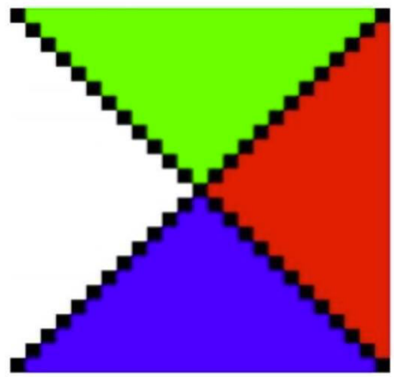
Wang Tiles/Pavaj Wang

"Problema" pavajului Wang constă în următoarele:

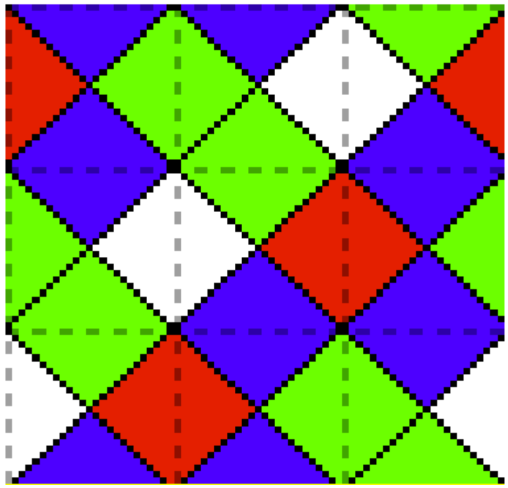
- Ni se dau niște "tiles" (aka pătrate) cu proprietatea că fiecare latură a unui pătrat are o culoare (culorile se pot repeta). Un pătrat de acest fel poate arăta, de exemplu, așa:



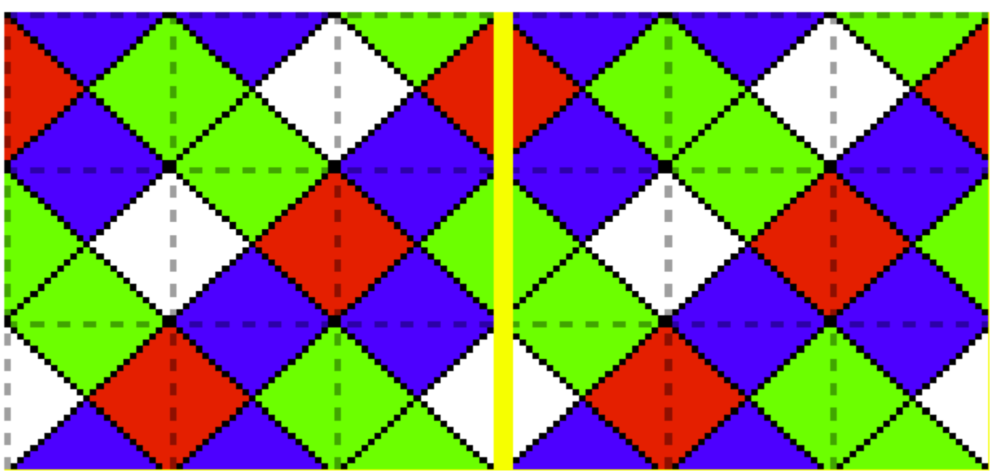
- Iar un set de astfel de pătrate poate arăta, de exemplu, așa:

- Ne dorim să pavăm o suprafață cu un set de astfel de pătrate. Regula de care trebuie să ținem cont este că **două pătrate se pot atinge doar dacă laturile care se ating au aceeași culoare**! Putem folosi aceleași pătrate de oricâte ori, însă nu putem roti/întoarce un pătrat, trebuie folosit în poziția în care se găsește în setul inițial.

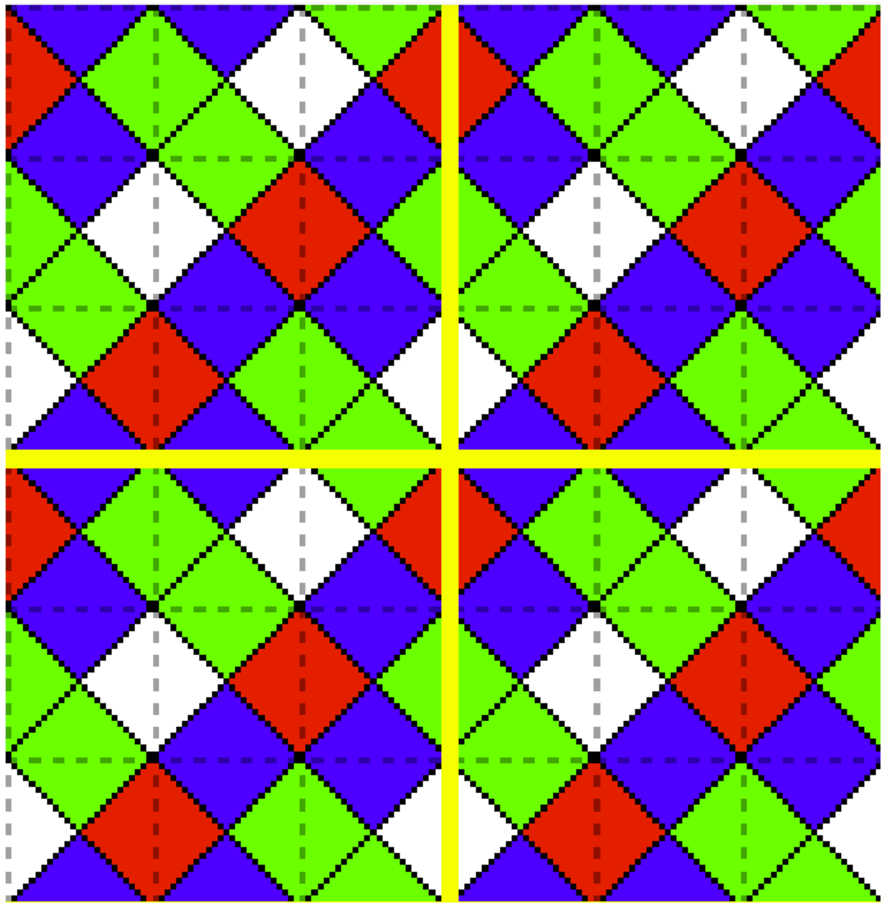
- Un exemplu de suprafață pavată folosind pătratele de mai sus este acesta:



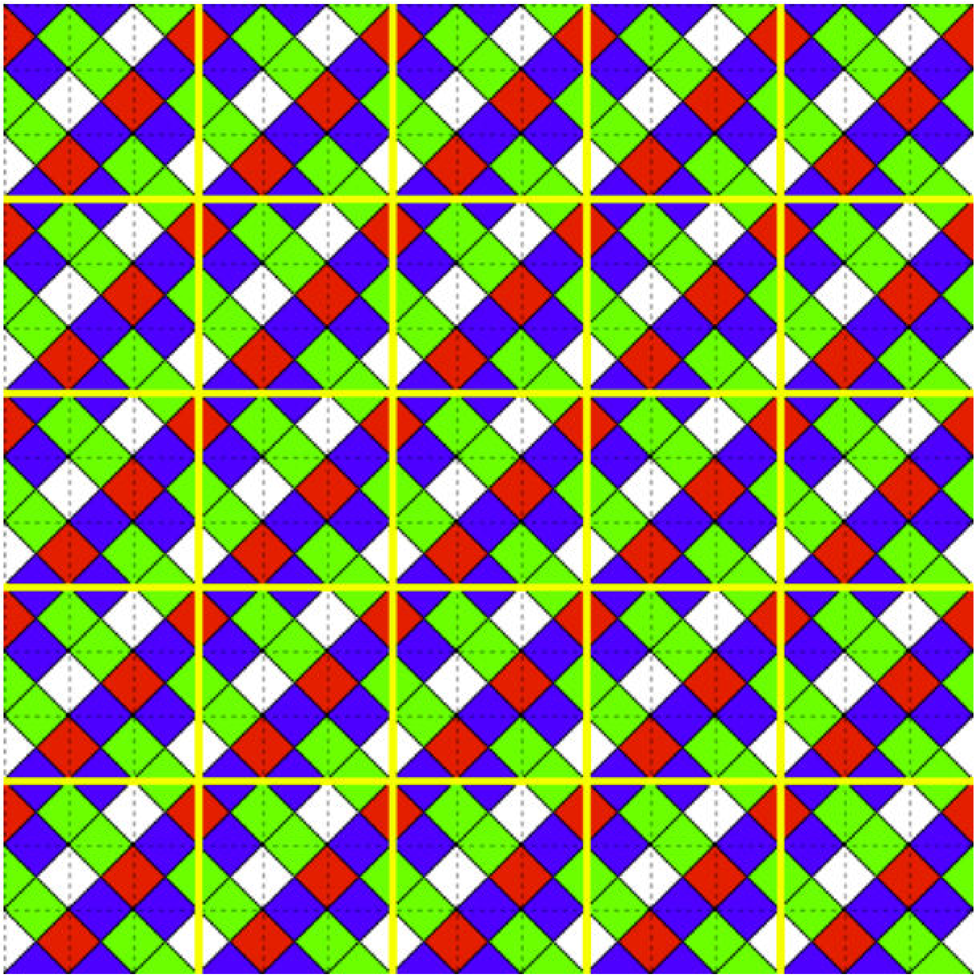
- Dacă ne uităm la acest pavaj, putem observa că este "seamless"/"tileable", adică dacă punem două astfel de pavaje unul lângă altul (pe orice latură), o să se "continue"/îmbine ca piesele unui puzzle:



- În mod similar, putem uni 4 astfel de pavaje si regula se respectă în continuare:



- Sau chiar o infinitate!



- Acest pavaj infinit este posibil, în mod evident, datorită faptului că figura găsită de noi este "seamless" și o putem repeta la infinit pe orice suprafață.

