

# Concepțe și aplicații în Vederea Artificială

Bogdan Alexe

[bogdan.alexe@fmi.unibuc.ro](mailto:bogdan.alexe@fmi.unibuc.ro)

Radu Ionescu

[radu.ionescu@fmi.unibuc.ro](mailto:radu.ionescu@fmi.unibuc.ro)

Curs optional  
anii III/IV, semestrul I, 2024-2025

# Detalii organizatorice

1. Recuperare laborator săptămâna 1: vinerea aceasta 10-12 + 12-14 e ok pentru voi? Alternativ luni 8-10 + 10-12
2. De adăugat o grupă de laborator? (sunteți 100 de studenți)

# Cuprinsul trecut

1. Aspecte organizatorice legate de cursul de VA
2. Ce este VA?
3. Aplicații de succes în VA
4. Formarea imaginilor
5. Structura cursului de VA
6. Bibiliografie
7. Kahoot!

# Examen – evaluare în iarnă

- Nota finală =  $\min(10, \max(\text{green T1} + \text{green T2} + \min(1, \text{green BC} + \text{green BL}),$   
 $\text{red } 2*L1 + \min(1, \text{BC}), \text{blue } L1 + \max(\text{T1}, \text{T2}) + \min(1, \text{BC})))$
- nu există praguri minimale de îndeplinit

# Restanță + reexaminare + mărire - evaluare

- puteți obține nota numai din lucrarea finală de laborator (test pe calculator în sesiune) + bonusul de la curs.
  - nota  $N4 = 2*L2 + \min(1, BC)$

SAU

- puteți obține nota din lucrarea finală de laborator (test pe calculator în sesiune) și o notă din temă (trebuie să aveți cel puțin o temă rezolvată) + bonusul de la curs.
  - nota  $N5 = L2 + \max(T1, T2) + \min(1, BC)$
- Nota finală =  $\min(10, \max(N4, N5))$

# Bonusul de la curs + laborator

- puteți acumula maxim 1 punct bonus de la curs + laborator;
- bonus de la laborator =  $0,05p$  pentru fiecare prezență la laborator (maxim o prezență pe săptămână);
- bonusul de la curs:
  - la sfârșitul fiecărui curs veți primi întrebări din materia predată la acel curs;
  - vom folosi platforma Kahoot!
  - număr de întrebări flexibil în funcție de fiecare curs;
  - primiți puncte dacă răspundeți correct și rapid;
  - premiem la fiecare curs primii 12 studenți din clasamentul asociat : primii 3 studenți iau  $0.2p$ , următorii 3 studenți iau  $0.15p$ , următorii 3 studenți iau  $0.1p$ , următorii 3 studenți iau  $0.05p$  ;

# Temele de anul trecut

<https://tinyurl.com/CAVA-2023-TEMA1>

<https://tinyurl.com/CAVA-2023-TEMA2>

<https://tinyurl.com/CAVA-2022-TEMA1>

<https://tinyurl.com/CAVA-2022-TEMA2>

<https://tinyurl.com/CAVA-2021-TEMA1>

<https://tinyurl.com/CAVA-2021-TEMA2>

# Tipuri de imagini digitale

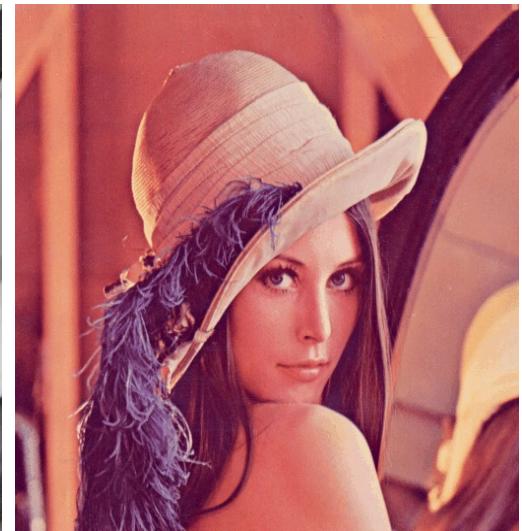
Binare



Grayscale  
(tonuri de gri)



Color



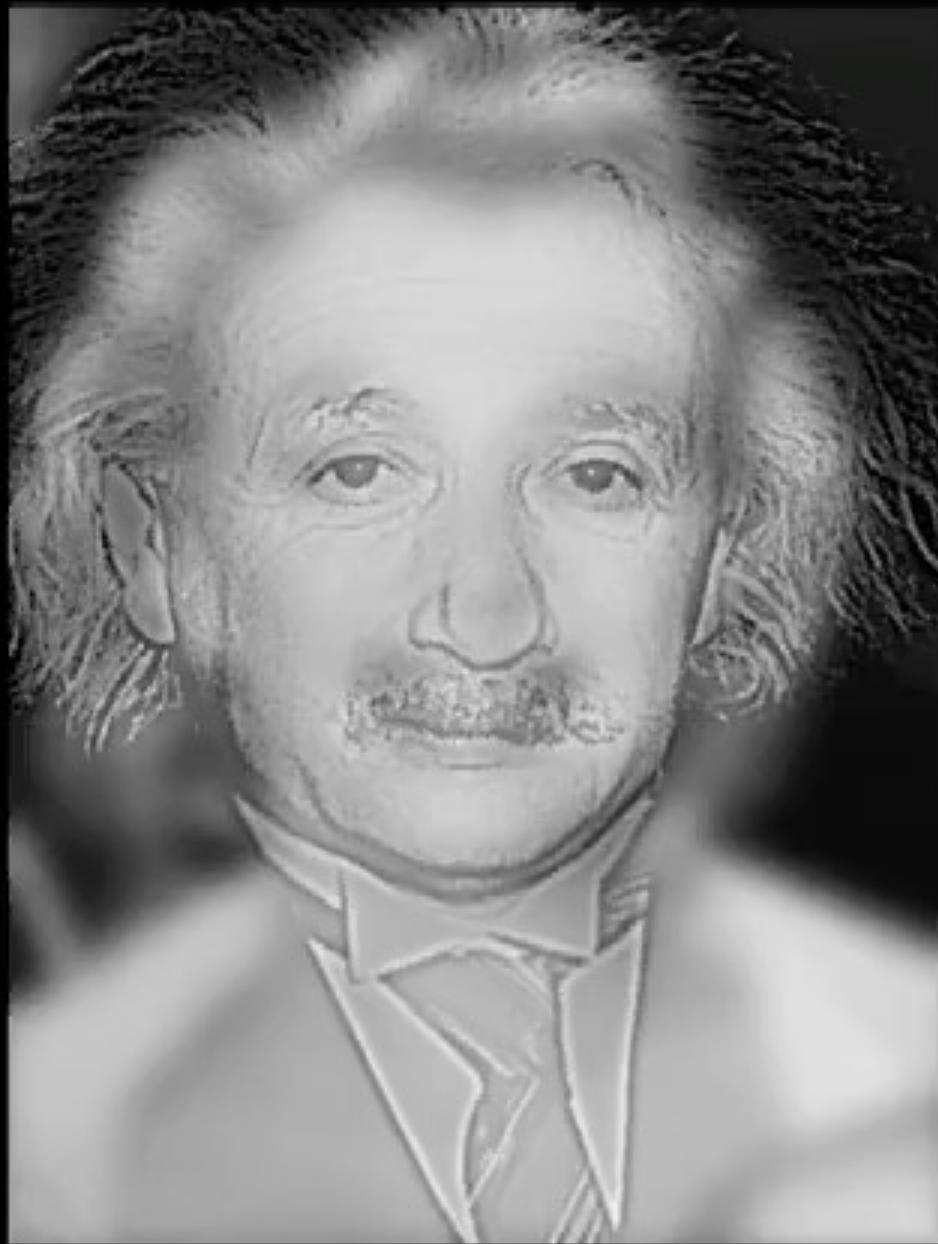
Luminozitate	negru, alb	tonuri de gri	R G B
Valori	{0,1}	{0, ..., 255}	{0, ..., 255} <sup>3</sup>
Culori	negru - 0, alb - 1	negru - 0, gri - 128, alb - 255	(255,0,0), (0,255,0), (0,0,255), (0,0,0), (255,255,255), (255,255,0), (255,125,0), (0,255,255), (255,0,255)
Memorie/pixel	1 bit/pixel	8 biți/pixel	24 biți/pixel

# Cursul de azi

- Diverse modele pentru zgomot în imagini
  - salt and pepper, impuls
  - Gaussian (normal)
- Filtrarea liniară
  - corelație, conoluție
  - filtre: de medie, Gaussian, accentuare
  - aplicație: imagini hibrid
- Filtrarea neliniară
  - filtrul median



normal

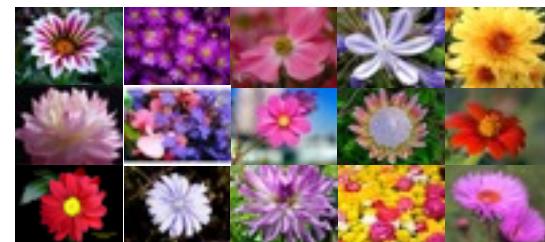


# Laborator 2+3: Imagini mozaic

imagine de referință



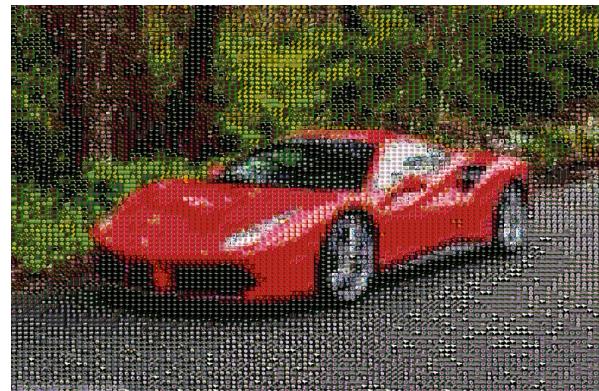
colectie de imagini (piese)  
de dimensiuni reduse  
 $28 \times 40$  pixeli

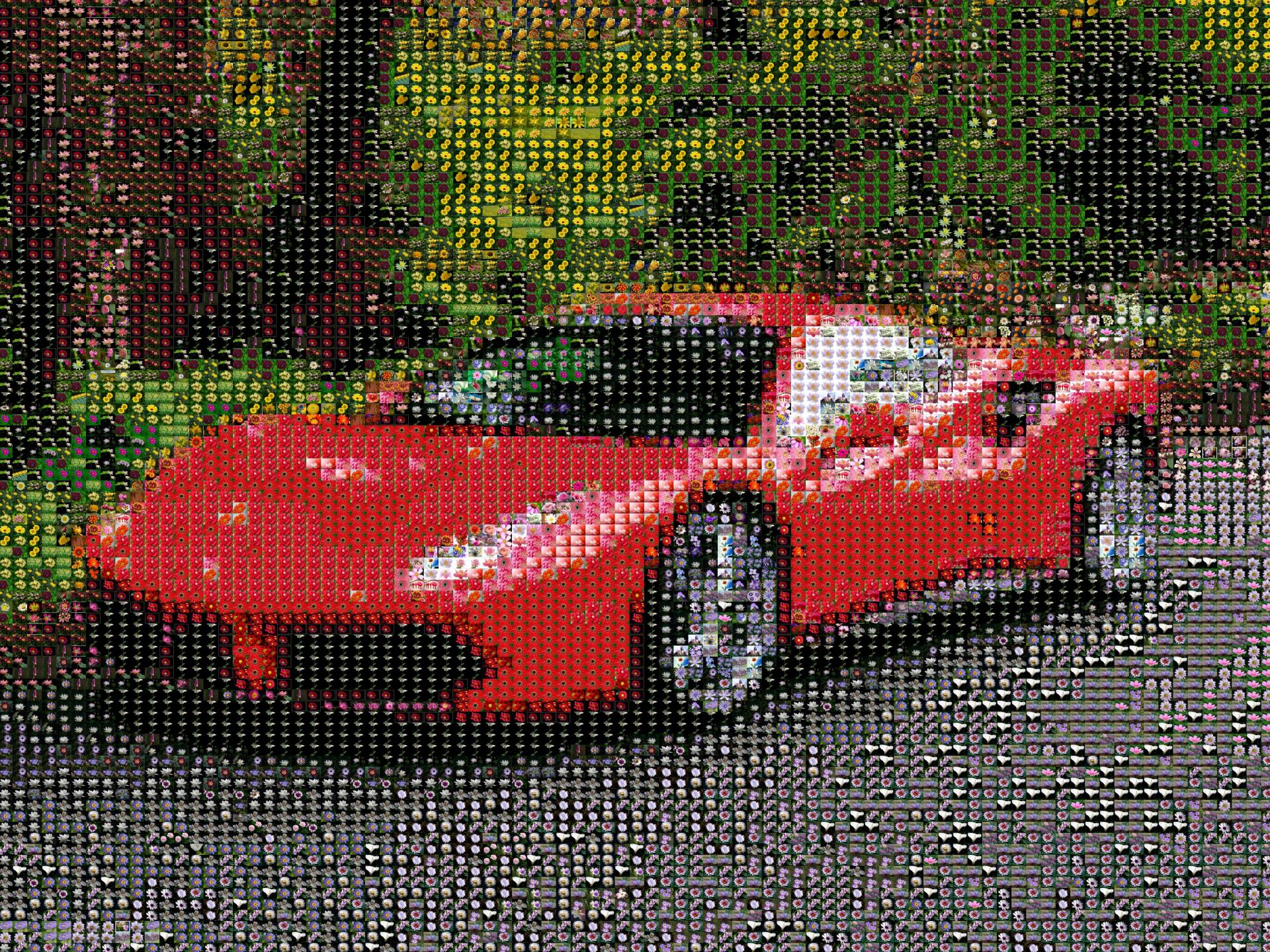


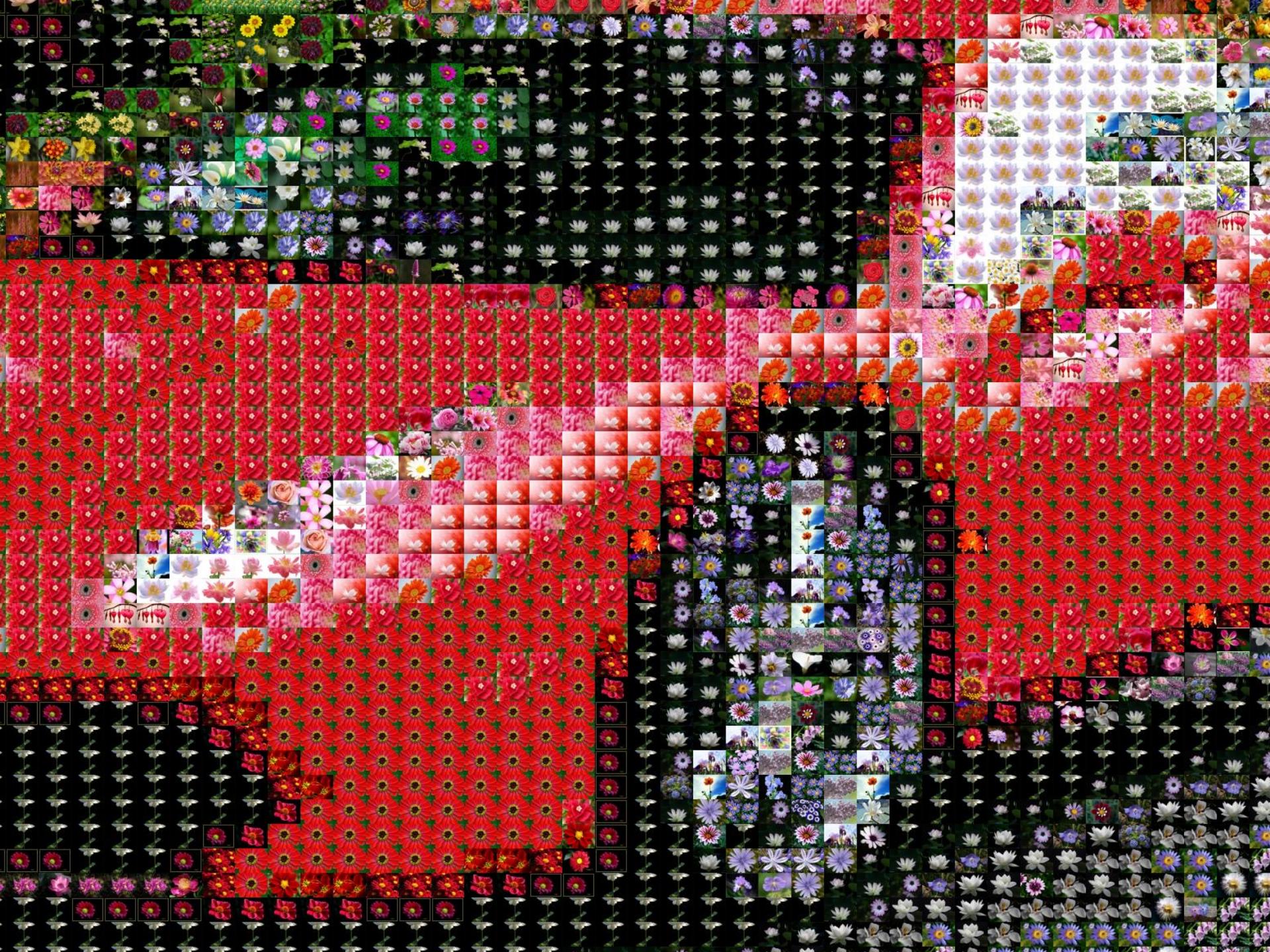
algoritm codat de voi

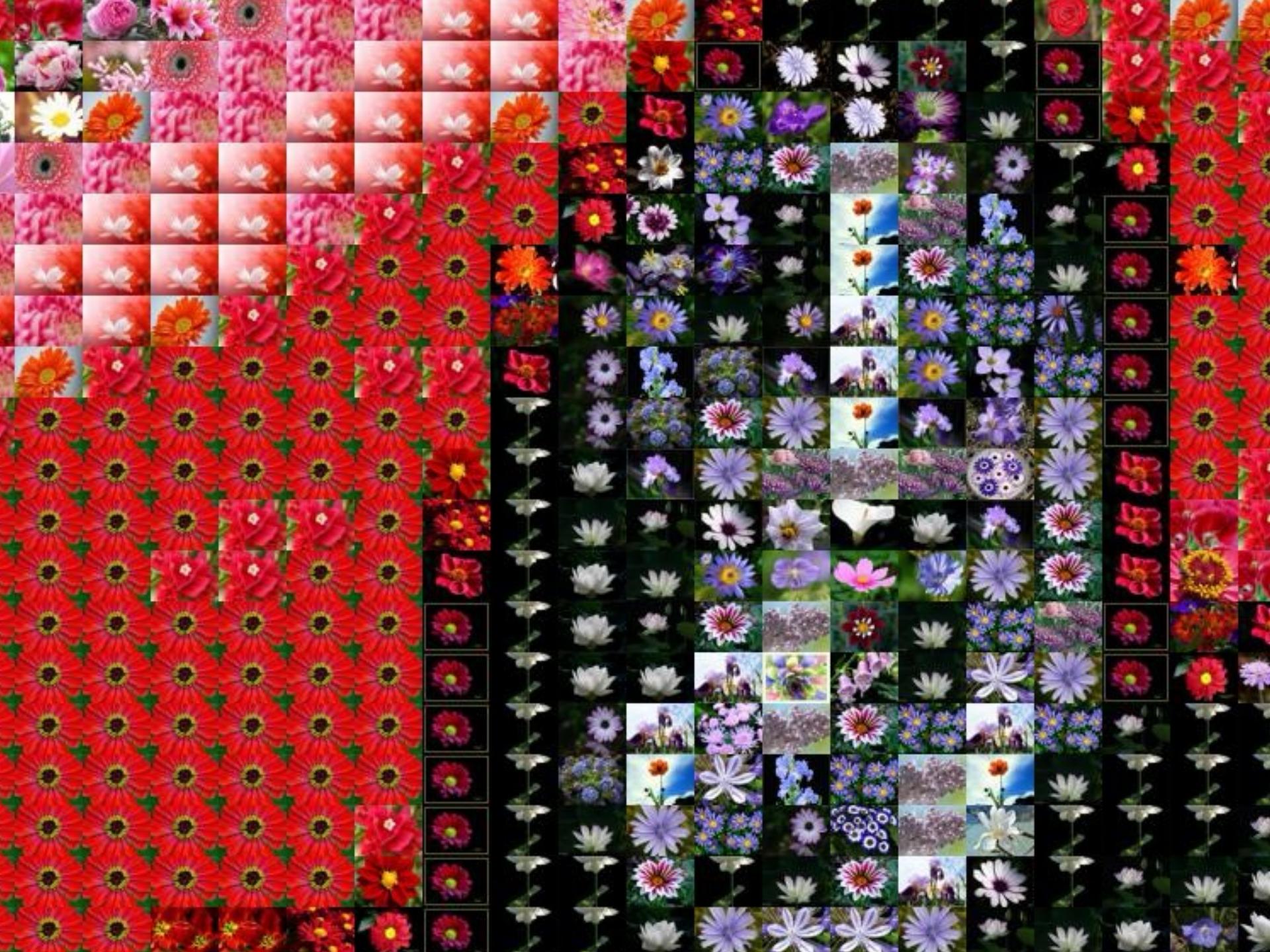


imagine mozaic









# Algoritm

Input:

1. imagine de referință



2. colecție de imagini (piese)  
500 de piese a 28 x 40 pixeli



3. număr piese în lățime ale  
mozaicului (implicit = 100)

1	2		100
---	---	--	-----

# Algoritm – varianta 1

Pași:

1. determină înălțimea mozaicului:
  - păstrează proporția (aspect ratio) imaginii de referință inițiale
  - multiplu de înălțimea unei piese
2. adaugă piese în mozaic pe un grid (caroiaj): aplică un criteriu pentru a selecta piesa care se potrivește cel mai bine într-o poziție:
  - aleator (alegem piesele întâmplător)
  - culoarea medie cea mai apropiată (cea mai mică distanță euclidiană)

1	2		100
x			



# Criterii

- aleator: alegem piesele la întâmplare, considerând că orice piesă la fel de bună ca cealaltă în orice poziție

imagine de referință



imagine mozaic



# Criterii

- culoarea medie cea mai apropiată:
  - calculăm culoarea medie a pixelilor din blocul de înlocuit din imaginea de referință redimensionată;
  - culoarea medie este un triplet ( $r_{medie}$ ,  $g_{medie}$ ,  $b_{medie}$ ) pentru imagini color sau un scalar  $i_{medie}$  pentru imagini gri;
  - calculăm culoarea medie a pixelilor din fiecare piesă;
  - calculăm cea mai apropiată (distanța euclidiană cea mai mică) culoare medie a unei piese de culoarea medie a blocului;
  - înlocuim blocul cu piesa aleasă.

