Elektronika
- Laboratórium Gyakorlat-

Jegyzőkönyv

1. gyakorlat

2023. szeptember 25.

Stefán Kornél
Vad Avar

Elméleti összefoglaló

Az első gyakorlat fő témája az univerzális hálózatszámítási módszerek bemutatása és gyakoroltatása. Itt már előfordulhatnak komolyabb áramkörök, bonyolultabb felépítéssel, ám ezek még mindig egyszerűnek mondhatók, és részeiben nézve az elemi módszerekkel kezelhetők.

Fontos tudni az elemi szabályokat, például, hogy mind a **feszültség**, mind az **áram additív** fizikai mennyiség. Ebből két nagyon fontos tételünk is következik, mind a kettő **Kirchhoff** nevéhez köthető: a csomóponti- és a hurok-törvény.

Első említettként **Kirchhoff csomóponti törvényével** foglalkozunk, ami több formában is felírható, de a lényege az, hogy egy adott csomópontba az oda befolyó áramok összege egyenlő az onnan kifolyó áram összegével (átfogalmazva: azok előjeles számtani összege nulla).

Kirchhoff hurok törvénye ezzel szemben egy picit nehezebben megfogható, de angol neve („voltage law") utal arra, hogy ez egy csomópontnak a feszültségével fog foglalkozni. A tétel lényege, hogy az, hogy két adott csomópont (vagy egy csomópont és a föld [ha létezik]) között felírhatjuk a feszültséget a köztük eső alkatrészeken eső feszültségek összegeként (másszóval: a bejárási úton eső feszültségek előjeles számtani összegével).

Ezután kihagyhatatlan fontosságú tétel az **Ohm törvénye** is. Ez a törvény azt állítja, hogy egy alkatrésznek az ellenállása egyenlő a rajta eső feszültség és áramerősség hányadosával. Általában egy ellenállásnak ez az értéke ismert, így ezt a tételt szoktuk segítségül hívni arra, hogy a feszültség vagy áram ismeretében kiszámítsuk a hiányzó információt (áram vagy feszültség).

Ezen alaptörvények ismeretében két nagyon fontos módszerünk van, amivel már az összetettebb áramköröket is tudjuk kezelni. Ezek a csomóponti potenciálok módszer, illetve a hurokáramok módszere. Emellett hasznos még a szuperpozíció tétele is.

A **csomóponti potenciálok módszere** a csomóponti törvényre épít. Lényege, hogy meghatározzuk az áramkör egy pontjának feszültségét *(fontos ezt csak egy kiválasztott földponthoz képest tudjuk megtenni)*. A recept pedig egyszerű, az áramkör össze csomópontjának a feszültségét jelöljük valahogy, és minden ágban vegyünk fel áramot (iránnyal együtt). Készítsünk minden ágra egy egyenletet. Az ág végpontjai közötti feszültségkülönbség egyenlő az ág alkatrészein eső feszültségekkel (kivéve, ha az ágban áramgenerátor van, akkor csak értékadás egyenlet helyett). Az egyenleteket megoldva megkapjuk a keresett értéket.

A **hurokáramok módszere** abban más, hogy fiktív áramokkal dolgozunk, ami segíti a számításokat, és ezek segítségével megkaphatók a tényleges áramok. Lényege, hogy kiválasztunk úgy hurkokat az áramkörben, hogy azok teljesen lefedjék azt, és ne legyen olyan hurok, amiben nincs rá specifikus alkatrész, illetve áramgenerátorok csak egy hurokhoz tartozzanak. Ezen hurkoknak vegyük fel a körüljárási irányukat is. Minden így kijelölt hurokra írjuk fel a huroktörvény (kivéve, ha áramgenerátor van benne, mert akkor csak értékadás történik) balra a hurokhoz tartozó generátorok feszültségeinek összegét írjuk (pozitív, ha körüljárási iránynak megfelelő áramot hoz létre). Az egyenlet jobb oldalán az összes hurokáramok ellenállásokkal súlyozott összege szerepel. A saját hurokáramot a hurok eredő ellenállásával szorozzuk, a többi hurokáramot pedig a közös ellenállások eredőjével (pozitív, ha a közös ellenálláson a két hurokáram azonos irányba folyik át).

A **szuperpozíció tétele** pedig kimondja, hogy egy lineáris hálózatban a generátorok hatása összeadódik. Ennek magyarázat természetes, ugyanis mind az áram, mind a feszültség additív mennyiség. Tehát a gyakorlatban kiszámíthatók részfeszültségek, és részáramok, úgy, hogy csak egy generátor hatását nézzük egyszerre. Az éppen nem használt feszültséggenerátort egy rövidzárral, az áramgenerátort pedig szakadással helyettesítjük. Az így kapott részfeszültségek, részáramok összege a megoldás.

