CURS #2

C1: $\exists f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ care <u>nu</u> poate fi calculată de un <u>algoritm</u>

definiție formală ?

<u>O primă tentativă</u>

FUNCȚII PRIMITIV RECURSIVE

funcții "de bază" + operații pe funcții

- <u>fct constante</u>

$C_0^{(n)}(x_1, \dots x_n) = 0$

- funcția <u>succesor</u>

$s(x) = x+1$

- funcțiile <u>proiecții</u>

$n \geq 1,\ 1 \leq i \leq n$

$\pi_i^n(x_1, \dots x_n) = x_i$

<u>Compunere</u>

$f: \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$

$g_1, \dots g_k: \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$

$f \circ (g_1, \dots g_k): \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$

$[f \circ (g_1, \dots g_k)](x_1, \dots x_n) = f(g_1(x_1, \dots x_n), \dots g_k(x_1, \dots x_n))$

Recursie primitivă

$$g, h \to f$$

$$f(x_1, \dots x_n, 0) = h(x_1, \dots x_n)$$

$$f(x_1, \dots x_n, y+1) = g(x_1, \dots x_n, y, f(x_1, \dots x_n, y))$$

$$\left.\begin{array}{l} h: \mathbb{N}^n \to \mathbb{N} \\ g: \mathbb{N}^{n+2} \to \mathbb{N} \end{array}\right\} f: \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N}$$

<u>Obs</u> Definiția fcț Ackermann <u>nu</u> e recursiv primitivă!

$$A(m+1, n+1) = A(m, A(m+1, n))$$

g fixă

$\boxed{\text{DE FAPT}}$ Fct Ackermann <u>nu</u> este primitiv recursivă: crește mai rapid decât orice funcție primitiv recursivă

$\boxed{\text{LIMBAJUL LOOP}}$ (MEYER RITCHIE)

REGIȘTRI $X_1, \ldots X_n$: <u>nr naturale</u>

<u>Program</u> = $X_i = 0$

= $X_i = X_i + 1$

= Program ; Program

= Loop (X)
    Program
  END

Program
$X = X-1$
Program
....

executat de nr finit de ori

(T) f <u>calculabilă de programe LOOP</u>

$\Updownarrow$

f <u>primitiv recursivă</u>

<u>INTUIȚIE</u> f primitiv recursivă $\Longleftrightarrow$ calculată de programe <u>fără</u> <u>WHILE</u>

Exp $f(x,y) = x+y$ primitivne rekurzivne

$f(x,0) = x = \pi^1_1(x)$ primitivne rekurzivne

$x+y+1 = g(x, y, x+y)$ $g = ?$

$$\boxed{g(x,y,z) = z+1}$$

$g(x,y,z) = s \circ \pi^3_3(x,y,z)$ primitivne rekurzivne