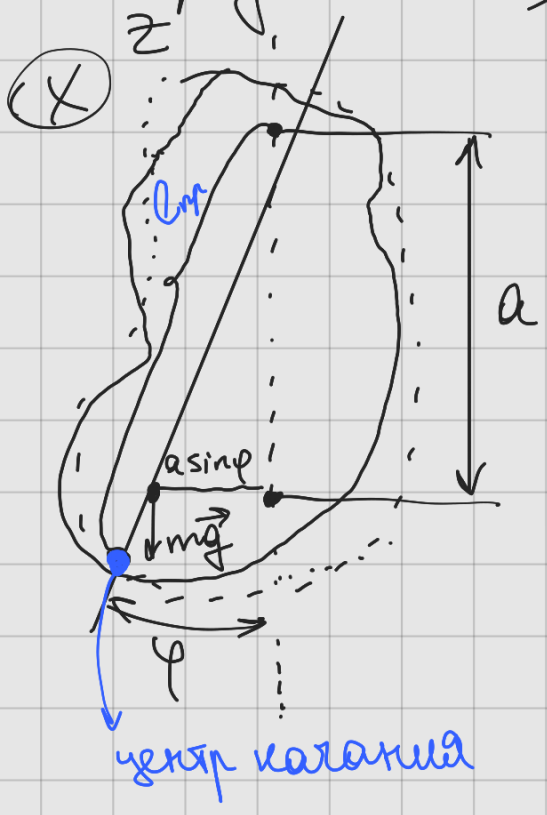
Физический маятник –

твердое тело, подвешенное за точку



m, a, I_0

Ур-е моментов:

$$M_z = -mg\sin\varphi a$$

$$L = (I_0 + ma^2)\cdot\dot{\varphi}$$

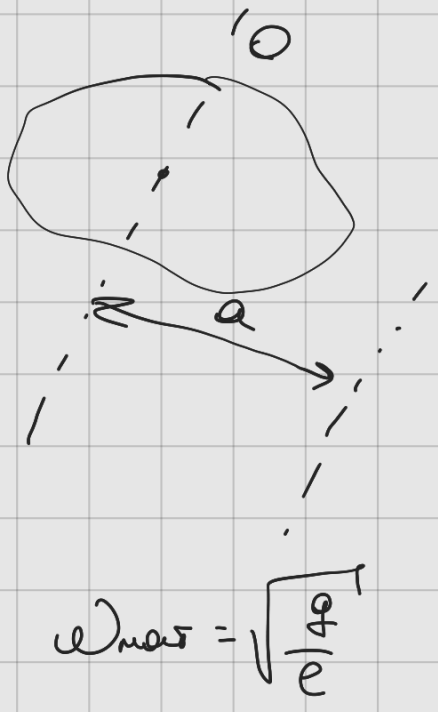
$$(I_0 + ma^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mga\sin\varphi$$

↓

Th. Гюйгенса – Штейнера

$$J_{пр} = J_0 + ma^2$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \underbrace{\frac{mga}{I_0+ma^2}}_{\omega^2}\varphi = 0$$

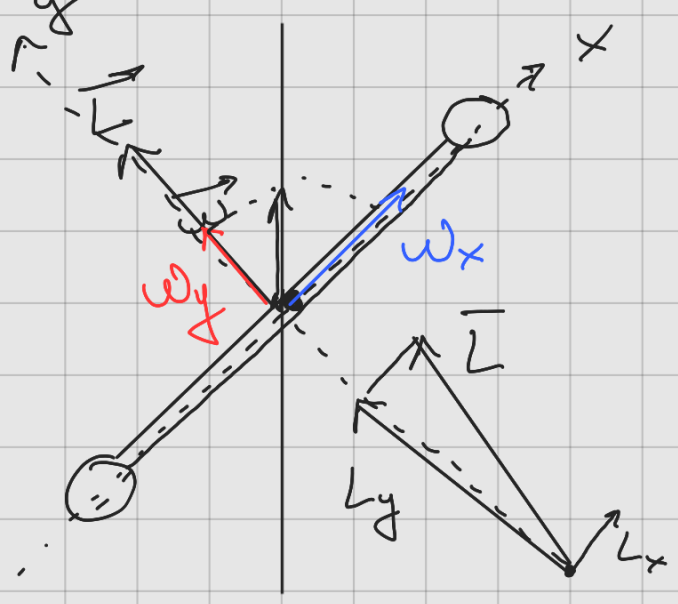


$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I_0+ma^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{g}{a + \frac{I_0}{ma}}}$$

$$\omega_{мат} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\ell_{приведенная} = a + \frac{I_0}{ma}$$