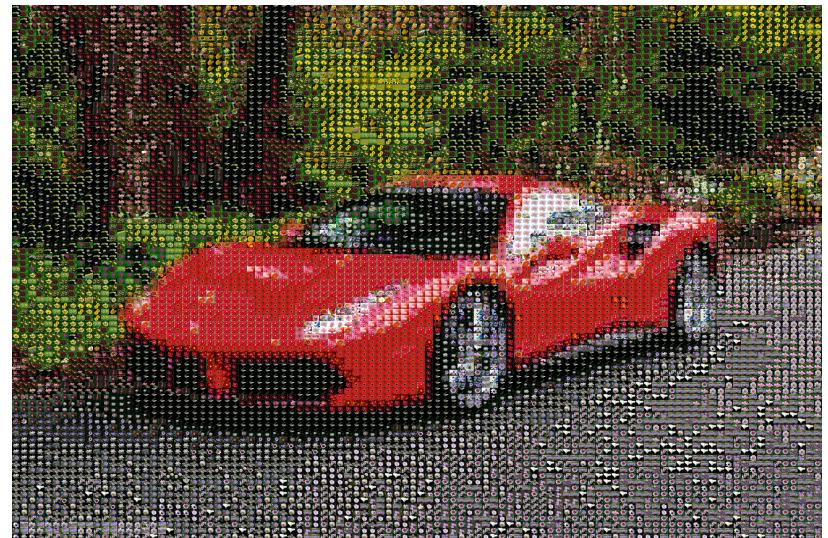
# Criterii

- culoarea medie cea mai apropiată

imagine de referință



imagine mozaic



# Criterii

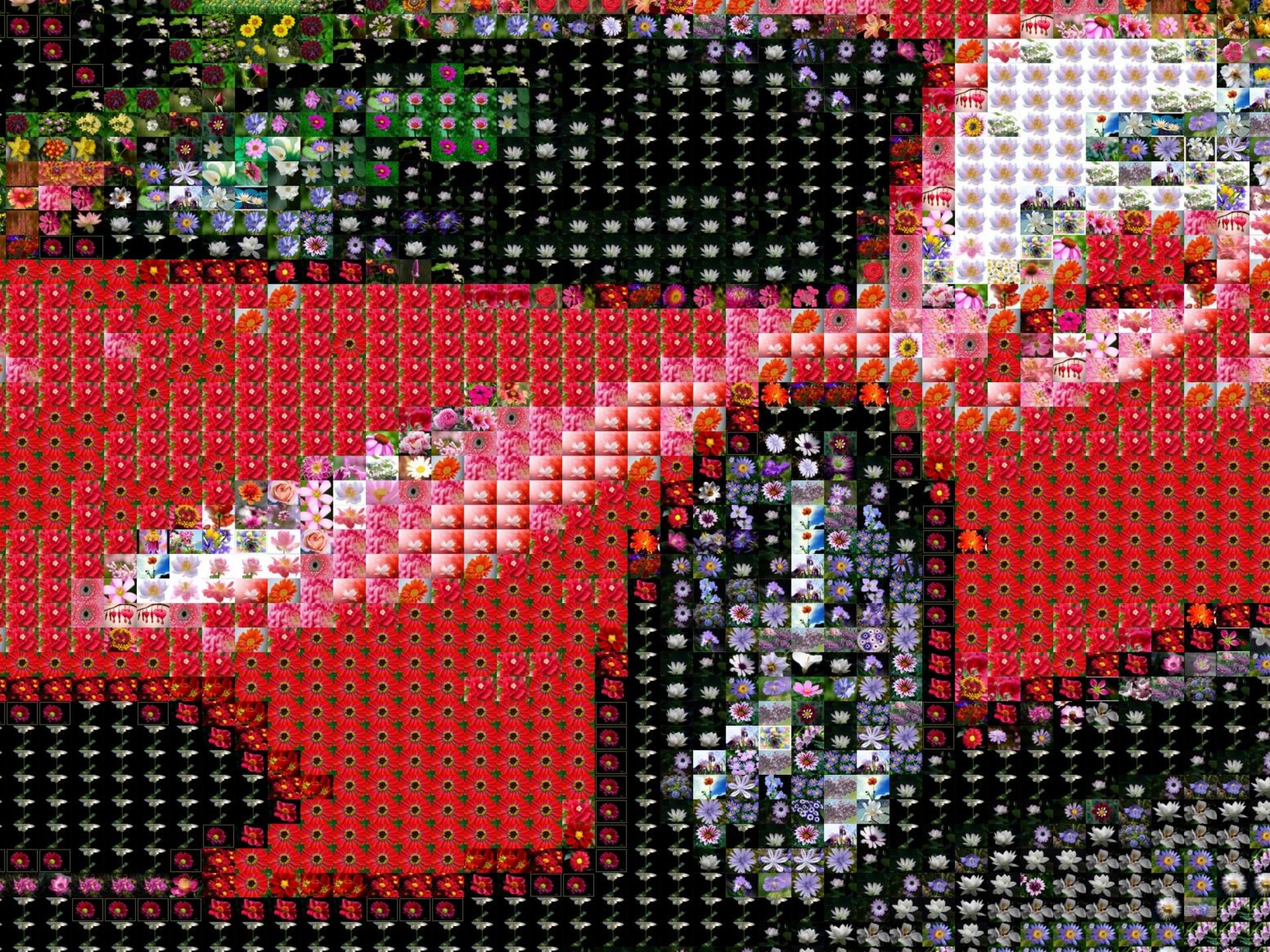
- culoarea medie cea mai apropiată

imagine de referință

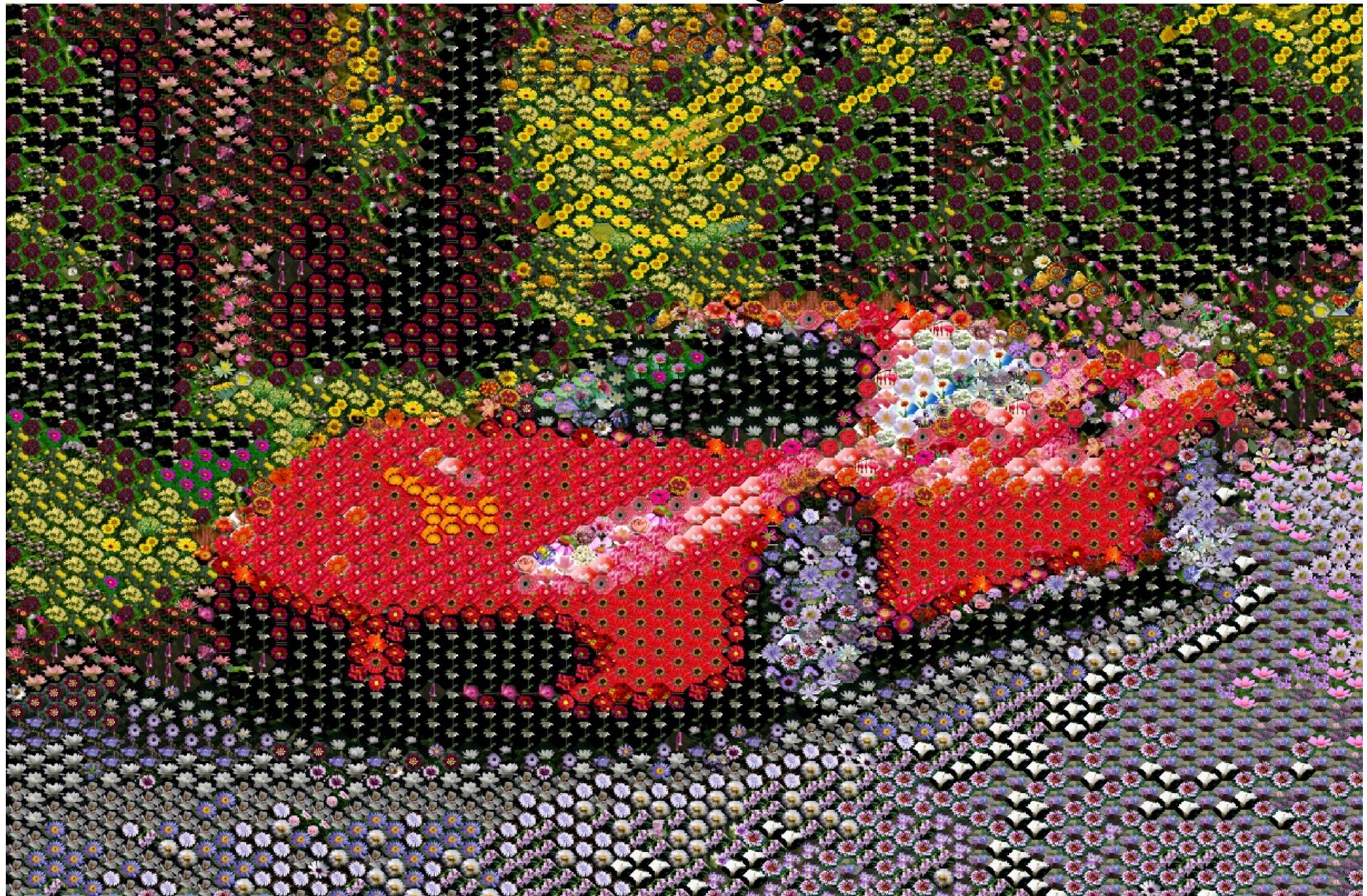


imagine mozaic

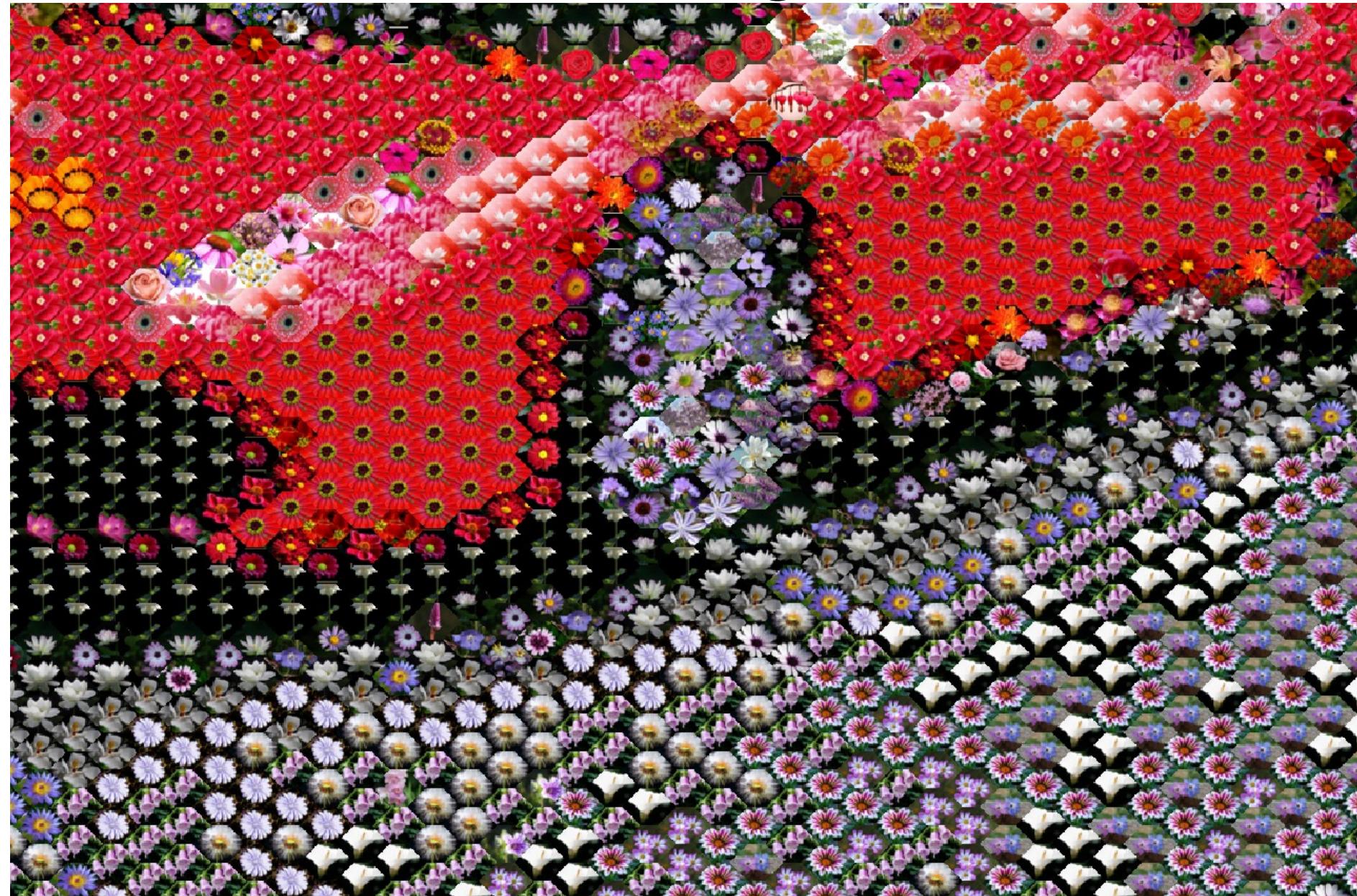




# Piese hexagonale



# Piese hexagonale



# Piese hexagonale



# Piese hexagonale



✗



≡



Piesă inițială

Mască (valori de 0 și 1)

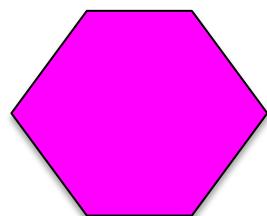
Piesă hexagonală



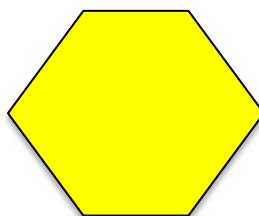
✗



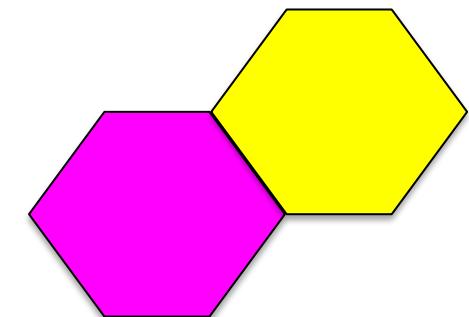
≡



+



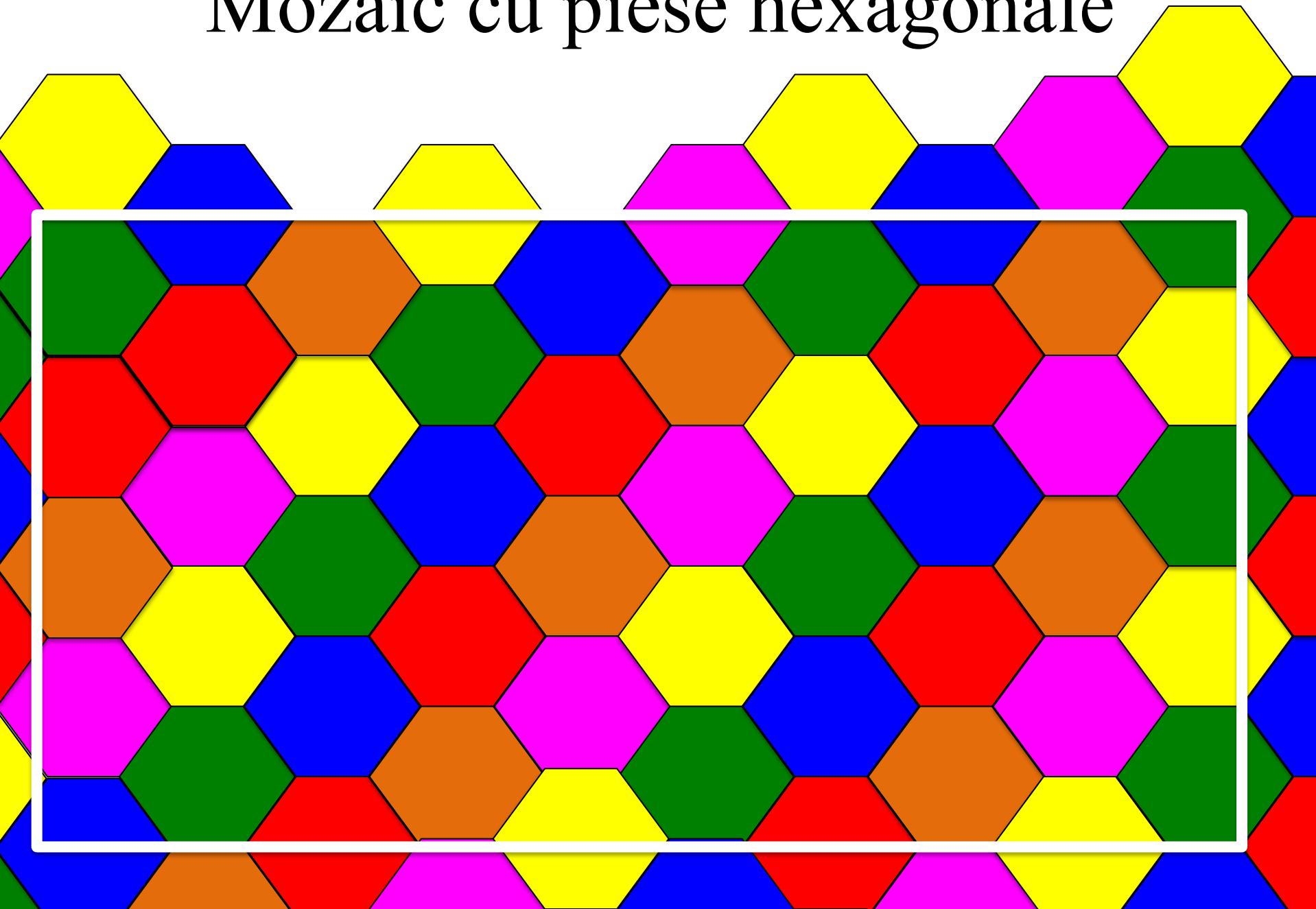
≡



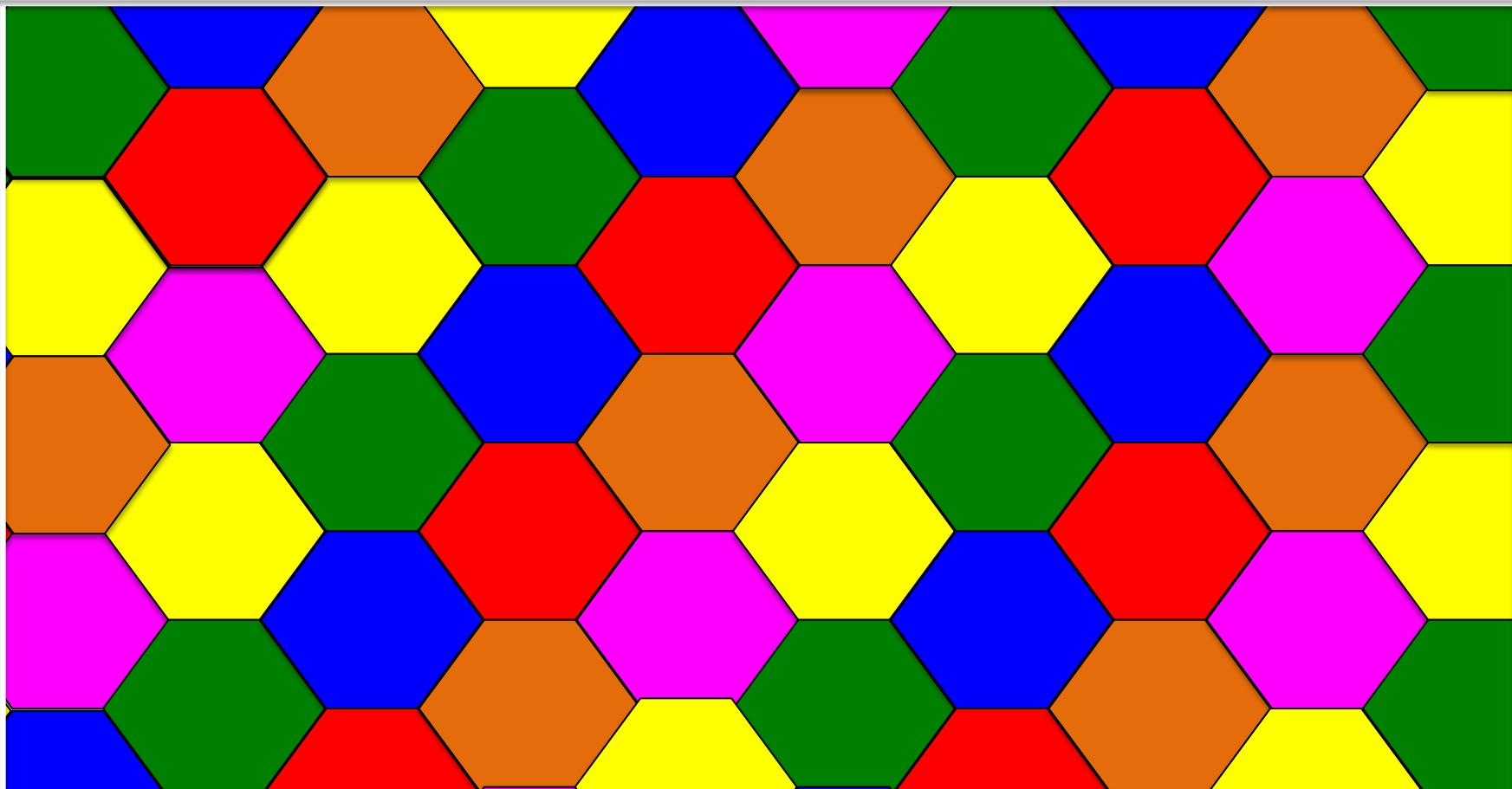
# Mozaic cu piese hexagonale



# Mozaic cu piese hexagonale



# Mozaic cu piese hexagonale



# Algoritm – varianta 2

Pași:

1. determină înălțimea mozaicului:
  - păstrează proporția (aspect ratio) imaginii de referință inițiale
  - multiplu de înălțimea unei piese
2. adaugă piese în mozaic în pozitii aleatoare: aplică un criteriu pentru a selecta piesa care se potrivește cel mai bine într-o pozitie:
  - aleator (alegem piesele întâmplător)
  - culoarea medie cea mai apropiată (cea mai mică distanță euclidiană)

