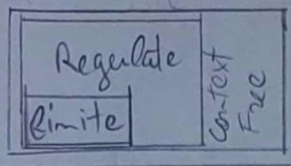
MINICU ADRIAN-LUCIAN
GRUPA 132



Regulate = gram. reg, DFA, NFA, λ-NFA, RE
Context free = CFG, PDA (nedeterminist)

G_1, G_2, gram. ind. context, R expr. regulată
=> nedecidabile: G_1 ambiguă, $L(G_1) \cap L(G_2) \neq \emptyset$, $L(G_1) \neq L(G_2)$,
$L(G_1) \neq L(R)$, $L(G_1) \neq T^*$, $L(G_2) - L(G_1) \neq \emptyset$, $L(R) - L(G_1) \neq \emptyset$

Proprietăți închidere AF: union, complement, intersection, catenation, star, plus, difference, reverse, inclusion

Închideri CFL, RE: union, catenation, star

CFL deterministe: complementare, intersecție cu REG

Lemă pompare REG:

$L_1 = \{a^m b^{3n} c^{n+3} \mid m \geq 5, n \geq 1\} \notin REG$

P.p. abs. că e REG => $\exists p \in \mathbb{N}$ din lemă

Alegem $\alpha = a^5 b^{3p} c^{p+3} \in L_1$ <=>

<=> $|\alpha| = 4p+8 \geq p$, $\alpha = uvw$, a.î.

$|uv| \leq p$ și $|v| \geq 1$ => $1 \leq |v| \leq p$ (*)

I $v = a^k$ => $|v| = k \overset{(*)}{=>} 1 \leq k \leq p$

alegem $i=0$ => $\beta = uv^iw = uv^0w = uw =$
$= a^{5-k} b^{3p} c^{p+3} \in L_1$ <=> $|\beta|_a \geq 5$ <=>
<=> $5-k \geq 5$ <=> $k \leq 0$, dar $1 \leq k \leq p$ (1) abs

II $v = a^k b^t$, $t > 0$ => $|v| = k+t \overset{(*)}{=>}$
=> $1 \leq k+t \leq p$. alegem $i=0$ =>
=> $\beta = uv^0w = uw = a^{5-k} b^{3p-t} c^{p+3} \in L_1$ <=>
<=> $|\beta|_b = 3(|\beta|_c - 3)$ <=> $3p - t = 3(p+3-3)$ <=>
<=> $3p - t = 3p$ <=> $t = 0$, dar $t > 0$ (2) abs

(1), (2) => $L_1 \notin Reg$

Lemă pompare CFL:

$L = \{a^n b^m c^n d^m\}$ $n, m \geq 0$ $\notin CFL$

P.P. prin abs. că $L \in CFL$ => $\exists p \in \mathbb{N}$, alegem $\alpha \in L$,
$a^p b^p c^p d^p$ => $|\alpha| = 4p \geq p$, avem $\alpha = uvwxy$ a.î.
$|vwx| \leq p$ și $|vx| \geq 1$ => $1 \leq |vx| \leq p$

I $vwx \in a^*$, $vx = a^k$ => $|vx| = k$ => $1 \leq k \leq p$
aleg $i=2$ => $\beta = uv^2wx^2y = a^{p+k} b^p c^p d^p \in L$ <=>
<=> $|\beta|_a = |\beta|_c$ <=> $p+k = p$ => $k=0$, dar $1 \leq k$ => (1) abs
analog pt b^*, c^*, d^*

II $vwx \in a^* b^*$, $vx = a^k b^s$ => $|vx| = k+s$ => $1 \leq k+s \leq p$
aleg $i=0$ => $\beta = uv^0wx^0y = uwy = a^{p-k} b^{p-s} c^p d^p \in L$
<=> $\begin{cases} |\beta|_a = |\beta|_c \\ |\beta|_b = |\beta|_d \end{cases}$ <=> $\begin{cases} p-k = p \\ p-s = p \end{cases}$ <=> $k = s = 0$, dar
$1 \leq k+s \leq p$ (2) abs
analog pt. $b^* c^*$, $c^* d^*$
(1), (2) => $\notin CFL$

