Elektronika
- Laboratórium Gyakorlat-

Jegyzőkönyv

0. gyakorlat

2023. szeptember 18.

Stefán Kornél
Vad Avar

Elméleti összefoglaló

A nulladik gyakorlat fő témája az elemi áramkörökkel való számolás. Az elemi áramkör egy olyan áramkör, amiben csak feszültség- és áramgenerátor, vezeték, ellenállás és földelési pont található. Ez a limitált áramkör lehetővé teszi számunkra azt, hogy elsajátíthassuk az elemi számítási műveleteket.

Az első és legfontosabb dolog, amit a témakörben el kell mondani, hogy mind a feszültség, mind az áram additív fizikai mennyiség. Ebből két nagyon fontos tételünk is következik, mind a kettő Kirchhoff nevéhez köthető: a csomóponti- és a hurok-törvény.

Mielőtt viszont ezekbe a törvényekbe belemennénk fontos összefoglalni a fentebb felsorolt építőelemeket. Az első nagy csoport az aktív alkatrészek, amikben található a feszültséggenerátor és az áramgenerátor. Ezen alkatrészek, ahogy nevük is sugallják, egység értékű feszültséget vagy áramot adnak ki. A feszültséggenerátor pozitív és negatív lábakkal rendelkezik (vagy pozitív lábbal és egységes földdel), az áramgenerátor meg áram iránnyal. A másik nagy csoport a passzív alkatrészek, amikből sok féle van, de a legtöbbet logikailag leegyszerűsíthetjük ellenállásokra, amiknek van egy ellenállása (később részletesen kifejtve). Ezen túl természetesen létezik a vezeték, ami ideális helyzetben az alkatrészeket ellenállás nélkül összeköti.

Első említettként Kirchhoff csomóponti törvényével foglalkozunk, ami több formában is felírható, de a lényege az, hogy egy adott csomópontba az oda befolyó áramok összege egyenlő az onnan kifolyó áram összegével (átfogalmazva: azok előjeles számtani összege nulla). Ezt az angolok jó okkal „current law”-nak hívják.

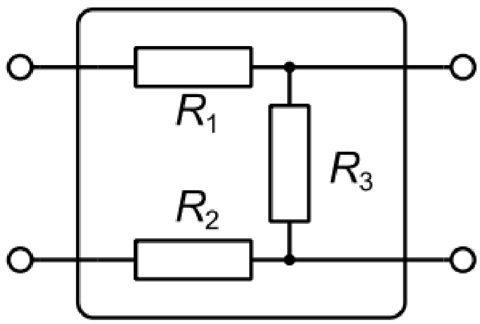
Kirchhoff hurok törvénye ezzel szemben egy picit nehezebben megfogható, de angol neve („voltage law”) utal arra, hogy ez egy csomópontnak a feszültségével fog foglalkozni. A tétel lényege, hogy az, hogy két adott csomópont (vagy egy csomópont és a föld [ha létezik]) között felírhatjuk a feszültséget a köztük eső alkatrészeken eső feszültségek összegeként (másszóval: a bejárási úton eső feszültségek előjeles számtani összegével). Az, hogy egy alkatrészen eső feszültséget pozitív vagy negatív előjellel számolunk az két dologtól függ: attól, hogy aktív vagy passzív alkatrészről beszélünk; és attól, hogy a csomópont és az alkatrész között milyen irányba folyik az áram. Egy alkatrészt két esetben írjuk fel pozitív előjellel a feszültségi egyenlőségünkbe: ha egy aktív alkatrészről beszélünk és az áram az alkatrész felől a csomópontba folyik; vagy ha egy passzív alkatrészről beszélünk és az áram a csomópont felől az alkatrész felé folyik. Ellenkező esetben az alkatrészen eső feszültséget negatívan írjuk fel az egyenlőségbe. Fontos megjegyzés az, hogy *abszolút* feszültségnek az egyenletét **csak** akkor írhatjuk fel, ha létezik egy referencia föld pont, aminek ismerten 0V a feszültsége, mert akkor ahhoz viszonyíthatunk. Ellenkező esetben mindig két pont közötti különbséget tudunk csak felírni ($V_a - V_b = [\dots]$).