Feladatok

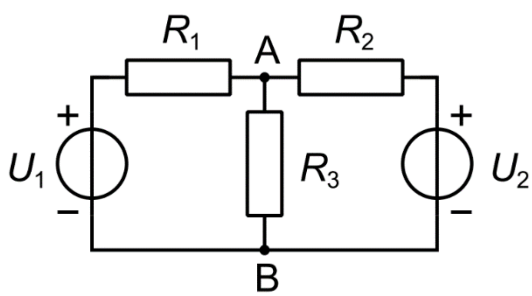
1. Feladat

Az l. a) ábrán látható *(megjegyzés: a jegyzőkönyvben csak a szükséges ábrarészt közöljük)* kapcsolás felhasználásával számítsa ki az összes ágban folyó áramot és a két csomópont között eső feszültséget először a csomóponti potenciálok majd a hurokáramok módszerével is!

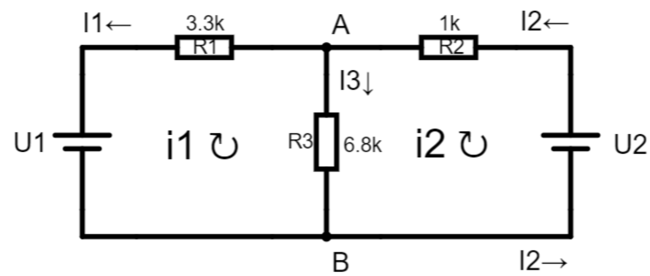
Állítsa össze az áramkört, majd méréssel határozza meg az ágáramokat és a csomópontok között mérhető feszültség nagyságát! Az áramok mérését közvetett módon, a feszültség mérésével és az Ohm-törvény felhasználásával végezze el! A számítási és mérési eredményeket foglalja táblázatba és számítsa ki a relatív eltéréseket!

Ellenőrizze a csomóponti törvény érvényességét a mérési adatok felhasználásával!

$$R_1 = 3{,}3k\Omega, R_2 = 1k\Omega, R_3 = 6{,}8k\Omega, U_1 = 3V, U_2 = 6V$$



Az eredeti ábra



Feliratozott ábra

Adatok

$$R_1 = 3300\Omega$$
$$R_2 = 1000\Omega$$
$$R_3 = 6800\Omega$$
$$U_1 = 3V$$
$$U_2 = 6V$$

Képletek

$I = \frac{U}{R}$ Ohm törvénye

$0 = I_1 \pm I_2 +..+I_n$ Kirchhoff csomóponti törvényének formalizált alakja

$V_a - V_b = U_{g1} \pm U_{g2} \pm..\pm U_{gn} \pm I_1 \cdot R_1 \pm..\pm I_n \cdot R_n$ Kirchhoff hurok törvényének formalizált alakja

Számolás

Csomóponti potenciálok módszere

A csomópontokra felírjuk Kirchhoff csomópont törvényét. A Feliratozott ábrán látható áramirányokat tételezzük fel.

$$I_2 = I_1 + I_3$$

A csomópontok közötti feszültségkülönbség pedig Kirchhoff huroktörvényéből formalizálható meg. Az alábbi három képlet adható meg az A és B pontok közti hurkokat figyelembe véve.

$$V_a - V_b = R_1 \cdot I_1 + U_1$$
$$V_a - V_b = -R_2 \cdot I_2 + U_2$$
$$V_a - V_b = R_3 \cdot I_3$$

Feltételezünk egy földpontot, az áramkör egyik alsó ágában, aminek következménye, hogy $V_b = 0V$. Ezt felhasználva kifejezhetők az ágáramok a fenti formulákból.

$$I_1 = \frac{V_a - U_1}{R_1}, I_2 = -\frac{V_a - U_2}{R_2}, I_3 = \frac{V_a}{R_3}$$

Ezeket a kifejezett ágáramokat behelyettesítve a csomóponti törvénybe az alábbi egyenlet adódik:

$$-\frac{V_a - U_2}{R_2} = \frac{V_a - U_1}{R_1} + \frac{V_a}{R_3}$$

Ezt pedig megoldhatjuk V_a-ra, mivel a többi értékünk ismert.

$$\frac{V_a - U_1}{R_1} + \frac{V_a - U_2}{R_2} + \frac{V_a}{R_3} = 0$$
$$\frac{V_a}{R_1} - \frac{U_1}{R_1} + \frac{V_a}{R_2} - \frac{U_2}{R_2} + \frac{V_a}{R_3} = 0$$
$$V_a\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_1}{R_1}$$
$$V_a = \frac{\frac{U_2}{R_2} + \frac{U_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$
$$V_a = \frac{\frac{6V}{1000\Omega} + \frac{3V}{3300\Omega}}{\frac{1}{3300\Omega} + \frac{1}{1000\Omega} + \frac{1}{6800\Omega}}$$

Dimenzióellenőrzés elvégése után látható, hogy a számlálóban $\frac{[V]}{[\Omega]}$ van, ez áramerősségnek felel meg. A nevezőben pedig $\frac{1}{[\Omega]}$ látható. A tört így $[A] \cdot [\Omega]$ dimenzióban van, ami pont a feszültségnek felel meg. A fenti számítást így elvégezve feszültséget kapunk

$$V_a \approx 4{,}7646V$$

Ezt visszahelyettesítve az ágáramok képletébe megkapható mindhárom ágáram.

