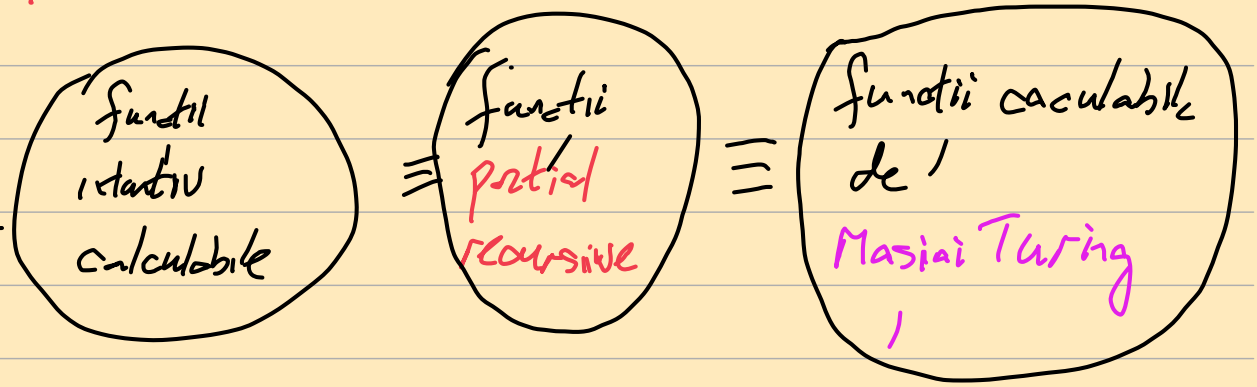
CURS #5

Azi note de lectură → MIHAI PRUNESCU

UNDE SUNTEM



VREAU Probleme care nu sunt rez. de Mașini Turing

MAȘINĂ TURING UNIVERSALĂ

Codificare pt Mașini Turing

$M_1(x), M_2(x), \dots \quad M_n(x) \dots$

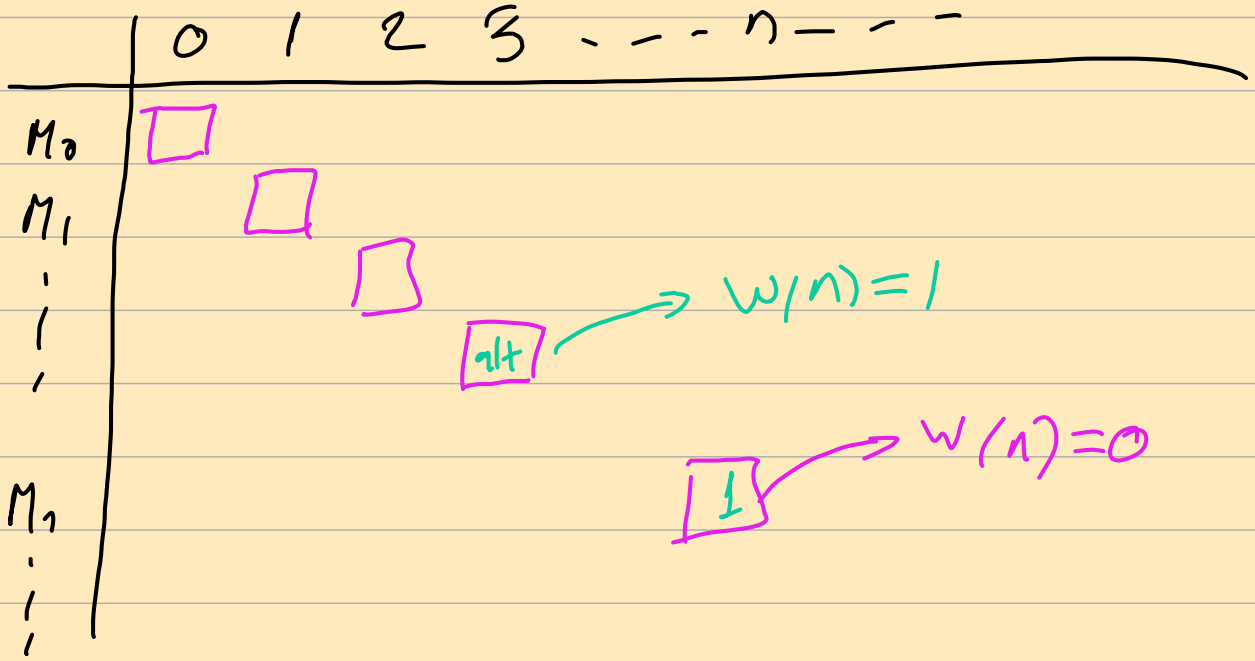
$U(x) \qquad x = \langle i, N \rangle$

indice program M_i — i-put

U simulează $M_i(N)$ (Atora & Barack Pruneste)

FUNCȚIE CARE NU POATE FI CALCULATĂ DE O MAȘINĂ TURING

$W : \mathbb{N} \to \{0,1\}$. Vrem ca $W \neq f(M_i)$ $\forall i$



$$W(x) = \begin{cases} 0 & \text{daca } M_x(x) = 1 \\ 1 & \text{altfel} \end{cases}$$

$W \neq f_n \quad \forall n \geq 0$?