Ezután kihagyhatatlan fontosságú tétel az Ohm törvénye is. Ez a törvény azt állítja, hogy egy alkatrésznek az ellenállása egyenlő a rajta eső feszültség és áramerősség hányadosával. Általában egy ellenállásnak ez az értéke ismert, így ezt a tételt szoktuk segítségül hívni arra, hogy a feszültség vagy áram ismeretében kiszámítsuk a hiányzó információt (áram vagy feszültség). Egy ellenállásnak fontos tulajdonsága még az, hogy névlegesen megkülönböztetjük a pozitívabb és negatívabb csatlakozási pontját. A pozitívabb pontja felől halad az áram a negatívabb pontja felé, és közben az Ohm törvénye által kiszámolható feszültséggel esik a feszültség az alkatrészen *(Kirchhoff hurok törvénye)*.

Feladatok

1. Feladat

Az első ábra bal oldalán látható kapcsolás bal oldali kapcsaira *(megjegyzés: a jegyzőkönyvben csak a szükséges ábrarész látható)* kapcsoljon +5V egyenfeszültséget és mérje meg a jobb oldali kapcsokon lévő feszültségeket (3 értéket). Méréseit számolással is támassza alá! Legyen $R_1 = 470\Omega, R_2 = 1\text{k}\Omega, \text{R}_3 = 200\Omega$.