1	2		100

# Algoritm – varianta 2

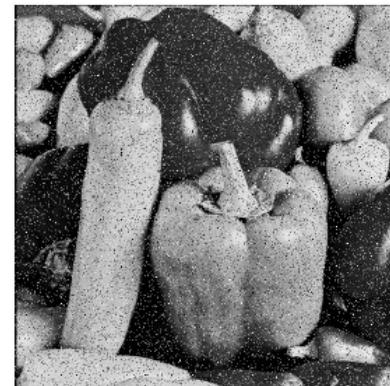
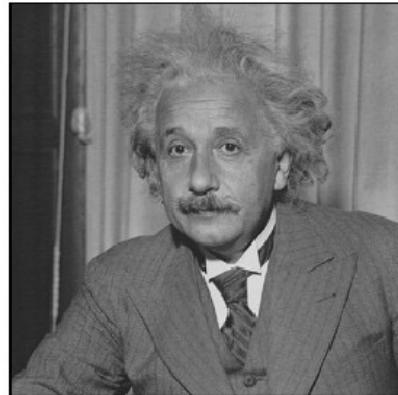


# Algoritm – varianta 2

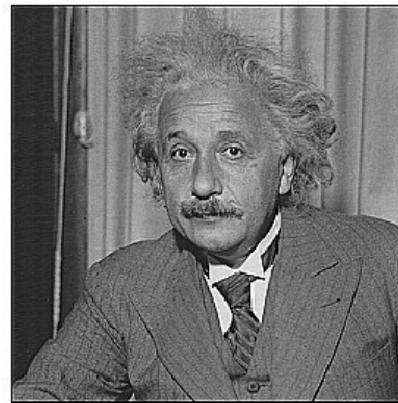


# Filtrarea imaginilor

# Exemplu de filtrare



Filtru de blurare

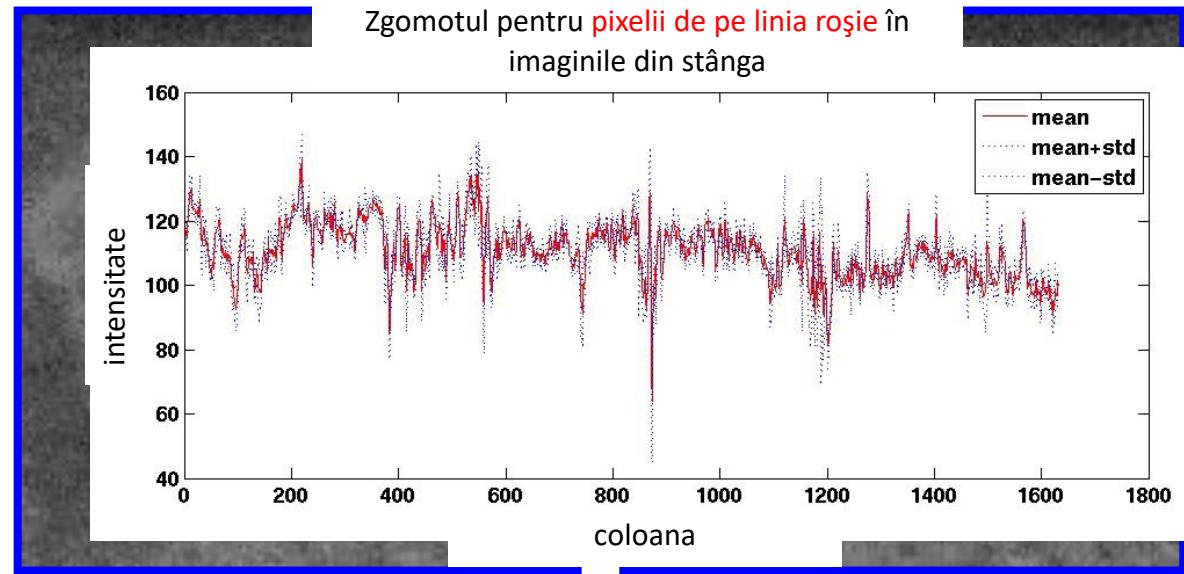
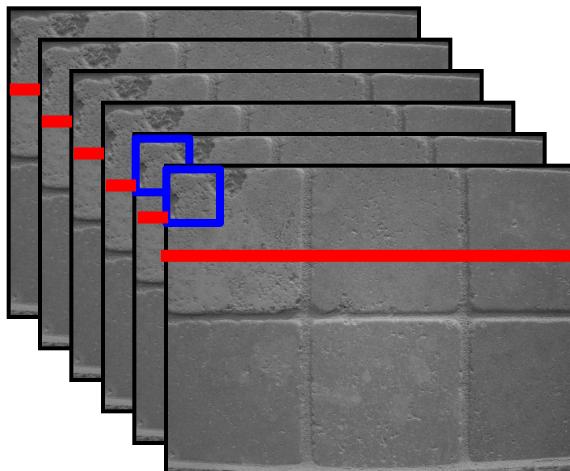


Filtru de accentuare



Filtru pentru eliminarea /  
reducerea zgomotului

# Motivătie: reducerea de zgomot



- Imperfecțiuni tehnologice ale senzorilor de imagine

$$I(x, y) = \hat{I}(x, y) + \eta(x, y)$$

imagine obținută      imagine ideală      zgomot

- Imagini multiple ale **aceleiasi scene statice** nu vor fi identice

# Tipuri de zgomot



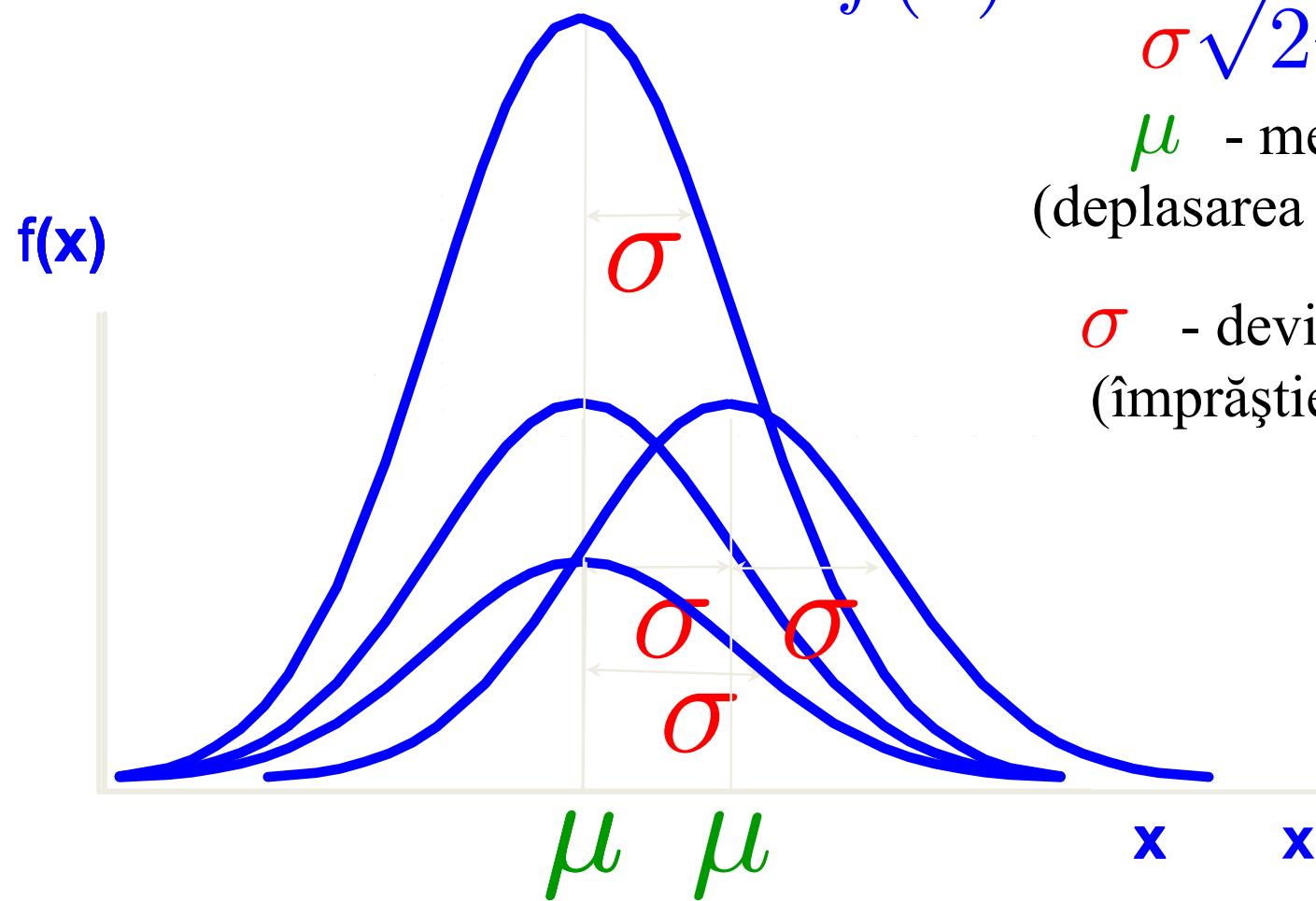
imagine originală

# Distributia normală 1D (clopotul lui Gauss)

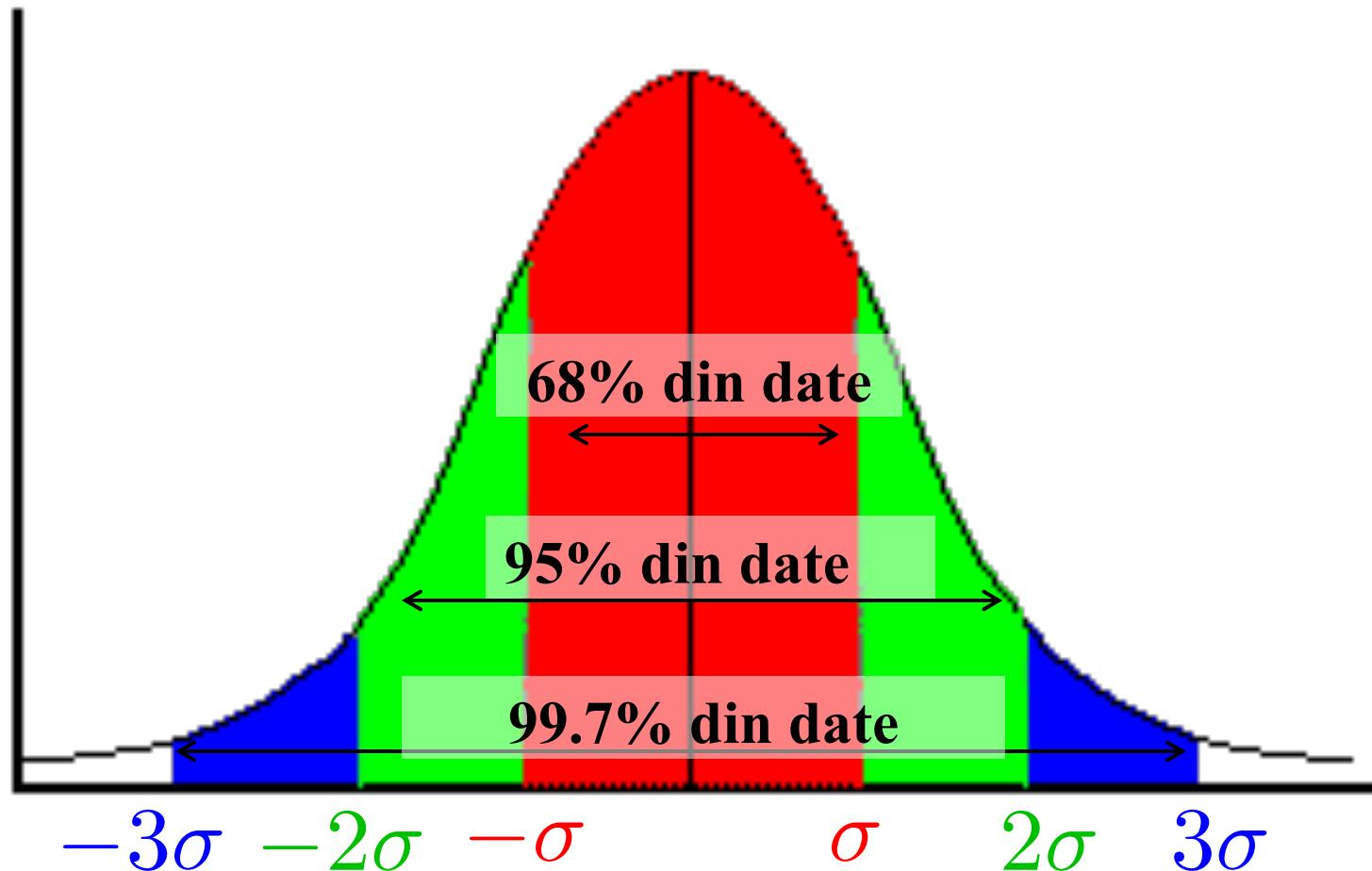
$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$\mu$  - medie  
(deplasarea distribuției)

$\sigma$  - deviație standard  
(împrăștierea distribuției)



# Regula 68-95-99.7



# Zgomot normal – efectul lui $\sigma$



sigma = 1

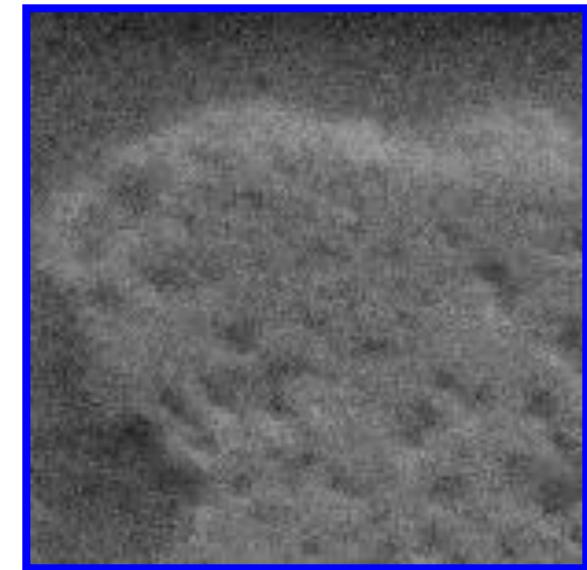
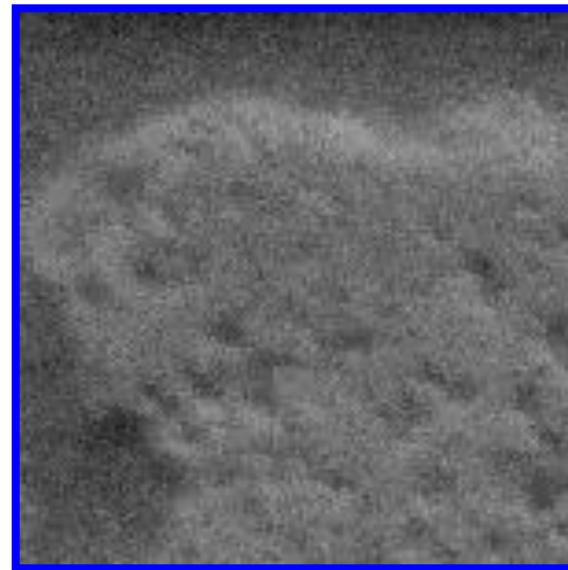
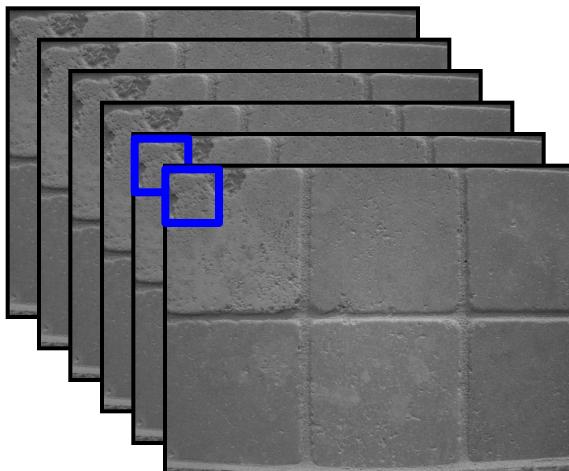


sigma = 5



sigma = 25

# Motivație: reducerea de zgomot



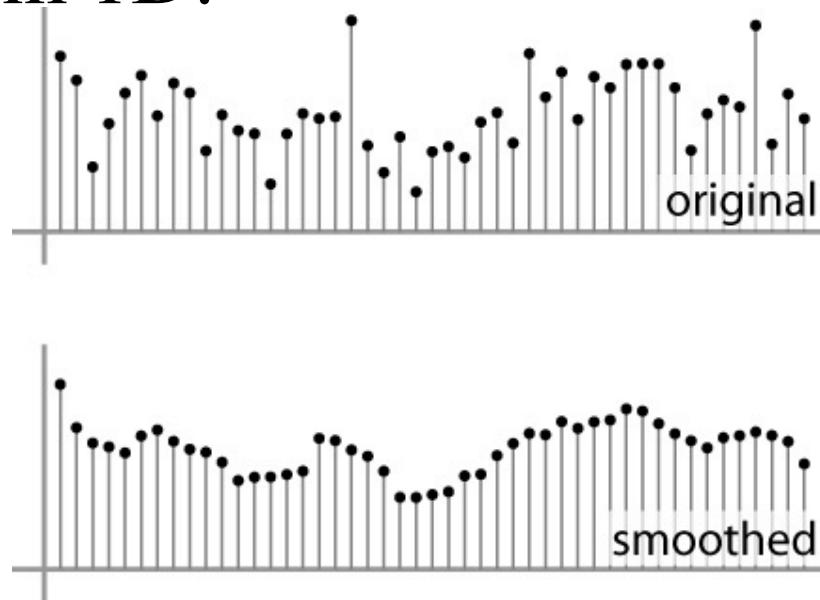
- Chiar și imagini multiple ale **aceleiași scene statice** nu vor fi identice.
- Cum putem reduce zgomotul, adică să estimăm adevăratele intensități?
- Dacă avem mai multe imagini luăm media
- **Dar dacă avem numai o singură imagine?**

# O posibilă soluție

- Ipoteze:
  - pixelii “vecini” nu diferă prea mult între ei
  - zgomotul care afectează pixelii este independent
- Soluție:
  - înlocuim valoarea fiecărui pixel cu media valorilor pixelilor din “vecinătatea” lui

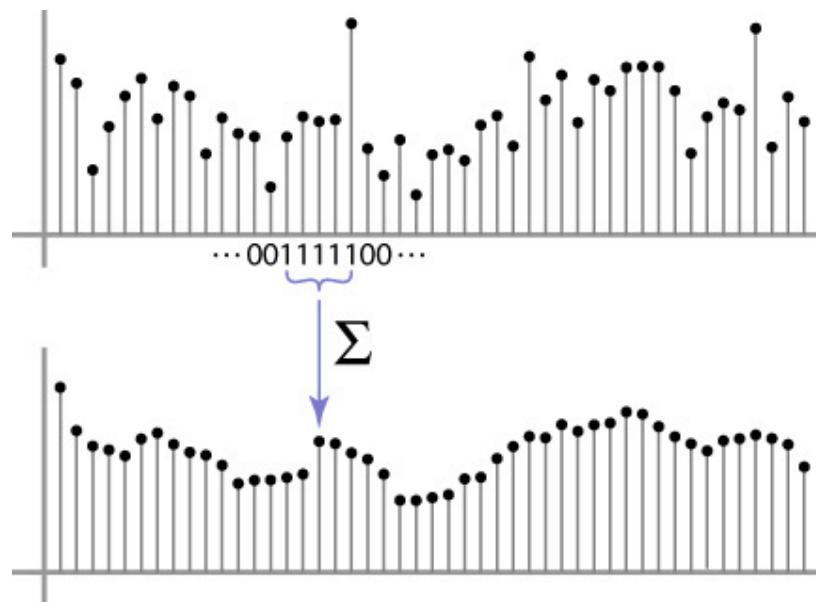
# O posibilă soluție

- Înlocuim valoarea fiecărui pixel cu media valorilor pixelilor din vecinătatea lui
- Exemplu în 1D:



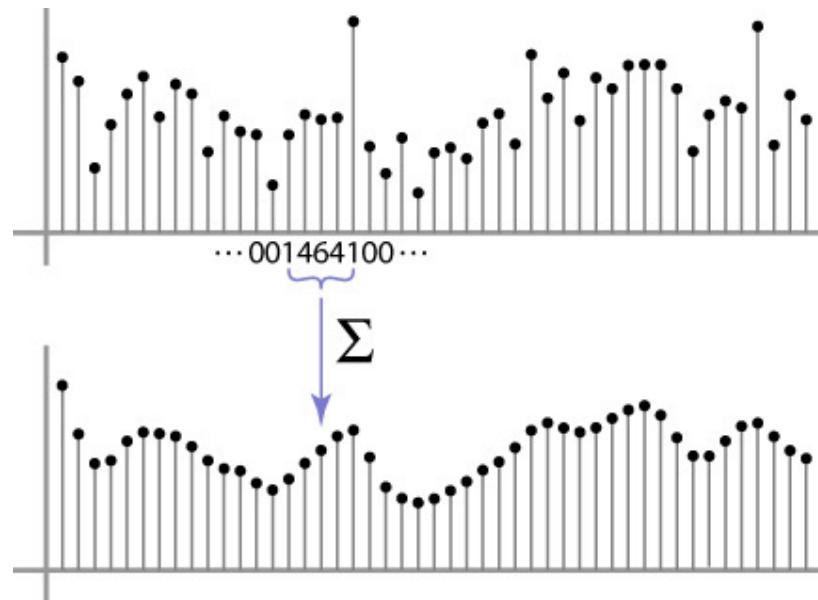
# Medie ponderată

- Putem adaugă ponderi pentru fiecare pixel
- $Ponderi [1, 1, 1, 1, 1] / 5$



# Medie ponderată

- Ponderi ne-uniforme  $[1, 4, 6, 4, 1] / 16$



# Medie în 2D

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$


# Medie în 2D

$I[x, y]$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$O[x, y]$

			0	10						

# Medie în 2D

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$

			0	10	20					

# Medie în 2D

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$


# Medie în 2D

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$


# Medie în 2D

$$I[x, y]$$

$$O[x, y]$$

# Medie în 2D

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$

	0	10	20	30	30					

# Medie în 2D

 $I[x, y]$ 

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

 $O[x, y]$ 

	0	10	20	30	30	30	20	10	
	0	20	40	60	60	60	40	20	
	0	30	60	90	90	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	20	30	50	50	60	40	20	
	10	20	30	30	30	30	20	10	
	10	10	10	0	0	0	0	0	

# Corelație

- Pentru o vecinătate de dimensiuni  $2k+1 \times 2k+1$ :

$$O[i, j] = \underbrace{\frac{1}{(2k+1)^2}}_{\text{pondere egală pentru fiecare pixel}} \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k I[i+u, j+v]$$

