V Grupul ortogonal $(O(2), \cdot)$:

Constă în toate transformările de rotație în planul bidimensional care păstrează distanțele și originea nemodificate

$$(O(2), \cdot) = \{ R(\theta) \mid \theta \in [0, 2\pi] \}$$

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Proprietăți:

1) $A \in O(n) \Leftrightarrow A^{-1} = {}^tA$

2) $A \in O(n) \Rightarrow \det A \in \{\pm 1\}$

$(SO(2), \cdot)$ = grupul special ortogonal = descrie transformările liniare ortogonale cu determinantul 1. Aceste transformări păstrează produsul scalar și norma vectorilor, precum și volumul spațiului

$$SO(2) = \{ A \in O(2) \mid \det A = 1 \} \subset O(2)$$

Fie $E_2 = (\mathbb{R}^2/_\mathbb{R}, \langle , \rangle)$ planul euclidian

Considerăm $R \in O(E_2)$, $B = \{ e_1, e_2 \} \subset E_2$ bază ortogonală

$$\Big\downarrow B$$

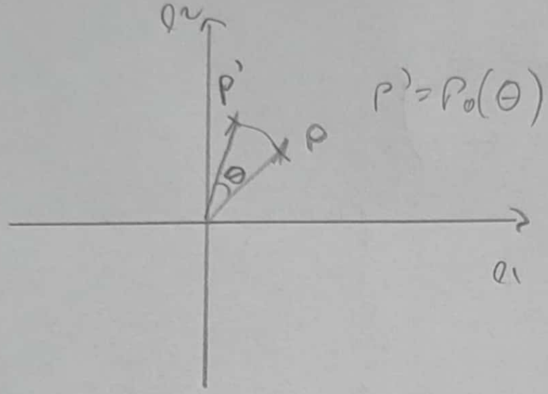
$R \in O(2) \Leftrightarrow R = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ matrice ortogonală, $\begin{cases} a^2 + c^2 = 1 \\ b^2 + d^2 = 1 \\ ab + cd = 0 \end{cases}$

I $\det R = 1$

II $\det R = -1$

I $\det R = 1 \Rightarrow R \in SO(2) \Rightarrow$ rotație de $\sphericalangle\theta$, direct trigonometric

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$ având centrul în originea reperului



II $\det R = -1 \Rightarrow$ simetrie ortogonală în raport cu dreapta vectorială $\langle v_d \rangle$

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}$$

unde $v_d = \left(\cos\frac{\theta}{2} e_1, \cos\frac{\theta}{2} e_2\right)$

dreapta vectorială care face un unghi $\frac{\theta}{2}$ cu axa generată de e_1 (OX), $\langle e_1 \rangle$