Опр. Пусть на откр. мн-ве $G \subset \mathbb{R}^n$ заданы ф-ии $f, \varphi_1, \dots, \varphi_m$ $(1 \le m < n)$. Пусть

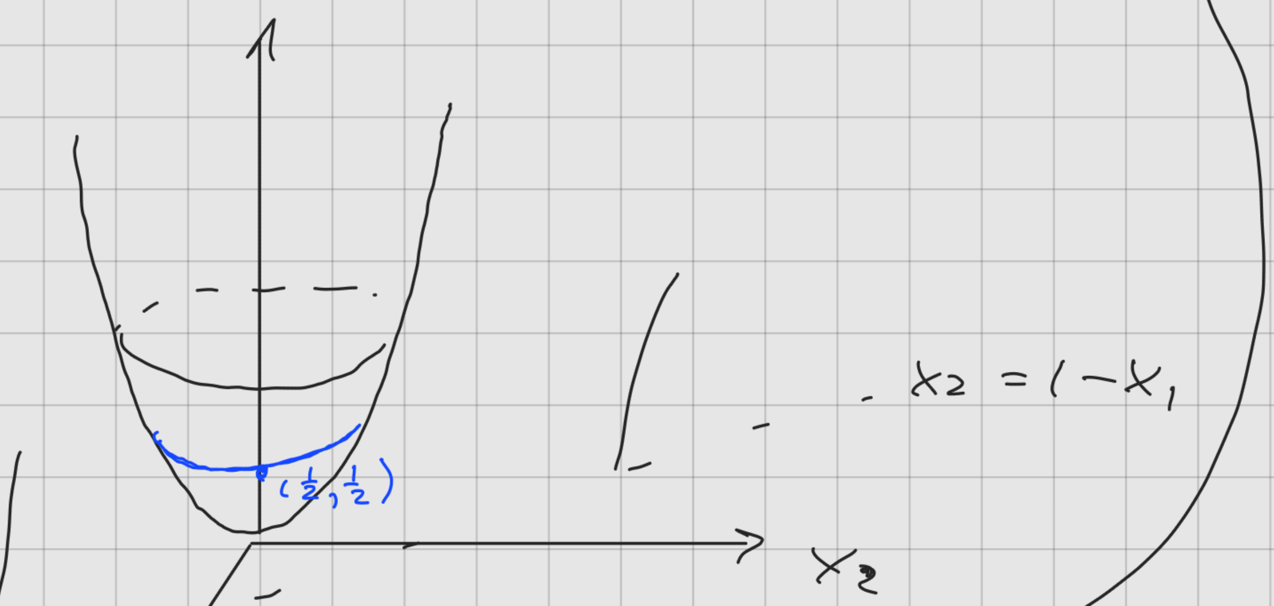
$$E = \{x : x \in G : \varphi_j(x) = 0 \ \forall \ 1 \le j \le m\}$$

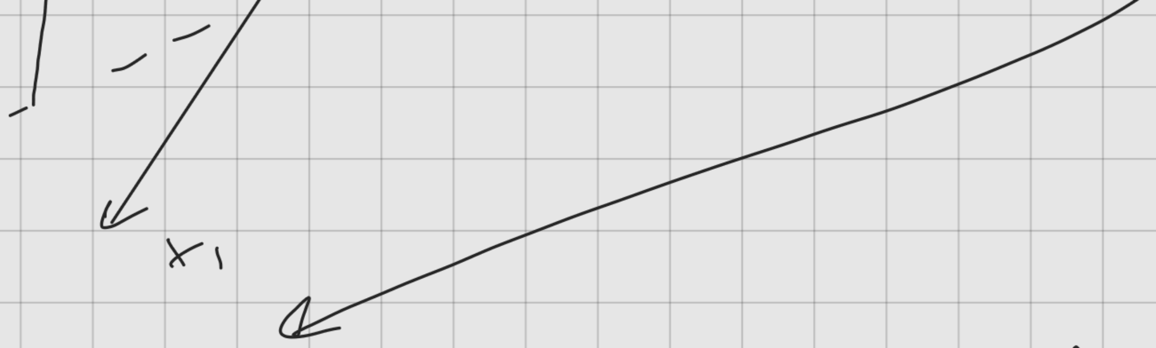
$\{\varphi_j(x) = 0\}_{j=1}^{m}$ – ур-я связи (1)

Опр. Точка $x^{(0)} \in E$ называется точкой условного минимума ф-ии f при связях (1), если $\exists \ \delta > 0 : f(x^{(0)}) \le f(x) \ \forall x \in E \cap \mathring{U}_\delta(x^{(0)})$

Пример: $f = x_1^2 + x_2^2$ – если просто исследуем на extr, то $(0,0)$ – точка строгого минимума лок.

Зададим ур-я связи: $\varphi_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2 - 1 = 0$





$$f = x_1^2 + 1 - 2x_1 + x_1^2 = x_1^2 + (1 - x_1)^2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}:$$

$x_1 = \frac{1}{2}$ – точка extr. $\Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ – точка условного минимума $f = x_1^2 + x_2^2$ при

усл. $x_1 + x_2 - 1 = 0$

$$\{F_j(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m)\}_{j=1}^m$$

В дальнейшем будем считать, что

$f, \varphi_1, \dots, \varphi_m$ – непр. дифф. на G;

$\operatorname{rang} \left\| \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} \right\| = m$ – на G $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ у матрицы $\left(\frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i}\right)$ существует ненулевой минор порядка m

Б.О.О. будем считать, что этот минор

$\frac{\partial(\varphi_1, \dots, \varphi_m)}{\partial(x_1, \dots, x_m)} \neq 0$ $\Rightarrow$ по Th. о системе неявных ф-ий

$a(x_1, \dots$

$\exists$ прямоугольная окр-ть $a(x_1^{(0)}, \dots, x_m^{(0)}) \times$

$\times\, a(x_{m+1}^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})\}$, где

$$\varphi_j = 0 \iff \{x_j = \mu_j(x_{m+1}, \dots, x_n)\}_{j=1}^{m}$$

$$\varphi(x_1, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_n) = 0$$