Adatok

$$R_1 = 470\Omega$$
$$R_2 = 1000\Omega$$
$$R_3 = 200\Omega$$
$$U_g = 5V$$

Képletek

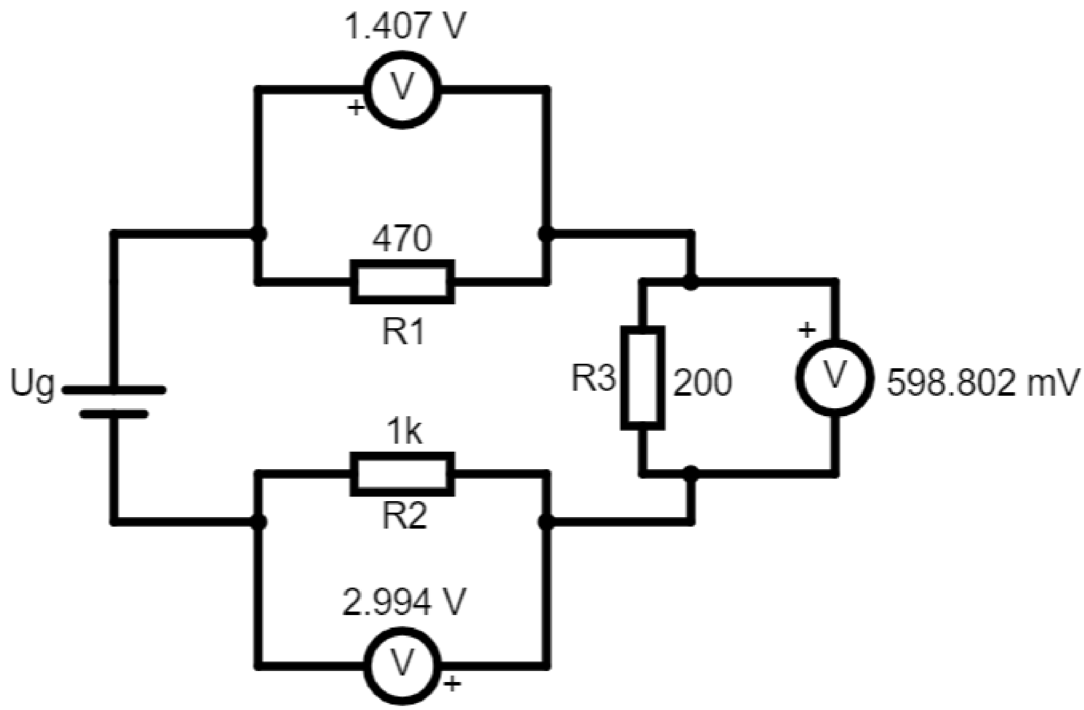
$$I = \frac{U}{R}$$

$R_e = R_1 + R_2 + ... + R_n$ Soros kapcsolásnál

Számolás

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$
$$I = \frac{U_g}{R_e}$$
$$U_{R_1} = I \cdot R_1, \qquad U_{R_2} = I \cdot R_2, \qquad U_{R_3} = I \cdot R_3$$
$$U_{R_1} = \frac{U_g}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_1$$
$$U_{R_2} = \frac{U_g}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_2$$
$$U_{R_3} = \frac{U_g}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot R_3$$
$$U_{R_1} = \frac{5V}{1670\Omega} \cdot 470\Omega = \frac{5V}{167} \cdot 47 \approx 1{,}4072V$$
$$U_{R_2} = \frac{5V}{1670\Omega} \cdot 1000\Omega = \frac{5V}{167} \cdot 100 \approx 2{,}9940V$$
$$U_{R_3} = \frac{5V}{1670\Omega} \cdot 200\Omega = \frac{5V}{167} \cdot 20 \approx 0{,}5988V$$

Ellenőrzés – szimulátor



Mérések

$R_1 =$ ________________ Ω

$R_2 =$ ________________ Ω

$R_3 =$ ________________ Ω

$U_{R_1} =$ ________________ V

$U_{R_2} =$ ________________ V

$U_{R_3} =$ ________________ V

$U_g =$ ________________ V

Összevetés

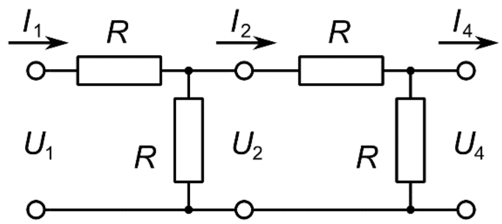
	Névleges érték	Mért érték	Relatív eltérés
R_1	470Ω	Ω	%
R_2	1000Ω	Ω	%
R_3	200Ω	Ω	%
U_g	$5V$	V	%
U_{R_1}	$\approx 1{,}4072V$	V	%
U_{R_2}	$\approx 2{,}9940V$	V	%
U_{R_3}	$\approx 0{,}5988V$	V	%

A relatív eltérést minden esetben a következő képlettel számoltuk (behelyettesítve természetesen a megfelelő értékeket) – χ helyettesíti a táblázat első oszlopainak jelölését.

$$\rho_{rel} = \frac{\chi_{mért} - \chi_{névleges}}{\chi_{névleges}} \cdot 100\%$$

2. Feladat

Az első ábra jobb oldalán lévő kapcsolás *(megjegyzés: a jegyzőkönyvben csak a szükséges ábrarész látható)* eredő ellenállását mérje meg a bal felső és a jobb alsó, majd a bal alsó és a jobb felső kapcsok között. Méréseit számolással támassza alá! Legyen $R = 1\text{k}\Omega$.



Adatok

$$R = 1000\Omega$$

Képletek

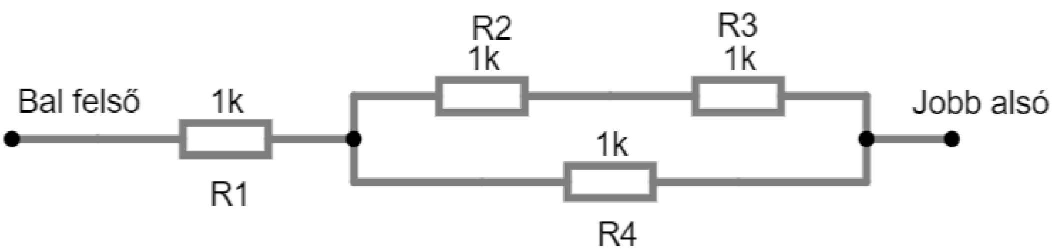
$$I = \frac{U}{R}$$

$R_e = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$ Soros kapcsolásnál

$R_e = \dfrac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}}$ Párhuzamos kapcsolásnál

Számolás

Bal felsőből jobb alsóba



Először a fenti ábrán $R2$-vel és $R3$-mal jelölt soros rész eredő ellenállását kell kiszámolni.

$$R_{ps} = R2 + R3$$

Ezután az új eredő érték és a vele párhuzamosan kötött (az ábrán $R4$-gyel jelölt) ellenállás eredője kapató meg.