Forma normală Chomsky:

$A \to a$ Dacă λ trebuie generat, avem voie să avem $S \to \lambda$, dar S nu are voie
$A \to BC$ să apară în membrul drept al niciunei producții

CFG → F.N.C:

Pas 1: a) eliminare simboluri și producții neutilizabile:
neutilizabil = plecând de la un cuvânt care conține simb. X și aplicând oricât de multe producții nu putem ajunge să generăm un cuvânt fără neterminale.
Deci plecăm de la cele care au cel puțin o producție în T^*, iar apoi tot căutăm alte neterminale care au cel puțin o producție cu membrul drept în $N \cup T^*$, dar în care toate neterminalele fac deja parte din mulțimea celor utilizabile.

b) eliminare simboluri și producții inaccesibile:
inaccesibil = plecând din S și aplicând oricât de multe producții, nu generăm cuv. cu X
Deci plecăm de la neterminalele care apar în membrul drept lui S. Apoi tot căutăm alte neterminale care apar în membrul drept al acelor neterminale care fac deja parte din mulțimea celor accesibile.

Pas 2: eliminare λ-producții:
Obs: dacă $\lambda \in L(G)$ => se adaugă un nou simbol de start S', $S' \to S \mid \lambda$

I neterminalul are λ producție, nu are și alte producții:
- va fi eliminată producția lui
- toate prod. care au ca membru drept cuv. de lungime ≥ 2 în care apare acest neterminal => vor fi înlocuite prin eliminarea neterminalului din cuvinte
- dacă membrul drept avea lungime $= 1$ (adică era doar acest neterminal) => se înlocuiește cu λ (această producție va fi eliminată tot la „pasul 2")

II neterminal are λ producție și alte producții
- va fi eliminată doar λ-producția lui
- toate producțiile care au ca membru drept un cuvânt de lungime ≥2 în care apare acest neterminal => vor fi înlocuite atât de varianta în care cuvântul conține neterminalul cât și de varianta în care neterminalul este eliminat din cuvânt
- dacă membrul drept avea lungime = 1 =>
=> se înlocuiește cu λ

Pas 3: eliminăm $C \to A$, pt toate producțiile $A \to \alpha$, adăugăm producțiile $C \to \alpha$

Pas 4: aplicăm iar pas 1

Pas 5: $S \to aa \Rightarrow S \to X_1X_1$
$X_1 \to a$

Pas 6: $S \to X_1AX_1 \Rightarrow S \to X_1Y_1$, $Y_1 \to AX_1$, $X_1 \to a$

λNFA → NFA
1) λ completion
$\forall p,q,r \in Q\ (p,\lambda,q),(q,\lambda,r)$
$\Rightarrow (p,\lambda,r)$
2) λ-removal
$-\forall p,q,r \in Q\ (p,\lambda,q),(q,a,r)$
$\Rightarrow (p,a,r)$
- stări finale <=> stare λ^* = stare fin.

λNFA → DFA
stare init. = λ închidere stare init. λNFA
facem λ închideri pt. fiecare stare
facem tabel stare | $\lambda^*\alpha\lambda^*$ => NFA
DFA => renumire stări, stare fin. = conține min 1 stare fin.

Obs: $L_{DFA} = L_{REG}$
$L_{DFA} = L_{gram.reg.}$, PDA ≃ CFG
Gram.reg. = $A \to a$, $A \to aB$
∀ gram. reg ∃ λNFA echivalent
PDA ≃ CFG DPDA ⊂ PDA
DCFL ⊂ CFL REG ⊆ DPDA ⊆ CFG

Dacă L e acceptat de AFD complet definit =>
=> complementul lui L e interschimbarea stărilor fin cu cele nefinale

