CURS #8

UNDE SUNTEM

TEORIA CALCULABILITĂȚII — CE PUTEM / NU PUTEM CALCULA ÎN PRINCIPIU

$\Downarrow$

TEORIA COMPLEXITĂȚII — ~~ÎN PRINCIPIU~~ $\Downarrow$ EFICIENT

DATA TRECUTĂ

SORTING $\Omega(n \log n)$

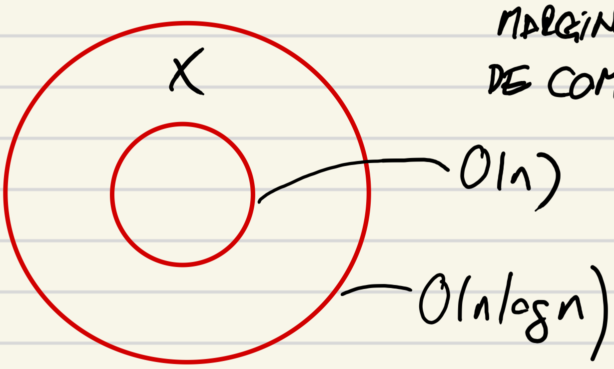
$\uparrow$

MARGINE DE COMPL

ARBORI DE DECIZIE

$\downarrow$

MODEL DE CALCUL.



PROBLEMĂ DE DECIZIE

SE DĂ input $x \in \Sigma^*$

RĂSPUNS DA/NU

$L = \{x \in \Sigma^* \mid DA\}$

COMPLEXITY ZOO

ARORA & BARAK

JURIS HARTMANIS & RICHARD STEARNS

$DTIME\{f(n)\} = \{A \mid$ A poate fi rez de o MT M

$\forall x\ |x| = n$ $M(x)$ se opr

în $O(f(n))$ pași }

$$f(n) \le g(n) \Rightarrow DTIME\{f\} \subseteq DTIME\{g\}$$

NU TOATE FUNCȚIILE SUNT MARGINI DE TIMP REZONABILE!

DEF O funcție $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ time constructible

$\Updownarrow$

există o M.T M a.î.

$$M(1^n) = 1^{f(n)}$$

în $O(f(n))$ pași

pot construi ușor un contor pt $f(n)$ pași

T { TIME HIERARCHY THM. }

Fie f, g funcții time constructible

$$f(n) \log f(n) = o(g(n))$$

$$\lim \frac{f \log f}{g} = 0$$

atunci

$$DTIME\{f\} \subsetneq DTIME\{g\}$$

(ARORA & BARAK T.3.1)

<u>DEM</u> $f(n) = n$ $\quad g(n) = n^{1.5}$

<u>IDEE</u> DIAGONALIZARE

$A \neq L(M_i)$ $\quad \forall M_i$ care rulează în $O(n)$ pași

D: On input x

run $M_x(x)$ for $|x|^{1.4}$ steps $\longrightarrow U(\langle x, x \rangle)$

<u>Dacă</u> $M_x(x)$ se oprește

$$M_x(x) \in \{0, 1\}$$

<u>atunci</u> return $1 - M_x(x)$

<u>Altfel</u> output 0

$\boxed{A = L(D)}$

- $A \in DTIME\{n^{1.5}\}$

Mașina $D(x)$ unde $|x| = n$ se oprește în $\leq n^{1.5}$ pași

- $A \notin DTIME\{n\}$

Pp $\exists\, i$ a.î. $A = L(M_i)$

$M_i(x)$ se oprește în $\leq c \cdot x$ pași

Arăt că $\exists\, x$ a.î.