*toți pixelii din vecinătatea pixelului  $(i,j)$  din imaginea  $I$*

$(i-k, j-k)$				$(i-k, j+k)$
		$(i,j)$		
$(i+k, j-k)$				$(i+k, j+k)$

Vecinătate de dimensiuni  $(2k+1) \times (2k+1)$  centrată în  $(i,j)$

# Corelație

- Pentru o vecinătate de dimensiuni  $2k+1 \times 2k+1$ :

$$O[i, j] = \underbrace{\frac{1}{(2k+1)^2}}_{\begin{array}{l} \text{pondere egală} \\ \text{pentru fiecare pixel} \end{array}} \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k I[i+u, j+v]$$

*toți pixelii din vecinătatea pixelului  $(i,j)$  din imaginea  $I$*

- Generalizăm pentru a permite ponderi diferite:

$$O[i, j] = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k \underbrace{F[u, v]}_{\text{ponderi ne-uniforme}} I[i+u, j+v]$$

# Corelație

$$O[i, j] = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F[u, v] I[i + u, j + v]$$

Corelație:  $O = F \otimes I$

(-k,-k)				(-k,+k)
		(0,0)		
(+k,-k)				(+k,+k)

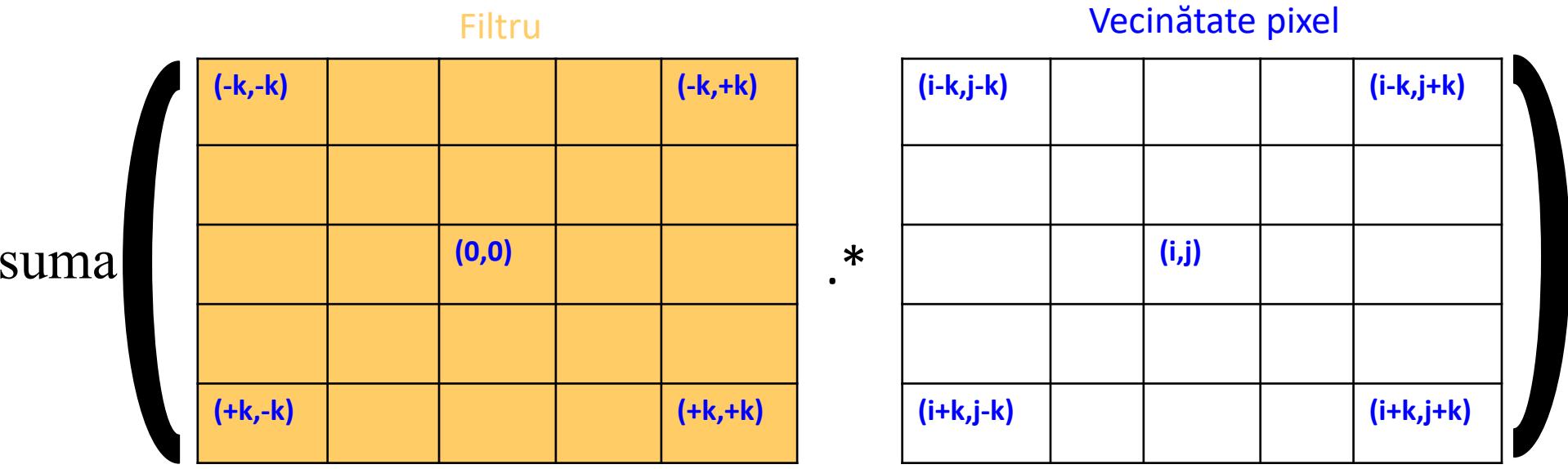
Filtrul F de dimensiuni  $(2k + 1) \times (2k+1)$  centrat în  $(0,0)$

# Corelație

$$O[i, j] = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F[u, v] I[i + u, j + v]$$

Corelație:  $O = F \otimes I$

Filtrarea (liniară a) unei imagini: înlocuim fiecare pixel cu o combinație (liniară) a “vecinilor” săi.



# Corelație

$$O[i, j] = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F[u, v] I[i + u, j + v]$$

Corelație:  $O = F \otimes I$

Filtrarea (liniară a) unei imagini: înlocuim fiecare pixel cu o combinație (liniară) a “vecinilor” săi.

$F$  se mai numește filtru, kernel, mască (de filtrare).

Filtrul  $F$  - conține ponderile pixelilor folosiți în combinația (liniară).

# Filtrul de medie

- Ce ponderi are filtrul  $F$  pentru exemplul precedent (medie în 2D)?

$$F[u, v] \quad \otimes \quad I[x, y]$$

$\frac{1}{9}$

1	1	1
1	?	1
1	1	1

filtru de medie  
(filtru pătrat)

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

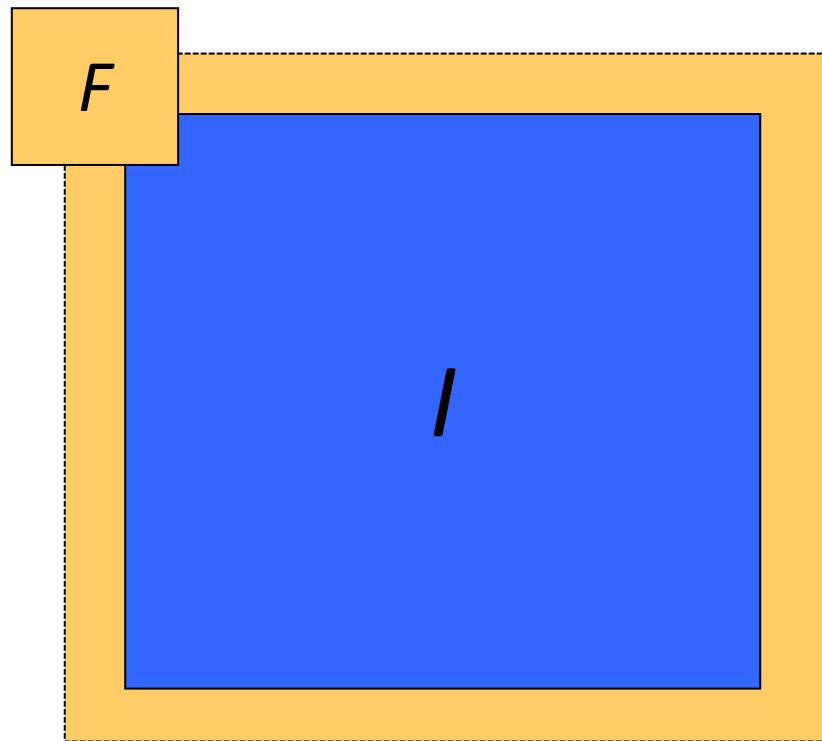
$$O[x, y]$$

	0	10	20	30	30				

$$O = F \otimes I$$

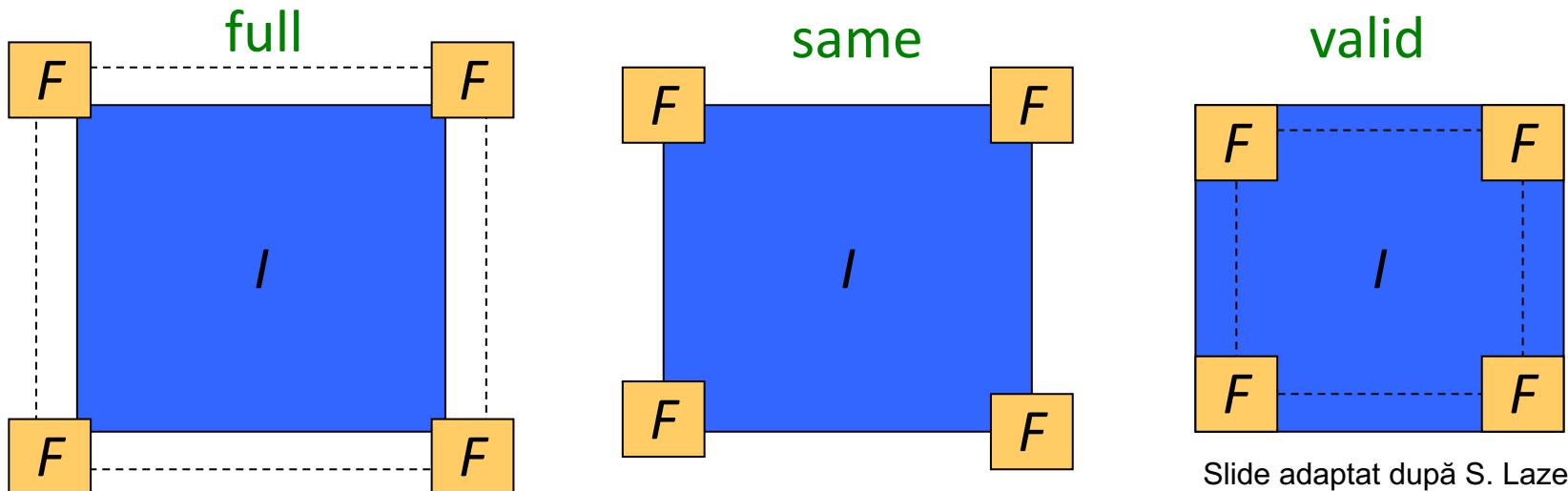
# Dimensiune output

- Care este dimensiunea imaginii filtrate?



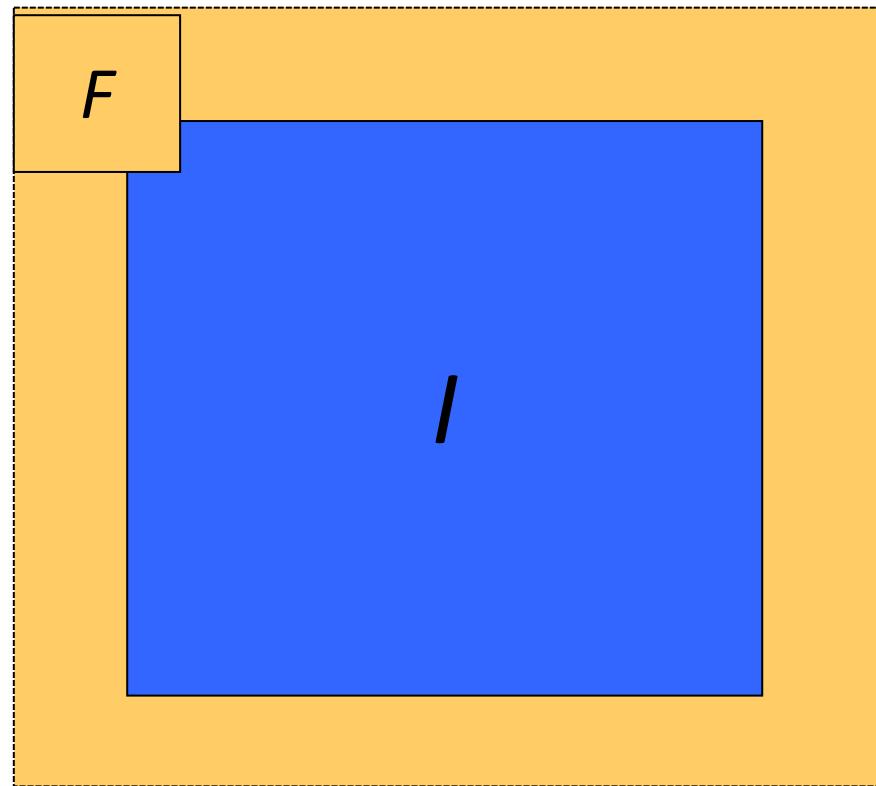
# Dimensiune output

- Care este dimensiunea imaginii filtrate?
- PYTHON: `scipy.signal.convolve2d`
- opțiuni pentru filtrare
  - ‘full’:  $\text{dim}(O) = \text{dim}(I) + \text{dim}(F) - 1$
  - ‘same’:  $\text{dim}(O) = \text{dim}(I)$
  - ‘valid’:  $\text{dim}(O) = \text{dim}(I) - \text{dim}(F) + 1$



# Pixelii din afara imaginii

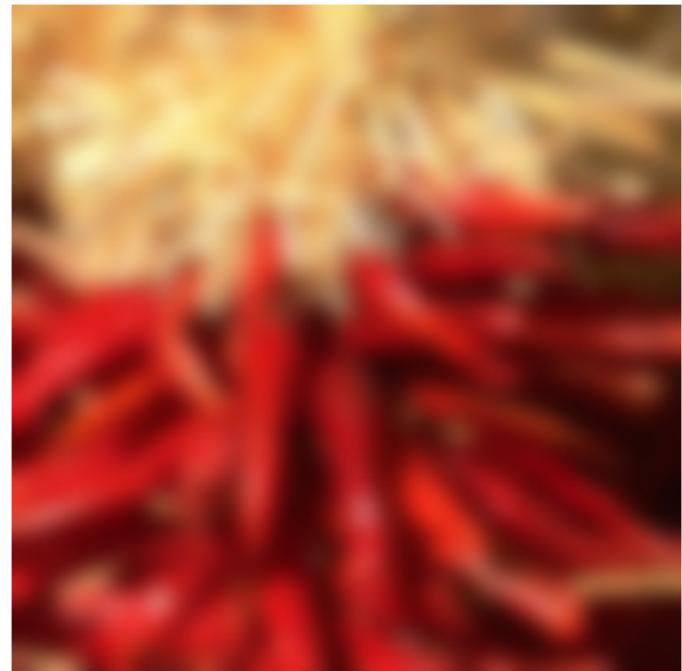
- Ce valori au pixelii din afara imaginii ?



- Fereastra filtrului depăseste marginea imaginii

# Pixelii din afara imaginii

- Ce valori au pixelii din afara imaginii ?
  - extrapolăm/halucinăm valori
    1. pixeli = 0 (negru)
    2. copiază pixelii în mod circular
    3. copiază pixelii de la marginea imaginii
    4. oglindește pixelii de la marginea imaginii



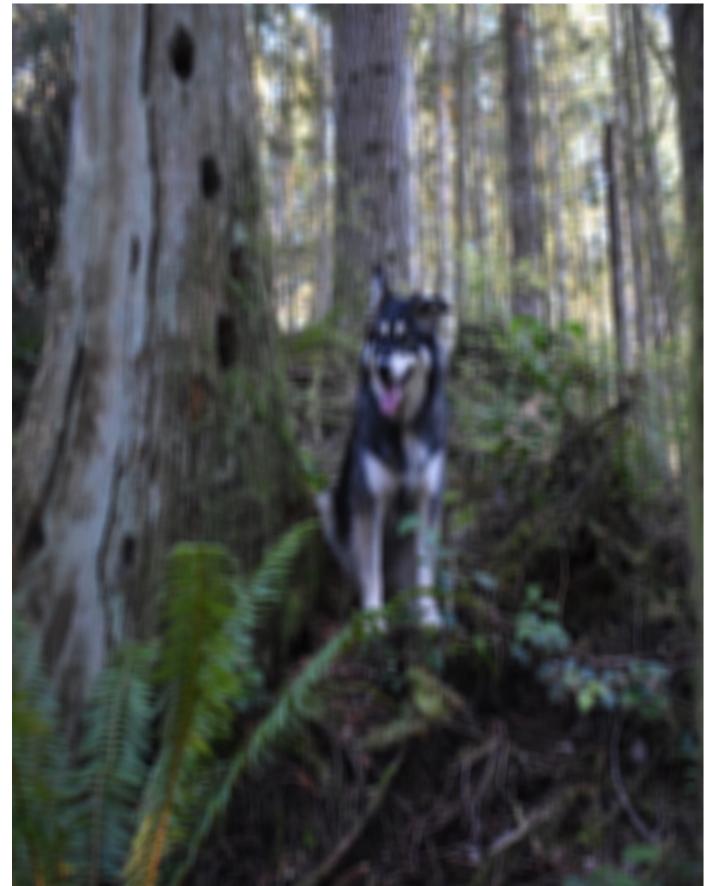
# Blurarea (netezirea) unei imagini cu un filtru de medie



pictograma pentru filtru de medie:  
alb = valoare mare, negru = valoare mică

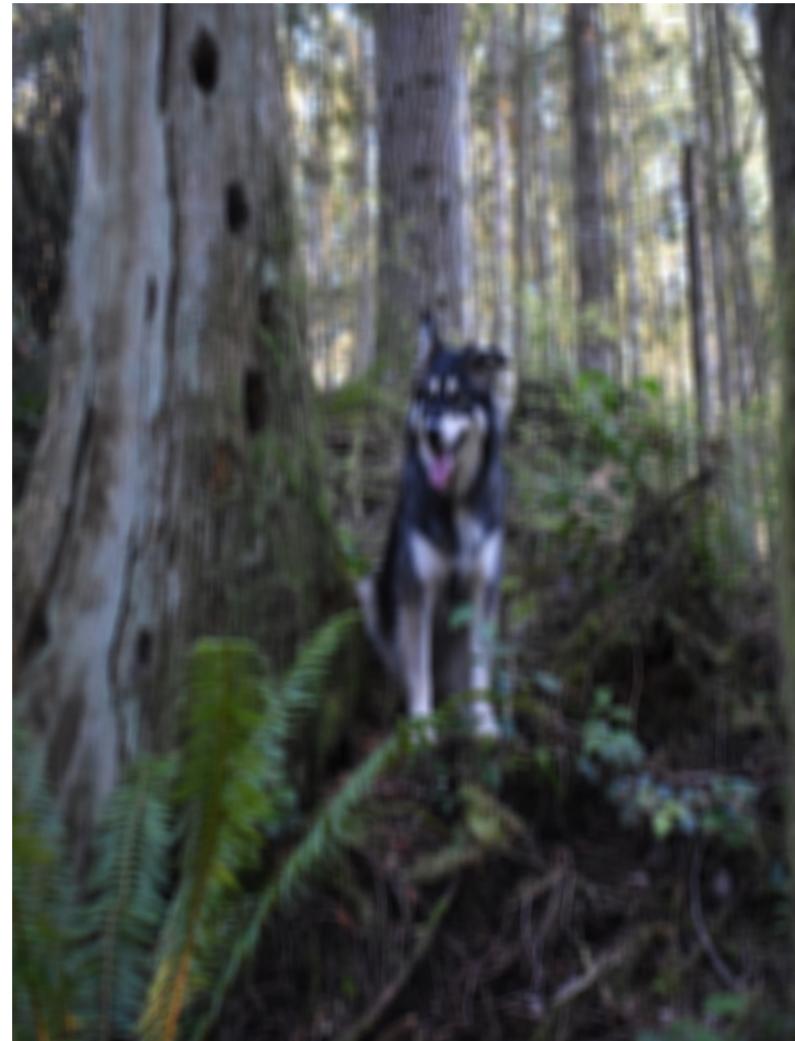
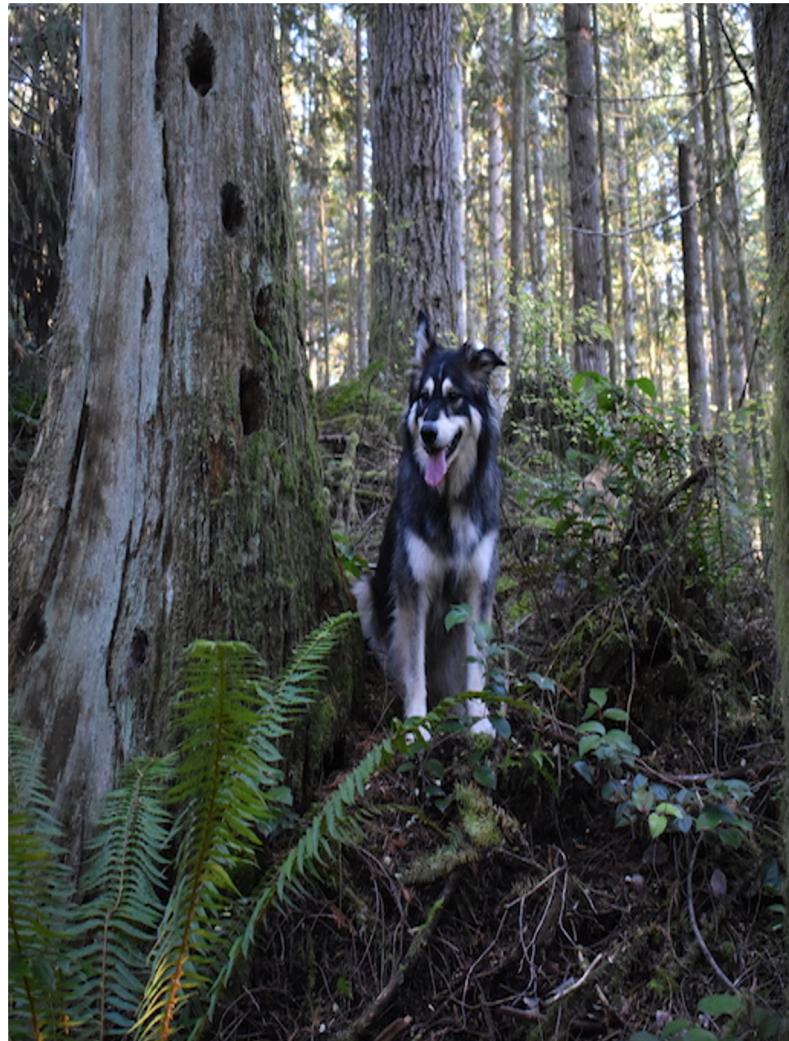