$W(n) \neq f_n(n)$

INTUITIV W nu poate fi calculată de o M.T. pt că este greu să decid dacă $M_x(x) = \uparrow$

"PRACTIC" VERIFICAREA CORECTITUDINII UNUI PROGRAM

~~ARBITRAR~~ NU POATE FI FACUTĂ CU UN ALG.

METODE FORMALE → MODEL CHECKING

RUNTIME VERIFICATION

PROBLEMA OPRIRII

PROBLEMA DE DECIZIE

INPUT
↓
DA / NU

$f(INPUT) = 0/1$

PB OPRIRII

INPUT i, x

DE DECIS Se opreste sau nu $M_i(x)$ / într-un nr finit de pași ?

$$HALT(\langle i, x \rangle) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } M_i(x) \neq \nearrow \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

$$K = \{ z = \langle i, x \rangle \mid M_i(x) \text{ se oprește} \}$$

(T) Funcția HALT nu este parțial recursivă (nu poate fi calc de o M.T.)

DEM. Pp că există o MT M_{HALT} care calculează HALT

CREEZ o MT M_W care folosește M_{HALT} ca subrutină și calculează W

M_W: — input α

— calculez $HALT(\langle \alpha, \alpha \rangle) \rightarrow 0/1$

$HALT(\langle \alpha, \alpha \rangle) = 0$ return 1

$HALT(\langle \alpha, \alpha \rangle) = 1$ SIMULEZ $M_\alpha(\alpha)$ $U(\langle \alpha \alpha \rangle)$

Dacă $M_\alpha(\alpha) \neq \emptyset$ return 1
else return 0

CLAIM $M_W \rightarrow W$

INTERESANT (MATEMATIC) ✓ HAMKINS. MIASNIKOV' (2005)

pot rezolva HALT "pe majoritatea input-urilor"
(DEPENDENT de model)

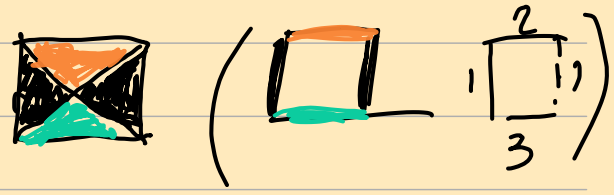
de o MT.

EXEMPLU "CONCRET" DE PROBLEMĂ NEDECIDABILĂ

PAVAJE WANG

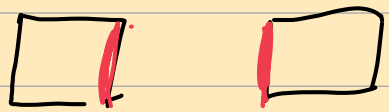
HAO WANG (1961)

Se dau nr finit de template-uri

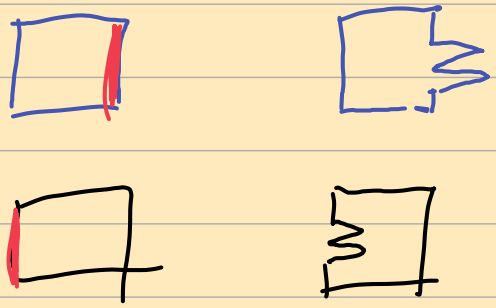


$T_1, T_2, \ldots T_k$

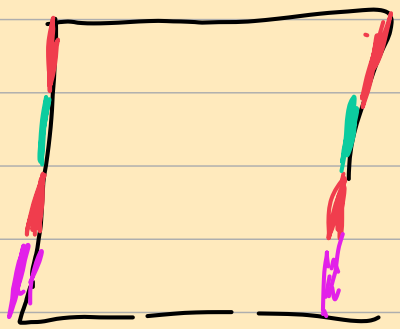
De dorit Pot pava tot planul cu $T_1, \ldots T_k$ ai?



Echivalent



O metodă de pavare (periodică)



(T) Problema de decizie privind pavaje WANG NU este decidabilă

WANG ordonat → Dacă T1 .. Tk acoperă planul ⟹ T1 .. Tk acoperă periodic planul

↓

aperiodic! BERGER (1965) există acoperiri neperiodice (N 20000 template-uri)

↓

ILNYTH (92)

↓

CULIK (13)

↓

JEANNEL RAO — 11 template-uri

↓

OPTIMĂ

DACĂ POT RAȚI S-A CREZUT NR MINIM = 2

FORMELE (PENROSE TILES)

2022 NR MINIM = 1

(EINSTEIN MONOTILE)

PAVAJELE WANG SIMULEAZĂ MAȘINI TURING