

**mulțime recursivă** = mulțime pentru care putem spune, pentru un element dat, dacă se află în mulțime sau nu

**mulțime recursiv-enumerabilă** = mulțime pentru care există o funcție calculabilă (sau un algoritm) care enumeră/listează elementele mulțimii, dar pentru care NU putem determina ce elemente NU se află în mulțime

Ce înseamnă "enumeră elementele mulțimii"? De exemplu, pentru mulțimea numerelor naturale, funcția succesor enumeră elementele; le parcurge. Atenție, nu neapărat în ordine!

Exemplu mulțime care nu este recursiv enumerabilă:  $\mathbb{I}$  (mulțimea numerelor iraționale). Dacă ne întrebăm care este relația între „numărabil” și „recursiv enumerabil”: orice mulțime recursiv enumerabilă este numărabilă; invers nu este valid. **Recursiv enumerabil  $\subset$  numărabil.**

Deoarece calculabil == recursiv  $\Rightarrow$  recursiv-enumerabil == computably-enumerable.

**funcție parțială** = funcție care nu este definită pe tot domeniul de definiție; exemplu:  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(x) = x - y$  (uneori poate da negativ)

O funcție parțială este calculabilă dacă este calculabilă peste tot unde este definită.

Avem o problemă **P** de decizie (=se poate răspunde cu "da" sau "nu" la ea), să spunem că e de forma:

*Pentru un input **I**, să se verifice dacă se întâmplă **X** (o acțiune).*

Funcția care descrie această problemă este:

$$f : S_1 \rightarrow \{0, 1\}, \quad S_1 \text{ o mulțime}$$
$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{dacă } X \text{ se întâmplă pt. } x \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

Mulțimea care descrie această problemă:

$$S = \{x \in S_1 \mid X \text{ se întâmplă pentru } x\}$$

Funcția care descrie cazurile pozitive:

$$F(x) = \begin{cases} 1, & \text{dacă } X \text{ se întâmplă pt. } x \\ \text{undefined}, & \text{altfel} \end{cases}$$

Următoarele afirmații sunt echivalente:

1. P este decidabilă
2. f este calculabilă
3. S este recursivă

Următoarele afirmații sunt echivalente:

4. P este semi-decidabilă
5. F este parțială și calculabilă/recursivă (reminder calculabil==recursiv)
6. S este recursiv-enumerabilă

Următoarele afirmații sunt echivalente:

- 7.  $P$  este nedecidabilă
- 8.  $S$  nu este recursivă
- 9.  $f$  nu este calculabilă

