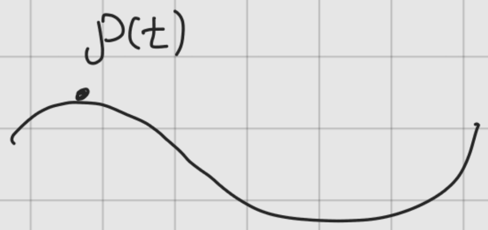
Опр. Пусть $\Gamma = \{ \bar{r}(t),\ t \in [a;b] \}$; $\bar{r}(t)$ - непр, кусочно непрерывно дифф-ма.

Пусть на Γ задана $\bar{F}(\bar{r})$. Тогда **КИ II рода** вектор-ф-ии $\bar{F}$ по кривой Γ называется опр-й интеграл ф-ии $\varphi(t) = (\bar{F}(\bar{r}(t)), \bar{r}'(t))$ по $[a, b]$:

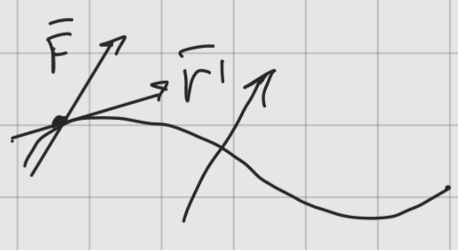
$$\int_\Gamma (\bar{F}(\bar{r}(t)), d\bar{r}) = \int_a^b (\bar{F}(\bar{r}(t)), \bar{r}'(t))\,dt$$

$$A = \sum \delta A = \sum (\bar{F}_i, d\bar{r})$$

Т.е. КИ II - работа силы вдоль траектории



КИ I



КИ II

Th 1. КИ II рода не зависит от смены параметризации.

Док-во:

1) Пусть $\Gamma = \{\bar{r}(t),\ t \in [t_1, t_2]\} = \{\bar{\rho}(t), \tau \in [\tau_1, \tau_2]\}$

2) $$\int_{t_1}^{t_2} (\bar{F}(\bar{r}(t)), \bar{r}'(t))\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(F(\bar{\rho}(\tau(t))), \rho'(\tau(t))\right)\tau' dt$$

произв. сл-й ф-ии

$$\overset{\tau = \tau(t)}{=} \int_{\tau_1}^{\tau_2} (F(\bar{\rho}(\tau)), \rho'(\tau))\,d\tau \Rightarrow ЧТД.$$

Th 2. КИ II рода меняет знак при смене ориентации кривой.

$\bar{r}(t) = \bar{\rho}(-\tau)$

Док-во: 1) $\tau = -t$; $\bar{\rho}(\tau) = \bar{r}(-\tau)$ – задаёт кривую $\Gamma^- = \{\rho(\tau) : \tau \in [-b; -a]\}$

$\bar{\rho}'(\tau) = -r'(-\tau)$

2) $$\int_\Gamma (\bar{F}(r), d\bar{r}) = \int_a^b (\bar{F}(\bar{r}(t)), \bar{r}'(t))\,dt =$$

$$= -\int_b^a (\bar{F}(\bar{r}(t)), \bar{r}'(t))\,d(-t) = \{\ \bar{r}(-\tau) = \bar{\rho}(\tau)$$

$$-\bar{r}'(-\tau) = -(-\bar{\rho}'(\tau)) =$$

$t = -\tau$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = \bar{\rho}'(\tau)$

$$= -\int_{-b}^{-a} \left(\bar{F}(\rho(\tau)), \bar{\rho}'(\tau) \right) d\tau =$$

$$= -\int_{\Gamma^-} \left(\bar{F}(\bar{r}), d\bar{r} \right)$$