Imagine inițială



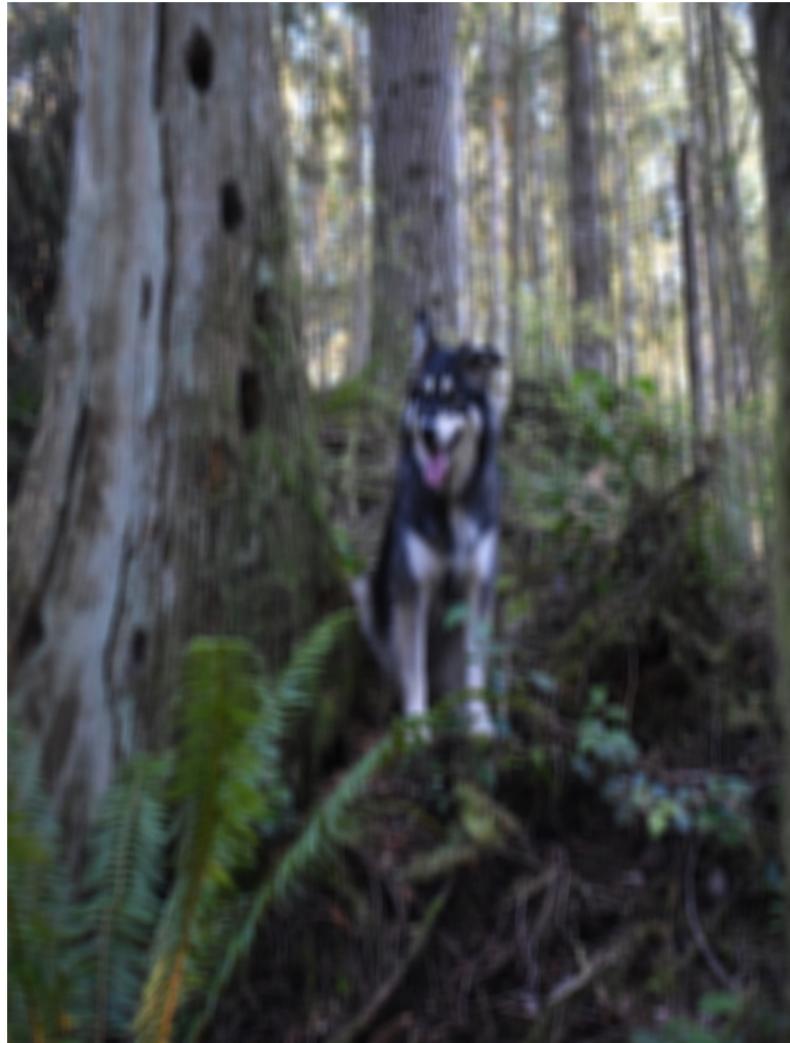
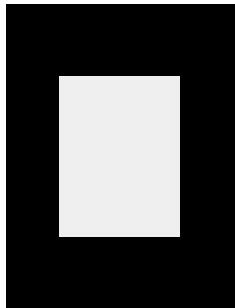
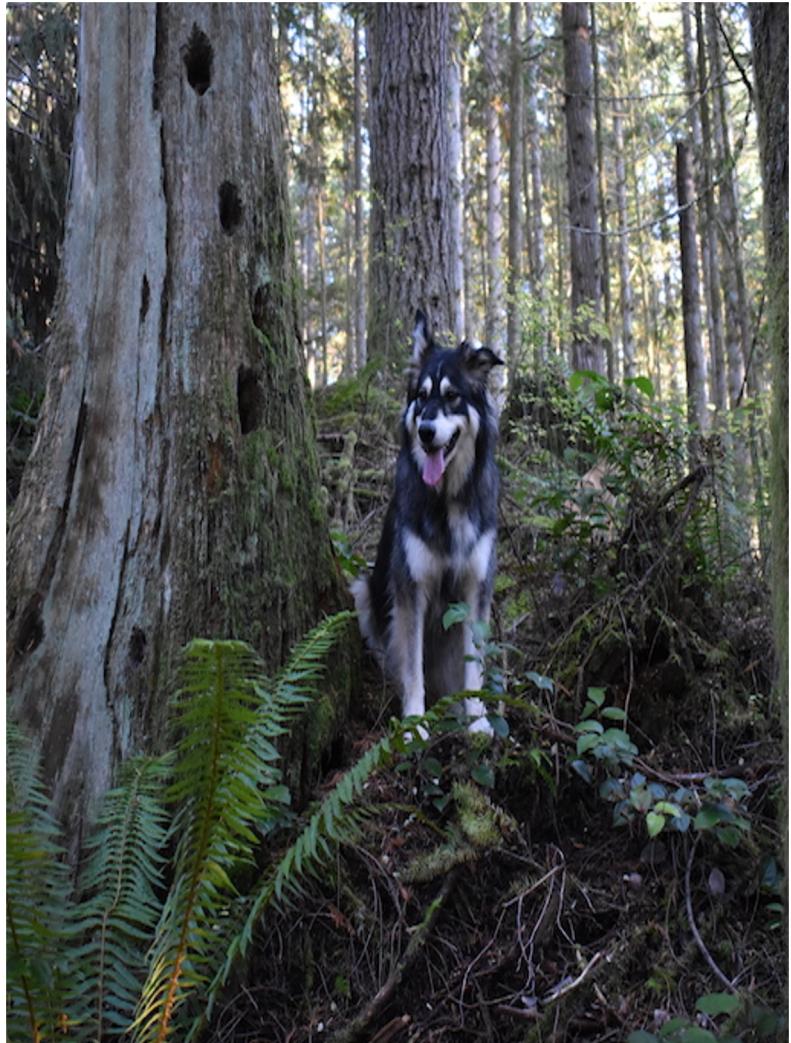
Imagine filtrată

# Filtrul de medie prezintă efecte secundare

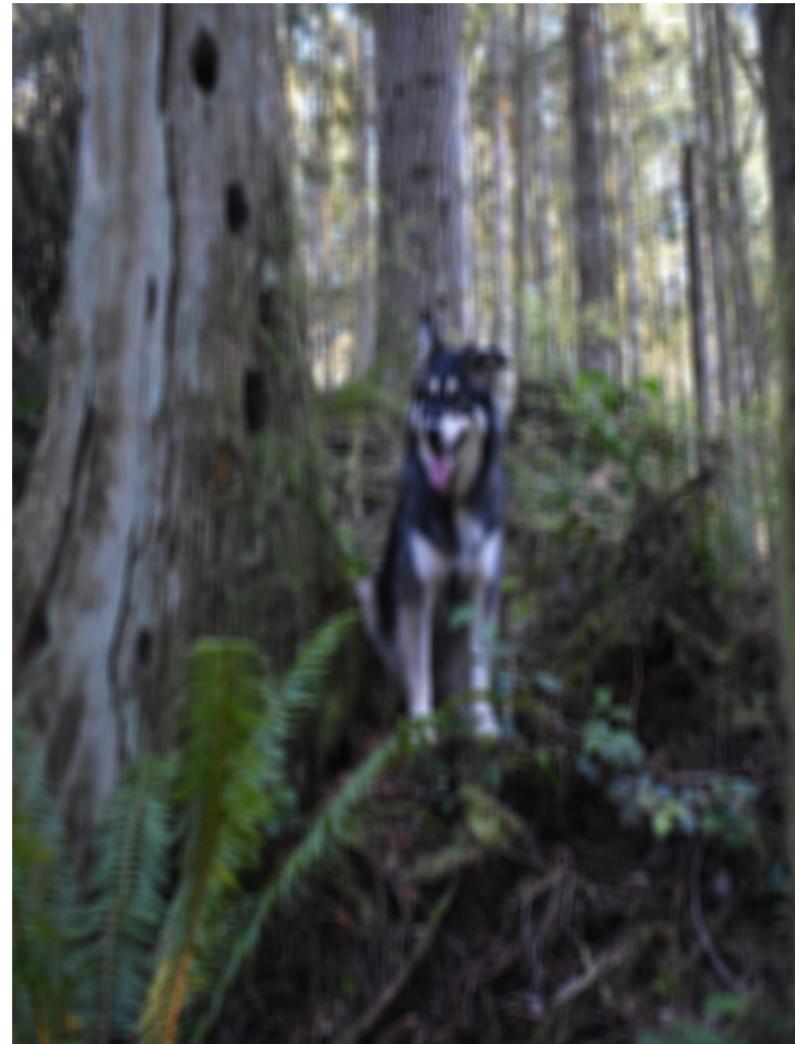
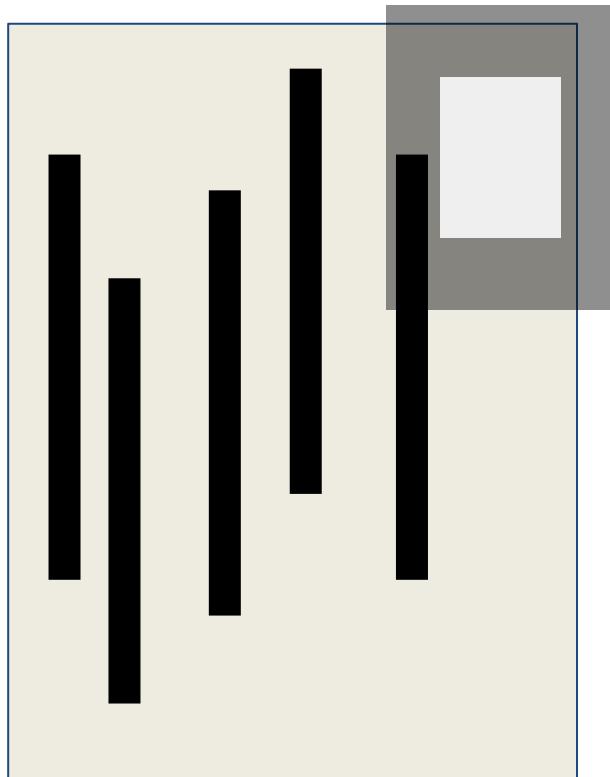




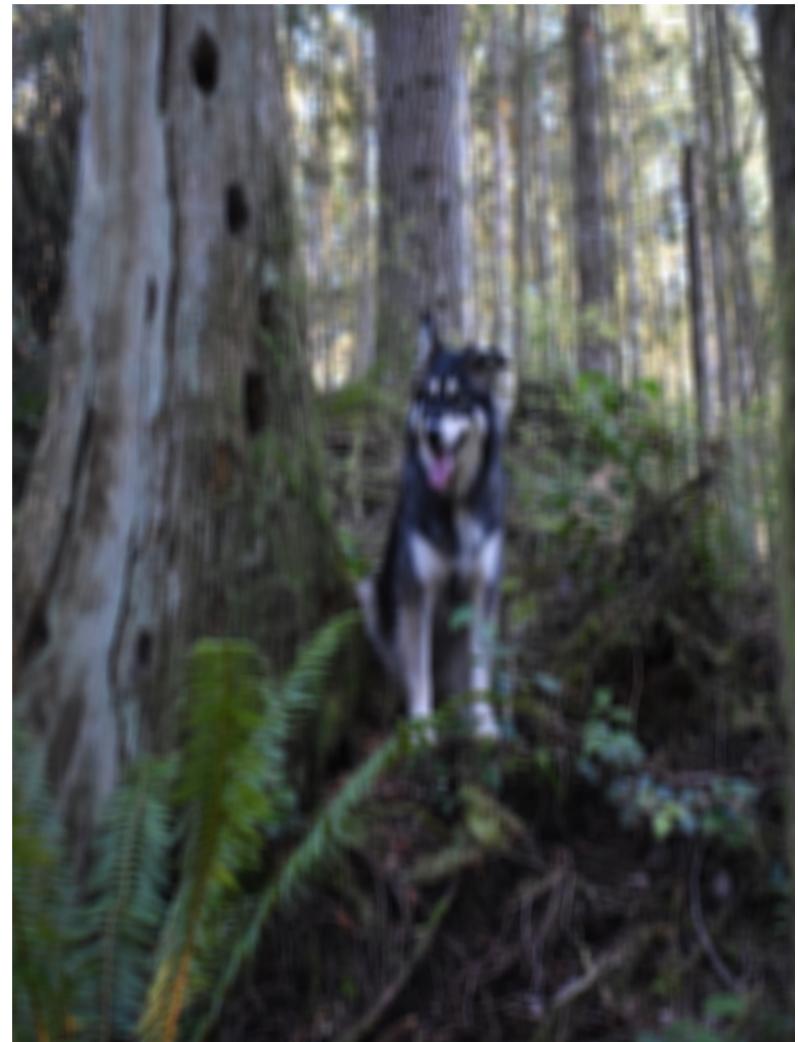
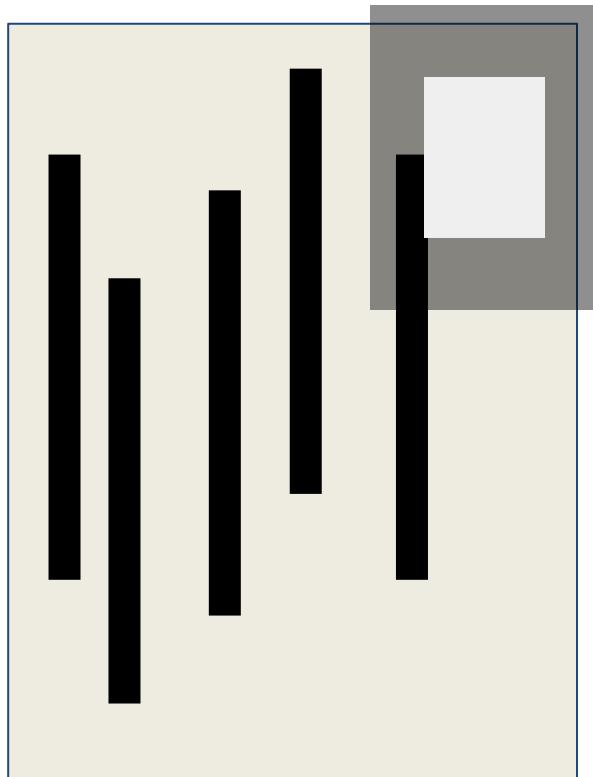
# Dungi verticale și orizontale



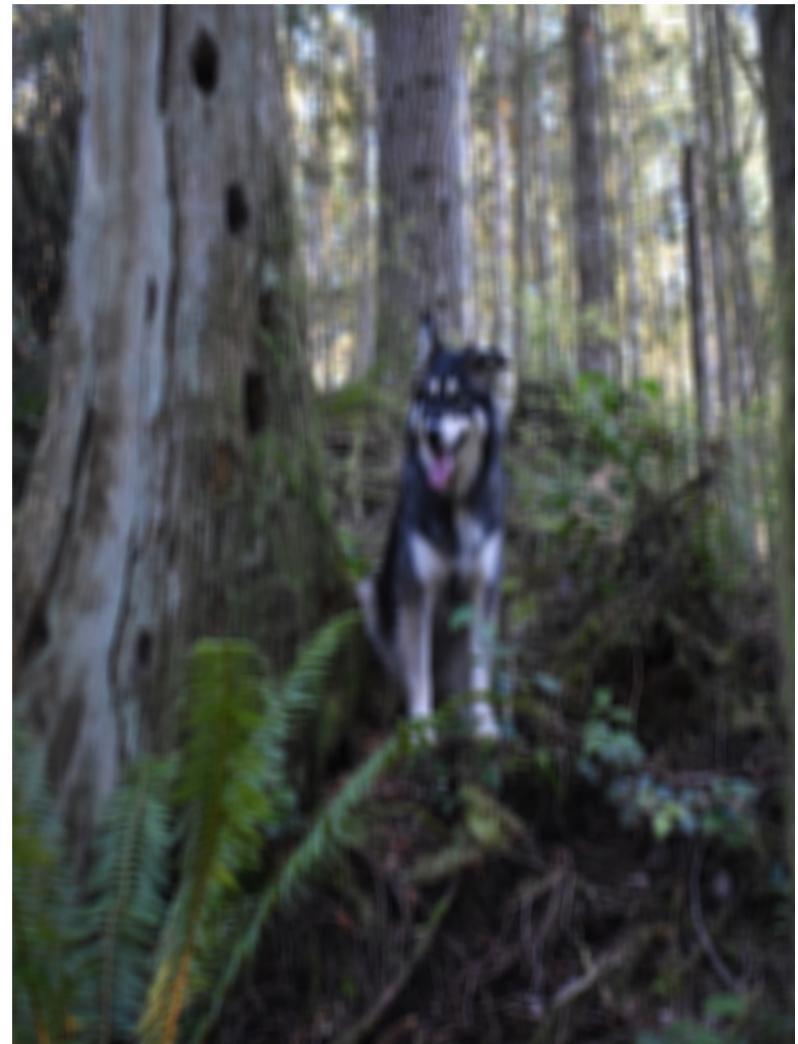
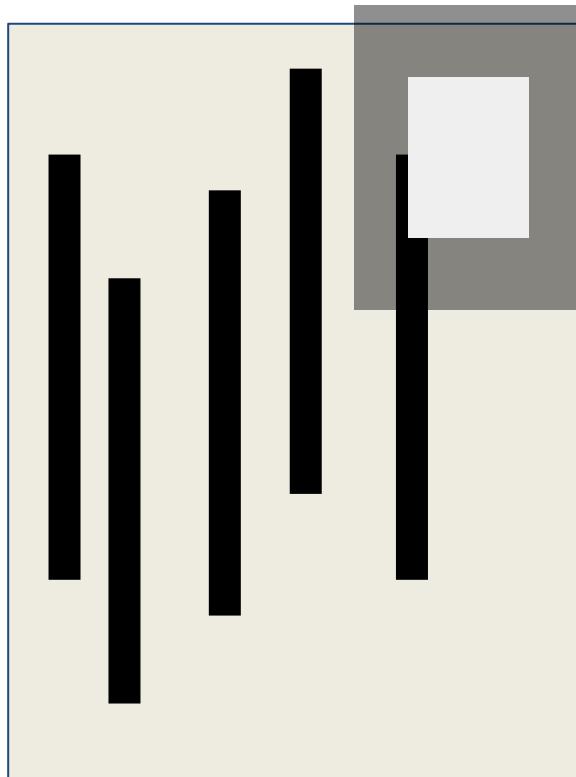
# Dungi verticale și orizontale



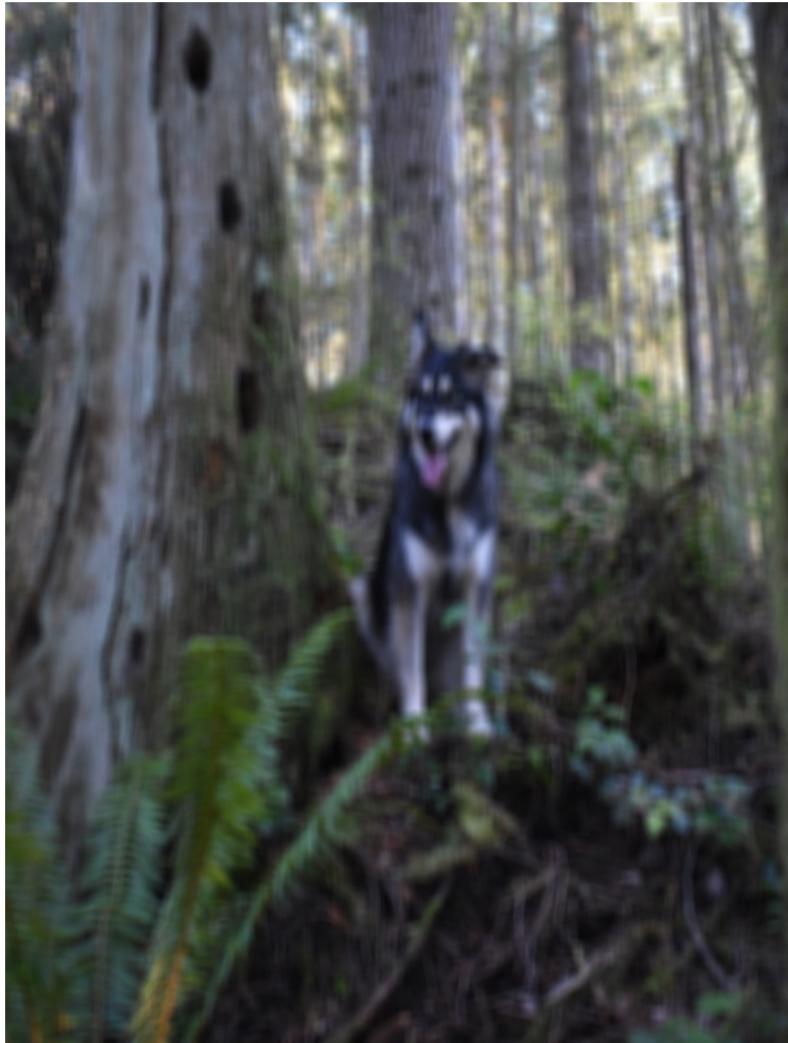
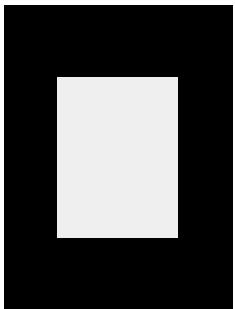
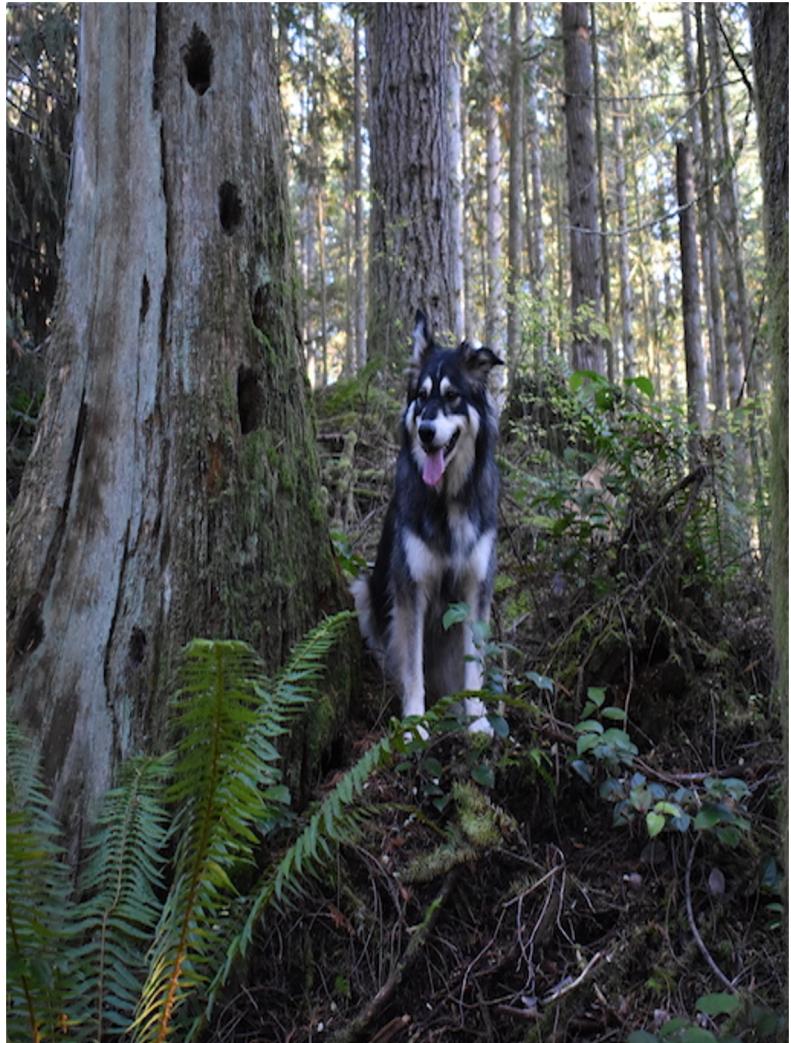
# Dungi verticale și orizontale



