## № 17.40 (2)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1^3 - x_2^3 + x_1 x_2^3 \\ \dot{x}_2 = x_1^3 - x_2^3 - x_1^4 \end{cases}$$

$$V = x_1^4 + x_2^4$$

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i = 4x_1^3(-x_1^3 - x_2^3 + x_1 x_2^3) + 4x_2^3(x_1^3 - x_2^3 - x_1^4)$$

$$= 4(-x_1^6 - \cancel{x_1^3 x_2^3} + \cancel{x_1^4 x_2^3} + \cancel{x_1^3 x_2^3} - x_2^6 - \cancel{x_1^4 x_2^3}) =$$

$$= -4(x_1^6 + x_2^6)$$

$V$ – положительно определена, а

$\dot{V}$ – отрицательно определена $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ По Th Ляпунова об асимптотической устойчивости: ПР асимптотически устойчиво

## № 17.41 (5)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + x_1^3 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 - x_2^3 \end{cases}$$

$$V = x_1^2 - x_2^2$$

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i = 2x_1(x_1 + x_2 + x_1^3) - 2x_2(x_1 - x_2 - x_2^3) =$$

$$= 2(x_1^2 + \cancel{x_1 x_2} + x_1^4 - \cancel{x_1 x_2} + x_2^2 + x_2^4) =$$

$$= 2(x_1^2 + x_2^2 + x_1^4 + x_2^4)$$

$\exists$ область "$V>0$": $\{(x_1, x_2): x_1 > x_2\}$, где $V>0$ и $\dot{V}$ − положительна $\Rightarrow$ по Th. Четаева П.Р. не устойчиво.

---

## №17.30

Динамика склерономной системы описывается уравнениями $A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = 0$.

A и C − положительно опр-ны. B −знакопостоянная квадратичная форма.

Док-ть: $\bar{q} = \bar{0}$ - асимптотически устойчивое ПР в том и только том случае, если $u_k B u_s \neq 0$, где $u_1, \dots, u_n$ - амплитудные векторы

$A\ddot{q} + Cq = 0$

Док-во:

1) $A$ и $C$ - положительно опр-ны $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\bar{q} = \bar{0}$ - устойчивое ПР

2) Асимптотически устойчиво $\Leftrightarrow \dfrac{dE}{dt} \neq 0$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{\bar{q}}^T A \dot{\bar{q}}}{2} + \frac{\bar{q}^T C \bar{q}}{2}\right) = \frac{\ddot{\bar{q}}^T A \dot{\bar{q}}}{2} + \frac{\dot{\bar{q}}^T A \ddot{\bar{q}}}{2} +$$

$$+ \frac{\dot{\bar{q}}^T C \bar{q}}{2} + \frac{\bar{q}^T C \dot{\bar{q}}}{2} = \frac{(A^T \ddot{\bar{q}})^T \dot{\bar{q}}}{2} + \frac{\dot{\bar{q}}^T A \ddot{\bar{q}}}{2} + \frac{(C^T \bar{q})^T \dot{\bar{q}}}{2} +$$

$$+ \frac{\bar{q}^T C \dot{\bar{q}}}{2} = \dot{\bar{q}}^T \left(A \ddot{\bar{q}} + C \bar{q}\right) = -\dot{\bar{q}}^T B \dot{\bar{q}} \overset{\text{усл}}{\neq} 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow$ Силы с полной диссипацией $\Leftrightarrow$

Асимптотическая устойчивость

[illegible]