

$$\varepsilon_{ijke} \varepsilon^{mnpe} = \begin{vmatrix} \delta_i^m & \delta_j^m & \delta_k^m & \delta_e^m \\ \delta_i^n & \delta_j^n & \delta_k^n & \delta_e^n \\ \delta_i^p & \delta_j^p & \delta_k^p & \delta_e^p \\ \delta_i^e & \delta_j^e & \delta_k^e & \delta_e^e \end{vmatrix} \quad (\equiv)$$

$$1) -\delta_i^e \begin{vmatrix} \delta_j^m & \delta_k^m & \delta_e^m \\ \delta_j^n & \delta_k^n & \delta_e^n \\ \delta_j^p & \delta_k^p & \delta_e^p \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \delta_j^m & \delta_k^m & \delta_i^m \\ \delta_j^n & \delta_k^n & \delta_i^n \\ \delta_j^p & \delta_k^p & \delta_i^p \end{vmatrix} =$$

$$2) \delta_j^e \begin{vmatrix} \delta_i^m & \delta_k^m & \delta_e^m \\ \delta_i^n & \delta_k^n & \delta_e^n \\ \delta_i^p & \delta_k^p & \delta_e^p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta_i^m & \delta_k^m & \delta_j^m \\ \delta_i^n & \delta_k^n & \delta_j^n \\ \delta_i^p & \delta_k^p & \delta_j^p \end{vmatrix} =$$

$$3) -\delta_k^e \begin{vmatrix} \delta_i^m & \delta_j^m & \delta_e^m \\ \delta_i^n & \delta_j^n & \delta_e^n \\ \delta_i^p & \delta_j^p & \delta_e^p \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \delta_i^m & \delta_j^m & \delta_k^m \\ \delta_i^n & \delta_j^n & \delta_k^n \\ \delta_i^p & \delta_j^p & \delta_k^p \end{vmatrix}$$

$$4) 4 \begin{vmatrix} \delta_i^m & \delta_j^m & \delta_k^m \\ \delta_i^n & \delta_j^n & \delta_k^n \\ \delta_i^p & \delta_j^p & \delta_k^p \end{vmatrix}$$

$$(\equiv) -3 \begin{vmatrix} \delta_j^m & \delta_k^m & \delta_i^m \\ \delta_j^n & \delta_k^n & \delta_i^n \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} \delta_i^m & \delta_k^m & \delta_j^m \\ \delta_i^n & \delta_k^n & \delta_j^n \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \delta_j^p & \delta_k^p & \delta_i^p \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \delta_j^m & \delta_k^m & \delta_i^m \\ \delta_j^n & \delta_k^n & \delta_i^n \\ \delta_j^p & \delta_k^p & \delta_i^p \end{vmatrix} =$$

$$= \delta_j^m \delta_k^n \delta_i^p + \delta_k^m \delta_i^n \delta_j^p + \delta_j^n \delta_k^p \delta_i^m - \\ - \delta_j^p \delta_k^n \delta_i^m - \delta_j^n \delta_k^m \delta_i^p - \delta_k^p \delta_i^n \delta_j^m$$

Задача 3

$$1) \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} \epsilon_{kpq} \epsilon_{n\omega q} A_j A_l B_p C_\omega =$$

$$= (\delta_{je} \delta_{mk} - \delta_{jm} \delta_{ke}) (\delta_{kn} \delta_{p\omega} - \delta_{k\omega} \delta_{pn}) A_j A_l B_p C_\omega =$$

$$= (\delta_{je} \delta_{mn} \delta_{p\omega} - \delta_{jm} \delta_{en} \delta_{p\omega} - \delta_{je} \delta_{m\omega} \delta_{pn} + \delta_{jm} \delta_{e\omega} \delta_{pn}) \cdot$$

$$\begin{aligned} & \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} \epsilon_{kpq} \epsilon_{n\omega q} = \\ & = \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} \epsilon_{kpq} \epsilon_{n\omega q} = \\ & = \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} \epsilon_{kpq} \epsilon_{n\omega q} = \\ & = 2 \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} \epsilon_{kpq} \epsilon_{n\omega q} = \\ & = 2 \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} \epsilon_{kpq} \epsilon_{n\omega q} = \end{aligned}$$

$$\cdot A_j A_l B_p C_\omega = A_l^2 B_\omega C_\omega \delta_{mn} - A_m A_n B_\omega C_\omega -$$

$$- A_l^2 B_n C_m + A_m A_\omega B_n C_\omega \quad \underline{\underline{m=n}}$$

$$= 3 (A \cdot A) (B \cdot C) - (A \cdot A) (B \cdot C) - (A \cdot A) (B \cdot C) + \\ (A \cdot B) (A \cdot C)$$

$$= (A \cdot A) (B \cdot C) - (A \cdot B) (A \cdot C)$$

$$2) \epsilon_{ijk} \epsilon_{mpn} \epsilon_{qrs} A_j A_m B_i B_e C_q C_w =$$

$$(\delta_i^q \delta_j^n - \delta_i^n \delta_j^q)(\delta_w^e \delta_n^m - \delta_w^m \delta_n^e) A_j A_m B_i B_e C_q C_w =$$

$$\cdot (\delta_i^q \delta_j^m \delta_w^e - \delta_i^m \delta_j^q \delta_w^e - \delta_i^q \delta_j^e \delta_w^m + \delta_i^e \delta_j^q \delta_w^m)$$

$$= \delta_i^q (\delta_j^m \delta_w^e - \delta_j^e \delta_w^m) + \delta_j^q (\delta_i^e \delta_w^m - \delta_i^m \delta_w^e) =$$

$$= \delta_i^q \epsilon_{jwq} \epsilon_{meq} + \delta_j^q \epsilon_{i w q} \epsilon_{emq} =$$

$$= \epsilon_{jwi} \epsilon_{meq} + \epsilon_{i w j} \epsilon_{emq} = \epsilon_{jwi} \epsilon_{meq} + \epsilon_{jwi} \epsilon_{meq} =$$

$$= 2 \epsilon_{jwi} \epsilon_{meq}$$

$$\Rightarrow 2 \epsilon_{ijw} A_j C_w \epsilon_{meq} B_e C_q \cdot A_m B_i =$$

$$= 2 [\vec{A}, \vec{C}]^i \cdot [\vec{B}, \vec{C}]^m \cdot A_m B_i =$$

$$= 2 ([\vec{A}, \vec{C}], A) \cdot ([\vec{B}, \vec{C}], B)$$