$$R_{ep} = \frac{1}{\frac{1}{R4} + \frac{1}{R_{ps}}}$$

Az így maradt áramkör egy újabb soros kapcsolás, $R1$-gyel és R_{ep}-vel.

$$R_e = R1 + R_{ep} = R1 + \frac{1}{\frac{1}{R4} + \frac{1}{R2 + R3}}$$

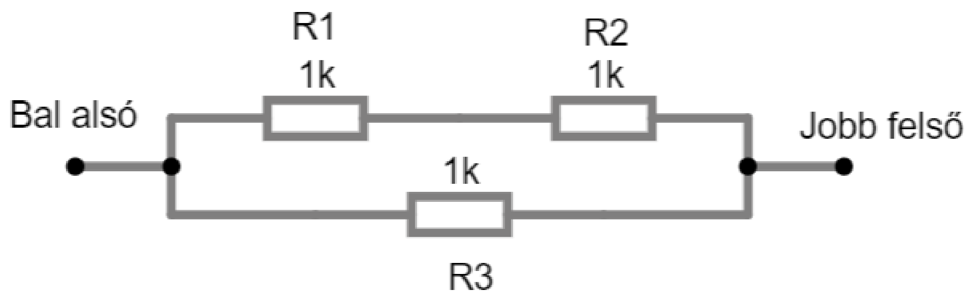
Mivel csak a szemléltetés végett jelöltük $R1, R2, R3, R4$ jelekkel az ellenállásokat, ezért ez a képlet tovább egyszerűsíthető:

$$R_e = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = R + \frac{1}{\frac{3}{2R}} = R + \frac{2R}{3} = \frac{5}{3}R$$

Minden ellenállás értéke 1000Ω, így az eredő értéke a következőképpen alakul:

$$R_e = \frac{5}{3} \cdot 1000\Omega \approx 1667\Omega$$

Bal alsóból jobb felsőbe



Először a felső ágban sorosan kapcsolt ellenállások eredőjét számoljuk ki.

$$R_{pe} = R1 + R2$$

Utána ennek az eredőnek és a vele párhuzamosan kapcsolt, $R3$-mal jelölt ellenállásnak az eredője kerül kiszámításra.

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_{pe}} + \frac{1}{R3}} = \frac{1}{\frac{1}{R1 + R2} + \frac{1}{R3}}$$

Az előző feladatrészhez hasonlóan a különböző R-ek ugyan azt jelentik, ezért:

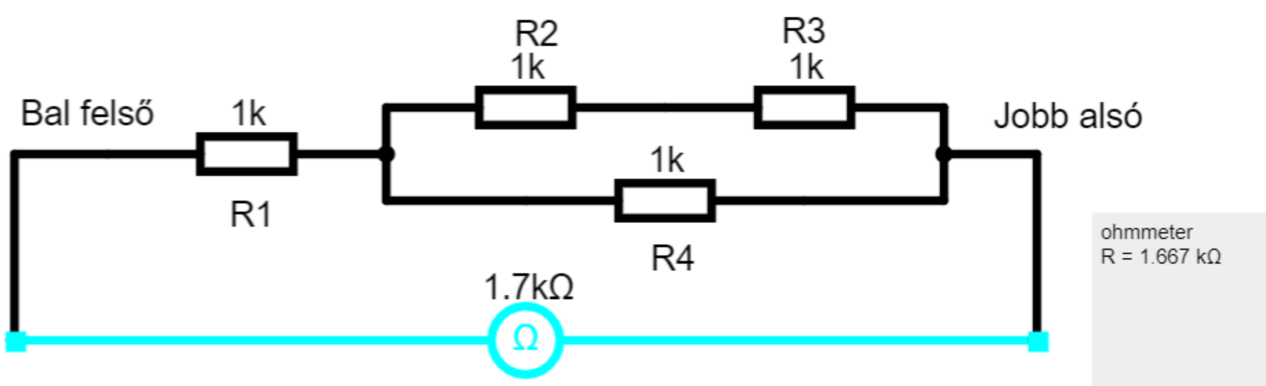
$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{3}{2R}} = \frac{2}{3}R$$

Behelyettesítéssel megkaphatjuk az eredő értékét:

