

# Algoritmi avansați

## Seminar 6 (săpt. 11 și 12)

**1.** Fie mulțimea  $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_7\}$ , unde  $P_1 = (0, 0)$ ,  $P_2 = (1, 2)$ ,  $P_3 = (2, 1)$ ,  $P_4 = (3, 0)$ ,  $P_5 = (5, 0)$ ,  $P_6 = (2, -3)$ ,  $P_7 = (5, -2)$ ,  $P_8 = (3.5, -2)$ . Indicați testele care trebuie făcute pentru a găsi succesorul lui  $P_1$  atunci când aplicăm Jarvis' march pentru a determina marginea inferioară a acoperirii convexe a lui  $\mathcal{P}$ , parcursă în sens trigonometric (drept pivot inițial va fi considerat  $P_2$ ).

**2.** Aplicați metoda din demonstrația teoremei galeriei de artă, indicând o posibilă amplasare a camerelor de supraveghere în cazul poligonului  $P_0P_1P_2 \dots P_{12}$ , unde  $P_0 = (0, -4)$ ,  $P_1 = (5, -6)$ ,  $P_2 = (7, -4)$ ,  $P_3 = (5, -2)$ ,  $P_4 = (5, 2)$ ,  $P_5 = (7, 4)$ ,  $P_6 = (7, 6)$  iar punctele  $P_7, \dots, P_{12}$  sunt respectiv simetricele punctelor  $P_6, \dots, P_1$  față de axa  $Oy$ .

**3.** Fie poligonul  $\mathcal{P} = (P_1P_2P_3P_4P_5P_6)$ , unde  $P_1 = (5, 0)$ ,  $P_2 = (3, 2)$ ,  $P_3 = (-1, 2)$ ,  $P_4 = (-3, 0)$ ,  $P_5 = (-1, -2)$ ,  $P_6 = (3, -2)$ . Arătați că Teorema Galeriei de Artă poate fi aplicată în două moduri diferite, așa încât, aplicând metoda din teoremă și mecanismul de 3-colorare, în prima variantă să fie suficientă o singură cameră, iar în cea de-a doua variantă să fie necesare și suficiente două camere pentru supravegherea unei galerii având forma poligonului  $\mathcal{P}$ .

**4.** Dați exemplu de poligon cu 6 vârfuri care să aibă atât vârfuri convexe, cât și concave și toate să fie principale.

**5.** Fie  $\mathcal{M} = \{A_i \mid i = 0, \dots, 50\} \cup \{B_i \mid i = 0, \dots, 40\} \cup \{C_i \mid i = 0, \dots, 30\}$ , dată de punctele  $A_i = (i + 10, 0)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 50$ ,  $B_i = (0, i + 30)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 40$ ,  $C_i = (-i, -i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 30$ . Determinați numărul de triunghiuri și numărul de muchii ale unei triangulări a lui  $\mathcal{M}$ .

**6.** Dați un exemplu de mulțime din  $\mathbb{R}^2$  care să admită o triangulare având 6 triunghiuri și 11 muchii.

**7.** În  $\mathbb{R}^2$  fie punctele  $P_1 = (1, 7)$ ,  $P_2 = (5, 7)$ ,  $P_3 = (7, 5)$ ,  $P_4 = (1, 3)$ ,  $P_5 = (5, 3)$ ,  $P_6 = (\alpha - 1, 5)$ , cu  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Discutați, în funcție de  $\alpha$ , numărul de muchii ale unei triangulări asociate mulțimii  $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6\}$ .

**8.** Fie  $\mathcal{G}$  un graf planar conex,  $v$  numărul de noduri,  $m$  numărul de muchii,  $f$  numărul de fețe. Se presupune că fiecare vârf are gradul  $\geq 3$ . Demonstrați inegalitățile

$$\begin{aligned} v &\leq \frac{2}{3}m, & m &\leq 3v - 6 \\ m &\leq 3f - 6, & f &\leq \frac{2}{3}m \\ v &\leq 2f - 4, & f &\leq 2v - 4 \end{aligned}$$

Dați exemplu de grafuri în care au loc egalități în relațiile de mai sus.