$$I_1 = \frac{V_a - U_1}{R_1} = \frac{4{,}7646V - 3V}{3300\Omega} \approx \frac{1{,}7646V}{3300\Omega} \approx 0{,}5347mA$$
$$I_2 = -\frac{V_a - U_2}{R_2} = -\frac{4{,}7646V - 6V}{1000\Omega} \approx 1{,}2mA$$
$$I_3 = \frac{V_a}{R_3} = \frac{4{,}7646V}{6800\Omega} \approx 0{,}7mA$$

Hurokáramok módszere

Ennél a módszernél a feladat elején látható Feliratozott ábrán jelölt i_1 és i_2 fiktív hurokáramokat feltételezzük. Az ágáramokat kifejezhetjük ezekkel a fiktív hurokáramokkal.

$$I_1 = -i_1$$
$$I_2 = -i_2$$
$$I_3 = i_1 - i_2$$

A hurokáramokból pedig a következő egyenletrendszer következik:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= (R_1 + R_3) \cdot i_1 - R_3 \cdot i_2 \\ -U_2 &= (R_2 + R_3) \cdot i_2 - R_3 \cdot i_1 \end{aligned}\right\}$$

A szokásos mátrixalakban ezt felírva a következő adódik.

$$\begin{bmatrix} \underline{i_1} & \underline{i_2} & \underline{C} \\ R_1 + R_3 & -R_3 & U_1 \\ -R_3 & R_2 + R_3 & -U_2 \end{bmatrix}$$

Számokkal behelyettesítve, és a szokásos módszert alkalmazva mátrixos egyenletrendszerekre a következő lépések adódnak – kerekítéssel számolva:

$$\begin{bmatrix} 10100 & -6800 & 3 \\ -6800 & 7800 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0{,}673 & 0{,}000297 \\ -6800 & 7800 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0{,}673 & 0{,}000297 \\ 0 & 3221{,}8 & -3{,}98 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0{,}673 & 0{,}000297 \\ 0 & 1 & -0{,}001235 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0{,}0005347 \\ 0 & 1 & -0{,}001235 \end{bmatrix}$$

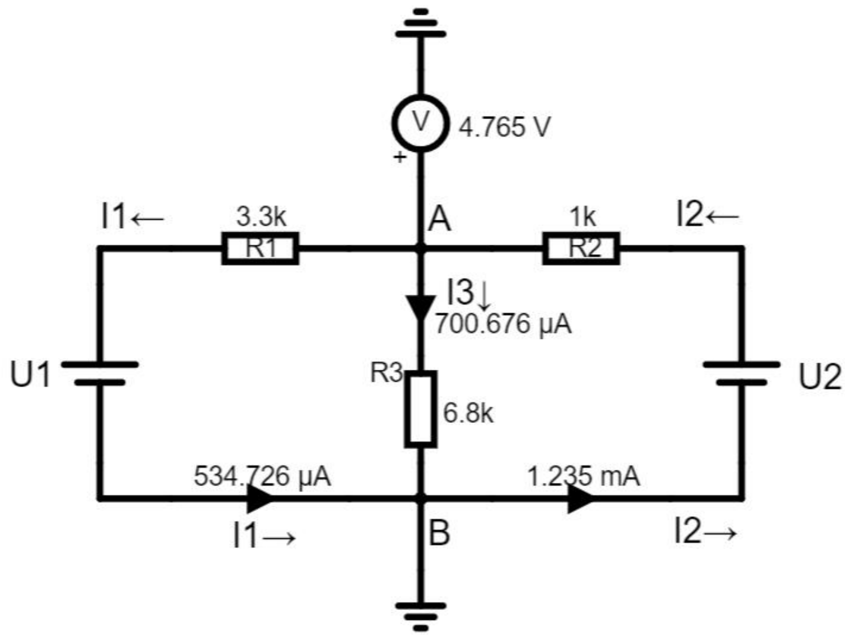
Ebből már felírható, hogy:

$$i_1 \approx -0{,}5347 mA$$
$$i_2 \approx -1{,}2 mA$$

Az ágáramok pedig ezekkel könnyen megkaphatók.

$$I_1 = -i_1 = 0{,}5347 mA$$
$$I_2 = -i_2 = 1{,}2 mA$$
$$I_3 = i_1 - i_2 = -0{,}5347 mA + 1{,}2 mA \approx 0{,}7 mA$$

Ellenőrzés – szimulátor



Mérések

$$R_1 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \Omega$$

$$R_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \Omega$$

$$R_3 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \Omega$$

$$U_1 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ V$$

$$U_2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ V$$

$$V_a = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ V$$

$$V_b = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ V$$

$$V_a - V_b = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ V$$

$$I_1 = \frac{V_a - V_b}{R_1} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

$$I_2 = \frac{V_b - V_a}{R_2} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

$$I_3 = \frac{V_a - V_b}{R_3} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