# Dungi verticale și orizontale



# Există alt filtru mai bun?

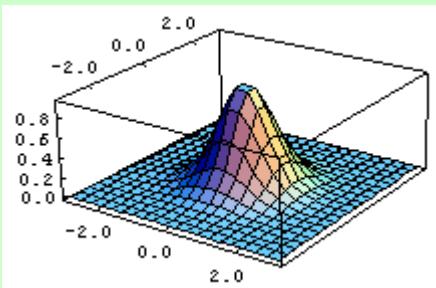


# Filtru normal (Gaussian)

- Cei mai apropiati pixeli vecini au o pondere mai mare in imaginea filtrata

Acum filtrele aproximeaza distributia normala in 2D:

$$f(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}$$



$$\frac{1}{16} \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix} F[u, v]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

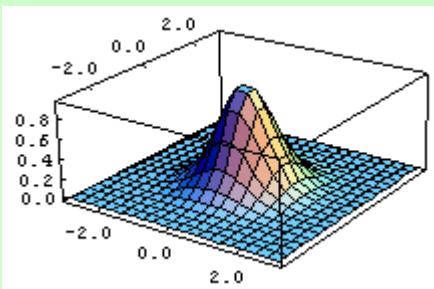
$$I[x, y]$$

# Filtru normal (Gaussian)

- Cei mai apropiati pixeli vecini au o pondere mai mare in imaginea filtrata

Acum filtrele aproximeaza distributia normala in 2D:

$$f(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}$$



$$\frac{1}{16} \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix} F[u, v]$$

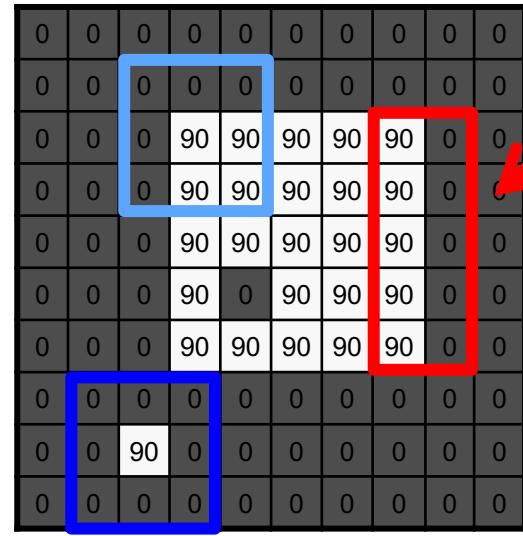
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	6	17	23	23	23	17	6	0	0
0	0	17	51	68	68	68	51	17	0	0
0	0	23	68	90	90	90	68	23	0	0
0	0	23	62	79	84	90	68	23	0	0
0	0	23	56	68	79	90	68	23	0	0
0	0	17	45	56	62	68	51	17	0	0
0	6	17	23	23	23	23	17	6	0	0
0	11	23	11	0	0	0	0	0	0	0
0	6	11	6	0	0	0	0	0	0	0

$$I[x, y]$$

# Blurarea unei imagini

Filtru de medie

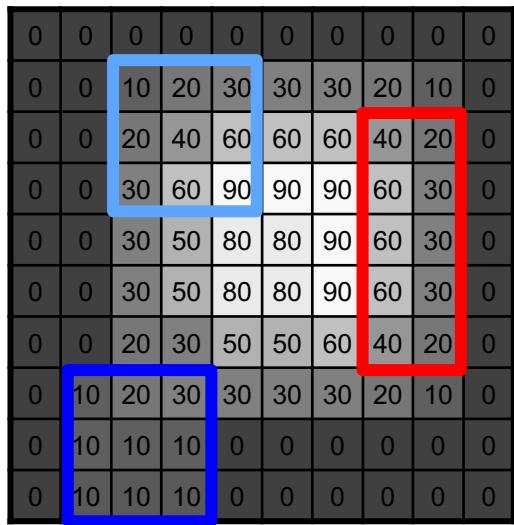
$$\frac{1}{9} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$



muchie  
verticală

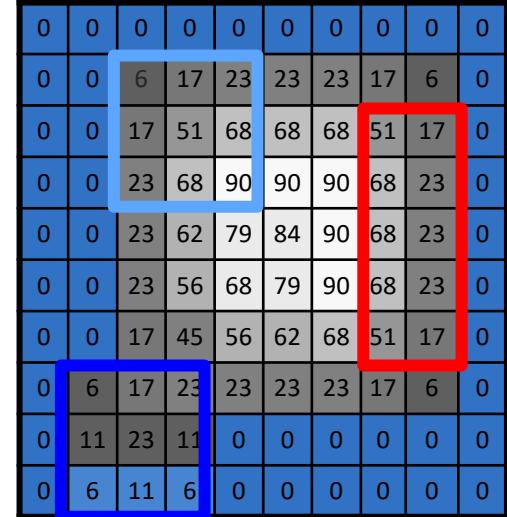
Filtru normal

$$\frac{1}{16} \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}$$



OBSERVAȚII:

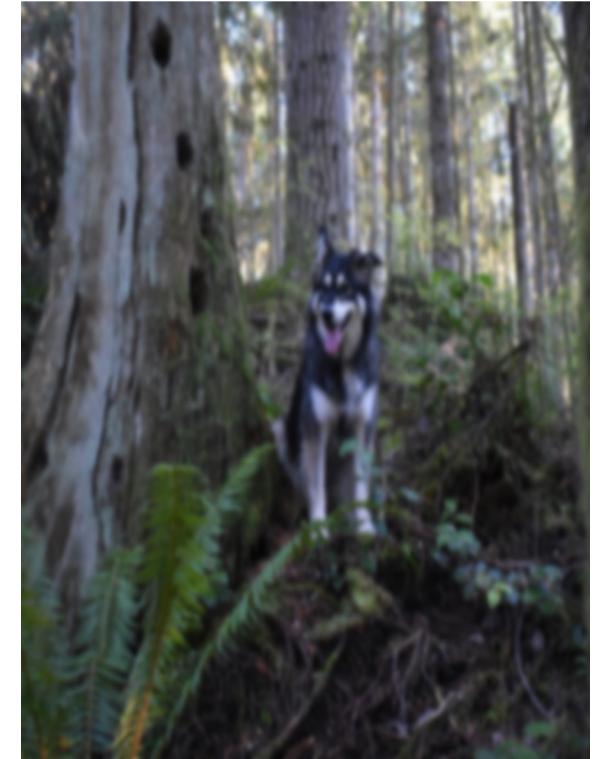
1. se elimină regiunile din imagine cu schimbări brusă de intensitate (frecvențe înalte) - muchiile
2. se micșorează distanțele dintre pixeli cu intensitate mare și pixeli cu intensitate mică



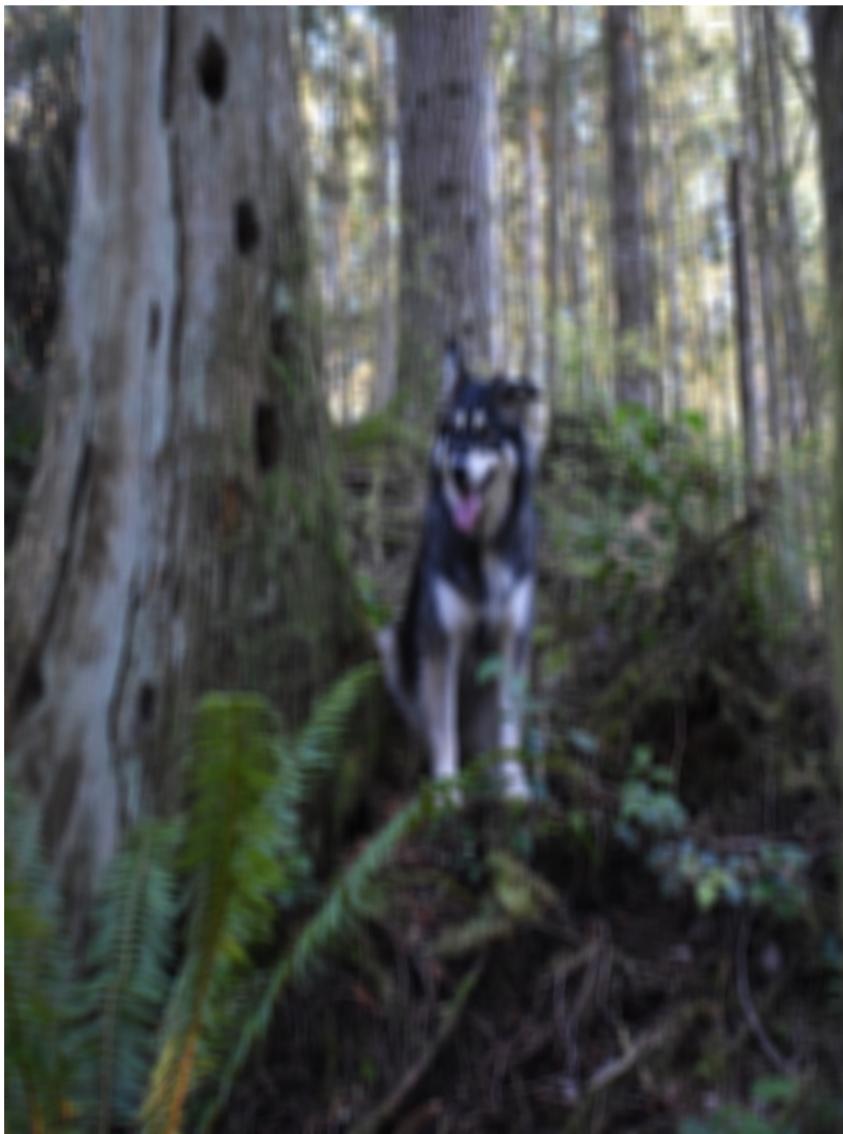
# Blurarea unei imagini cu filtru Gaussian



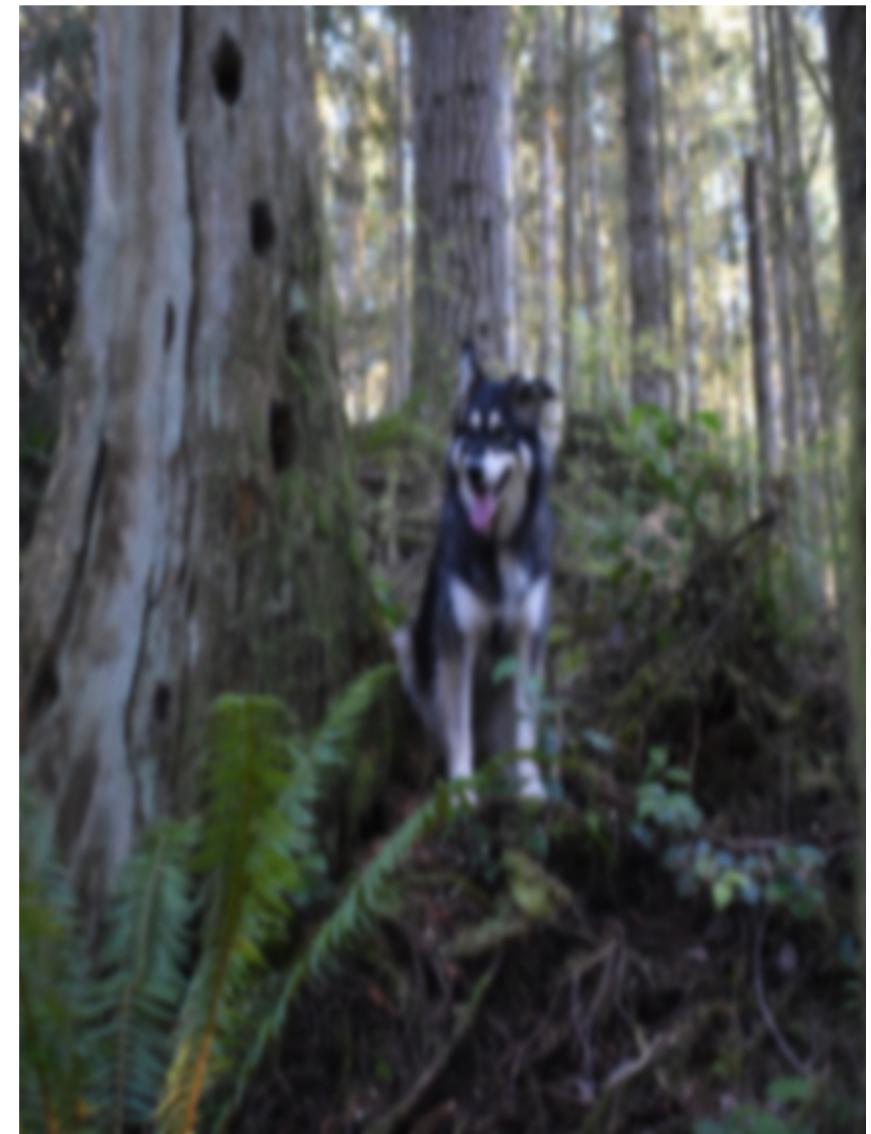
$$\ast \quad \begin{matrix} \text{Gaussian Filter} \\ \text{(Kernel)} \end{matrix} \quad = \quad \text{Blurred Image}$$



# Blurarea unei imagini cu filtru Gaussian

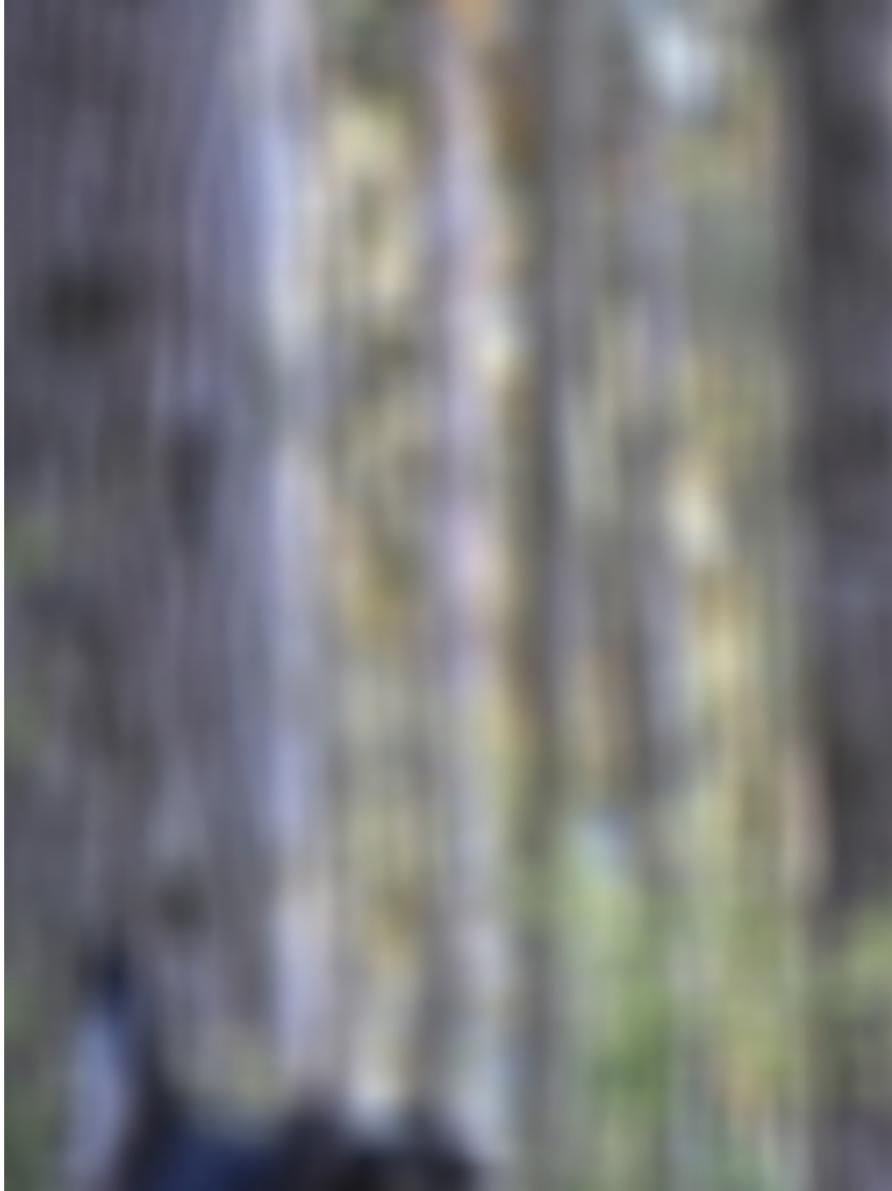


filtrare cu filtru de medie

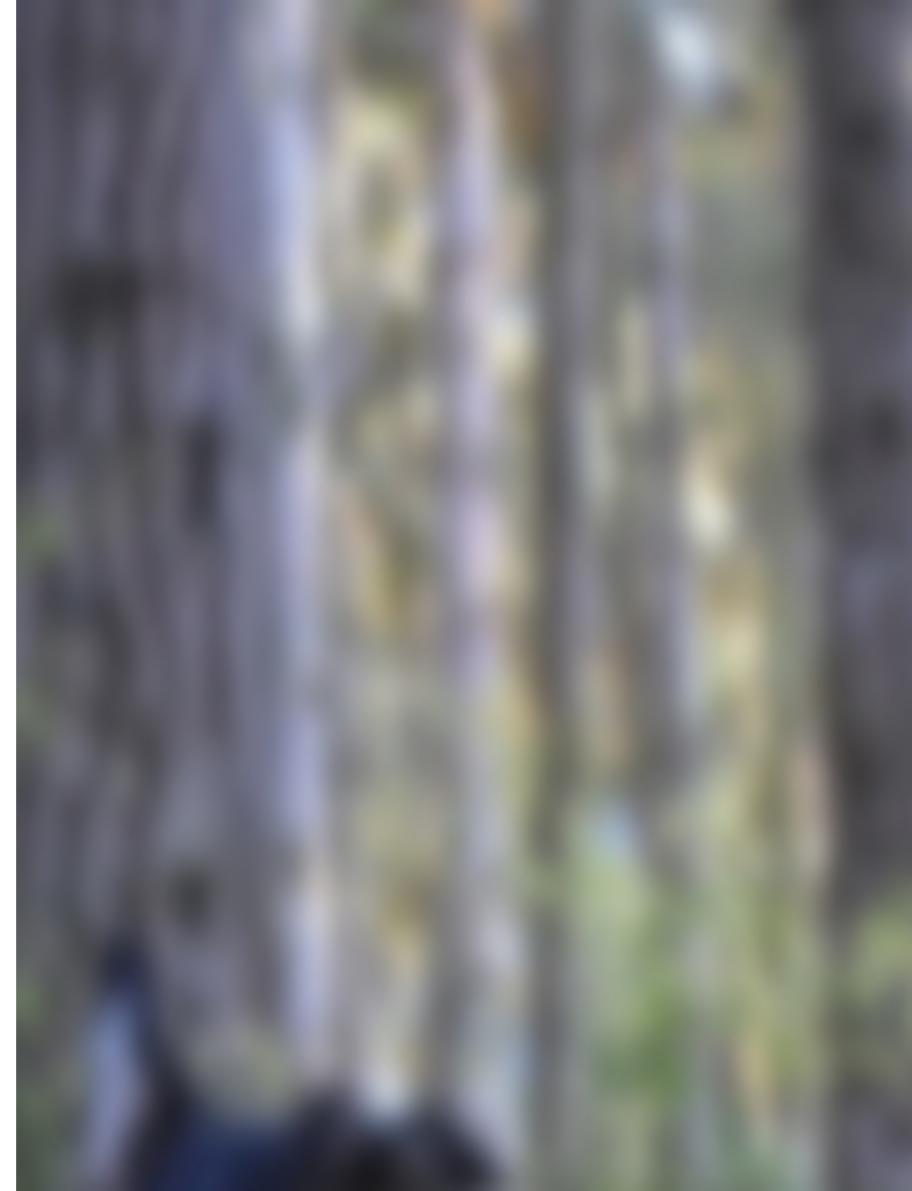


filtrare cu filtru Gaussian

# Blurarea unei imagini cu filtru Gaussian



filtrare cu filtru de medie



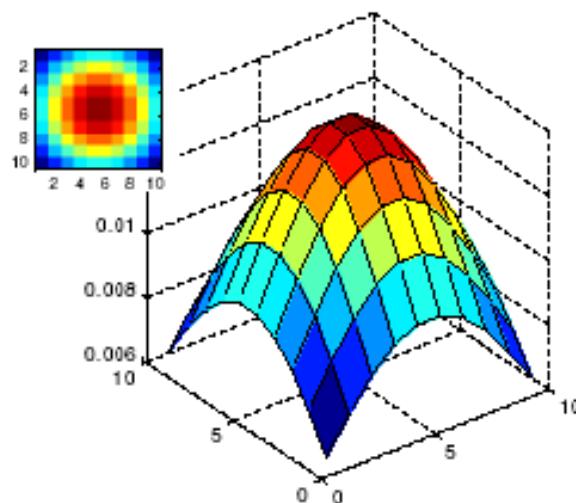
filtrare cu filtru Gaussian

# Filtre normale (Gaussiene)

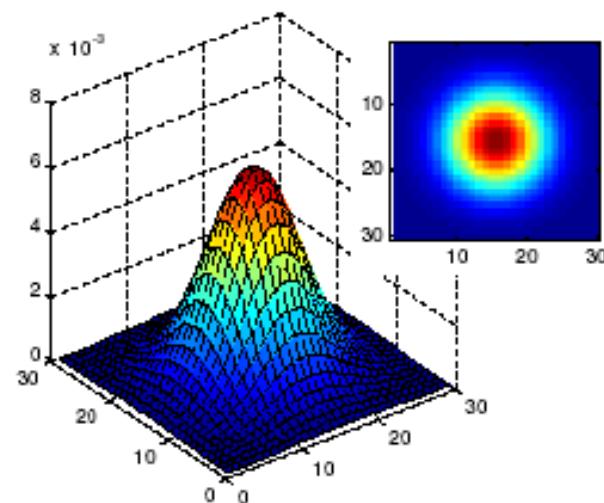
- Care sunt parametri ce definesc filtrul?

