**Bài 1:** Cho a,b,c là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của: 

**Giải:**

Trước tiên ta có: 

Chứng minh tương tự : 

Ta có: 

Đặt 

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có:



Dấu “=” xảy ra khi x=y=z hay a=b=c.

**Bài 2:** Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

*Phân tích:* Đặt ta có:  và cần tìm giá trị nhỏ nhất của . Ta đoán dấu “=” xảy ra khi , suy ra:

. Áp dụng AM-GM (mục đích để triệt tiêu hết y chỉ còn biến x) ta có:.

Dấu “=” lúc này xảy ra chỉ có thể khi .

Hay . Từ đây tìm được 

Vì đã biết điểm rơi nên tới đây ta có lời giải như sau:

*Lời giải:*

Đặt (Có thể nhận thấy ). Khi đó điều kiên trở thành:

. Ta có: 

Ta có 

**Bài 3:** Cho a, b, c > 0. Tìm giá trị nhỏ nhất:

a) 

b) 

c) 

**Giải:**

a) Đặt .

Ta cần biến đổi P về theo x,y,z. Xét:

Tương tự ta có: 



Dấu “=” xảy ra khi 

b) Đặt . Ta có:



Dấu “=” xảy ra khi 

c) Đặt . Ta có:



Dấu “=” xảy ra khi 

**Bài 4:** Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn : 2xyz + xy + yz + zx ≤ 1.

Tìm giá trị lớn nhất của xyz.

**Giải:**

Ta có: 

Đặt 

Dễ thấy . Dấu “=” xảy ra khi x = y = z = .

**Bài 5:** Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn : (x + y + z)3 + x2 + y2 + z2 + 4 = 29xyz

Tìm giá trị nhỏ nhất của xyz.

**Giải:**

Ta có: 



Đặt 

Dễ thấy . Dấu “=” xảy ra khi x = y = z = 2.

**Bài 6:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của S = x2 + y2 biết x và y là nghiệm của phương trình : 5x2 + 8xy + 5y2 = 36

**Giải:**

.

Vậy giá trị nhỏ nhất của S = 4. Dấu “=” xảy ra khi .



Vậy giá trị lớn nhất của S = 4. Dấu “=” xảy ra khi .

**Bài 7:** Cho x và y là các số thực thỏa mãn : 

Tìm giá trị lớn nhất của x2 + y2.

**Giải:**

Đặt 

.

Vậy giá trị lớn nhất. Dấu “=” xảy ra khi x= -1, y=0.

**Bài 8:** Cho các số thực x, y, z thỏa mãn : x2 + 4y2 + z2 = 4xy + 5x - 10y +2z - 5

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của x - 2y.

**Giải:**

Ta có:



Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất 