6 Первый закон Ньютона – если материальное тело не испытывает воздействие других тел и полей то оно двигается равномерно и прямолинейно, или покоится, т.е. движется по инерции системой отсчета в которых выполняется первый закон Ньютона называется иррациональными системами отсчета (ИСО). Всякая система отсчета движущихся относительно ИСО, так же являются ИСО.
Первый закон Ньютона: Всякое тело сохраняет состояние относительного покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешнее воздействие не изменит этого состояния.
Первый закон позволяет считать комбинацию действующих сил динамически эквивалентной их отсутствию, т.е. их сумма равна нулю. Поэтому математически закон выражается уравнением:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \vec{R} = 0}$$

Согласно этому закону силы не являются первопричиной движения. И в отсутствии сил тела движутся. Это инерциальное движение тела.
Инерция: Свойство материального тела сохранять в отсутствии сил состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения. Инерция тел проявляется также в том, что изменение движения тела под действием сил происходит не мгновенно, а протекают во времени.

8. Третий закон Ньютона- воздействия тел друга на друга носит характер взаимодействия.

Силы взаимодействий двух материальных точек равны по величине, противоположны по направлению и линии действия их направлены вдоль прямой соединяющей эти точки.
$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$ - 3 закон Ньютона

Виды сил в механике.
Все силы, встречающиеся в природе обусловлены существованием четырех типов фундаментальными взаимодействиями:
1)Гравитационными (солнце и земля, большие расстояния).
2)Электромагнитными (радиус действия бесконечен)
3)Сильными (r=10^-15)
и 4)слабыми (r=10^-17) взаимодействиями
Сильные и слабые взаимодействия - это слабые взаимодействия которые обусловливают нестабильность микрочастиц (элементарных частиц), взаимное превращение, распад.

25. Момент импульса замкнутой системы остается неизменным. Этот закон обусловлен аутропией пространства, то есть одинаковостью свойств пространства по всем направлениям. Движение в поле центральных сил: F = f(r)* ř /r
$F = G^* \frac{M}{r^2} * m * \frac{\check{r}}{r}$
Момент центральной силы равен нулю, значит I = const, что свидетельствует о том , что движение материальной точки в поле центральных сил происходит в одной плоскости. Материальная точка движущаяся в поле центральных сил представляет собой: $W_к + W_п = E$
$E = (m^*V^2)/2 – G^*(M^*m)/r$,
Если E < 0 – эллипс.
Если E = 0 – парабола.
Если E > 0 – гипербола.

51. Резкое возрастание амплитуды вынужд колеб при приближ частоты вынужд силы к частоте собственных колебаний (α<<ω0) наз. **резонансом**.

$$B_{рез} = \frac{F_0}{2\alpha\omega_0 m}, \Omega = \omega_0$$

Смещение колебл. точки под действ статич силы равной F_0

$$F = kA = m\omega_0^2 A, A = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$$

$$\frac{B_{рез}}{A} = \frac{\omega_0}{2\alpha} = Q$$

Q- добротность, величина, показывающая во сколько раз амплитуда вынужд колебаний в момент резонанса больше смещения системы из положения равновесия под действием вынуждающей силы.

$$Q = \frac{\pi}{\delta}$$

Резонансные кривые:
Если ω →0, ωрез и B рез достигают одного и того же, отличного от нулю, предельного значения X_0/ω_0^2, которое наз статистическим отклонением. Если ω → ∞, то все кривые асимптотически стремятся к нулю. Приведенная совокупность кривых наз **резонансными кривыми.**

