IX Produs vectorial, mixt în $(E^3, B_0 = (e_1, e_2, e_3))$

Produsul vectorial, e o operație binară definită între ~~cei~~ doi vectori în E^3, care produce un nou vector perpendicular pe cei doi vectori de intrare.

Fie $v=(v_1, v_2, v_3)$ și $w=(w_1, w_2, w_3)$ în B_0

atunci $v \times w = (v_2 w_3 - v_3 w_2) e_1 + (v_3 w_1 - v_1 w_3) e_2 +$
$+ (v_1 w_2 - v_2 w_1) e_3$

Produsul mixt, notat prin (v, w, u) e o operație ternară definită între trei vectori ~~și un scalar~~ în E^3, care produce un scalar

Fie
$$v = (v_1, v_2, v_3)$$
$$w = (w_1, w_2, w_3) \quad \text{în } B_0$$
$$u = (u_1, u_2, u_3)$$

$$(v, w, u) = v \cdot (w \times u)$$

„$\cdot$" produsul scalar

$$(v, w, u) = \begin{vmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \end{vmatrix}$$

Proprietăți:

1) $(v, w, u) = 0 \iff$ vectorii sunt coplanari (liniar dependenți)
2) $(v, w, u) = \pm$ volumul paralelipipedului construit de cei trei vectori

3

3) $(v, w, u) = (w, u, v) = (u, v, w)$

4) $(v, w, u) = -(w, v, u)$

Un spațiu vectorial euclidian orientat e un spațiu vectorial în care e definită o structură euclidiană, adică o formă de măsură a distanței și a unghiurilor între vectori.

Acesta se referă la faptul că în acel spațiu vectorial există o direcție orientată, adică există o convenție pentru direcția considerată „pozitivă” și cea „negativă”. Aceasta poate fi determinată de anumite axe.

Exemplu:

În spațiul tridimensional se poate alege o direcție pozitivă pentru fiecare axă (x, y, z), precum dreapta înainte pe axa x, dreapta în sus pe ~~dreapta~~ axa y și dreapta în afară pe axa z. Aceasta definește un spațiu vectorial euclidian orientat tridimensional.