Лабораторной работе №2. Задача о погоне

Вариант № 19

Коне Сирики. НФИбд-01-20

Содержание

1 Цель лабораторной работы: 5

2 Задача лабораторной работы: 6

3 Ход работы: 7

4 Ход работы: 8

5 Ход работы: 9

5.1 Условие задачи: 10

5.2 Произведение теоретических рассчетов: 10

5.2.1 Теоретические рассчеты и вивод дифференциальных уровнений в соответствии с условием задачи 10

5.3 Код программы: 11

5.4 Результаты работы программы 12

5.5 Результаты работы программы 13

6 Выводы 15

7 Список литературы 16

Список иллюстраций

5.1 Код программы 1 11
5.2 Код программы 2 11
5.3 Код программы 3 12
5.4 Код программы 4 12
5.5 Результат с julia 5 13
5.6 траектории для первого случая 13
5.7 траектории для второго случая 14

Список таблиц

1 Цель лабораторной работы:

Цель работы - разобраться в алгоритме построения математической модели на примере задачи о погоне. Нам необходимо провести теоритические рассуждение и вывести дифференциальные уравнения, с помощью которых мы сможем определить точку пересечения лодки и катера из задачи. Для более наглядного примера нам были выданы варианты, с помощью которых можно будет смоделировать траектории движения лодки и катера. Условия задачи: “На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в n раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.”

2 Задача лабораторной работы:

1.Изучить условия задачи. Провести теоритические рассуждения используя данные из варианта 2.Вывести дифференциальное уравнение, соответствующее условиям задачи 3.Написать программу для расчета траетории движения катера и лодки. 4.Построить модели. 5.Определить по моделям точку пересечения катера и лодки.

3 Ход работы:

Начнем с теоритических рассуждений: Принимаем за $t_0 = 0$, $X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. Также $X_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки браконьеров. После введем полярные координаты. Будем считать, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров x_0=0(θ=$x_0 = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса, а за это время лодка пройдет x, в то время как катер x-k(или x + k в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$).Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.

4 Ход работы:

Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$- в первом случае, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$ во втором случае. Отсюда мы найдем два значения x_1 и x_2 , задачу будем решать для двух случаев :

$x_1 = \frac{k}{n+1}$,при$(\theta = 0)$

$x_2 = \frac{k}{n-1}$,при$(\theta = -\pi)$

5 Ход работы:

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:v_r - радиальная скорость и v_t - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $v = \frac{dr}{dt}$. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_r = r\frac{dr}{dt}$ Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи $v_t = r\frac{d\theta}{dt}$. Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $v_t = \sqrt{(nv_r)^2 - v^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна $v_t = \sqrt{(nv)^2 - v^2}$, то тангенциальную скорость находим из уравнения . Следовательно, $v_\tau = v\sqrt{(n)^2 - 1}$

Тогда получаем :

$r\frac{d\theta}{dt} = v\sqrt{(n)^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений, которые будут описаны в коде программы.

$\frac{dr}{dt} = v$; $r\frac{d\theta}{dt} = v\sqrt{(10,56}$ Начало условие : -

$\theta_0 = 0, r_0 = \frac{k}{4,4}$

$\theta_0 = 0, r_0 = \frac{k}{2,4}$

Тогда: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{10,56}}$

5.1 Условие задачи:

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 10 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3.4 раза больше скорости браконьерской лодки.

5.2 Произведение теоретических рассчетов:

5.2.1 Теоретические рассчеты и вивод дифференциальных уровнений в соответствии с условием задачи

$k = 10km, t_0 = 0, x_0 = 0, x_k o = k$

$t_n = \frac{x_1}{v}, t_k = \frac{k-x_1}{3{,}4*v}$

Первый способ:

$\frac{x_1}{v} = \frac{k-x_1}{3{,}4*v} => 3,4*v*x_1 = v*(k-x_1) => 3,4*x_1 = k - x_1 => 4,4*x1 = k => x_1 = \frac{k}{4{,}4}$

Второе способ:

$\frac{x_2}{v} = \frac{k+x_2}{3{,}4*v} => 3,4*v*x_2 = v*(k+x_2) => 3,4*x_1 = k + x_2 => 2,4*x2 = k => x_2 = \frac{k}{2{,}4}$

$v_r = \frac{dr}{dt} = v; v_\tau = r\frac{d\theta}{dt}$

$v_\tau = -\sqrt{(3,4*v)^2 - v^2} = \sqrt{11,56v^2 - v^2 = \sqrt{(10,56v^2)}}; r\frac{d\theta}{dt} = v\sqrt{10,56}$

Начало условие : -

$\theta_0 = 0, r_0 = \frac{k}{4{,}4}$

$\theta_0 = -\pi, r_0 = \frac{k}{2{,}4}$

$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{10{,}56}}$

5.3 Код программы:

(рис. 5.1).