7. Второй закон Ньютона (a=F/m)- ускорение приобретаемое под действием силы пропорционально величине этой силы обратно пропорционально массе тела и направленно по линии действия силы. **Силой** называется физ. величина характеризующая величину воздействия на тело со стороны других тел и полей. Сила вектор. Сила полностью задана если известны её величина направление или точка приложения.
Действие нескольких сил можно заменить действием одной – равно действующей равной геометрической сумме всех сил действующих на тело (F=F1+F2+F3…+Fn).
Динамическое проявление силы выражается в том, что телом собирается ускорение.
Статическое проявление силы выражается в том, что под действием силы, тело снимается.
Масса- мера количества вещества.
Существует два вида масс: -инерционная показывает массивность, меру, количество вещества заключенное в данном теле; чем больше масса, тем труднее при равной силе оно будет приобретать равное ускорение;
-гравитационная $F=(G^*(m1^*m2))/r^2$
$F=ma=m(dr/dt)=d(mV)/dt=dP/dt$, где P- импульс тела
$F=dP/dt$ - 2 закон Ньютона (уравнение движения)
Зная это уравнение и зная силы мы можем найти положение точки в любой момент времени. P=mV – импульс тела.
Если сила равна нулю, то ускорение равно нулю, то есть тело движется равномерно и прямолинейно (по инерции). Следовательно, если материальное тело не испытывает воздействие со стороны других тел то оно движется по инерции (1 закон Ньютона- следствие второго закона Ньютона, частный случай).
[F]=Н=кг*м/с², [m]=кг, [P]=кг*м/с

9. В макро мире которую изучает классическая механика от сил, обусловленных слабым и сильным взаимодействием можно не рассматривать.
В механике рассматриваю: гравитационные силы, силы упругости, силы трения.
$F = (G^*(m_1^*m_2))/r^2$ -гравитационная сила (сила тяготения, сила тяжести).
$g= G^*M_з/R^2=9{,}81$ (м/с²)- ускорение свободного падения на поверхности Земли.
$g_h= G^*M_з/(R_з+h)^2$ - на уровне моря.
$g_h= G^*M_з^*R_з^2/ R_з^2{}^*(R_з+h)^2=g^* R_з^2/(R_з+h)^2$
Сила тяжести определяется только положением тела, а вес тела зависит от того, какие еще силы действуют, какое еще происходит движение.
Вес тела- сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору удерживающее тело от свободного падения.
Ускорение свободного падения будет изменяться под действием сил, рассмотрим на примере лифта:
Сила тяжести равна силе натяжения нити P=T
1) ↓ā=0, ∑ F= m* ā; T+ m* g = m* ā = 0.
T- m* g = 0 (T=1; m* g=1)
P= m* g, где P-сила тяжести.
2) ↑ā≠0; T+ m* g = m* ā; T- m* g = m* ā.
P=T=m*(g + ā)
3) ↓ā ≠0; T- m* g = - m* ā.
P=T=m*(g - ā); ā=g
P= m*(g ± ā); F= m*g

13. Закон сохранения импульса.
Рассмотрим систему, состоящую из n-материальных точек. И запишем для каждой точки 2 закон Ньютона(dp/dt = ∑ F):
$dp_1/ dt = F_{12} + F_{13} +…+ F_{1n} + F_1$, где F_{ik}- внутренние силы, F_i – внешние силы.
$dp_2/ dt= F_{21} + F_{23} +…+ F_{2n}+ F_2$
$dp_n/ dt= F_{n1} + F_{n2} +…+ F_{n,n-1} + F_n$
$(d/dt) \sum p_i = (F_{12} + F_{21}) + (F_{13} + F_{31}) +…+ (F_{1n}+ F_{n1}) + \sum_i F$
Согласно третьему закону Ньютона($F_{ik}= -F_{ki}$), сумма всех внутренних сил равна нулю. С учетом этого можно записать
$(d/dt) \sum p_i = \sum F_i$
$\sum p_i = p$, $dp/dt = \sum F_i$
Производная от импульса систем по времени равна геометрической сумме внешних сил действующих на систему. Для замкнутой системы $\sum F_i = 0$, отсюда следует, что p = const (для замкнутой системы импульс постоянен). **Формулировка закона сохранения импульса:** Полный импульс замкнутой системы остается неизменным, какие бы движения не происходили внутри этой системы. В основе этого закона лежит однородность пространства, то есть одинаковых свойств пространства во всех точках.

