

Laborator 5

Logică matematică și computațională

Introducere

La acest laborator, vom implementa în Prolog formulele propoziționale și semantica lor.

Variabilele vor fi reprezentate de atomi Prolog, iar operatorii \neg , \wedge , \vee , \rightarrow (pe care îi vom implementa individual, spre deosebire de curs/seminar) de simbolurile de funcție `non`, `si`, `sau`, `imp`.

Interogați:

?- `X = a`.

?- `X = si(a,b)`.

?- `X = imp(non(a),imp(a,b))`.

Scopul laboratorului va fi determinarea algoritmică a faptului că o formulă este sau nu tautologie.

Exercițiul 1

Definiți un predicat `vars/2` care este adevărat exact atunci când primul argument este o formulă, iar al doilea argument este lista care reprezintă mulțimea variabilelor care apar în ea.

Exemplu:

```
?- vars(imp(non(a),imp(a,b)),S).
```

```
S = [a, b]
```

Indiciu: folosiți predicatul predefinit `union/3`, care calculează reuniunea a două liste considerate ca fiind mulțimi.

Exercițiul 2

În teoria mulțimilor, graficul unei funcții de la o mulțime A la o mulțime B este „implementat” ca o submulțime a lui $A \times B$. În acest fel vom implementa și evaluările propoziționale de forma $e : V \rightarrow \{0, 1\}$, unde V , spre deosebire de curs/seminar, va fi o mulțime (listă) finită de variabile.

De exemplu, o evaluare pe mulțimea de variabile $\{a, b\}$ poate fi $[(a, 1), (b, 0)]$.

Definiți un predicat [val/3](#), astfel încât, pentru orice variabilă V și orice evaluare E , avem că, pentru orice A , $\text{val}(V, E, A)$ este adevărat exact atunci când A „este” $E(V)$.

Exemplu:

```
?- val(b, [(a, 1), (b, 0)], A).
```

```
A = 0
```

Exercițiul 3

Definiți predicate `bnon/2`, `bsi/3`, `bsau/3`, `bimp/3` care implementează operațiile \neg , \wedge , \vee , \rightarrow pe mulțimea $\{0, 1\}$.

Exemple:

```
?- bsi(1,0,X).
```

```
X = 0
```

```
?- bimp(X,0,0).
```

```
X = 1
```

```
?- bimp(0,X,0).
```

```
false
```

Indiciu: Puteți defini unele operații în funcție de altele.

Exercițiul 4

Definiți un predicat `eval/3`, astfel încât, pentru orice formulă X și orice evaluare E , avem că, pentru orice A , $\text{val}(X, E, A)$ este adevărat exact atunci când A „este” $E^+(X)$.

Exemple:

```
?- eval(imp(b,d),[(a,1), (b,0), (d,1)],X).
```

```
X = 1
```

```
?- eval(imp(d,b),[(a,1), (b,0), (d,1)],X).
```

```
X = 0
```

Exercițiul 5

Definiți un predicat `evals/3`, astfel încât, pentru orice formulă X și orice listă de evaluări Es , avem că, pentru orice As , `val(X,Es,As)` este adevărat exact atunci când As este lista rezultatelor evaluării lui X în fiecare dintre elementele lui Es .

Exemplu:

```
?- evals(imp(d,b),[[a,1), (b,0), (d,1)], [(a,1), (b,1),  
(d,0)]),X).
```

```
X = [0, 1]
```

Exercițiul 6

Definiți un predicat `evs/2`, astfel încât, pentru orice listă de variabile V , avem că, pentru orice W , $\text{evs}(V, W)$ este adevărat exact atunci când W este lista evaluărilor definite pe V .

Exemplu:

?- `evs([c,b],W)`.

$W = [[(c,0), (b,0)], [(c,0), (b,1)], [(c,1), (b,0)], [(c,1), (b,1)]]$

Indicii:

1. Pentru orice mulțime A există o unică funcție de la \emptyset la A . De ce? Care este graficul ei?
2. Pentru pasul inductiv, definiți un predicat ajutor.

Exercițiul 7

Definiți un predicat `all_evals/2`, astfel încât, pentru orice formulă X , avem că, pentru orice Y , `all_evals(X,Y)` este adevărat exact atunci când Y este lista rezultatelor evaluării lui X în fiecare dintre elementele listei evaluărilor definite pe $Var(X)$.

Exemple:

```
?- all_evals(imp(a,a),Y).
```

```
Y = [1, 1]
```

```
?- all_evals(imp(a,b),Y).
```

```
Y = [1, 1, 0, 1]
```

Exercițiul 8

Definiți un predicat `taut/1`, astfel încât, pentru orice formulă X , avem că `taut(X)` este adevărat exact atunci când X este tautologie.

Exemple:

```
?- taut(imp(a,a)).
```

```
true
```

```
?- taut(imp(a,b)).
```

```
false
```