$\underline{D(x) \neq M_i(x)}$

$1 = i_0 < i_1 < \ldots < i_k < \ldots$

$L(M_i) = L(M_{i_k})$

x a.î. $\rightarrow M_i$ $\boxed{x = i_k}$

iau k a.î. $M_{i_k}(i_k)$ se oprește

$\boxtimes$

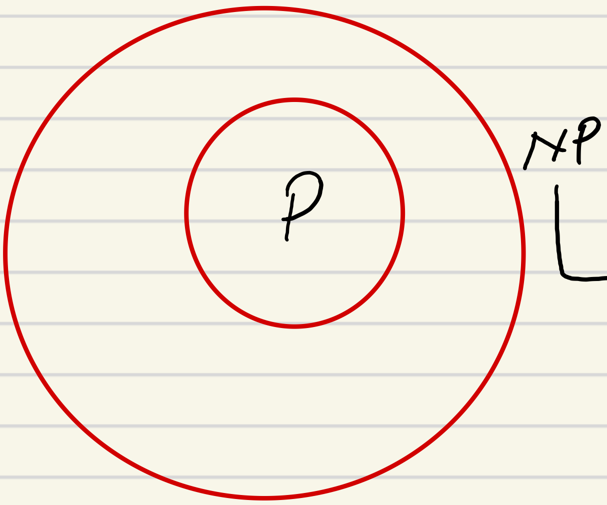
$\boxed{\text{CLASA } P}$

$P\ (PTIME) = \bigcup_{k \geq 1} DTIME\{n^k\}$

mare parte din alg. eficienți de la cursul de alg!

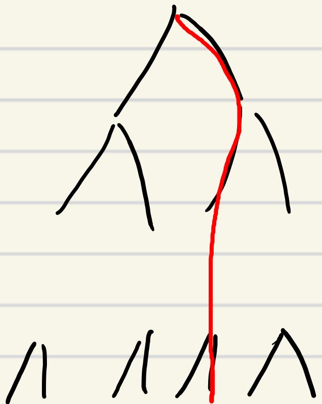
COBHAM & EDMONDS

P ⟺ clasa pb. eficient rezolvabile.



nondet

Exp backtracking



Alg ineficient/nepractic.

ghicesc camb câștigătoare

verific că e într-adevăr

YES

câștigătoare

NP = nondeterministic polynomial

$\rho(\cdot,\cdot)$ calculabil în timp polinomial

Exp $\rho(x,y)$

x → TABLA DE SUDOKU PARȚIAL COMPLETATĂ

y → TABLĂ DE SUDOKU COMPLET COMPLETATĂ

VREAU SĂ DECID

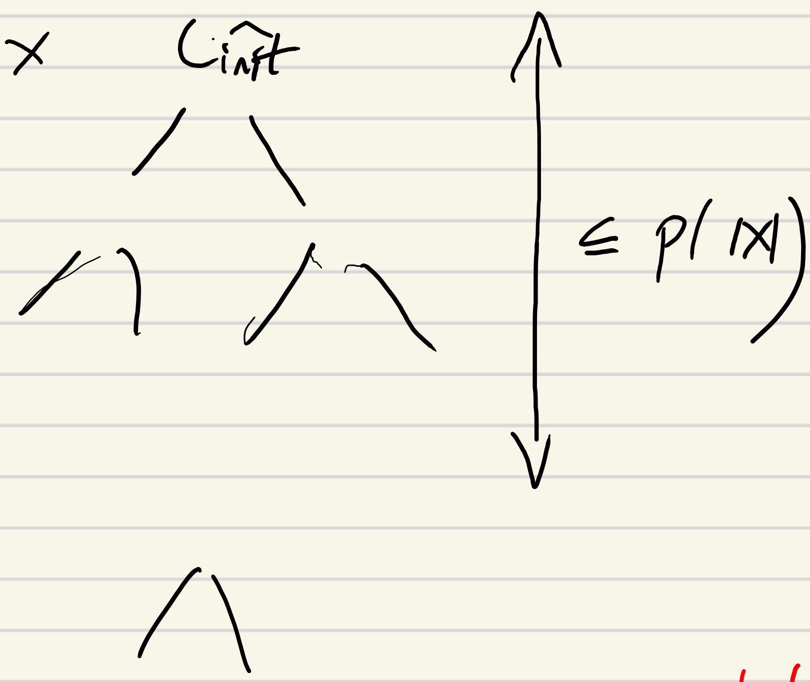
Pot completa x?

$$NP = \{ A \mid \exists \rho(\cdot,\cdot)$$

- $\rho(x,y)$ calculabil în $O((|x|+|y|)^k)$ pt $k \geq 0$
- $\rho(x,y) = \text{TRUE} \Rightarrow |y| \leq p(|x|)$ polinom

$x \in A \Leftrightarrow \exists y \; |y| \leq p(|x|)$ a.î. $\rho(x,y) = \text{TRUE}$

Mașină Turing nedeterministă $\quad \delta \quad$ $C \to C_0$, $C \to C_1$



YES $\Rightarrow$ x acceptat.

<u>Se crede</u> $P \neq NP$ premiu 1 mil \$