

IV Geometrie euclidiană tridimensională:

1) Axiomele de incidență:

- a) Prin orice 2 puncte trece o dreaptă
- b) Prin orice 2 puncte distincte trece o singură dreaptă
- c) Orice dreaptă conține cel puțin două puncte.
Orice plan conține cel puțin 3 puncte necoliniare
Există cel puțin un plan
- d) Prin orice trei puncte necoliniare trece un plan
- e) Prin orice trei puncte necoliniare trece un singur plan
- f) Dacă o dreaptă d are două puncte distincte situate într-un plan p , atunci toate punctele dreptei d sunt situate în planul p
- g) Dacă două plane au un punct comun, atunci cele două plane mai au cel puțin un al doilea punct comun
- h) Există patru puncte menționate într-un același plan

2) Axiomele de ordine:

- a) Dacă un punct B se găsește între A și C , atunci punctele A, B, C sunt coliniare și distincte și B se găsește între C și A
- b) Făcând date două puncte distincte A, B , există C , a.î. B să se găsească între A și C
- c) Făcând date 3 puncte coliniare și distincte A, B, C a.î. B se află între A și C , A nu se poate afla între B și C , iar C nu se poate afla între A și B

d) Axioma lui Pasch. Fînd date, într-un același plan, trei puncte necoliniare A, B, C și o dreaptă d , a.i. d să treacă printr-un punct situat între B și C , dar d să nu treacă prin ~~unul~~ niciunul din punctele A, B, C , dreapta d va trece și printr-un punct situat între A și B , și printr-un punct situat între A și C .

3) Axiomele de congruență:

a) Axioma punerii congruente a segmentelor. Fînd date un segment $|AB|$ și o semidreaptă s cu originea O , există pe s un punct P și numai unul astfel ca $|AB| \equiv |OP|$.

b) Orice segment e congruent cu el însuși. Dacă segmentul $|AB|$ e congruent cu segmentul $|CD|$, atunci $|CD|$ e congruent cu $|AB|$. Dacă $|AB|, |CD|, |EF|$ sînt congruente aî. $|AB| \equiv |CD|, |CD| \equiv |EF|$, atunci $|AB| \equiv |EF|$.

c) Axioma de adunare a segmentelor: Fînd date segmentele $|AC|, |A'C'|$ și punctele $B \in |AC|, B' \in |A'C'|$ astfel ca $|AB| \equiv |A'B'|, |BC| \equiv |B'C'|$, avem $|AC| \equiv |A'C'|$.

d) Axioma punerii congruente a unghiurilor: Fînd date un unghi propriu \hat{A} , un semiplan π limitat de dreapta d și o semidreaptă s cu originea O , există o semidreaptă r și numai una, astfel ca să avem $r \subset \pi$, r să aibă originea O și $\hat{r} \equiv \hat{A}$.

e) Fie ABC , $A'B'C'$ două triunghiuri astfel ca

$$\hat{A} \equiv \hat{A}', |AB| \equiv |A'B'|, |AC| \equiv |A'C'|$$

În aceste condiții avem $B \equiv B'$

4) Axioma de paralelism: Printr-un punct dat în afara unei drepte date, se poate trasa o singură dreaptă paralelă cu dreapta dată

5) Axioma unghiurilor: Există un unghi drept, iar orice unghi poate fi măsurat și comparat cu un unghi drept

6) Axioma ~~ca~~ de continuitate: Dacă o dreaptă intersectează o altă dreaptă și formează unghiuri interioare mai mici decât un unghi drept, atunci cele două drepte se vor intersecta în partea în care unghiurile interioare sunt mai mici decât un unghi drept.