Николай Комаров ДЗ №4

Задача 1

Какие из включений $\subseteq, \supseteq$ имеют место между классами TIME(n^2) и SPACE($n^2 \log n$)?

Решение

Для МТ имеем теорему о соотношении между T и S: $S_M(\vec{x}) \leqslant T_M(\vec{x})$.

TIME(n^2) $\Rightarrow T_M(\vec{x}) = O(n^2)$, где $n = |\vec{x}|$. Значит для МТ этого класса зона будет $\leqslant O(n^2)$.

SPACE($n^2 \log n$) $\Rightarrow S_M(\vec{x}) = O(n^2 \log n)$, значит время МТ этого класса будет $\geqslant O(n^2 \log n)$.

Из последовательного сравнения машин видим, что у машин класса TIME(n^2) и время, и зона меньше таковых у маишн класса SPACE($n^2 \log n$), значит TIME(n^2) $\subseteq$ SPACE($n^2 \log n$).

Задача 2

Пусть язык L распознается 0–1-машиной M, такой что $S_M(n) \leqslant f(n)$ при всех $n \in N$. Докажите, что для каждого $\varepsilon > 0$ существует 0–1-машина M', распознающая язык L, такая что $S_{M'} \leqslant n + \varepsilon f(n)$.

Доказательство

□

Идея - сопоставить последовательности k входных символов исходной машины комбинацию этих символов записанную в одну ячейку, где $k = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$.

[1][0][1]... $\to$ [101]...

Для этого потребуется перекодирование исходного входного алфавита машины M и дальнейшая эмуляция M машиной M' на преобразованном новом алфавите.

Для эмуляции сопоставим состояния старой машины с состояниями новой, это требует храния в состояниях новой M' некоторый субъячеечный индекс отвечающих состоянию исходной машины на исходных раздельных символах, то есть состоянию машины M q_k будет соответствовать состояние q'_{ikj} машины M', где i – номер новой ячейки, k – соответсвие состояцию исходной машины, а j – позиция символа в новой ячейке для изменения.

Время алгоритма нам не важно исходя из условия задачи. Зато благодаря преобразованию зона эмулирующей машины будет $\frac{f(n)}{k} \leqslant \varepsilon f(n)$ (так как k окргляли вверх). При этом сам вход изначально занимал n.

Таким образом для всей конструкции имеем $S_{M'} \leqslant n + \frac{f(n)}{k} \leqslant n + \varepsilon f(n)$.

■