

Задача 1

Вывести с помощью закона сохранения четырехимпульса формулу Комптона

$$\lambda' - \lambda = \Lambda(1 - \cos \theta).$$

Задача 2

Для получения гамма-квантов высокой энергии навстречу пучку ультрарелятивистских электронов с энергией 200 ГэВ направлен лазерный импульс с энергией фотонов 2 эВ. На семинаре мы нашли зависимость энергии рассеянных фотонов от угла рассеяния через сохранение четырехимпульса. Теперь нужно найти следующее: при каком угле энергия рассеявшихся фотонов падает в 2 раза от максимальной?

Hint: Нужно убедиться, что этот угол очень мал, то есть все фотоны с высокой энергией вылетают при малых углах, при этом с ростом угла энергия рассеянного фотона резко падает.

Задача 3

Для нейтрино ν , образующихся при распаде ультрарелятивистских пи-мезонов π с энергией 6 ГэВ, $\pi \rightarrow \mu + \nu$, на семинаре мы определили энергетический спектр, их максимальную и среднюю энергии и угловое распределение. Мы считали, что для покоящегося пи-мезона распад происходит изотропно. Масса пи-мезона π равна 140 МэВ, масса мю-мезона μ равна 105 МэВ. Теперь нужно найти следующее: при каком угле энергия нейтрино падает в 2 раза от максимальной?

Hint: Логика аналогична предыдущей задаче.

Задача 4

Плоское зеркало движется со скоростью v в направлении своей нормали. На зеркало падает ЭМ волна с частотой ω_1 под углом θ к нормали. На семинаре мы нашли угол отражения θ' и частоту отраженной ω_2 ЭМ волны, считая, что для покоящегося зеркала угол падения равен углу отражения, а частота отраженной волны равна частоте падающей волны. Теперь нужно предложить интерпретацию расходимости частоты ω_2 отраженной волны при стремлении модуля скорости зеркала v к скорости света, т.е. объяснить, почему:

- если $v \rightarrow c$, $\theta \neq 0$, то $\omega_2 \rightarrow \infty$;
- если $v \rightarrow c$, $\theta = 0$, то $\omega_2 \rightarrow 0$;
- если $v \rightarrow -c$, то $\omega_2 \rightarrow \infty$.

Задача 5

Частица распадается на два гамма-кванта. Показать, что минимальный угол разлета гамма-квантов удовлетворяет следующему равенству:

$$\cos\left(\frac{\theta_{min}}{2}\right) = \frac{v}{c},$$

где v является скоростью начальной частицы.

Задача 6

Рассмотрим следующий процесс: свободно движущаяся частица с импульсом p и массой M излучает частицу с импульсом q и массой m и продолжает двигаться с импульсом k . При каких значениях данных параметров такой процесс возможен?

Задача 7

При равномерном движении заряженной свободной частицы в среде с показателем преломления $n(\omega)$ может происходить излучение электромагнитных волн, т.н. эффект Вавилова-Черенкова. Аналогичный эффект может иметь место также при прохождении через вещество нейтральной частицы, обладающей электрическим или магнитным моментом. С помощью закона сохранения четырехимпульса выразить угол θ между направлением распространения волны излучения и направлением скорости v частицы через $v, \omega, n(\omega)$.

Hint: В покоящейся среде с показателем преломления $n(\omega)$ фотон обладает энергией $\mathcal{E} = \hbar\omega$ и импульсом $p = \hbar\omega n(\omega)/c$.

Задача 8

Найдите компоненты четырехвектора ускорения. Чему равен квадрат четырехускорения?