

Examen: Limbaje formale și automate
Examenul din RESTANȚĂ din 7 iulie 2023,
Universitatea din București

durata examenului: 2 ore

Nume și prenume:

Grupa:

Varianta **A**

Nota obținută la laborator:

Numele tutorelui de laborator:

Examenul este format din 10 probleme fiecare având câte 10 puncte pentru un total de 100 de puncte. Precizați clar la fiecare problemă dacă alegeți problema propusă sau cea alternativă.

1. (10 puncte) Considerăm numele de familie al dumneavoastră și “spargem” acest cuvânt în grupuri de câte două litere cu un eventual ultim grup de 3 litere în mulțimea N . Spre exemplu, pentru numele *Ionescu* vom avea $N = \{io, ne, scu\}$. Considerăm limbajul N^* , dați un exemplu de cuvânt de 10 litere care aparține lui N^* și un cuvânt de 10 litere care nu aparține lui N^* .

$w_1 \in N^*$ de 10 litere, $w_1 =$

$w_2 \notin N^*$ de 10 litere, $w_2 =$

Spuneți dacă următoarele patru afirmații sunt adevărate sau nu, justificați pe scurt răspunsul.

2.a (5 puncte) Este decidabil dacă limbajele acceptate de un NFA cu λ miscari și un automat push-down aciclic sunt egale sau nu?

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

2.b (5 puncte) Fie limbajele L_1, L_2, L_3 cu proprietatea că $L_1 \cap L_2 = L_3$ și $L_1, L_2 \in CFL$. Avem așadar că $L_3 \in CFL$? Unde CFL este familia limbajelor independente de context (generate de gramatici independente de context).

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

3.a (5 puncte) Fie limbajele L_1, L_2, L_3 cu proprietatea că $L_1 \cap \overline{L_2} = L_3$ și $L_2, L_3 \in REG$. Avem așadar că $L_1 \in REG$? Unde \overline{A} reprezintă complementul lui A .

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

3.b (5 puncte) Fie limbajele L_1, L_2, L_3 cu proprietatea că $L_1 - L_2 = L_3$ și $L_2, L_3 \in REG$. Avem așadar că $L_1 \in REG$? Unde REG este familia limbajelor regulate (recunoscute de expresii regulate). $A - B$ este diferența pe mulțimi.

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

4. (10 puncte) a. Construiți un DFA care să accepte limbajul $L = \{aaabaw \mid w \in \{a, b\}^*\}$;
b. Construiți o gramatică regulată echivalentă cu expresia regulată $E = aba^*aba(ba)^*a$

ALTERNATIV (5 puncte). a) Construiți un DFA care să accepte limbajul $L = \{0^{3k}11 \mid k \geq 2\}$;
b) să se construiască o expresie regulată pentru automatul de la punctul a.

Nume și prenume:

grupa:

5.a (5 puncte) Spuneți dacă următoarele limbaje sunt regulate sau nu, pentru fiecare răspuns corect primiți 1 punct, pentru fiecare răspuns greșit pierdeți 0.5 puncte:

- a. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{\overline{a^p \mid p \text{ par}}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a\}$ DA NU
- b. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{\overline{a^p \mid p \text{ par}}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- c. $L = \{w \mid |w|_a \leq |w|_b\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- d. $L = \{w \mid |w|_a = 2k + 1, |w|_b = 5\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- e. $L = \{a^k \mid k \text{ e multiplu de 7 sau 9}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU

5.b (5 puncte) Spuneți dacă următoarele limbaje sunt independente de context sau nu, pentru fiecare răspuns corect primiți 1 punct, pentru fiecare răspuns greșit pierdeți 0.5 puncte:

- a. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{\overline{a^p \mid p \text{ par}}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a\}$ DA NU
- b. $L = \{a^p \mid p \text{ prim}\} \cup \{\overline{a^p \mid p \text{ par}}\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- c. $L = \{w \mid |w|_a \leq |w|_b \text{ si } b \geq 100\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b\}$ DA NU
- d. $L = \{w \mid |w|_a = 2k + 1, |w|_b = 5, 2|w|_c = |w|\}$ pentru alfabetul $\Sigma = \{a, b, c\}$ DA NU
- e. $L = \{a^i b^j a^k \mid \text{dacă } j \text{ este impar, atunci } k = i + j; \text{dacă } j \text{ este par, atunci } k = (i + j)^2 + 1\}$ DA NU

6.a. (5 puncte) Fie limbajul $L = \{a^n b^m \mid m, n \geq 5\}$. Spuneți dacă următoarele perechi de cuvinte sunt sau nu echivalente conform L . În caz că sunt echivalente justificați pe scurt afirmația în caz de neechivalență dați un cuvânt care să facă “diferența” între cele două cuvinte.

$$a^4 b^4 \quad \lambda$$

$$a^7 b^5 \quad a^8 b^6$$

$$a^8 b \quad a^7$$

$$a^{10} b^{10} \quad a^5 b^5$$

$$a^{10} b^{10} \quad a^5 b^6$$

6.b. (5 puncte) Folosind algoritmul de la curs construiți Forma Normală Chomsky pentru gramatica următoare.

$G=(N,T,S,P)$, unde $N=\{S, A, B, C\}$, $T=\{a, b, c, d\}$,

$P=\{S \rightarrow AB|aSd|abcd|AC;$

$A \rightarrow C|a|\lambda;$

$B \rightarrow BabBbB|\lambda;$

$C \rightarrow Cc|c\}.$

Nume și prenume:

grupa:

7. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$$L = \{a^i b^j a^k \mid i = \max\{j, k\}\}$$

ALTERNATIV pentru max 5 puncte: $L = \{w2w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$.

8. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este sau nu regulat. Dacă limbajul este regulat construiți un automat finit determinist care să îl accepte, dacă nu, demonstrați folosind lema de pompare pentru REG că limbajul nu este regulat $L = \{a^k w c w^r \mid w \in \{a, b, c\}^*, k \geq 4\}$.

ALTERNATIV pentru max 5 puncte: $L = \{0^{k-1} 1^{2l+3} \mid k, l \geq 5, k > l\}$.

9. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$$L = \{a^{m+n}b^k a^{m+k+i}b^n \mid i, k, m, n \geq 1\}$$

ALTERNATIV pentru max 5 puncte: $L = \{0^{2k}1^{3k}0^{5k} \mid k \geq 2\}$.

10. (10 puncte) Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți un automat pushdown (PDA) cu acceptare cu stivă vidă care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$$L = \{ww^r c^i \mid w \in \{a, b\}^*, i \geq 2\} \cup \{abca, ccba, cabc\}$$

unde w^r înseamnă inversatul lui w , ex: $(abcd)^r = dcba$

ALTERNATIV pentru 5 puncte: $L = \{0^m 1^{m+3} 2^{m+n} \mid m, n \geq 2\} \cup \{010\}$.

CIORNĂ: P1

Nume și prenume:

grupa:

BONUS. (5 puncte) Fie $L \in CF$ un limbaj independent de context și w un cuvânt. Se poate decide dacă există un $k \geq 1$ astfel încât cuvântul $w^k \in L$?

.