Összevetés

	Névleges érték	Mért érték	Relatív eltérés
$\boldsymbol{R_1}$	3300Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_2}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_3}$	6800Ω	Ω	%
$\boldsymbol{U_1}$	$3V$	V	%
$\boldsymbol{U_2}$	$6V$	V	%
$\boldsymbol{V_a}$	$\approx 4{,}7646V$	V	%
$\boldsymbol{V_b}$	Feltételezett $0V$	V	%
$\boldsymbol{V_a - V_b}$	$\approx 4{,}7646V$	V	%
$\boldsymbol{I_1}$	$\approx 0{,}5347mA$	A	%
$\boldsymbol{I_2}$	$\approx 1{,}2mA$	A	%
$\boldsymbol{I_3}$	$\approx 0{,}7mA$	A	%

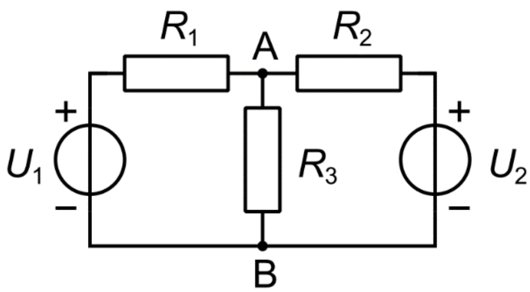
A relatív eltérést minden esetben a következő képlettel számoltuk (behelyettesítve természetesen a megfelelő értékeket) – χ helyettesíti a táblázat első oszlopainak jelölését.

$$\rho_{rel} = \frac{\chi_{mért} - \chi_{névleges}}{\chi_{névleges}} \cdot 100\%$$

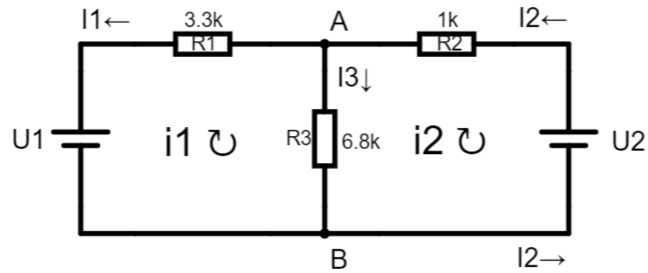
2. Feladat

A l. a) ábrát felhasználva *(megjegyzés: a jegyzőkönyvben csak a szükséges ábrarészt közöljük)* számítsa ki az R_3 ellenálláson eső feszültséget arra a két esetre, amikor csak egy generátor van az áramkörben a másik értéke $0V$ (rövidzárral van helyettesítve), és arra az esetre is, amikor mindkettő be van kapcsolva! Ellenőrizze a szuperpozíció tételének teljesülését!

Mérje meg az R_3 ellenálláson eső feszültséget mindhárom esetre. Az eredményeket vesse össze a számított értékekkel, adja meg a relatív hibát is!



Az eredeti ábra



Feliratozott ábra

Adatok

$$R_1 = 3300\Omega$$
$$R_2 = 1000\Omega$$
$$R_3 = 6800\Omega$$
$$U_1 = 3V$$
$$U_2 = 6V$$

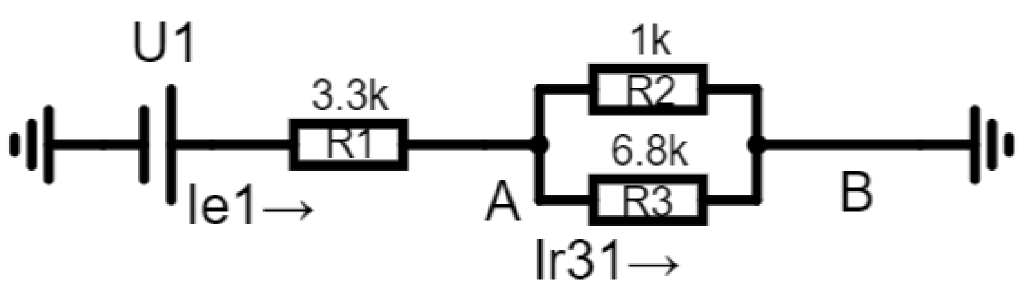
Képletek

$I = \frac{U}{R}$ Ohm törvénye

Számolás

Csak a bal oldali feszültséggenerátor működik

Az egyszerűbb megoldás érdekében az ábrát a következő módon is felrajzolhatjuk.



Eredő ellenállást számolunk a kapcsoláson ahhoz, hogy kiszámíthassuk az áramot.

$$R_{eb} = R_1 + (R_2||R_3) = R_1 + \left(\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}\right)$$

$$R_{eb} = 3300\Omega + \left(\frac{1}{\frac{1}{1000\Omega} + \frac{1}{6800\Omega}}\right) \approx 4171{,}8\Omega$$

Ez alapján megadható az áramkörben folyó áram.

$$I_{eb} = \frac{U_1}{R_{eb}} \approx 0{,}7191mA$$

A csomóponti törvény alapján az A csomópontba befolyó I_e áram a két kivezető ág összegével megkapható. Ezt visszafordítva, a két ág összege lesz az I_e áram. Illetve, azt is tudjuk, hogy az áram az ellenállásokkal fordított arányában oszlik szét. Ezt összevetve megkaphatjuk az R_3 ellenálláson folyó áramot.