## 1. Dimensiunea

- funcțiile normale (Gaussiene) au suport infinit ( $> 0$ ), însă filtrele au dimensiune finită



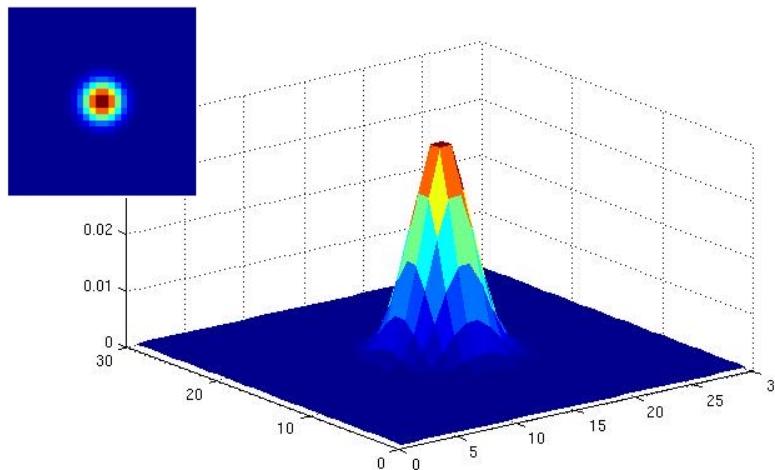
$\sigma = 5$   
10 x 10



$\sigma = 5$   
30 x 30

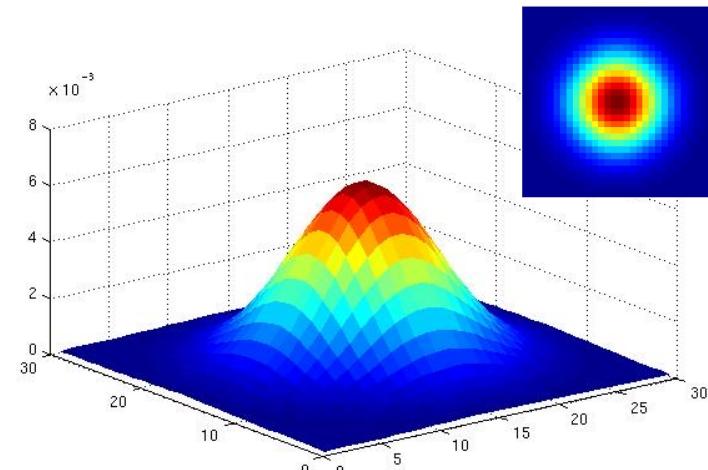
# Filtre normale (Gaussiene)

- Care sunt parametri ce definesc filtrul?
- 2. Deviația standard:** cât de “neted” e filtrul



$$\sigma = 2$$

30 x 30

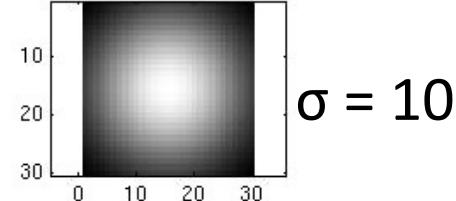
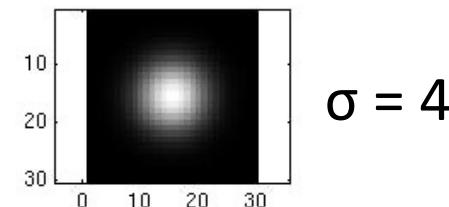
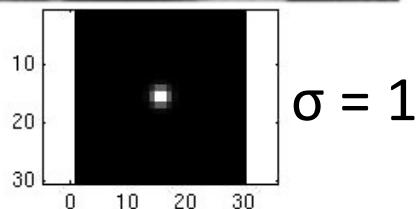


$$\sigma = 5$$

30 x 30

# Blurarea unei imagini cu un filtru Gaussian

Parametrul  $\sigma$  – controlează “netezimea” filtrului



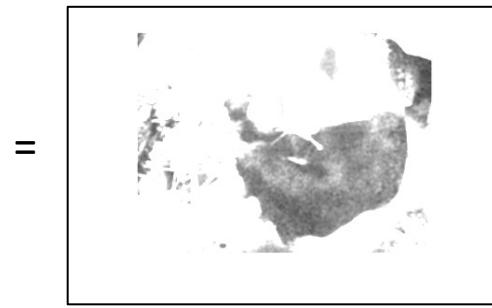
# Proprietăți ale filtrelor de blurare ("smoothing")

1. valori pozitive;
2. suma lor = 1 → pentru regiuni constante (toți pixelii au aceeași valoare → perete alb), output = input;
3. gradul de blurare/netezire este proporțional cu dimensiunea filtrului;
4. elimină regiunile de pixeli cu varianță mare în intensitate (frecvențe înalte); se mai numesc filtre "trece-jos" ("low-pass")

# Proprietăți ale filtrelor de blurare ("smoothing")

ce se întâmplă (ce caracteristici are imaginea rezultată) dacă avem un filtru de blurare care nu este normalizat (suma elementelor filtrului  $\neq 1$ )?

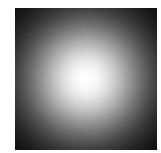
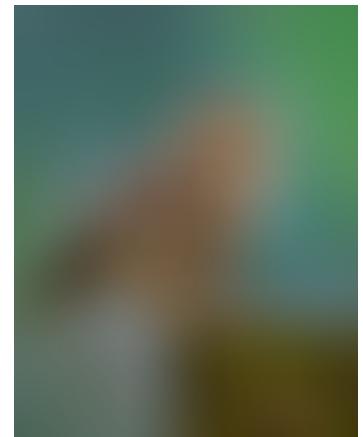
1	1	1
1	1	1
1	1	1



Dacă suma elementelor filtrului  $> 1 \rightarrow$  imaginea se luminează  
Dacă suma elementelor filtrului  $< 1 \rightarrow$  imaginea se întunecă

# Filtrarea imaginilor color

$$I(x, y) = \begin{bmatrix} r(x, y) \\ g(x, y) \\ b(x, y) \end{bmatrix} \longrightarrow F \otimes I = \begin{bmatrix} F \otimes r \\ F \otimes g \\ F \otimes b \end{bmatrix}$$



$\sigma = 30$  pixels

# Filtrarea imaginilor color

PYTHON:  $f = \text{np.ones}((1,9))/9$   
 $F = \text{cv2.filter2D(img,-1,f)}$



Imagine inițială I



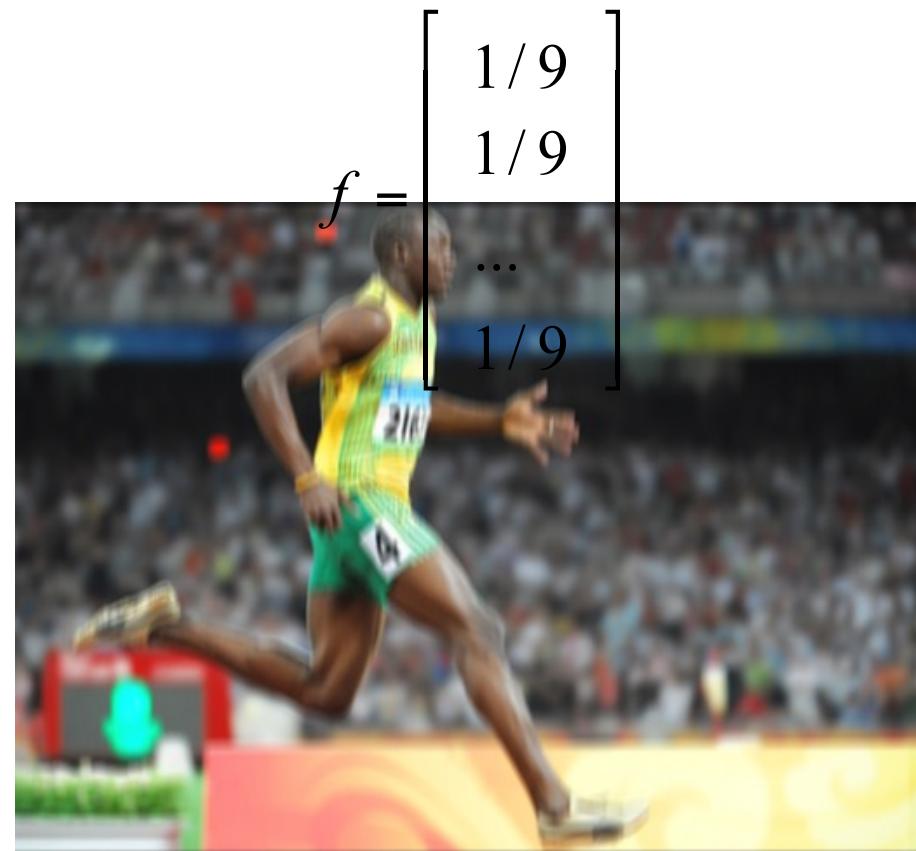
Imagine filtrată  $f * I$

# Filtrarea imaginilor color

PYTHON:  $f = \text{np.ones}((9,1))/9$   
 $F = \text{cv2.filter2D(img,-1,f)}$



Imagine inițială  $I$



Imagine filtrată  $f * I$

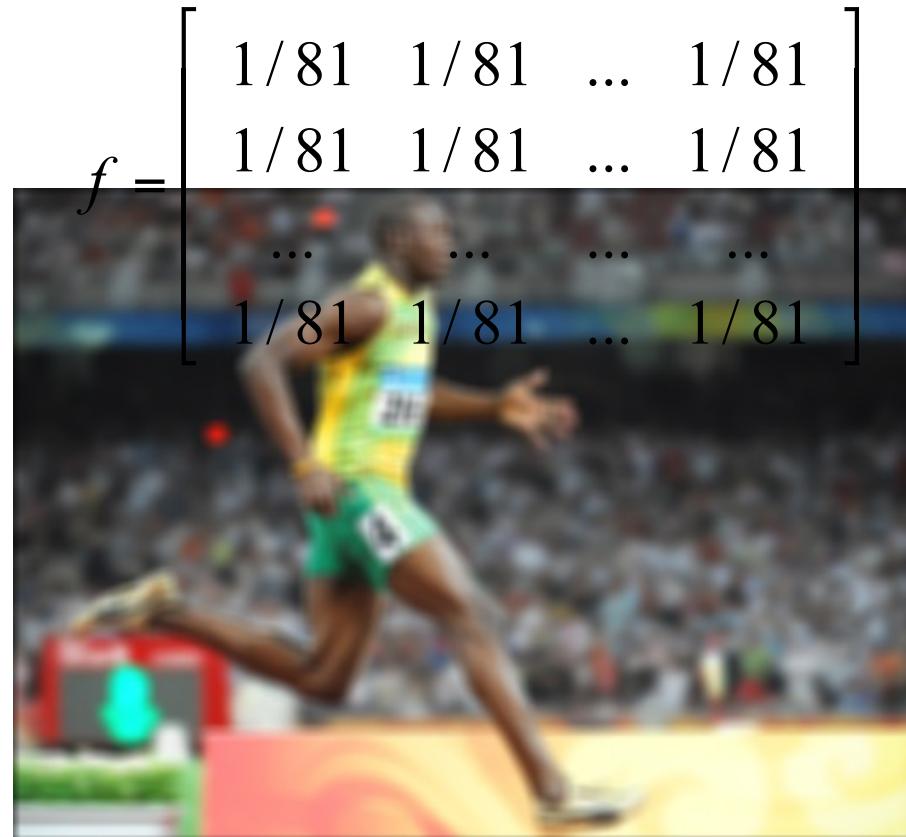
$$f = \begin{bmatrix} 1/9 \\ 1/9 \\ \dots \\ 1/9 \end{bmatrix}$$

# Filtrarea imaginilor color

PYTHON: `f = np.ones((9,9))/81`  
`F = cv2.filter2D(img,-1,f)`



Imagine inițială I



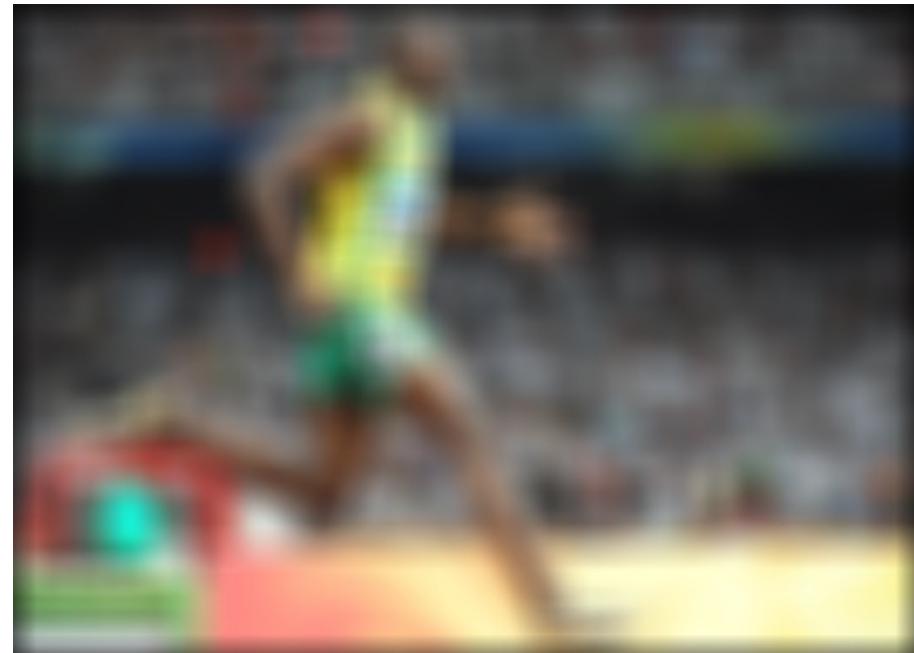
Imagine filtrată  $f * I$

# Filtrarea imaginilor color

PYTHON:  $f = \text{np.ones}((27,27))/(27*27)$   
 $F = \text{cv2.filter2D(img, -1, f)}$



Imagine inițială I



Imagine filtrată  $f * I$

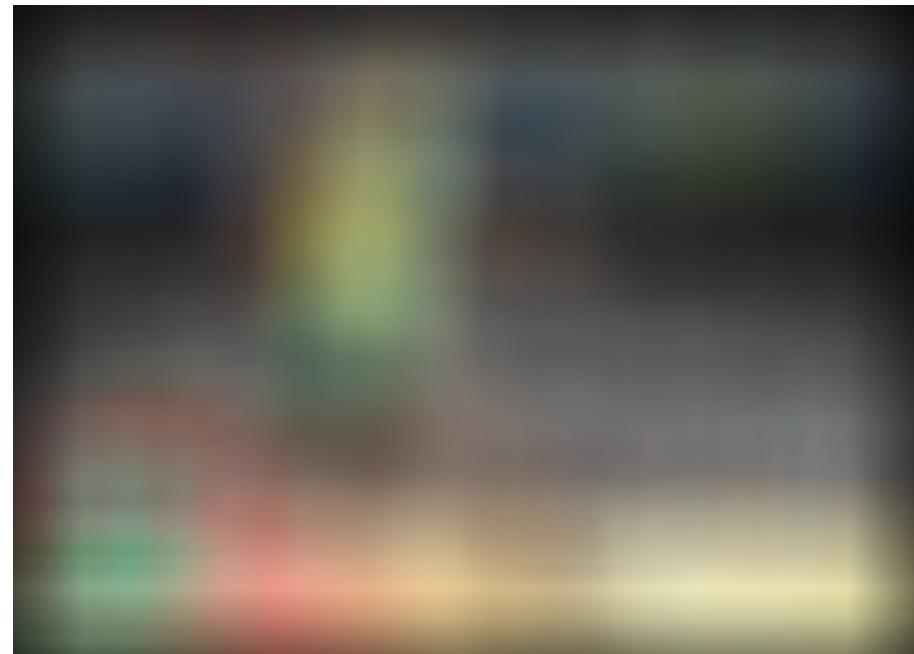
# Filtrarea imaginilor color

PYTHON:  $f = \text{np.ones}((81,81))/(81*81)$

$F = \text{cv2.filter2D}(\text{img}, -1, f)$



Imagine inițială I



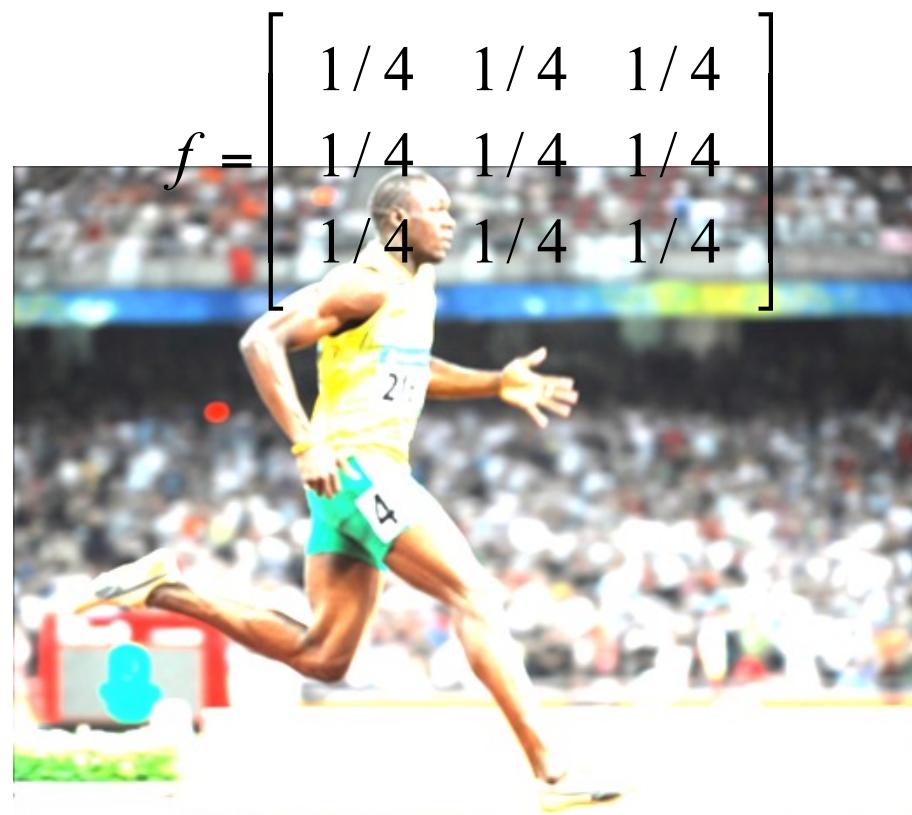
Imagine filtrată  $f * I$

# Filtrarea imaginilor color

PYTHON:  $f = \text{np.ones}((3,3))/4$   
 $F = \text{cv2.filter2D(img,-1,f)}$



Imagine inițială I



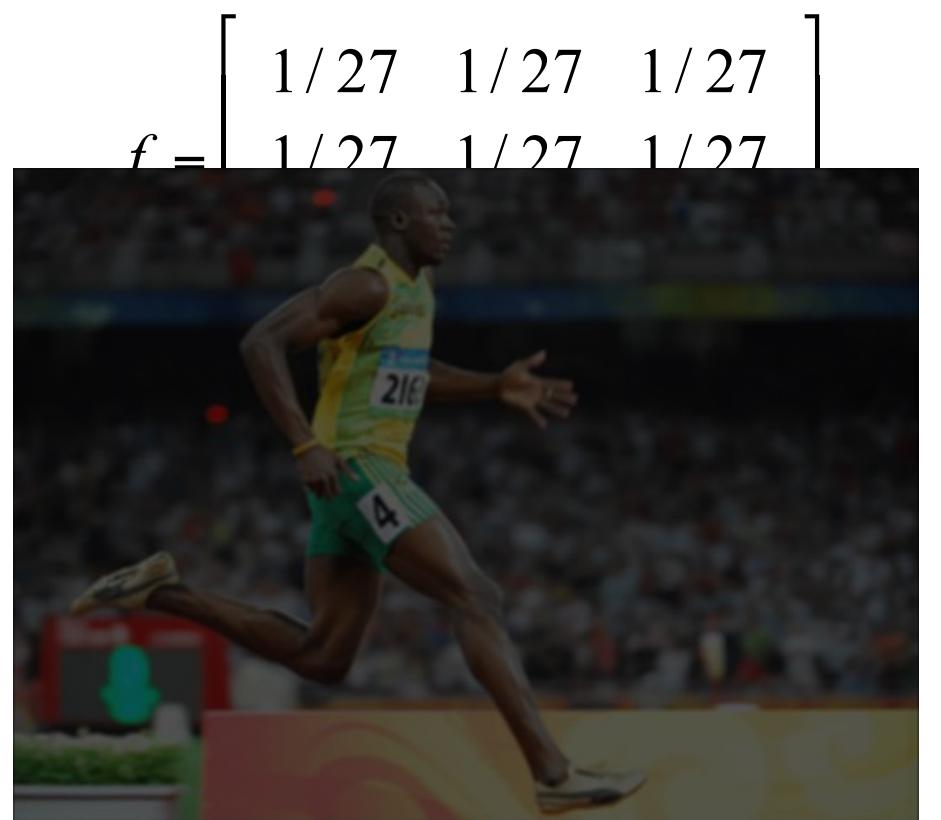
Imagine filtrată  $f * I$

# Filtrarea imaginilor color

PYTHON:  $f = \text{np.ones}((3,3))/27$   
 $F = \text{cv2.filter2D(img,-1,f)}$



Imagine inițială I



Imagine filtrată  $f * I$

# Aplicație: Imagini hibrid

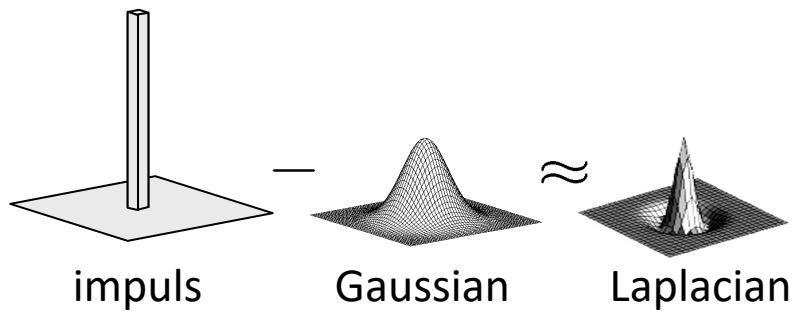
filtru Gaussian

(low pass filter – obține frecvențe joase)