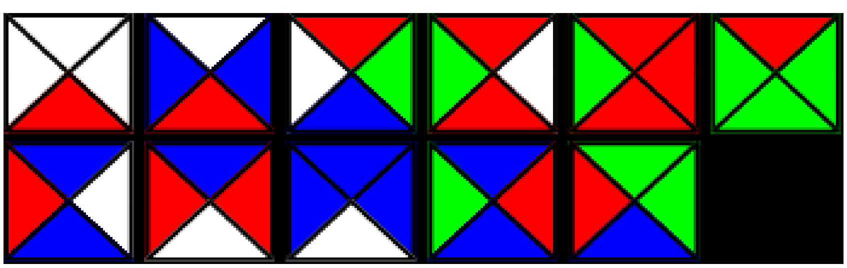
Am văzut așadar că putem pava o suprafață infinită folosind unele seturi de pătrate Wang. O astfel de suprafață este planul 2D.

Problema pavajului Wang:

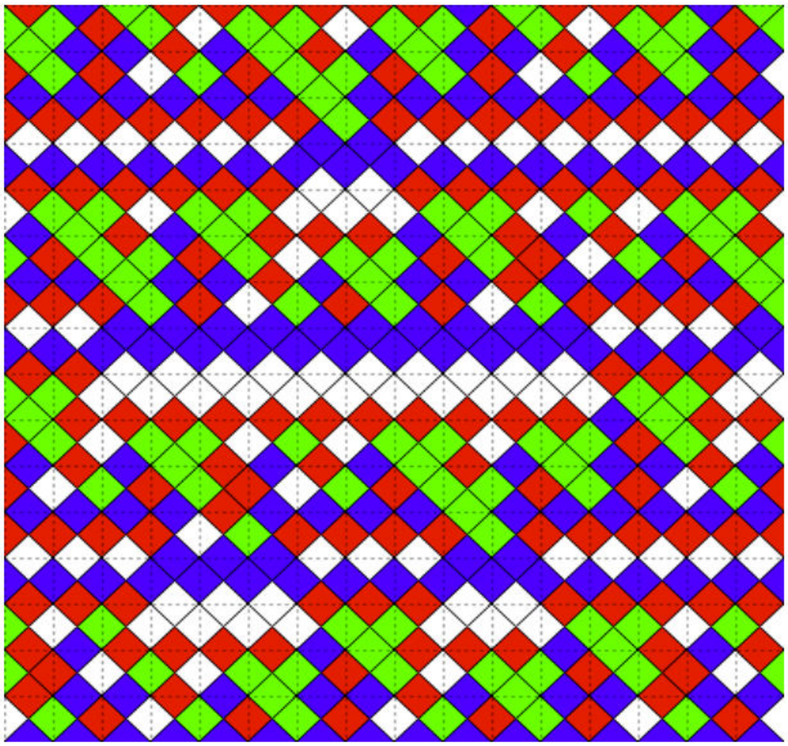
Dându-se un set de pătrate Wang, să se decidă dacă aceste pot să paveze planul. Opțional: să se răspundă dacă pavajul se efectuează în mod periodic sau aperiodic.

Un **pavaj periodic** este cel din exemplul de mai sus, unde se construiește o figură "seamless" ce poate fi refolosită la infinit. De altfel, acesta este și modul intuitiv de a pava o suprafață. Probabil acest lucru l-a determinat și pe Wang însuși să formuleze o conjectură ("Părere bazată pe ipoteze sau pe presupuneri; prezumție, supoziție.") care afirma că *dacă un set de pătrate pot să paveze planul, atunci acestea pot întotdeauna să fie aranjate să paveze planul în mod periodic*.

Această conjectură a fost în schimb demontată de însuși un student al lui Wang, care a descoperit un set de ~20k de pătrate care pot să paveze planul **doar aperiodic**! Acest set a fost micșorat tot mai mult de-a lungul anilor, până când în 2015 s-a descoperit un set de **11 pătrate și 4 culori** și s-a demonstrat că dacă un set are fie mai puțin de 11 pătrate, fie mai puțin de 4 culori, fie ambele, atunci nu se poate forța aperiodicitatea. Setul respectiv este acesta (mai trântesc câte o poză să nu fie wall of text documentul):



Și aici o secțiune din pavajul aperiodic construit din setul de mai sus:



Revenind la problemă, dat fiind un set de pătrate Wang, este **nedecidabil** dacă acestea pot pava planul!

Observație: Orice mașină Turing poate fi translatată într-un set de pătrate Wang! În acest caz, setul respectiv pavează planul dacă și numai dacă mașina Turing nu se oprește ("does not halt"). Faptul că Halting Problem nu este decidabilă (nu este decidabil dacă o mașină Turing se oprește) implică faptul că nici problema pavajului Wang nu este decidabilă.

Faptul că pătratele Wang pot simula orice mașină Turing înseamnă că acestea **sunt Turing-complete**!

Bonus pentru că arată trippy, așa arată Fibonacci generat cu Wang tiles: