$\underline{VI}$ Grupul ortogonal $(O(3), \cdot)$

$O(3) = \{A \mid A \in M_3, {}^tA * A = I\}$

Este mulțimea transformărilor liniare 3×3 care păstrează produsul scalar și norma vectorilor în spațiul tridimensional.

$SO(3)$ = grupul special ortogonal = o submulțime a grupului ortogonal $O(3)$ și constă în matricele ortogonale 3×3 care au determinantul 1.

$$SO(3) = \{A \in O(3) \; \det A = 1\} \subset O(3)$$

Fie $E_3 = (\mathbb{R}^3/_{\mathbb{R}}, \langle,\rangle)$ spațiu euclidian

$r \in O(E_3)$, $B = \{e_1, e_2, e_3\} \subset E$ bază ortonormată

$\downarrow B$

$R \in O(3) \Leftrightarrow R$ matrice ortogonală $\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}$

$$\alpha_i \alpha_j + \beta_i \beta_j + \gamma_i \gamma_j = \delta_{ij}$$
$$\forall i,j = \overline{1,3}$$

$\underline{I}$ $\det R = 1 \Rightarrow R \in SO(3)$

$\underline{II}$ $\det R = -1$

I $\det R = 1$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

- rotație de unghi θ, direct trigonometrică cu axa de rotație dreapta vectorială generată de $\langle e_1 \rangle \overset{not}{=} E'$, planul de rotație = planul vectorial $\langle \{e_2, e_3\} \rangle \overset{not}{=} E''$

II $\det R = -1$

$$R = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

- compunere a unei rotații de unghi θ, în sens direct trigonometric având ca axă de rotație dreapta vectorială $\langle e_1 \rangle = E'$ și plan de rotație, planul vectorial $E'' = \langle \{e_2, e_3\} \rangle$ cu o simetrie ortogonală în raport cu planul E''