50. Вынужденные колебания:
В.к. происходят под действием вынуждающей силы – силы, изменяющейся по гармоническому з-ну.
$F_{вын} = F_0 \cos \Omega t$
Диф. у-е вынужденных колебаний и его решение:

$$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\Omega t$$

$$x = B\cos(\Omega t + \beta)$$

B – амплитуда вынужденных колебаний;(Ωt-β) – фаза.

$$B = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2) + 4\alpha^2\Omega^2}}, \alpha = \frac{r}{2m}$$

$$\Omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\alpha^2}$$

Резкое возрастание амплитуды вынужд колеб при приближ частоты вынужд силы к частоте собственных колебаний (α<<ω0) наз. **резонансом**.

$$B_{рез} = \frac{F_0}{2\alpha\omega_0 m}, \Omega = \omega_0$$

Смещение колебл. точки под действ статич силы равной F_0

$$F = kA = m\omega_0^2 A, A = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$$

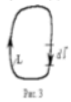
14. Центр масс системы и закон его движения.
В механике используют при рассмотрении какой-либо системы такое понятие как центр масс. Центр масс (центр инерции) – точка характеризующая распределение массы системы (с). Положение точки определяется радиусом вектора. Радиус вектора:
$\check{r}_c= (m_1{}^* \check{r}_1 + m_2{}^* \check{r}_2 + … + m_n{}^* \check{r}_n)/(m_1 + m_2 + … + m_n) = (1/m) \sum m_i{}^* \check{r}_i$ - положение центр масс системы.
В однородном поле силы тяжести центр масс совпадает с центром тяжести. Скорость движения центр масс:
$V_c = dr_c/dt= (1/m) \sum m_i{}^* dr_i/dt = (1/m) \sum m_i{}^*V_i = (1/m) \sum p_i = p/m$, $p= m^* V_c$
Импульс системы равен произведению ее массы на скорость движения ее центра массы(центра инерции).

$$d/dt^* \sum m_i{}^*V_i = \sum F = d/dt(m^*V_c)= \sum_{i=1}^{N} F_i$$

Если система замкнутая ($\sum F_{вн} = 0$), то $(dV_c /dt) =0$, отсюда следует, что V_c = const.
Центр масс замкнутой системы движется по инерции как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса замкнутой системы, то есть если система замкнутая, то центр масс движется равномерно и прямолинейно, либо покоится. Система отсчета, относительно которой центр масс покоится, называется системой центра масс. Эта система инерциальна. Система отсчета связанная с измерительными приборами, называется лабораторной системой.

21. Имеется система из n – материальных точек на которые действуют консервативные и неконсервативные силы. Работа консервативных сил равна убыли консервативной энергии
$A_{12} = W_{п1} – W_{п2}$
Работа не консервативных сил $A = A_{12} + A_{12}{}^* = W_{п1} – W_{п2} + A_{12}{}^* = W_{к2} – W_{к1}$
$A_{12}{}^* = (W_{к2} + W_{п2}) – (W_{к1} – W_{п1}) = E_2 – E_1$
Закон сохранения механической энергии: Работа неконсервативных сил идет на приращение полной энергии. Полная энергия – это сумма кинетической и потенциальной энергии, которая представляет собой полную механическую энергию системы, если неконсервативные силы отсутствуют, то $A = E_2 – E_1 = 0$, тогда E = const, то полная механическая энергия остается постоянной.
Общий физический закон сохранения и превращения энергии: Энергия при физических и химических процессах переходит от одного тела к другому, но не при каких процессах не исчезает и не создается вновь. Движение материи может менять свою форму, но величина инерции при всех изменениях остается неизменной. Этот закон является фундаментальным. Если в замкнутую систему поставить в любые два момента времени, то начиная с этих моментов все процессы будут происходить одинаково.

16. Все силы, встречающиеся в механике, принято разделять на консервативные и неконсервативные. Сила, действующая на материальную точку, называется консервативной (потенциальной), если работа этой силы зависит только от начального и конечного положений точки. Работа консервативной силы не зависит ни от вида траектории, ни от закона движения материальной точки по траектории: $A_{1a2} = A_{1b2} = A_{12}$.
Изменение направления движения точки вдоль малого участка на противоположное вызывает изменение знака элементарной работы $dA = \vec{F}d\vec{r}$, следовательно, $A_{2b1} = -A_{1b2}$. Поэтому работа консервативной силы вдоль замкнутой траектории $1a2b1$ равна нулю:
$A_{1a2b1} = A_{1a2} + A_{2b1} = A_{1a2} - A_{1b2} = 0$
Точки 1и 2, а также участки замкнутой траектории $1a2$ и $2b1$ можно выбирать совершенно произвольно. Таким образом, работа консервативной силы по произвольной замкнутой траектории S точки ее приложения равна нулю:



$\oint_L \vec{F}d\vec{r} = 0$ или $\oint_L \vec{F}d\vec{l} = 0$ В этой формуле кружок на знаке интеграла показывает, что интегрирование производится по замкнутой траектории. Часто замкнутую траекторию S называют замкнутым контуром *S* (рис. 3). Обычно задаются направлением обхода контура S по ходу часовой стрелки. Направление элементарного вектора перемещения dS=dř совпадает с направлением обхода контура *S*. Значит, циркуляция вектора F по замкнутому контуру S равна нулю. Следует отметить, что силы тяготения и упругости являются консервативными, а силы трения неконсервативными. В самом деле, поскольку сила трения направлена в сторону, противоположную перемещению или скорости, то работа сил трения по замкнутому пути всегда отрицательна и, следовательно, не равна нулю. Потенциальная энергия – это область пространства, внутри которой в каждой точке задан вектор силы. Постоянное поле (поле не зависящее от времени) является потенциальным, т.е. работа совершаемая силами поля при движении поля по замкнутому пути. Если на материальную точку действует консервативная сила, то можно ввести скалярную функцию координат точки $W_{A(ri)}$, называемой потенциальной энергией. $W_{A(ri)} = -A_{0i} + C=A_{i0} + C$, где C – производная постоянная (начало отсчета). $W_п = m^*g^*h$, $A_{0i} = - A_{i0}$, $W_п = m^*g^*h + C$
Потенциальная энергия определяется с точностью до начала отсчета: $A_{12} = W_{п1} + W_{п2}$ Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии.

40. Колебания – называются процессы проходящие с повторяемостью.
Свободные гармонические колебания происходящие в системе после того как она была выведена из положения равновесия и предоставлена самой себе.
Эти колебания возникают под действием возрастающей силы упругости или квазе упругой , т.е. силе подчиняющийся закону Гука: F=-kx
Дифференциальное уравнение гармоническими колебаниями и его решение
2 закон Ньютона : F=-kx=ma ma= -kx ma+kx=0; $a = dV/dt = d^2x/dt^2 = \ddot{x}$;
mx''+kx=0; x''+km/m=0 ; $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$
$x = A\cos(\omega_0 t + \theta)$ = $x = A\sin(\omega_0 t + \theta)$
где А - амплитуда колебаний, т. е. наибольшее отклонение колеблющегося грузика от положения равновесия; оно задается начальными условиями при однократном приложении силы.

49 **Затухающие колебания**:
Если на колеблющуюся систему действует сила трения, то энергия колебания рассеивается и колебание затухает. $F_{сопр}$= -rV.
- α>>ω0 x=A(e^(-αt))не периодические колебания α=r/2m
- α>ω0 x=A(e^(-αt))*cos(ωt+φ) где ω циклическая частота затухания
T=(2π)/√(ω0²- α²)-период затухающих колебаний.
Диф. у-е затухающего колебания:
$\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \alpha = \dfrac{r}{2m}$
τ=1/α - время релаксации (время жизни) время за которое амплитуда колебаний уменьшится в е раз.
Для характеристики затуханий вводят понятия Q=π/δ=ω/2α
Логарифмический декремент затухания:
Л.д.з.- нат логарифм отношения отклонения системы в момент времени t и (t+T).
$\delta = \ln\dfrac{x_{(t)}}{x_{(t+T)}} = \ln\dfrac{A_0 e^{-\alpha t}}{A_0 e^{-\alpha(t+T)}} = \alpha T = \dfrac{2\pi\alpha}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}} = \dfrac{2\pi\alpha}{\omega}$
Величина обратная дельта, показывает **число колебаний**, совершенных за время жизни (релаксации).
$\dfrac{1}{\delta} = \dfrac{1}{\alpha T} = \dfrac{\tau}{T} = N$

