**Опр.** Пусть в $\mathbb{R}^3$ задана гладкая пов-ть $S = \{\bar r(u,v) : (u,v) \in \bar D\}$, где $D$ – измеримая, плоская обл-ть; $\bar n = \dfrac{\bar r'_u \times \bar r'_v}{|\bar r'_u \times \bar r'_v|}$. Ориентируем пов-ть $S$ с помощью выбора непрерывного поля единичных нормалей $\bar n_S = \pm \dfrac{\bar r'_u \times \bar r'_v}{|\bar r'_u \times \bar r'_v|}$

(то есть либо '+', либо '−'). Пусть на пов-ти $S$ задано векторное поле

P, Q, R – непр

$\bar a = P\bar i + Q\bar j + R\bar k$. Тогда ПИ II рода, он же поток поля через гладкую пов-ть:

$$\iint_S (\bar a, \bar n_S)\, dS \quad ,$$

Его также обозначают:

$$\iint_S P\,dydz + Q\,dxdz + R\,dxdy$$

В силу опр-я данный интеграл равен:

$$\bar n = \frac{\bar r'_u \times \bar r'_v}{|\bar r'_u \times \bar r'_v|} = \begin{vmatrix} \bar i & \bar j & \bar k \\ x'_u & y'_u & z'_u \\ x'_v & y'_v & z'_v \end{vmatrix} \frac{1}{|\quad|}$$

Тогда $\iint\limits_{S^+} P\,dy\,dz + Q\,dx\,dz + R\,dx\,dy =$

если выбрали $n_s = n$

$$= \iint\limits_S \left(\bar a, \frac{\bar r'_u \times \bar r'_v}{|\bar r'_u \times \bar r'_v|}\right) dS =$$

$$= \iint\limits_D \left(\bar a, \frac{\bar r'_u \times \bar r'_v}{\cancel{|\bar r'_u \times \bar r'_v|}}\right) \cdot \cancel{|\bar r'_u \times \bar r'_v|}\, du\, dv$$

$$= \iint\limits_D (\bar a, \bar r'_u, \bar r'_v)\, du\, dv =$$

$$\boxed{= \iint\limits_D \begin{vmatrix} P & Q & R \\ x'_u & y'_u & z'_u \\ x'_v & y'_v & z'_v \end{vmatrix} du\, dv}$$

Св-ва:

1) Не зависит от смены параметризации

2) Зависит от смены ориентации.