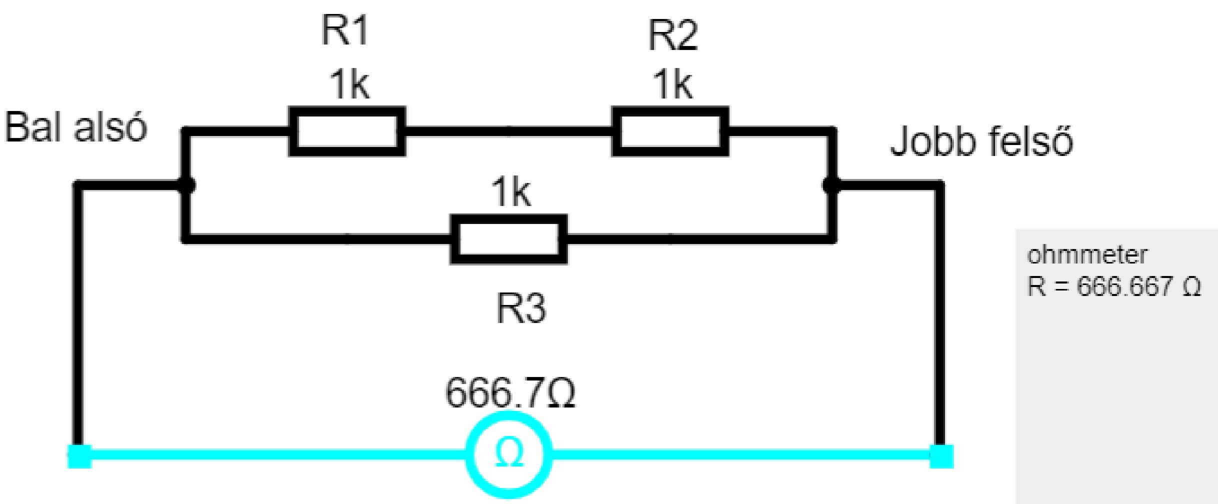
$$R_e = \frac{2}{3} \cdot 1000\Omega \approx 666{,}7\Omega$$

Ellenőrzés – szimulátor

Bal felsőből jobb alsóba



Bal alsóból jobb felsőbe



Mérések

Bal felsőből jobb alsóba

$R1 =$ ____________________ Ω

$R2 =$ ____________________ Ω

$R3 =$ ____________________ Ω

$R4 =$ ____________________ Ω

$R_{e_{fa}} =$ ____________________ Ω

Bal alsóból jobb felsőbe

$R1 =$ ____________________ Ω

$R2 =$ ____________________ Ω

$R3 =$ ____________________ Ω

$R_{e_{af}} =$ ____________________ Ω

Összevetés

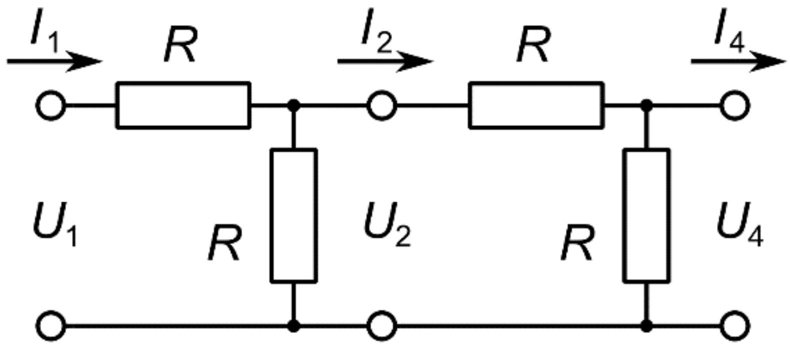
	Névleges érték	Mért érték	Relatív eltérés
Bal felsőből jobb alsóba			
$\boldsymbol{R1}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R2}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R3}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R4}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_{e_{fa}}}$	$\approx 1667\Omega$	Ω	%
Bal alsóból jobb felsőbe			
$\boldsymbol{R1}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R2}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R3}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{R_{e_{af}}}$	$\approx 666{,}7\Omega$	Ω	%

A relatív eltérést minden esetben a következő képlettel számoltuk (behelyettesítve természetesen a megfelelő értékeket) – χ helyettesíti a táblázat első oszlopainak jelölését.

$$\rho_{rel} = \frac{\chi_{mért} - \chi_{névleges}}{\chi_{névleges}} \cdot 100\%$$

3. Feladat

Az előző kapcsolás esetén legyen $U_1 = 6V$. Mérje meg az alábbi mennyiségeket: U_2, U_4, I_2. Az árammérést indirekt módon végezze, azaz az ellenálláson eső feszültséget mérje, majd Ohm-törvénye segítségével számolja ki az áramot. Méréseit számolással is támassza alá!