22. Неупругое соударение.
Кинетическая энергия частично или полностью переходит во внутреннюю энергию, после соударения тела движутся с одинаковой скоростью:
$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2)V$
$V = \dfrac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}$

Упругий удар.
До и после соударения тела движутся раздельными, и выполняется закон сохранения импульса и энергии:
$m_1 V_1 + m_2 V_2 = m_1 U_1 + m_2 U_2$
$m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2 = m_1 U_1^2 + m_2 U_2^2$
$U_1 = \dfrac{2 m_2 V_2 + (m_1 - m_2) V_1}{m_1 + m_2}$
$U_2 = \dfrac{2 m_1 V_1 + (m_2 - m_1) V_2}{m_1 + m_2}$

23. Закон сохранения момента импульса.
Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки и неподвижной оси.

M=[ř F]; M=F*r*sinα
Момент силы F относительно не подвижной точки О- называется физическая величина определяемого векторным произведением радиуса вектора R проведенного из т.О в точку приложения силы на силу F.
M- псевдо вектор. Его направление совпадает с направлением поступательного движения вектора вращением его от R к кратчайшему пути.
Модуль момента силы равно F*sinα=Fp , где p=r*sinα плече силы кратчайшее расстояние действия силы до т.О.
Момент нескольких сил относительно точки наз. Геометрическая сумма моментов этих сил относительно этой точки
M⃗=∑i Mi=∑i[ři Fi]
Рассмотрим пары сил .
Две равные параллельные силы, направленные в противоположные стороны.

M[ř1 F1]+[ř2 F2]=[(ř1-ř2)* F1]=[ř2 F1]
Момент пары сил равен моменту одной пары сил относительно другой.
Если равные и противоположно направленные, действуют вдоль одной и той же прямой , то момент этих сил равен нулю F1=-F2 F1 F2
Моментом силы относительно неподвижной оси называется проекция на эту ось этой силы определенного для любой точки оси.
Значение M_Z не зависит от выбора положения точки О на оси Z.

41-. Колебания при которых величина изменяется по закону изменения синуса или косинуса наз. гармоническими колебаниями .
$x = A\cos(\omega_0 t + \theta)$ А-амплитуда максимальное значение $\omega_0 t + \theta$ фазой колебания. Θ- начальная фаза. ω_0 циклическая круговая частота колебания она = числу колебаний совершаемых за время 2π секунд.
Наименьший промежуток времени через который повторяется состояние системы наз. периодом колебаний.
$\omega_0 : \ \omega_0(t+T) + \theta = \omega_0 t + \theta + 2\pi$
; $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 2\pi\nu$ V=1/T –количество колебаний совершаемых в единицу времени.

42.
$x = A\cos(\omega_0 t + \theta)$
$V = dx/dt = \dot{x} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \theta)$
$a = dV/dt = d^2x/dt^2 = \ddot{x} = -A\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \theta) = -\omega_0^2 x$
$W_n = (kA^2/2)\cos^2(\omega_0 t + \theta)$
$W_k = (m\omega_0^2 A^2/2)\sin^2(\omega_0 t + \theta) = (kA^2/2)\sin^2(\omega_0 t + \theta)$
E=Wn+Wk

