

## Задачи на усреднение

### Задача 1

Зная формулу

$$\langle n_i n_j \rangle = \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (1)$$

для единичного вектора  $n^2 = 1$  в  $d = 3$ , вычислить следующие выражения:

- $\langle (na)n \rangle$ ,
- $\langle ([n, a], [n, b]) \rangle$ ,
- $\langle (n, a)[n, b] \rangle$ ,

где  $a$  и  $b$  являются постоянными векторами.

### Задача 2

Как изменятся ответы в предыдущей задаче, если мы будем усреднять вектор  $n$  по двумерной окружности, вложенной в трехмерное пространство? Какой при этом будет правильный тензорный вид у  $\langle n_i n_j \rangle$ ?

*Hint:* Правильный ответ в тензорном виде включает в себя нормаль к окружности.

### Задача 3

Как изменится (1), если мы теперь усредняем также по окружности, но уже в четырехмерном пространстве? Попробуйте написать общую формулу для (1) в пространстве размерности  $D$  при усреднении векторов по сфере размерности  $d$ .

*Hint:* У двумерной окружности в четырехмерном пространстве две нормали.