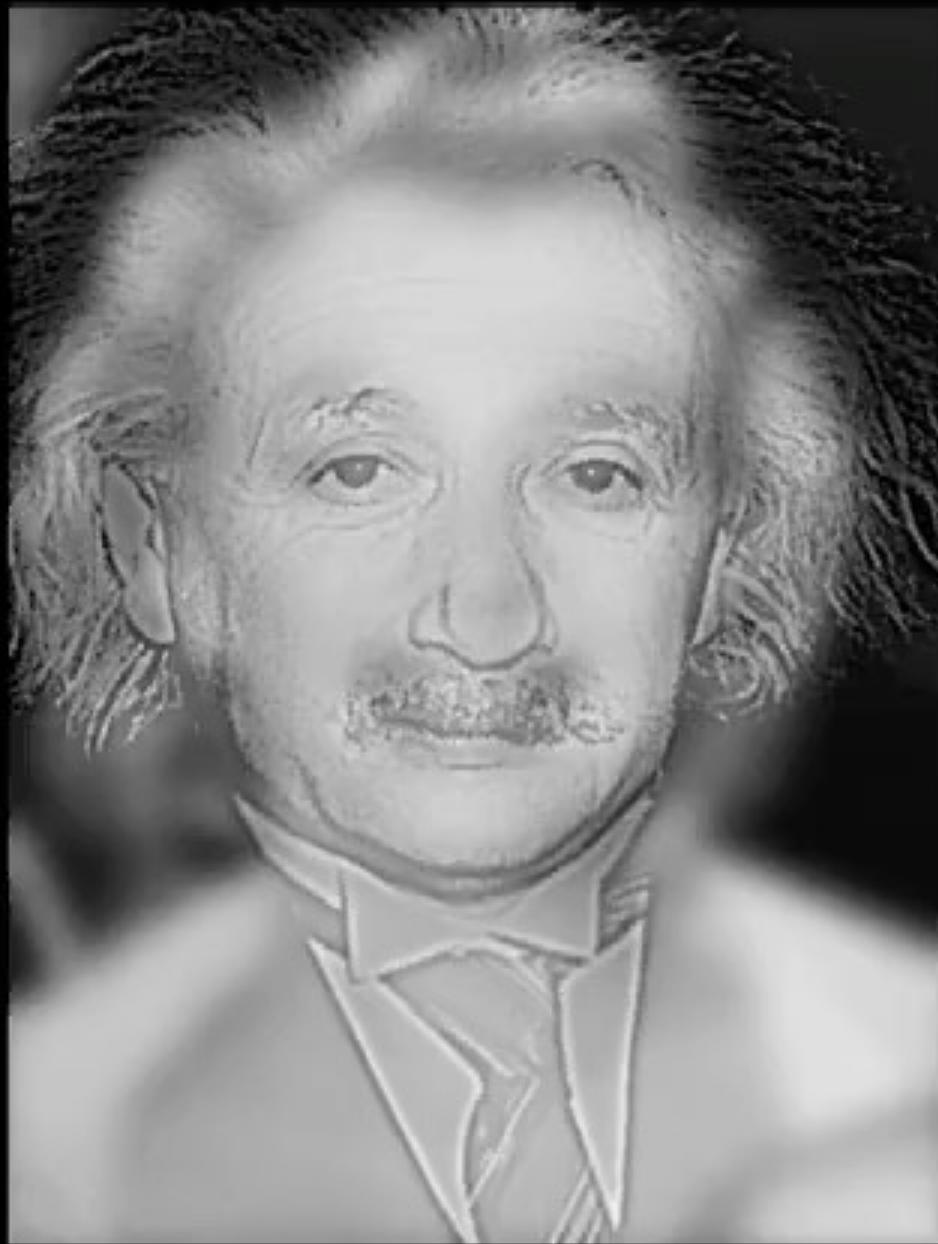


filtru Laplacian

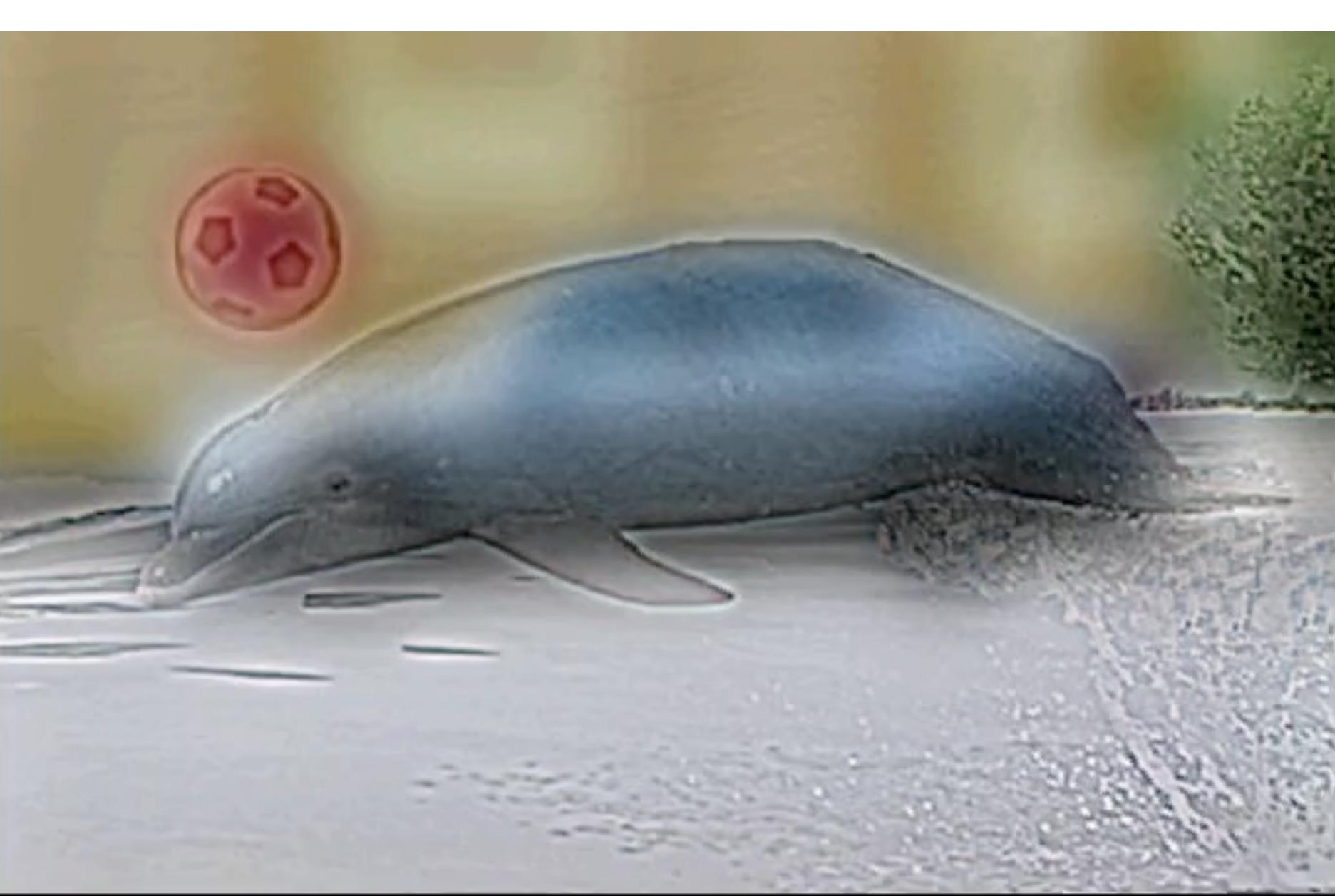
(high pass filter – obține frecvențe înalte)



A. Oliva, A. Torralba, P.G. Schyns,  
“Hybrid Images” SIGGRAPH 2006







# Filtrarea unui semnal impuls

Ce rezultă în urma filtrării semnalului impuls (imaginea)  $I$  cu filtrul  $F$ ?

a	b	c
d	e	f
g	h	i

$$F[u, v]$$



0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$$I[x, y]$$


$$O[x, y]$$

# Filtrarea unui semnal impuls

Ce rezultă în urma filtrării semnalului impuls (imaginea)  $I$  cu filtrul  $F$ ?

a	b	c
d	e	f
g	h	i



$$F[u, v]$$

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0					0	0
0	0					0	0
0	0					0	0
0	0					0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$

# Filtrarea unui semnal impuls

Ce rezultă în urma filtrării semnalului impuls (imaginea)  $I$  cu filtrul  $F$ ?

a	b	c
d	e	f
g	h	i



$$F[u, v]$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	?	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$

# Filtrarea unui semnal impuls

Ce rezultă în urma filtrării semnalului impuls (imaginea)  $I$  cu filtrul  $F$ ?

a	b	c
d	e	f
g	h	i



$$F[u, v]$$

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	i	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$

# Filtrarea unui semnal impuls

Ce rezultă în urma filtrării semnalului impuls (imaginea)  $I$  cu filtrul  $F$ ?

a	b	c
d	e	f
g	h	i



$$F[u, v]$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$I[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	i	h	g	0	0	0
0	0	f	e	d	0	0	0
0	0	c	b	a	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$O[x, y]$$

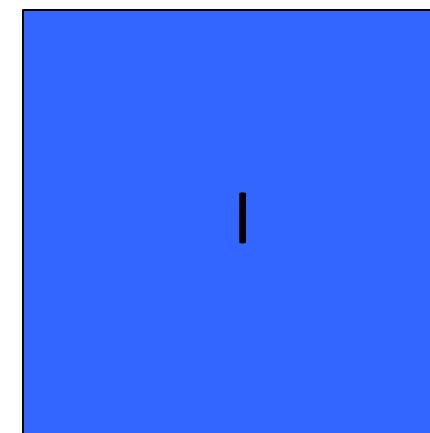
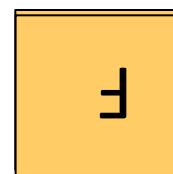
# Convoluție

- Convoluție:
  - inversăm filtrul în ambele direcții (jos ↔ sus, dreapta ↔ stânga)
  - aplicăm corelația

$$O[i, j] = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F[u, v] I[i - u, j - v]$$

$$O = F \star I$$

↑  
*notație pentru conoluție*



# Convoluție vs. corelație

Convoluție

$$O[i, j] = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F[u, v] I[i - u, j - v]$$

$$O = F \star I$$

Corelație

$$O[i, j] = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k F[u, v] I[i + u, j + v]$$

$$O = F \otimes I$$

Pentru un filtru normal/de medie, cum diferă output-ul?

Pentru input = un semnal impuls, cum diferă output-ul?

# Output = ?

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{matrix} \text{eye image} \\ = ? \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{matrix} \text{eye image} \\ = ? \end{matrix}$$

$$\left[ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right] * \begin{matrix} \text{eye image} \\ = ? \end{matrix}$$

# Filtre liniare

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

\*



=

?

input

output

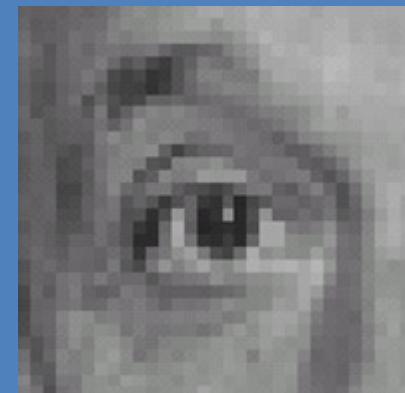
# Filtre liniare

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

\*



input

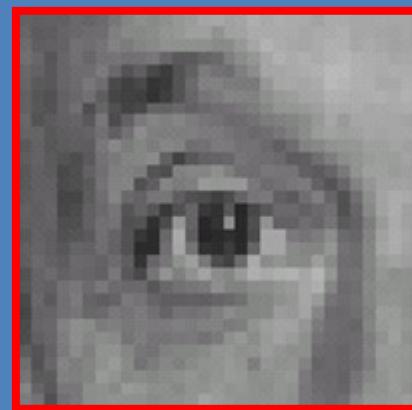


output (la fel)

# Filtre liniare

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

\*



=

?

input

output

# Filtre liniare

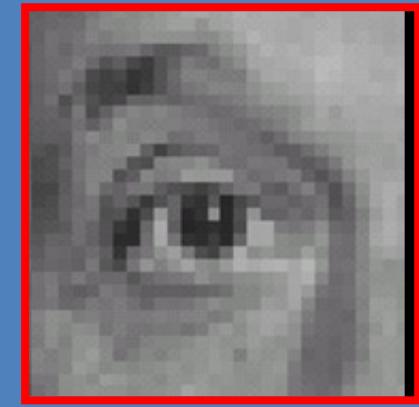
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

\*



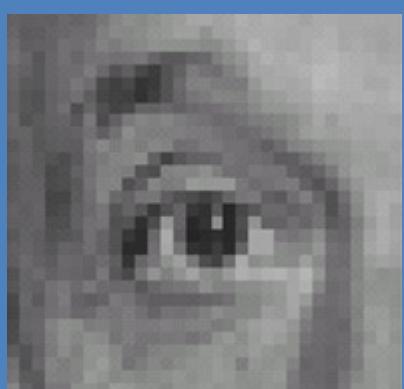
input

=



output: deplasat la  
stânga cu 1 pixel

# Filtre liniare

$$\frac{1}{9} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} \text{input} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{output} \end{matrix}$$


# Filtre liniare

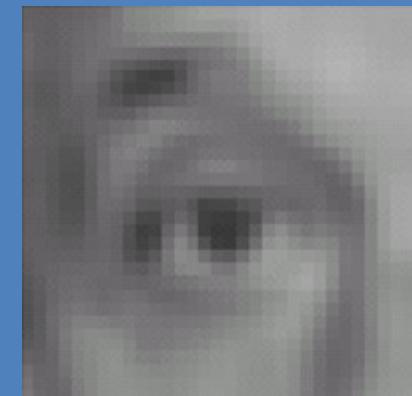
$$\frac{1}{9} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

\*



input

=



blurat  
(cu filtru de medie)

# Filtre liniare

$$\left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] - \frac{1}{9} \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

(Suma = 1)



input

?

output

# Filtre liniare

$$\frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 17 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

\*



=

?

(Suma = 1)

input

output

# Filtre liniare

$$\frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 17 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

(Suma = 1)

\*



input



output

Filtru de accentuare - accentuează diferențele cu ajutorul mediilor locale

# Reducerea de zgomot



imagine originală



“salt and pepper”



impuls



normal

# Reducerea zgomotului “salt and pepper”



Aplicăm un filtru Gaussian de dimensiune  $n \times n$

$3 \times 3$



$5 \times 5$



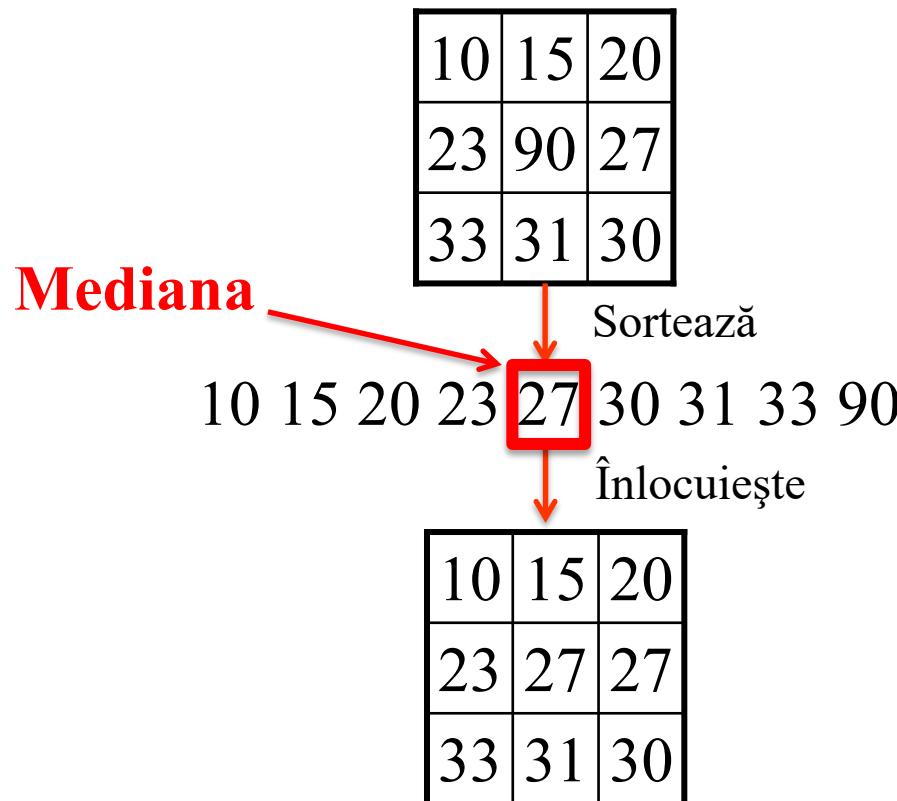
$7 \times 7$



Zgomotul se elimină dar imaginea se deteriorează  
(blurare + zgomotul se împărăștie la pixelii vecini)

# Filtru median

- Un **filtru median** operează asupra unei ferestre prin selectarea intensității mediane



# Filtru median

- Un **filtru median** operează asupra unei ferestre prin selectarea intensității mediane
- Este liniar? ( $\text{median}(I_1+I_2) = \text{median}(I_1) + \text{median}(I_2)$ )

$$\text{mediana}(\begin{array}{|c|c|c|}\hline 10 & 10 & 10 \\ \hline 10 & 15 & 20 \\ \hline 20 & 20 & 20 \\ \hline \end{array}) + \text{mediana}(\begin{array}{|c|c|c|}\hline 10 & 10 & 10 \\ \hline 10 & 5 & 20 \\ \hline 20 & 20 & 20 \\ \hline \end{array}) = \text{mediana}(\begin{array}{|c|c|c|}\hline 20 & 20 & 20 \\ \hline 20 & 20 & 40 \\ \hline 40 & 40 & 40 \\ \hline \end{array}) = 20$$

$$\text{mediana}(\begin{array}{|c|c|c|}\hline 10 & 10 & 10 \\ \hline 10 & 15 & 20 \\ \hline 20 & 20 & 20 \\ \hline \end{array}) + \text{mediana}(\begin{array}{|c|c|c|}\hline 10 & 10 & 10 \\ \hline 10 & 5 & 20 \\ \hline 20 & 20 & 20 \\ \hline \end{array}) = 15 + 10 = 25$$

- NU este liniar

# Filtrul median vs. filtrul Gaussian

$3 \times 3$

$5 \times 5$

$7 \times 7$

filtru  
Gaussian



zgomot

“salt and peper”

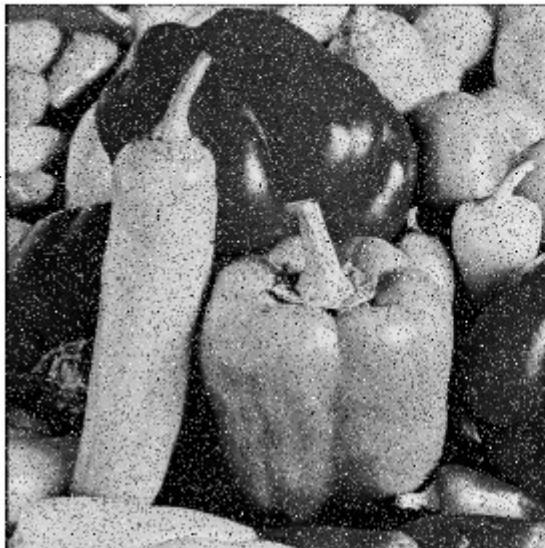
filtru  
median



Zgomotul se elimină imaginea cu un filtru median  $3 \times 3$ . Pentru vecinătăți mai mari imaginea se deteriorează (se uniformizează).

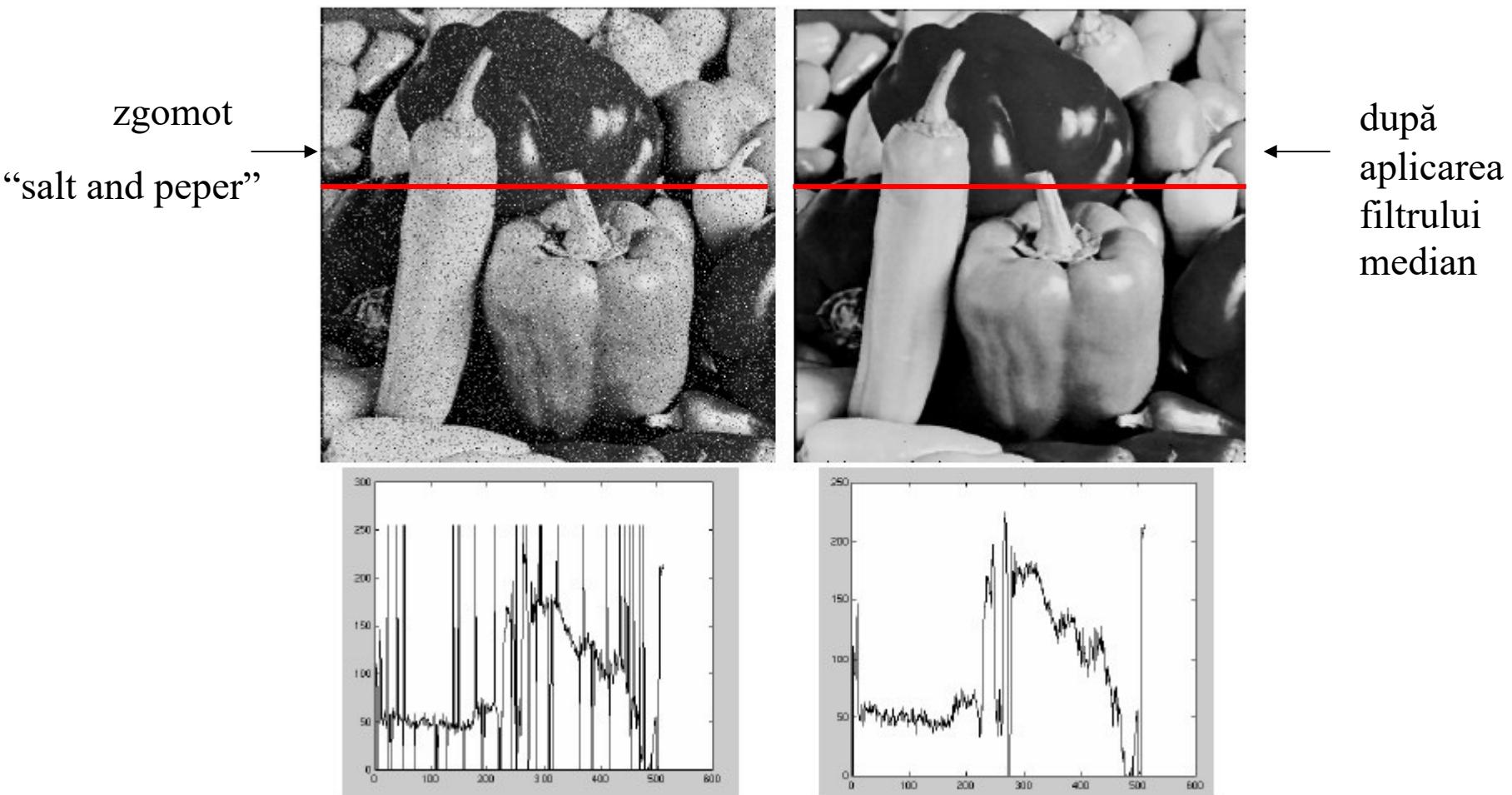
# Filtrul median

zgomot  
“salt and peper”



după  
aplicarea  
filtrului  
median

# Filtrul median



Plotăm intensitatea pentru pixelii (de pe linia roșie) din imagini