20. Кинетическая энергия. Напишем уравнение движения материальной точки (частицы) массы m, движущейся под действием сил, результирующая которых равна $\vec{F}$: $md\vec{V}/dt = \vec{F}$ Умножим $d\vec{r} = \vec{V}dt$ скалярно правую и левую часть этого равенства на элементарное перемещение точки , тогда
$m(d\vec{V}/dt)\vec{V}dt = \vec{F}d\vec{r}$. (1) Так как
$\vec{V}\vec{V} = V^2$, то легко показать, что
$\vec{V}d\vec{V}/dt = d(V^2/2)/dt$. Используя последнее равенство и то обстоятельство, что масса материальной точки постоянная величина, преобразуем (1) к виду
$[d(mV^2/2)/dt] = \vec{F}d\vec{r}$.
Проинтегрировав части этого равенства вдоль траектории частицы от точки 1 до точки 2, имеем: $\int_1^2 [d(mV^2/2)/dt] = \int_1^2 \vec{F}d\vec{r}$
Согласно определению первообразной и формуле для работы переменной силы, получим соотношение:
$m(V_2^2 - V_1^2)/2 = A_{12}$. Величина
$W_K = mV^2/2 = p^2/2m$ (2)
называется кинетической энергией материальной точки. Таким образом мы приходим к формуле $A_{12} = W_{K2} - W_{K1}$, (3)
из которой следует, что работа результирующей всех сил, действующих на материальную точку, расходуется на приращение кинетической энергии этой частицы.
Полученный результат без труда обобщается на случай произвольной системы материальных точек.
Кинетической энергией системы называется сумма кинетических энергий материальных точек, из которых эта система состоит или на которые ее можно мысленно разделить:
$W_K = \sum_{i=1}^{n} m_i V_i^2/2$.Напишем соотношение (3) для каждой материальной точки системы, а затем все такие соотношения сложим. В результате снова получим формулу, аналогичную (3), но для системы материальных точек.
$A_{12} = W_{K2} - W_{K1}$, (4)
где W_{K1} и W_{K2} - кинетические энергии системы, а под A_{12} необходимо понимать сумму работ всех сил, действующих на материальные точки системы. Таким образом мы доказали теорему (4): работа всех сил, действующих на систему материальных точек, равна приращению кинетической энергии этой системы.

24. Уравнение моментов для материальной точки для относительно неподвижной точки.
L=[ř p]
dL/dt=[ř*dp/dt]+[(dř/dt)*p]=[ř*(dp/dt)]=[řF] =M; для одной материальной точки;
a=E/m F=ma F=dp/dt
M=dL/dt – для одной материальной точки
dL/dt=∑i dLi/dt=∑iMi внеш+∑iMik
dL/dt=Mвнеш сила -для системы мат.точек
dL/dt=0. L=const

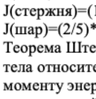
31. Работа и мощность при вращательном движении.
dA=F*dř=Fτ|dr|= Fτ*r*dφ=Mdφ
dA= Mdφ
ρ=dA/dt=M(dφ/dt)=Mω

43. **Сложение гармонических колебаний одинаковой частоты и одинакового направления**:
$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}$
$tg\varphi = \dfrac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$
При сложении колебаний с разными, но близкими частотами возникает биение-периодическое изменение амплитуды величины результирующего колебания.
T=2π/(ω2-ω1)

47. **Физический маятник** – твердое тело способное под действием силы тяжести колебаться вокруг неподвижной оси, не проходящей через центр инерции.
M=mgl*sinφ~mg*l*φ
M=Jε=Jφ''=- mg*l*φ
φ''≠(mg*l*φ)/M=0
ω²=(mg*l)/J l'=J/ml-где провиденная длинна физического маятника
$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l'}{g}}, \omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgl}{J}}, l' = \dfrac{J}{ml}$
длинна такого математического маятника совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.
Периоды колебаний относительно оси О и О' совпадают.
3. **Пружинный маятник** – это система, состоящая из тела массой м, прикрепленного к свободному концу невесомой пружины. Система совершает колебания под действием упругих сил.
$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}, \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