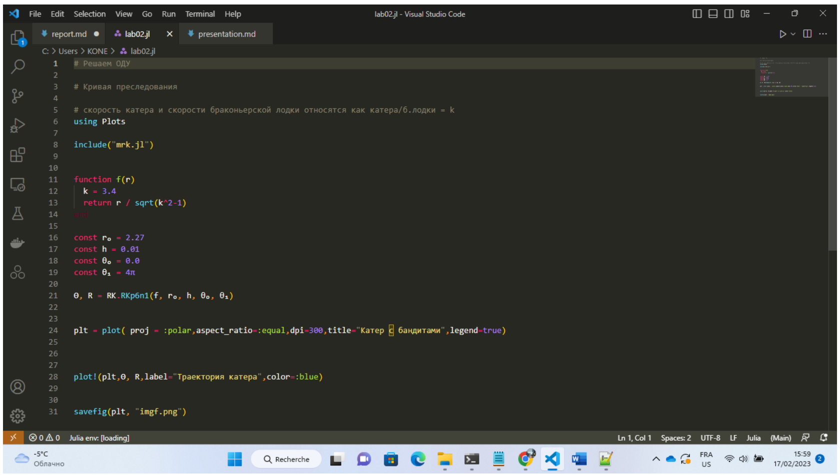

Рис. 5.1: Код программы 1

(рис. 5.2).

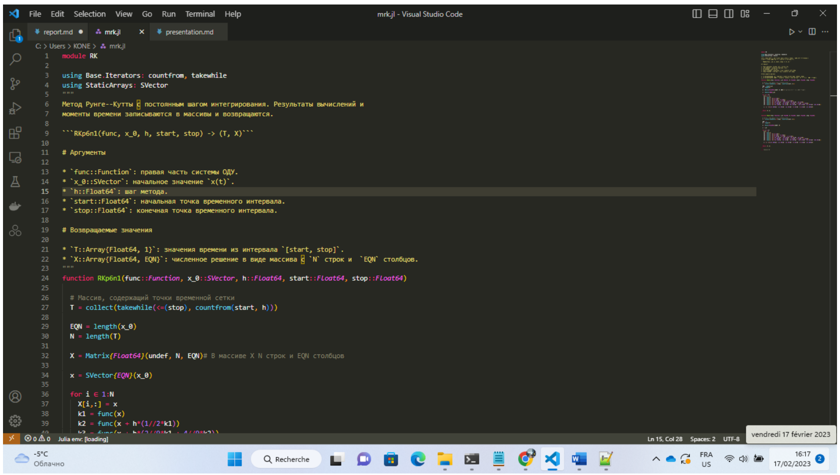

Рис. 5.2: Код программы 2

(рис. 5.3).

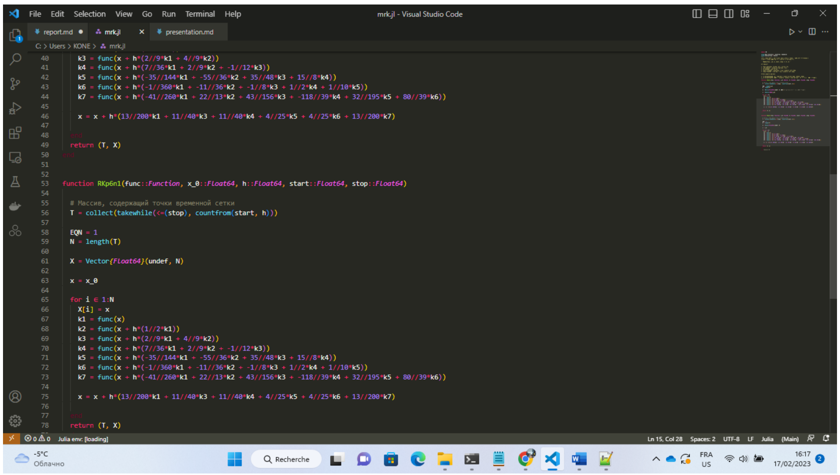

Рис. 5.3: Код программы 3

(рис. 5.4).

