

CURS #5

SEMINAR DATA VIITOARE



CALC + PTHOT pyset

UNAIE
SUNTEM

EXISTA PROBLEME

NEDECIDABILE

→ NU POT fi rez
de o MT



PROBLEMA OPRII

$$HALT = \{ z = \langle w, x \rangle \mid M_w(x) \text{ se opreste} \}$$

PAVAJE WANG

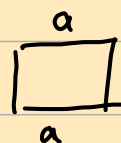
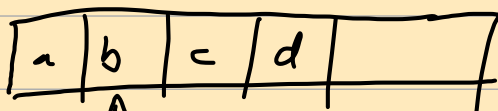
Se daa $b \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline c \end{array} d, \{T_1, \dots, T_k\}$

De decis Pot pav tot planul cu T_1, \dots, T_k ? ↗ DA
↘ NU

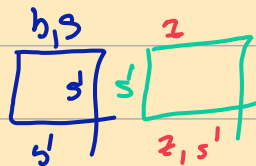
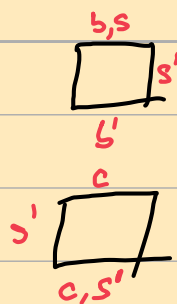
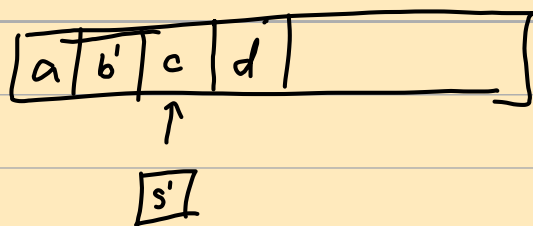
T PROBLEMA PAVĂRII PLANULUI NEDECIDABILĂ

P3 EXISTĂ PAVAJE APERIONICE

IDEEA DEM : SIMULĂM O MT cu pfaa wang.

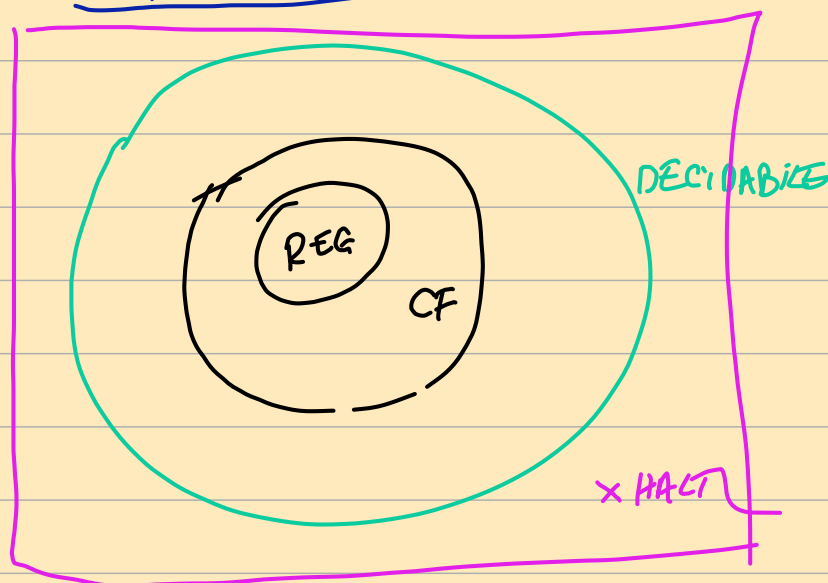


TIP 1



fractiune \rightarrow conf
rând \rightarrow M.T
un par M.T

Pb parării periodice alg mai eficient \rightarrow REDUCERE



A, B două pb de decizie $A, B \subset \Sigma^*$

$A \leq_m B$ (A se reduce la B)

\Leftrightarrow există funcție $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$

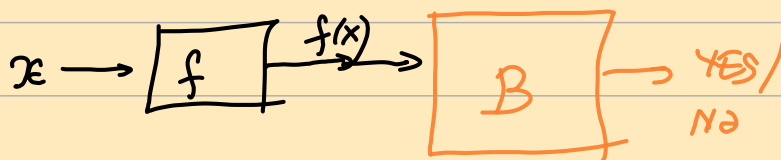
f calculabil de o M.T. M .

f TOTALĂ ($f(x)$ există $\forall x \in \Sigma^*$)

$$\forall x \in \Sigma^* \quad \boxed{x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B}$$