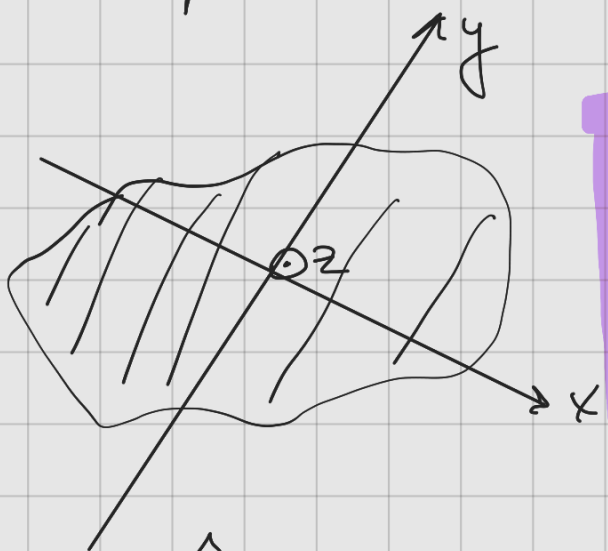
$L_x = J_x \cdot \omega_x$

$L_y = J_y \cdot \omega_y$

Разложим ω на ω_x и ω_y.

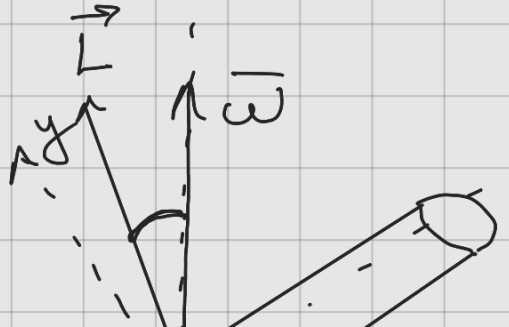
Если шарики - мат. точки $\to J_x = 0$

У любого тела есть 3 оси, относительно которых $\bar{L} \parallel \bar{\omega}$ — главные оси вращения

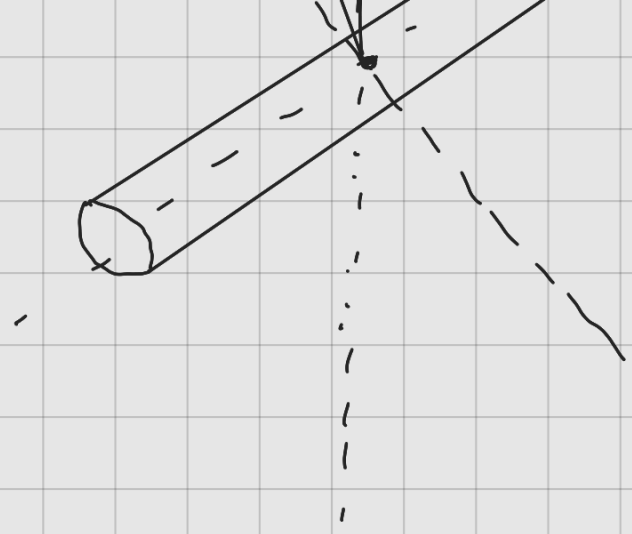


$$\begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$$

$\vec{L} = \hat{J}\vec{\omega}$ — L связана с ω через тензор инерции



Если убрать ось $\bar{\omega}$, то $\bar{L} = const$, т.к. $\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M} = 0 \Rightarrow$



