

CURS #2

C1: $\exists f: M \rightarrow M$ care nu poate fi

calculată de un algorithm

definiție formală?

0 prime
tentative

FUNCTII PRIMITIVE RECURSIVE

funcții
"de bază"

+

operații
pe funcții

- funcție constantă

$$C_0^{(1)}(x_1, \dots, x_n) = 0$$

- funcția succesor

$$s(x) = x + 1$$

- funcțiile proiecții

$$n \geq 1, 1 \leq i \leq n$$

$$\pi_i^n(x_1, \dots, x_n) = x_i$$

Compozare

$$f: M^k \rightarrow M$$

$$g_1, \dots, g_k: M^n \rightarrow M$$

$$f \circ (g_1, \dots, g_k): M^n \rightarrow M$$

$$\{f \circ (g_1, \dots, g_k)\}(x_1, \dots, x_n) = f(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_k(x_1, \dots, x_n))$$

Recursie primitivă

$$g, h \rightarrow f$$

$$f(x_1, \dots, x_n, 0) = h(x_1, \dots, x_n)$$

$$f(x_1, \dots, x_n, y+1) = g(x_1, \dots, x_n, y, f(x_1, \dots, x_n, y))$$

$$\left. \begin{array}{l} h: \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N} \\ g: \mathbb{N}^{n+2} \rightarrow \mathbb{N} \end{array} \right\} f: \mathbb{N}^{n+1} \rightarrow \mathbb{N}$$

Obs Definiția fct Ackermann nu e
recursivă primitivă!

$$A(m+1, n+1) = A(m, A(m+1, n))$$

↓
g fixă

DE FAPT Fct Ackermann nu este
primitivă recursivă: crește mult
rapid decât orice funcție primitivă recursivă

LIMBAJUL LOOP (MEYER RITCHIE)

REGISTRI X_1, \dots, X_n : nr naturale

Program = $X_i = 0$

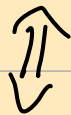
= $X_i = X_i + 1$

= Program ; Program

= $\begin{bmatrix} \text{Loop}(X) \\ \text{Program} \\ \text{END} \end{bmatrix}$ Program
 $X = X - 1$
Program

↑
execuț de
nr finit de ori

① f calculabilă de programe LOOP



f primitiv recursive

INTUITIE f primitiv recursive \Leftrightarrow calculată de
programe for while

Exp $f(x, y) = x + y$ primitive recursive

$$f(x, 0) = x = \pi_1'(x) \text{ primitive recursive}$$

$$x + y + 1 = g(x, y, x + y) \quad g = ?$$

$$\boxed{g(x, y, z) = z + 1}$$

$$g(x, y, z) = s \circ \pi_3^3(x, y, z) \text{ primitive recursive}$$