Alg
de
decizie
pt A



Exp $B = \text{SAT}$

Se dă $\phi(x_1, \dots, x_n)$
De decis $\exists \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n \in \{T, F\}$

$$\boxed{\phi(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) = T ?}$$

0	0	
0	1	
		1?
1	1	

$\text{SAT} \rightarrow$ solve exemple MINISAT

python \rightarrow pySAT interfață solve

$$\boxed{A \leq_m B \Rightarrow B \quad \text{"minim grea decât A"}}$$

CLASIFICAM PROBLEMELE "DUPĂ DIFICULTATE"

Pp A, B pb de decizie $A, B \neq \emptyset, \Sigma^*$

(T1) Dacă A recursiv atunci $\forall B \neq \emptyset, \Sigma^*$

$$A \leq_m B$$

Dem A recursiv $\Rightarrow \exists$ M.T. M care decide A



$y \in B$
 $z \notin B$

$\forall x \in A$ și $x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B$

$$f(x) = \begin{cases} y & \text{dacă } M(x) = 1 \\ z & \text{dacă } M(x) = 0 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow x \in A)$$

Cum construim f cu o M.T.?

$\left[\begin{array}{l} \text{simulez } M(x) \\ \text{returnez } y \text{ fie } z \end{array} \right]$

Def $A \equiv_m B \Leftrightarrow A \leq_m B$ și $B \leq_m A$

$\forall A, B$ recursive ($\neq \emptyset, \Sigma^*$) $A \equiv_m B$

(T2) $A \leq_m B$ și B recursiv atunci A recursiv
($A, B \neq \emptyset, \Sigma^*$)

Dem. $A \leq_m B$ via $f \rightarrow M_1$
 B recursive via M_2

$\left\{ \begin{array}{l} \text{On input } x \\ \text{Let } y = f(x) \quad \{ \text{simulate } M_1 \} \\ \text{return } M_2(y) \end{array} \right.$

CONSECINȚĂ $\forall A \text{ rec} \quad A \leq_m \text{HALT}$
 ~~$\text{HALT} \leq_m A$~~

HALT există o M.T. M a.i.

$x \in \text{HALT} \Rightarrow M(x) \text{ accept}$
 $\left. \begin{array}{l} x \notin \text{HALT} \\ M(x) = \uparrow \end{array} \right\}$

Def A se numește recursiv enumerabilă
 \Updownarrow
 $\exists \text{ M.T. } M \text{ a.i.}$

$x \in A \Leftrightarrow M(x) \text{ se oprește}$

Exp HALT este recursiv enumerabilă dar nu este
 recursiv

Dem. $\text{HALT} = \{ \langle i, x \rangle \mid M_i(x) \text{ se oprește} \}$

$$= \{ \langle i, x \rangle \mid \bigcup (\langle i, x \rangle) \text{ reprezintă} \}$$

(T3) Dăm: B este r.e. $\Rightarrow B$ este recursiv
 \overline{B} este r.e.

(Obs) are loc și \Leftarrow

Dem \Rightarrow

B este r.e. M_1 $x \in B \Rightarrow M_1(x) \downarrow$
 $x \notin B \Rightarrow M_1(x) \uparrow$

\overline{B} este r.e. M_2 $x \in \overline{B} \Rightarrow M_2(x) \downarrow$
 $x \in B \Rightarrow M_2(x) \uparrow$

Mașina Turing
 pt B

INPUT x
 simulăm în paralel $M_1(x)$
 și $M_2(x)$
 dacă $M_1(x) \downarrow \Rightarrow DA$
 dacă $M_2(x) \downarrow \Rightarrow NU$

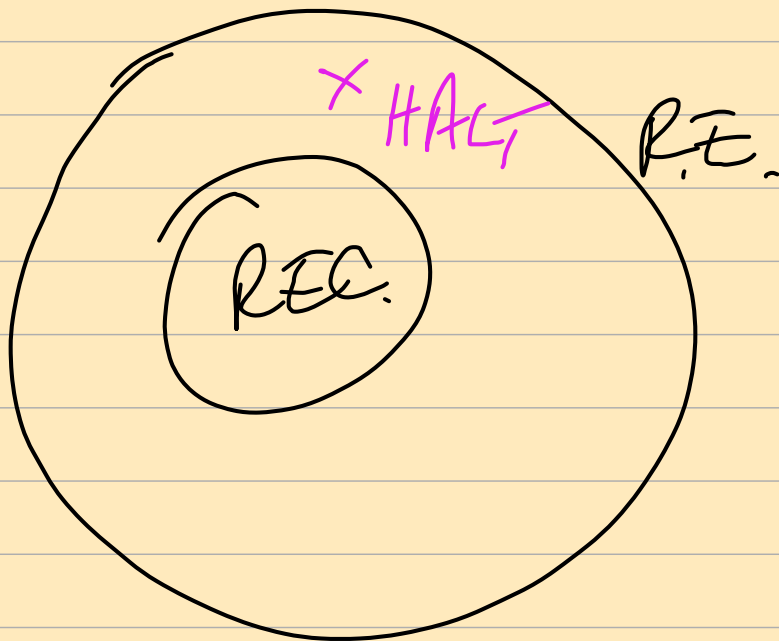
\Leftarrow) există M

$x \in B \Rightarrow M(x) = 1$

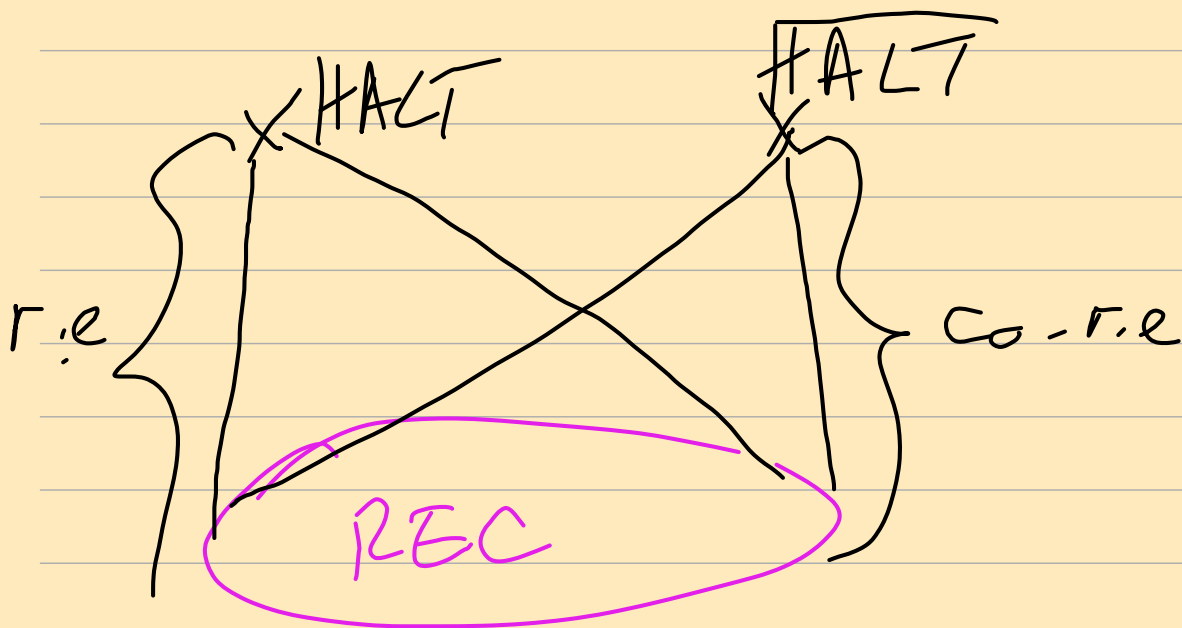
$x \notin B \Rightarrow M(x) = 0$

(17) Simplex $M(x)$

$d_{\infty} = M(x) = 0$ loop



(18) $\forall A \text{ r.e. } A \leq_m HALT$



$$\overline{HALT} = \{ \langle i, x \rangle \mid M_i(x) \text{ nu se opreste} \}$$

Def $B \in \mathcal{L}$
 $\forall A \in \mathcal{L} \quad A \leq_m B$ } B este
 complete
 pt clasa \mathcal{L}

" B este cea mai grea pb din clasa \mathcal{L} "

Dem T4 Fie A r.e.

$\exists M_i$ a.i. $x \in A \Leftrightarrow M_i(x)$
 se opreste

Vreau f a.i. $x \in A \Leftrightarrow f(x) \in HALT$

$$f(x) = \langle e_0, x \rangle$$