28. Момент инерции тела относительно оси вращения. – сумма произведений масс материальных точек из которых состоит тело на квадрат их расстояния до оси вращения в случае непрерывного распределения масс то
$J_z = \int_m r_\perp^2 dm = \int_V r_\perp^2 \rho dV \quad dm = \rho dV$
Рассчитаем момент вращения однородного цилиндра:
$J_z = 2\pi\rho h \int_0^R r^3 dr = \pi\rho h R^4/2 = mR^2/2$
$m = \pi\rho R^2 h$-масса цилиндра
J(диска)=m*R²/2
J(обод)=m*R²
J(стержня)=(1/12)*m*l²
J(шар)=(2/5)*m*R²
Теорема Штейнера: В момент инерции тела относительно любой его оси равен моменту энергии этого тела относительно параллельной ей оси проходящей через центр инерции плюс произведение массы тела на квадрат расстояния между осями.
J=J0+ma²

27. Определим момент импульса относительно точки О, лежащей на оси OZ, полагая $\vec{r}_i = \vec{OO}_i + \vec{r}_{\perp i}$, где O_i – центр окружности, по которой движется i-я материальная точка твердого тела, тогда
$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times m_i\vec{V}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{OO}_i \times m_i\vec{V}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_{\perp i} \times m_i\vec{V}_i$
Первое слагаемое перпендикулярно оси OZ, а второе параллельно, так как
$\vec{r}_{\perp i}\times(m_i\vec{\omega}\times\vec{r}_{\perp i}) = m_i r_{\perp i}^2\vec{\omega}$.
Таким образом $L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_{\perp i}^2\omega$ **или**
$L_z = J_z\omega$, (7) где величина
$J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_{\perp i}^2$ (8) называется моментом инерции тела относительно оси Z .
Тогда уравнение динамики тела, вращающегося 7
[см. (6)], можно записать в виде
$J_z d\omega/dt = M_{zВНЕШН}$ или
$J_z\varepsilon = M_{zВНЕШН}$ $M_{zВНЕШН}$. (9)

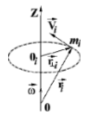


46. **Математический маятник** – матер точка, подвешенная на невесомой, нерастяжимой нити или стержне, колеблющаяся под действием силы тяжести.
Fτ=-mg*sinφ=-mgφ=-mg(x/l)=-kx
Для малых колебаний sinφ
ω²=mg/ml=g/l
$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}, \omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$
Период колебаний не зависит не от его массы не от амплитуды колебаний.

44. Сложение гармонических колебаний одинакового направления с близкими частотами:
X1=Acosωt
X2=Acos[(ω+Δω)t] Δω<< ω
X=2Acos[Δωt/2]*cosωt
2Acos[Δωt/2]-амплитуда

45. **Сложение взаимно перпендикулярных колебаний:**
$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi), y = B\cos(\omega_0 t + \varphi)$
$\dfrac{x}{A} = \cos(\omega_0 t + \varphi), \dfrac{y}{B} = \cos(\omega_0 t + \varphi)$
$\dfrac{x}{A} = \dfrac{y}{B}, y = \dfrac{B}{A}x$
Или
$x = A\cos(\omega_0 t), y = B\sin(\omega_0 t)$
$\dfrac{x}{A} = \cos(\omega_0 t), \dfrac{y}{B} = \sin(\omega_0 t)$
$\dfrac{x^2}{A^2} + \dfrac{y^2}{B^2} = 1$
-элипс
Сложные петлеобразных кривые, получается при сложении колеб-ий с разными, но кратными частотами наз **фигурами Лиссажу**.

29. Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твердого тела относительно неподвижной оси.
Li=[rimiVi]; L=∑i Li=∑i[ři*mi*Vi]= ∑i[OŌi mi*Vi]+ ∑i[ř⊥i mi*Vi]
LZ=∑[OŌi mi*Vi]Z+∑[ř⊥i mi*Vi]Z
LZ=∑ r⊥i mi*Vi=∑rimiriω=JZωZ
JZ=∑mizi² - момент инерции тела
dLZ/dt=Mвнешние=J(dω/dt)=JZεZ



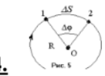
30. Кинетическая энергия вращающегося тела.
W=∑(mi*Vi²)/2=(∑ mi*ri*ω²)/2=(Jω²)/2
-момент инерции
Кинетическая энергия тела при плоскости движение (катящиеся тело)
W=WПоступательное + Wвращательное=(m*V²)/2+ +(Jω²)/2