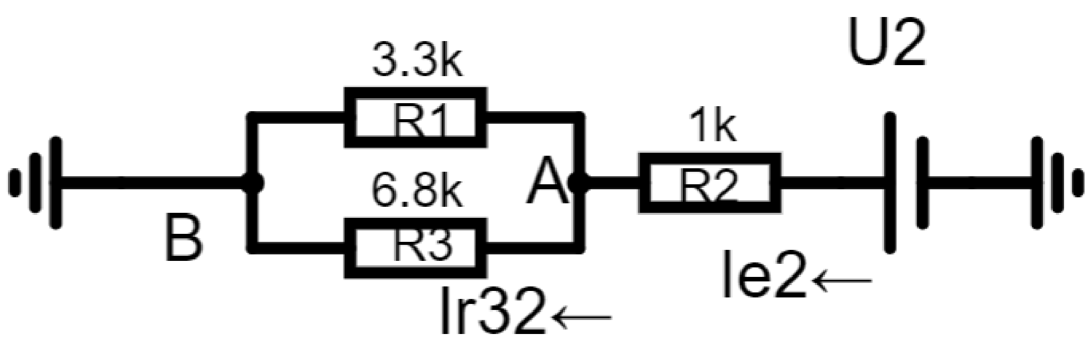
$$I_{R_3b} = I_{eb} \cdot \frac{R_2}{R_3 + R_2} = 7{,}191 \cdot 10^3 A \cdot \frac{1000\Omega}{7800\Omega} = 7{,}191 \cdot 10^{-3} A \cdot \frac{10}{78} \approx 0{,}9219\mu A$$

Az áram és az ellenállás ismeretében már ki tudjuk számolni az alkatrészen eső feszültséget az Ohm-törvénnyel.

$$U_{R_3b} = I_{R_3b} \cdot R_3 = 9{,}219 \cdot 10^{-6} A \cdot 6800\Omega \approx 0{,}6269V$$

Csak a jobb oldali feszültséggenerátor működik

Hasonlóan az előző esethez itt is egyszerűsíti a munkát, ha felrajzoljuk a fontos részét az áramkörnek.



Az előbb említett lépéseket itt is elvégezzük, hogy megkapjuk az áramot a hálózatban.

$$R_{ej} = R_2 + (R_1||R_3) = 1000\Omega + \frac{1}{\frac{1}{3300\Omega} + \frac{1}{6800\Omega}} \approx 3221{,}8\Omega$$

$$I_{ej} = \frac{U_2}{R_{ej}} = \frac{6V}{3221{,}8\Omega} \approx 1{,}9mA$$

Az előző indokláshoz hasonlóan, az A csomóponton szétoszlik az áram.

$$I_{R_3j} = I_{ej} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 1{,}9 \cdot 10^{-3} A \cdot \frac{3300\Omega}{10100\Omega} = 1{,}9 \cdot 10^{-3} A \cdot \frac{33}{101} \approx 0{,}6085mA$$

A feszültség ebből már egyszerűen számolható.

$$U_{R_3j} = I_{R_3j} \cdot R_3 = 0{,}6085 \cdot 10^{-3} A \cdot 6800\Omega \approx 4{,}138V$$

Mindkét feszültséggenerátor működik

Az első feladatban leírtak, és kiszámoltak ismétlésével nem töltenénk az időt. Az ott I_3-mal jelölt és kiszámolt áram folyik át az ellenálláson. Ezt kell megszorozni annak értékével, és megkapjuk a rajta eső feszültséget.

Az egyértelműség kedvéért viszont az ottani I_3-ra új jelölést vezetünk be I_{R_3m} jelzéssel.

$$U_{R_3m} = I_{R_3m} \cdot R_3 = 0{,}7 \cdot 10^{-3} A \cdot 6800\Omega \approx 4{,}76V$$

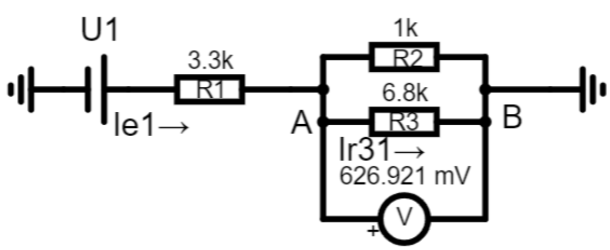
Tétel ellenőrzés

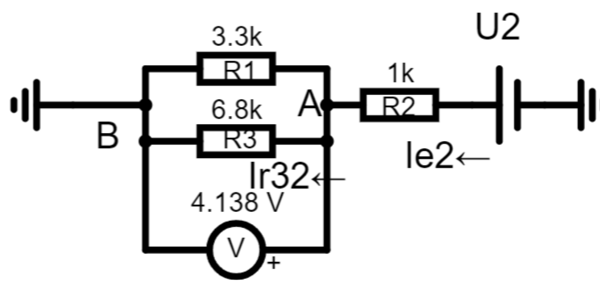
Egy lineáris hálózatban a generátorok hatása összegződik.