Adatok

$$R = 1000\Omega$$
$$U_1 = 6V$$

Képletek

$I = \frac{U}{R}$

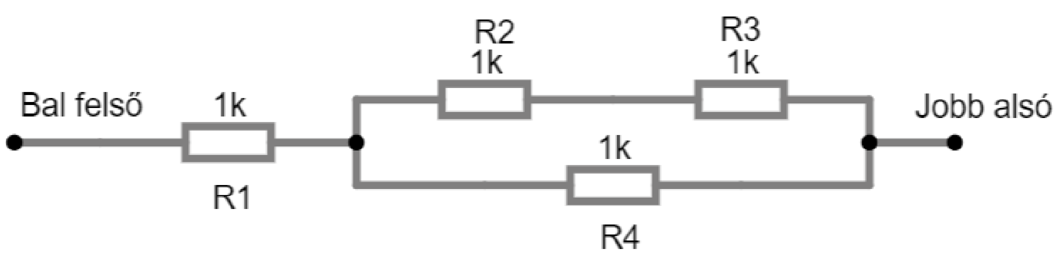
$R_e = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$ Soros kapcsolásnál

$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}}$ Párhuzamos kapcsolásnál

$I_1 + I_2 + \ldots + I_n = 0$ csomóponti törvény előjeles áramerősségek összegére.

Számolás

A számolás egyszerűsítése érdekében az első lépésben átláthatóbb formára hoztuk az áramkört. Az U_1 kiszámításához a bal felső és bal alsó pontok kapcsok között kellene feszültséget mérni/számolni, ám mivel ez megegyezik a jobb alsó ponttal (mivel csak vezeték köti össze, és elméletben nincs ellenállása) ezért ez az értékek is megegyeznek a 2. feladat első felében kiszámolt értékekkel.



Először az fenti ábrán $R2$-vel és $R3$-mal jelölt soros rész eredő ellenállását kell kiszámolni.

$$R_{ps} = R2 + R3$$

Ezután az új eredő érték és a vele párhuzamosan kötött (az ábrán $R4$-gyel jelölt) ellenállás eredője kapató meg.

$$R_{ep} = \frac{1}{\frac{1}{R4} + \frac{1}{R_{ps}}}$$

Az így maradt áramkör egy újabb soros kapcsolás, $R1$-gyel és R_{ep}-vel.

$$R_e = R1 + R_{ep} = R1 + \frac{1}{\frac{1}{R4} + \frac{1}{R2 + R3}}$$

Mivel csak a szemléltetés végett jelöltük $R1, R2, R3, R4$ jelekkel az ellenállásokat, ezért ez a képlet tovább egyszerűsíthető:

$$R_e = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} = R + \frac{1}{\frac{3}{2R}} = R + \frac{2R}{3} = \frac{5}{3}R$$

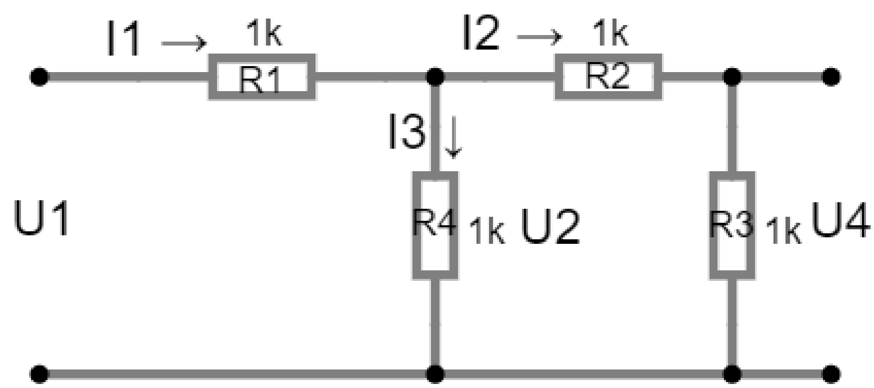
Minden ellenállás értéke 1000Ω, így az eredő értéke a következőképpen alakul:

$$R_e = \frac{5}{3} \cdot 1000\Omega \approx 1667\Omega$$

Ez már elég ahhoz, hogy Ohm törvényét felhasználva megkapjuk az I_1 áram erősségét:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_e} = \frac{6V}{1667\Omega} \approx 3{,}6mA$$