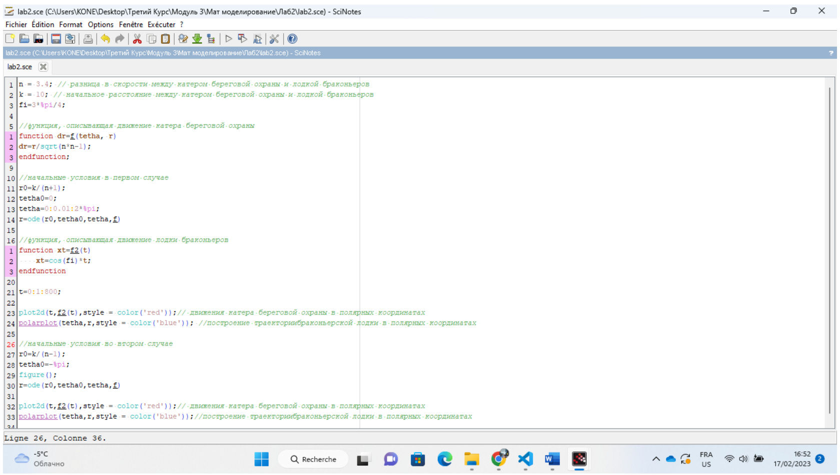

Рис. 5.4: Код программы 4

5.4 Результаты работы программы

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты: Координаты точки пересечения - (10.616 , -7.507)

(рис. 5.5).

Рис. 5.5: Результат с julia 5

(рис. 5.6).

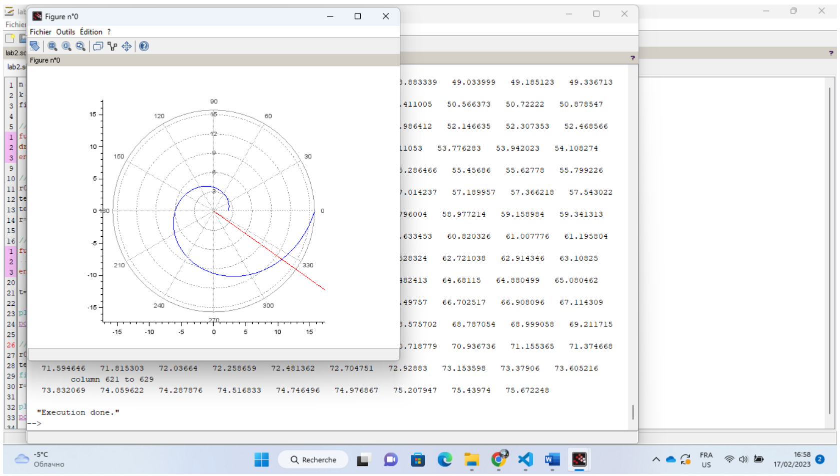

Рис. 5.6: траектории для первого случая

5.5 Результаты работы программы

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы

имеем координаты: Координаты точки пересечения - (51.175 , -36.186)
рис. 5.7).

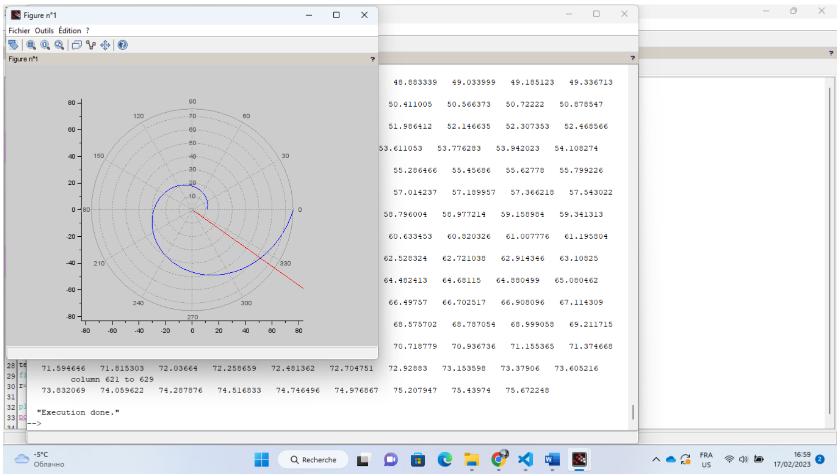

Рис. 5.7: траектории для второго случая

6 Выводы

Мы рассмотрели задачу о погоне, также провели анализ с помощью данных которые нам были даны, составили и решили дифференциальные уравнения. Смоделировали ситуацию и сделали вывод, что в первом случае погоня завершиться раньше.

7 Список литературы

::: Julia 1.8 Documentation :::