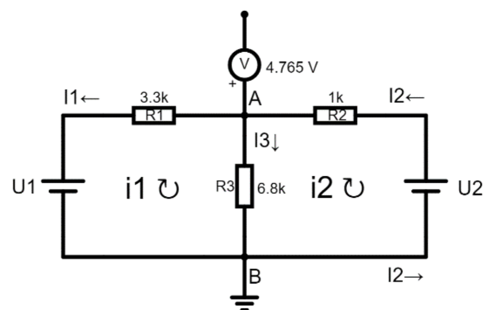
$$U_{R_3m} = U_{R_3j} + U_{R_3b}$$
$$4{,}76V = 4{,}138V + 0{,}6269V \approx 4{,}76V$$

Az eltérés a számítási kerekítésekből adódik, de kisebb mint, 10^{-5}.

Ellenőrzés – szimulátor







Mérések

$$R_3 = \underline{\hspace{4cm}}\ \Omega$$

$$U_1 = \underline{\hspace{4cm}}\ V$$

$$U_2 = \underline{\hspace{4cm}}\ V$$

$$U_{R_3b} = \underline{\hspace{4cm}}\ V$$

$$U_{R_3j} = \underline{\hspace{4cm}}\ V$$

$$U_{R_3m} = \underline{\hspace{4cm}}\ V$$

Összevetés

	Névleges érték	Mért érték	Relatív eltérés
$\boldsymbol{R_3}$	6800Ω	Ω	%
$\boldsymbol{U_1}$	$3V$	V	%
$\boldsymbol{U_2}$	$6V$	V	%
$\boldsymbol{U_{R_3b}}$	$\approx 0{,}6269V$	V	%
$\boldsymbol{U_{R_3j}}$	$\approx 4{,}138V$	V	%
$\boldsymbol{U_{R_3m}}$	$\approx 4{,}76V$	V	%

A relatív eltérést minden esetben a következő képlettel számoltuk (behelyettesítve természetesen a megfelelő értékeket) – χ helyettesíti a táblázat első oszlopainak jelölését.

$$\rho_{rel} = \frac{\chi_{mért} - \chi_{névleges}}{\chi_{névleges}} \cdot 100\%$$

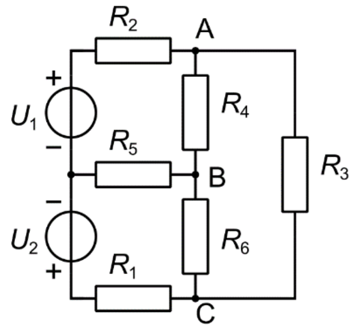
3. Feladat

Az 1. b) ábrán látható *(megjegyzés: a jegyzőkönyvben csak a szükséges ábrarészt közöljük)* kapcsolás felhasználásával számítsa ki az összes ágban folyó áramot és a csomóponti feszültségeket a hurokáramok módszerével!

Állítsa össze az áramkört, majd méréssel határozza meg az ágáramokat és a csomópontok között mérhető feszültség nagyságát! Az áramok mérését közvetett módon, a feszültség mérésével és az Ohm-törvény felhasználásával végezze el! A számítási és mérési eredményeket foglalja táblázatba és számítsa ki a relatív eltéréseket!

Ellenőrizze a csomóponti törvény érvényességét a mérési adatok felhasználásával!

$R_1 = 3{,}3k\Omega, R_2 = 1k\Omega, R_3 = 10k\Omega, R_4 = 4{,}7k\Omega, R_5 = 2{,}2k\Omega, R_6 = 6{,}8k\Omega, U_1 = 3V, U_2 = 6V$



Adatok

$R_1 = 3300\Omega$
$R_2 = 1000\Omega$
$R_3 = 10000\Omega$
$R_4 = 4700\Omega$
$R_5 = 2200\Omega$
$R_6 = 6800\Omega$
$U_1 = 3V$
$U_2 = 6V$

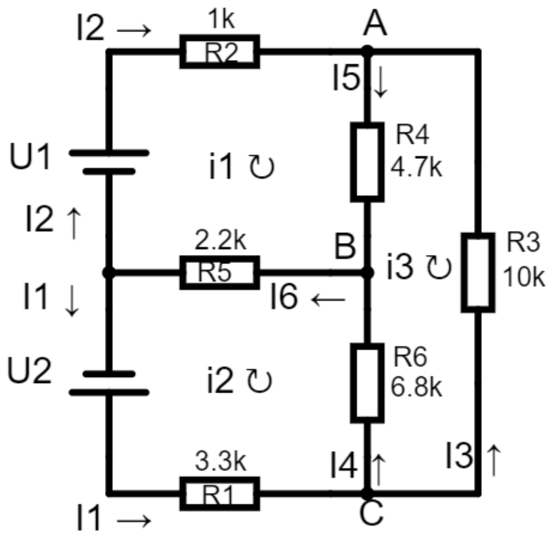
Képletek

$I = \frac{U}{R}$ Ohm törvénye

$0 = I_1 \pm I_2 + . . + I_n$ Kirchhoff csomóponti törvényének formalizált alakja