19. Потенциальная энергия тела массы *m*, находящегося в однородном поле тяжести Земли, масса которой *M*:
$\Delta W_n = -G M m \dfrac{1}{R_3 + h} + G M m \dfrac{1}{R_3} =$
$= G M m\left(\dfrac{1}{R_3 + h} - \dfrac{1}{R_3}\right) = G M m \dfrac{h}{(R_3 + h)(R_3)} =$
$= G \dfrac{M_3}{R_3^2} m h = mgh$
Wп = mgh + c, если h = 0. Wп = 0, c = 0
Wп = mgh

15. Работа постоянной и переменной силы.
$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 F dS \cos\alpha$, если сила постоянная и движение прямолинейное, то тогда
$A_{12} = \int_1^2 dA = F\cos\alpha \int_1^2 dS = F \cdot S \cdot \cos\alpha$
Если сила переменная, то для вычисления работы необходимо знать зависимость силы от пути вдоль траектории.
Мощность- это величина равная работе совершаемая в единицу времени. Мощность определяется отношением:
P=dA/dt= F* (dř/dt)=F*V = F * V * cosα
[A] = Дж = Н*м
[P] = Вт = Дж/с = Н*м/с

3. Ускорение величина характеризующая быстроту изменения скорости.
ācp = ΔV/Δt = (V2 - V1) /(t2 – t1)
a=lim ΔV/Δt = dV/dt=r -
Δt→0
- мгновенное ускорение.
ā=axi + ay j + az k
ā= dV/dt = d(V τ)/dt = (dV/dt)i + V(dτ/dt)
dτ/dt = (V/R) ñ,
где ñ - единичный вектор нормали, R – радиус кривизны траектории.

ā=ΔV/Δt=d(Vτ)/dt=(dV/dt)τ+V(dτ/dt)=āτ+ān
dτ/dt= V/R= ñ
ā= āτ + ān
a= √aτ + an
aτ – касательная составляющая ускорение, характеризует изменение скорости по величине.
an – нормальное составляющее ускорение, характеризует изменение скорости по направлению.
Нормальное составляющее ускорение направленно перпендикулярно траектории к центру кривизны.
Равнопеременное движение:
S=V0t+at²/2



4. Рассмотрим движение материальной точки по окружности радиуса *R*. Пусть за время Δt точка повернется на угол $\Delta\varphi$, тогда угловая скорость $\omega = \lim_{\Delta t\to 0}(\Delta\varphi/\Delta t) = d\varphi/dt = \dot{\varphi}$
Угловая скорость измеряется в радианах в секунду: [ω] = рад/с, φ – вектор элементарного поворота, по модулю он равен углу поворота материальной точки вокруг оси и направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта.Путь пройденный точкой: ΔS=R*Δ φ
V=dS/dt=R* dφ/dt=R*ω, ω= dφ/dt - угловая скорость.
aτ = dV/dt = R* dω/dt = R*ε, ε= dω/dt – угловое ускорение.
an= V²/R=ω²*R²/R=R* ω² - нормальное ускорение. **a= √a²τ + a²n** = R√ ε²+ ω² - полное ускорение
Нормальное составляющее ускорение при движении по окружности называется центром стремительного ускорения.

5. **Угловой скоростью** наз векторная величина, равная 1-щй производной угла поворота тела по времени.
$\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Угловым ускорением наз векторная величина, равная 1-ой производной угловой скорости по времени.
$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$
Связь между линейными и угловыми величинами выражается след образом:

ΔS	Δφ	ΔS = ΔφR
V	ω	V = ωR
aτ	ε	aτ = εR
an		an = Rω²
F	M	M = [ř F]
p		L = [řp]
		L = Iω
F =mā		M = Iε
Wk=mV²/2		Wk=Iω²/2
A = FS		A = Mφ

$S = R\varphi, V = R\omega, a_\tau = R\varepsilon, a_n = \omega^2 R$