

N61

Дано:

Решение:

$$u(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}$$

Найти: T

1) Найти положение равновесия:

$$F_x = -\frac{du}{dx} = 0 \quad (\text{в положении равновесия})$$

$$-\left(-\frac{2a}{x^3} + \frac{b}{x^2}\right) = 0 \Rightarrow -\frac{2a}{x} + b = 0 \Rightarrow x_{\text{р.}} = \frac{2a}{b}$$

2) Рассмотрим малое смещение: $x = \frac{2a}{b} + \delta$

$$u(x) = \frac{a}{\left(\frac{2a}{b} + \delta\right)^2} - \frac{b}{\frac{2a}{b} + \delta} =$$

$$= \frac{b^2}{4a} \left(1 + \frac{\delta b}{2a}\right)^{-2} - \frac{b}{2a} \left(1 + \frac{\delta b}{2a}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{b^2}{4a} \left(1 - \frac{\delta b}{a} + \frac{3\delta^2 b^2}{4a^2}\right) - \frac{b}{2a} \left(1 - \frac{\delta b}{2a} + \frac{\delta^2 b^2}{4a^2}\right)$$

$$= \frac{b^2}{4a} - \frac{\delta b^3}{4a^2} + \frac{3\delta^2 b^4}{16a^3} - \frac{b}{2a} + \frac{\delta b^2}{4a^2} - \frac{\delta^2 b^3}{8a^2} =$$

$$= -\frac{b^2}{4a} + \frac{\delta^2 b^4}{16a^3} \Rightarrow \frac{d^2 \Pi}{d\delta^2} = \frac{b^4}{8a^3}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{b^4}{8ma^3}} = \frac{b^2}{2a} \sqrt{\frac{1}{2ma}} \Rightarrow T = \frac{4\pi a}{b^2} \sqrt{2ma}$$

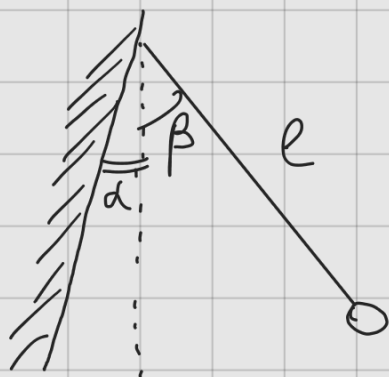
N62

Дано:

$$l, \alpha, \beta > d$$

Найти: T

Решение:



$$1) \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$2) \varphi = \beta \cos(\omega t)$$

$$3) -d = \beta \cos(\omega t)$$

$$4) t = \frac{1}{\omega} \arccos\left(-\frac{d}{\beta}\right) \Rightarrow T = \frac{2}{\omega} \arccos\left(-\frac{d}{\beta}\right)$$

N63

Дано:

$$t = 100 \text{ c}$$

$$n = 100$$

$$m = 0,1 \text{ кг}$$

Найти: r

Решение:

$$1) m \ddot{x} + r \dot{x} + kx = 0, \quad 2\delta = \frac{r}{m}$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$x = A e^{-\delta t} \cos(\sqrt{\omega^2 - \delta^2} t + \varphi_0)$$

$$E = \frac{kx^2}{2}$$

$$2) E_0 = \frac{kA_0^2}{2}, \quad E = \frac{kA^2}{2}$$

$$\frac{E_0}{E} = n = \frac{A_0^2}{A^2} \Rightarrow A = \frac{A_0}{\sqrt{n}} = \frac{A_0}{10}$$

$$3) \frac{A_0}{10} = A_0 \cdot e^{-5 \cdot 100} \Rightarrow -5 \cdot 100 = \ln \frac{1}{10}$$

$$\frac{r}{2m} \cdot 100 = \ln 10 \rightarrow r = \frac{\ln 10 \cdot m}{50} = 0,0046 \approx 5 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{кЛ}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: $r = 5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кЛ}}{\text{с}}$

№64

Дано:

$$M = M_0 \cos(\omega t)$$

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

Найти: A_T

Решение:

1) Работа M идет на компенсацию работы сил трения

$$2) \delta A = M d\varphi = -M_0 \cos(\omega t) \cdot \varphi_0 \sin(\omega t - \varphi) \cdot \omega \cdot dt$$

$$= M_0 \omega \varphi_0 \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\varphi}{2} + \sin(\omega t - \frac{\varphi}{2}) \right) dt$$

$$A = \int_0^T \delta A = M_0 \cdot \underbrace{\omega}_{\frac{2\pi}{T}} \cdot \varphi_0 \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot T = M_0 \cdot \varphi_0 \pi \sin \frac{\varphi}{2}$$