$V_a - V_b = U_{g1} \pm U_{g2} \pm . . \pm U_{gn} \pm I_1 \cdot R_1 \pm . . \pm I_n \cdot R_n$ Kirchhoff hurok törvényének formalizált alakja

Számolás



A számolásokhoz a fenti ábrán jelölt áramirányokat, és hurokáramokat vesszük. Ekkor a csomóponti törvény értelmében az alábbi összefüggések lesznek igazak.

$$\text{A:}\, I_2 + I_3 = I_5$$
$$\text{B:}\, I_5 + I_4 = I_6$$
$$\text{C:}\, I_4 + I_3 = I_1$$

Feltételezünk az áramkörben egy $0V$ pontot. Ez legyen a két feszültséggenerátor negatív kivezetésein (a nem jelölt csomópontban).

Az ágáramok és a fiktív hurokáramok így függenek össze:

$$I_1 = -i_2$$
$$I_2 = i1$$
$$I_3 = -i_3$$
$$I_4 = -i_2 + i_3$$
$$I_5 = i_1 - i_3$$
$$I_6 = -i_2 + i_1$$

A hurokáramok módszere alapján az alábbi egyenletrendszert kell megoldanunk.

$$\left.\begin{aligned} (R_2 + R_4 + R_5) \cdot i_1 - R_5 \cdot i_2 - R_4 \cdot i3 = U_1 \\ -R_5 \cdot i_1 + (R_1 + R_5 + R_6) \cdot i_2 - R_6 \cdot i_3 = -U_2 \\ -R_4 \cdot i_1 - R_6 \cdot i_2 + (R_3 + R_4 + R_6) \cdot i_3 = 0 \end{aligned}\right\}$$

Ez a szokásos mátrixalakra, ahol a balról jobbra haladva az oszlopok sorra az $i_1,\ i_2, i_3$ együtthatóit, az utolsó oszlop pedig az egyenlőség jobb oldalát jelenti.

$$\begin{bmatrix} R_2 + R_4 + R_5 & -R_5 & -R_4 & U_1 \\ -R_5 & R_1 + R_5 + R_6 & -R_6 & -U_2 \\ -R_4 & -R_6 & R_3 + R_4 + R_6 & 0 \end{bmatrix}$$

Ide az értékek behelyettesítése után ezt kapjuk.

$$\begin{bmatrix} 7900 & -2200 & -4700 & 3 \\ -2200 & 12300 & -6800 & -6 \\ -4700 & -6800 & 21500 & 0 \end{bmatrix}$$

A matematikai módszer alkalmazása után pedig a következő mátrixot kapjuk – kerekített értékekkel.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1{,}483 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 1 & 0 & -5{,}3735 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 0 & 1 & -1{,}3751 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

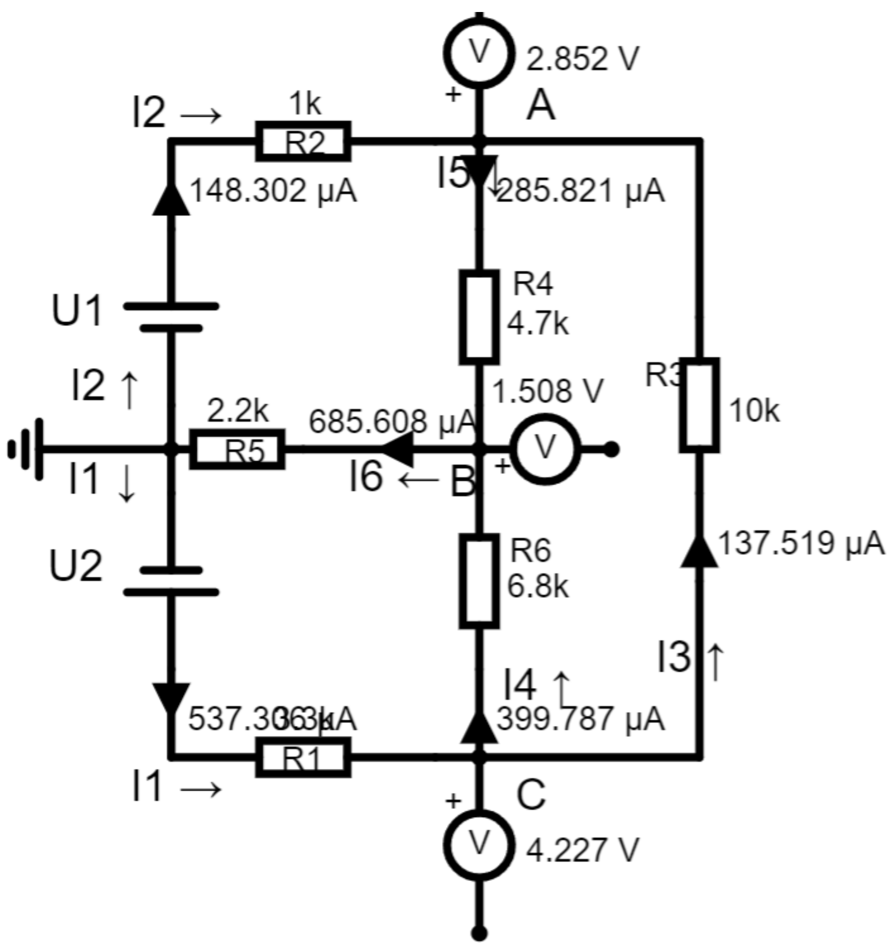
Az ágáramok ez alapján pedig a következőképpen alakulnak.

