \int\limits_{\overset{\frown}{DC}} P\,dx + \cancel{Q\,dy} =$$

$$= \int\limits_a^b P(x,\psi(x))\,x'_x\,dx$$

$$\int_{\partial C} P(x,y)\,dx \overset{r(t)=(\psi(t))}{=} \quad = \int_a P(x(t), y(t))\, x'(t)\,dt =$$

$$= \int_a^b P(t, \psi(t)) \cdot 1 \cdot dt$$