Produs cartezian: L_1, L_2,
$AFD(L_1) = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_0, F_1)$
$AFD(L_2) = (Q_2, \Sigma, \delta_2, r_0, F_2)$
$\Rightarrow AFD(L) = (Q, \Sigma, \delta, (q_0,r_0), F)$
$Q = Q_1 \times Q_2 = \{(q_i, r_j) \mid q_i \in Q_1$ și $r_j \in Q_2\}$
$\delta((q_i,r_j),x) = (\delta_1(q_i,x), \delta_2(r_j,x))$
stare inițială = (q_0,r_0) (perechea formată din cele 2 stări inițiale)
stări finale: $\cap \Leftrightarrow F = F_1 \times F_2$, $- \Leftrightarrow F = F_1 \times (Q_2 \setminus F_2)$ sau $(Q_1 \setminus F_1) \times F_2$, $\cup\ F = (F_1 \times Q_2) \cup (Q_1 \times F_2)$

Minimizare DFA: AFD complet definit
Împărțim mulțimea Q în 2 partiții:
$A_0 = Q \setminus F$ (stări nefinale)
$B_0 = F$ (stări finale)
Facem tabel partiție | stare | α și în cadrul fiecărei partiții dacă 2 stări sunt separabile. Dacă duc către aceeași partiție rămân în ea, altfel merg în partiții diferite

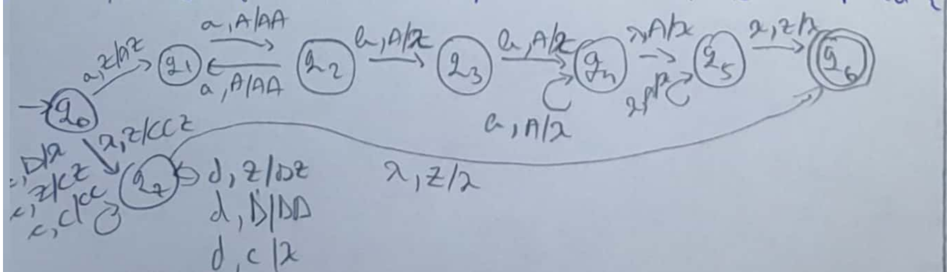
Obs: Înainte de aplicarea alg. ~~...~~ eliminăm toate stările inaccesibile.
După aplicarea lui eliminăm toate stările plecând din care nu se poate ajunge în nicio stare finală

Lema $L = \{a^{n^2} \mid n \geq 1\}$, $\alpha = a^{p^2}$, $1 \leq k \leq p \ /+p^2$
$i=2 \Rightarrow p^2+k$
$1+p^2 \leq p^2+k \leq p^2+p$ | $\Rightarrow p^2 < p^2+k < (p+1)^2 \Rightarrow$
$p^2 < p^2+1$ | $\Rightarrow p^2 < |\beta| < (p+1)^2$
$p^2+p < (p+1)^2$

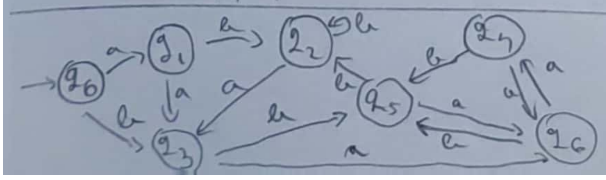
$L = \{w \mid |w|_a \neq |w|_b\}$
$S \to A|B$
$A \to aAb|bAa|abA|baA|Aab|Aba|AA|aA|Aa|a$
$B \to bB|Bb|b$

$L = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\} \cdot \{c^id^j \mid i \neq 2j+3\}$
$S \to AB$, $A \to aAa|bBb|cAc|\lambda$ C,D = $i < 2j+3$
$B \to C|E$, $C \to c^4D$, $D \to c^2Dd|cD|\lambda$
$E \to cc|c|F|CF|ccF$ E,F = $i > 2j+3$
$F \to Fd|cFd|ccFd|\lambda$

$L = \{a^{2n}b^m \mid 2n > m > 1\} \cup \{w \in \{c,d\}^* \mid |w|_c + 2 = |w|_d\}$



	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
q_0							
q_1	aa						
q_2	aa	∅					
q_3	a	a	a				
q_4	a	a	a	∅			
q_5	a	a	a	ba	~~ba~~a		
q_6	λ	λ	λ	λ	λ	λ	



Myhill-Nerode