Ahhoz, hogy tovább tudjunk haladni újabb jelölést kell bevezetünk, I_3 névvel. Ezt az alábbi ábrán látható módon tesszük.



Az I_1 egyenlő a csomóponti törvény alapján I_2 és I_3 összegével, amik megkaphatóak Ohm törvénnyel az ellenállás értékek és a rajtuk eső feszültségből.

$$I_2 = \frac{U_2}{2R}, I_3 = \frac{U_2}{R}$$

Az U_2 megállapítható a következő képlettel: $U_2 = U_1 - I_1 \cdot R$

$$U_2 = 6V - 0{,}0036A \cdot 1000\Omega = 2{,}4V$$

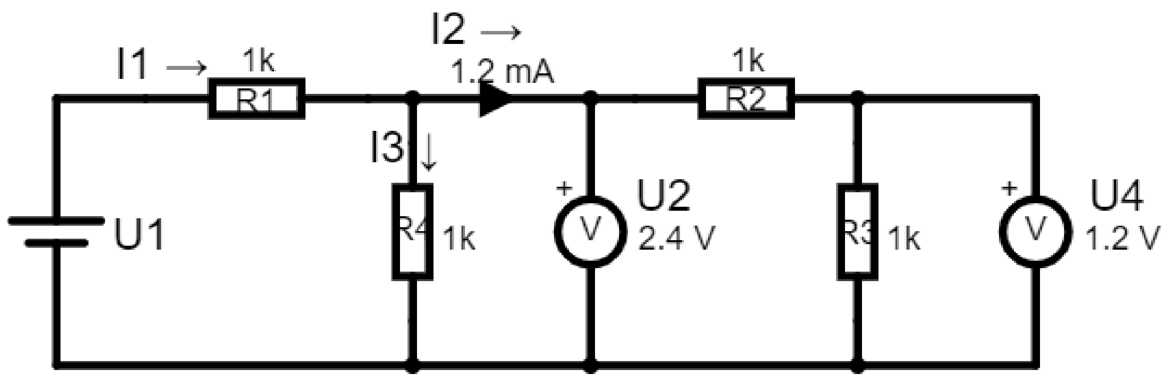
$$I_2 = \frac{U_2}{2R} = \frac{2{,}4V}{2000\Omega} = 1{,}2mA$$

$$I_3 = \frac{U_2}{R} = \frac{2{,}4V}{1000\Omega} = 2{,}4mA$$

Az I_2 ismeretében már könnyen megállapíthatjuk az U_4 feszültséget:

$$U_4 = R \cdot I_2 = 1000 * 0{,}0012A = 1{,}2V$$

Ellenőrzés – szimulátor



Mérések

$$R = \underline{\hspace{4cm}}\ \Omega$$

$$U_2 = \underline{\hspace{4cm}}\ V$$

$$U_4 = \underline{\hspace{4cm}}\ V$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots V}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots \Omega} = \underline{\hspace{4cm}}\ A$$

Összevetés

	Névleges érték	Mért érték	Relatív eltérés
$\boldsymbol{R}$	1000Ω	Ω	%
$\boldsymbol{U_2}$	$2{,}4V$	V	%
$\boldsymbol{U_4}$	$1{,}2V$	Ω	%
$\boldsymbol{I_2}$	$1{,}2mA$	A	%

A relatív eltérést minden esetben a következő képlettel számoltuk (behelyettesítve természetesen a megfelelő értékeket) – χ helyettesíti a táblázat első oszlopainak jelölését.

$$\rho_{rel} = \frac{\chi_{mért} - \chi_{névleges}}{\chi_{névleges}} \cdot 100\%$$

Stefán Kornél Vad Avar