$\Rightarrow \bar{\omega}$ - вращается

$\bar{\omega}$ - будет описывать конус

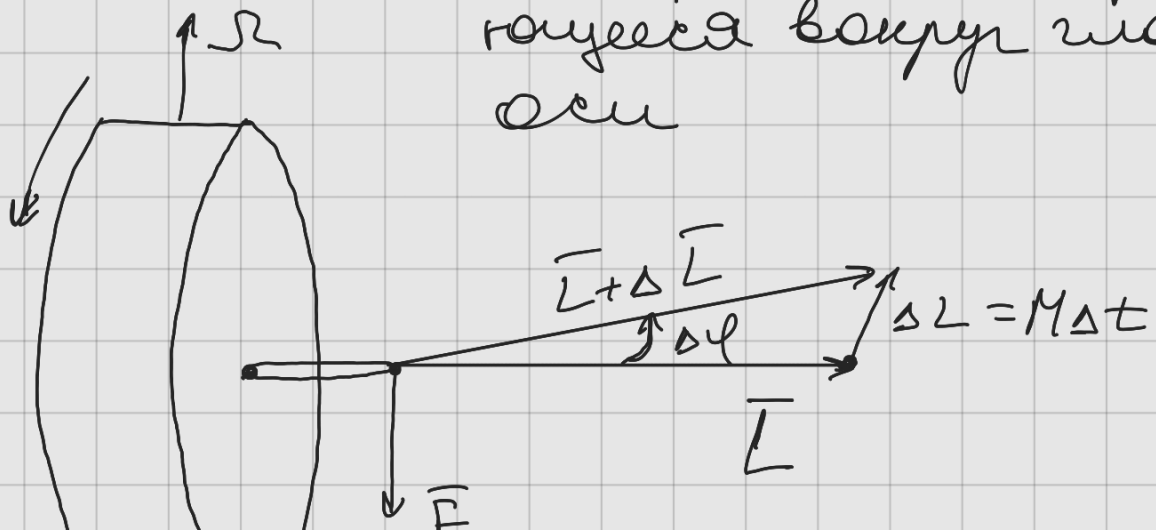
Свободная регулярная прецессия - не прикладываются силы, ω - крутится по конусу, вращение оси по конусу

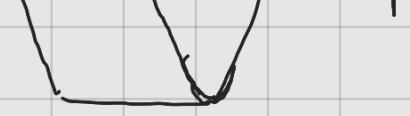
Эффект Джанибекова

Закручивают вокруг одной из главных осей.

Вынужденная прецессия

Гироскоп - быстро вращающееся вокруг главной оси



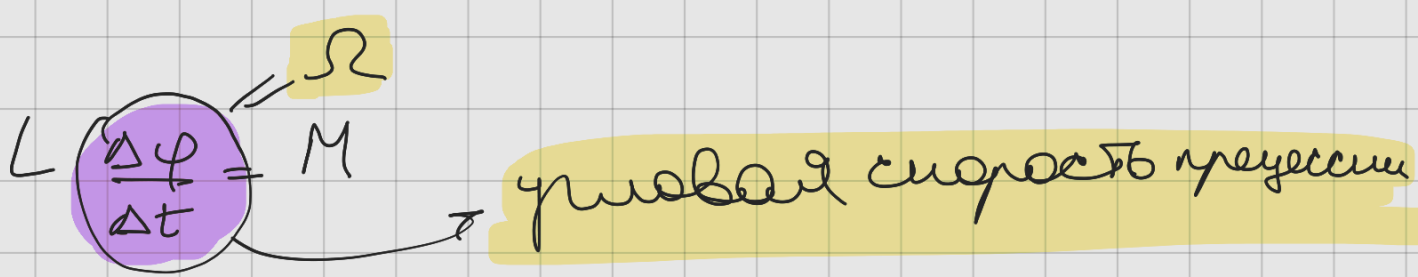


$$|\bar{L}| = J_x \omega_x$$

$$I_x \omega_x \gg I_y \omega_y, I_z \omega_z$$

Приближённая теория гироскопа

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta L}{L} = \frac{M \Delta t}{L}$$



$$\vec{M} = [\vec{\Omega} \times \vec{L}]$$

Ω - маленькая по величине

ω - большая по величине

Прецессия, потому что вращается ось