$$I_1 = -i_2 \approx 0{,}5374mA$$
$$I_2 = i_1 \approx 0{,}1483mA$$
$$I_3 = -i_3 \approx 0{,}1375mA$$
$$I_4 = -i_2 + i_3 = 0{,}5374mA - 0{,}1375mA \approx 0{,}3998mA$$
$$I_5 = i_1 - i_3 = 0{,}1483mA + 0{,}1375ma \approx 0{,}2858mA$$
$$I_6 = -i_2 + i_1 = 0{,}5374mA + 0{,}1483mA \approx 0{,}6857mA$$

A feszültségek a csomópontokban már igen egyszerűen megkaphatók.

$$U_b = R_5 \cdot I_6 = 2200\Omega \cdot 0{,}6857 \cdot 10^{-3}A \approx 1{,}5084V$$
$$U_a - U_b = R_4 \cdot I_5$$
$$U_a = R_4 \cdot I_5 + U_b = 4700\Omega \cdot 0{,}2858 \cdot 10^{-3}A + 1{,}508V \approx 2{,}8518V$$
$$U_c - U_b = R_6 \cdot I_4$$
$$U_c = R_6 \cdot I_4 + U_b = 6800\Omega \cdot 0{,}3998 \cdot 10^{-3}A + 1{,}508V \approx 4{,}2273V$$

Ellenőrzés – szimulátor



Mérések

$R_1 =$ ________________ Ω $R_4 =$ ________________ Ω

$R_2 =$ ________________ Ω $R_5 =$ ________________ Ω

$R_3 =$ ________________ Ω $R_6 =$ ________________ Ω

$U_1 =$ ________________ V $U_2 =$ ________________ V

$U_a =$ ________________ V $U_b =$ ________________ V

$U_c =$ ________________ V

$$I_1 = \frac{U_2 - U_c}{R_1} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

$$I_2 = \frac{U_1 - U_a}{R_2} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

$$I_3 = \frac{U_c - U_a}{R_3} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

$$I_4 = \frac{U_c - U_b}{R_6} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

$$I_5 = \frac{U_a - U_b}{R_4} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

$$I_6 = \frac{U_b}{R_5} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ A$$

Csomóponti törvény ellenőrzése

A csomóponti törvény azt állítja, hogy az áramkör egy csomópontjába befolyó áramok előjeles összege, megegyezik a kifolyó áramok előjeles összegével. Ennek ellenőrzésére a csomópontokra írjuk fel az adatokat.

A: $I_2 + I_3 = I_5$

A: ________________ A + ________________ A = ________________ A

B: $I_5 + I_4 = I_6$

B: ________________ A + ________________ A = ________________ A

C: $I_4 + I_3 = I_1$

C: ________________ A + ________________ A = ________________ A

Mérési, illetve kerekítés hibákból adódó minimális eltérés:

- A:---------------------- volt / nem volt---------- ha volt, akkor ________________ A
- B:---------------------- volt / nem volt---------- ha volt, akkor ________________ A
- C:---------------------- volt / nem volt---------- ha volt, akkor ________________ A

Összevetés

	Névleges érték	Mért érték	Relatív eltérés
$\boldsymbol{R_1}$	3300Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_2}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_3}$	10000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_4}$	4700Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_5}$	2200Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_6}$	6800Ω	Ω	%
$\boldsymbol{U_1}$	$3V$	V	%
$\boldsymbol{U_2}$	$6V$	V	%
$\boldsymbol{U_a}$	$\approx 2{,}8518V$	V	%
$\boldsymbol{U_b}$	$\approx 1{,}5084V$	V	%
$\boldsymbol{U_c}$	$\approx 4{,}2273V$	V	%
$\boldsymbol{I_1}$	$\approx 0{,}5374mA$	A	%
$\boldsymbol{I_2}$	$\approx 0{,}1483mA$	A	%
$\boldsymbol{I_3}$	$\approx 0{,}1375mA$	A	%
$\boldsymbol{I_4}$	$\approx 0{,}3998mA$	A	%
$\boldsymbol{I_5}$	$\approx 0{,}2858mA$	A	%
$\boldsymbol{I_6}$	$\approx 0{,}6857mA$	A	%

A relatív eltérést minden esetben a következő képlettel számoltuk (behelyettesítve természetesen a megfelelő értékeket) – χ helyettesíti a táblázat első oszlopainak jelölését.

$$\rho_{rel} = \frac{\chi_{mért} - \chi_{névleges}}{\chi_{névleges}} \cdot 100\%$$

Stefán Kornél Vad Avar