

Concepte și aplicații în Vederea Artificială

Bogdan Alexe

bogdan.alexe@fmi.unibuc.ro

Radu Ionescu

radu.ionescu@fmi.unibuc.ro

Curs opțional

anii III/IV, semestrul I, 2024-2025

CONSILIUL FMI 17.19.2024

Ordinea de zi

1. Aprobarea minutilor ședințelor CF (cu vot electronic) din Minuta CF din 12.07.2024, CF din 16.07.2024, Minuta CF din 22.07.2024, Minuta CF din 01.08.2024, Minuta CF din 12.09.2024, Minuta CF din 14-15.09.2024, Minuta CF din 18.09.2024, Minuta CF din 24.09.2024, Minuta CF din 26.09.2024
2. Aprobarea standardelor științifice minimale pentru cadrele didactice din FMI.
3. Aprobarea Metodologiei pentru acordarea burselor studenților FMI (licență și master).
4. Prezentarea raportului CDOS 2024.
5. Aprobarea scoaterii la concurs a unor posturi didactice pe semestrul I.
6. Aprobarea comisiei de atribuire a burselor la nivel de facultate
7. Avizarea rezultatelor alegerilor reprezentanților studenților FMI în CF și în Senat.
8. Avizarea propunerii Departamentului de Informatică pentru candidatura domnului prof. univ. dr. Victor Mitrana pentru Premiile Senatului la categoria profesor emerit al anului.
9. Aprobarea listelor de experti ce vor ține ore în regim de plată cu ora.
10. Diverse
 - Olimpiada de Inteligență Artificială
 - Standarde pentru redactarea lucrării de licență sau disertație la informatică
 - Modificări ale criteriilor de acordare a gradărilor de merit la departamentul de informatică.
 - Discuții lista concursurilor acceptate de FMI pentru admitere
 - Modificarea tipului de subiect de matematică la admitere

CONSILIUL FMI 17.19.2024

Ordinea de zi

1. Aprobarea minuteror ședințelor CF (cu vot electronic) din Minuta CF din 12.07.2024, CF din 16.07.2024, Minuta CF din 22.07.2024, Minuta CF din 01.08.2024, Minuta CF din 12.09.2024, Minuta CF din 14-15.09.2024, Minuta CF din 18.09.2024, Minuta CF din 24.09.2024, Minuta CF din 26.09.2024
2. Aprobarea standardelor științifice minimale pentru cadrele didactice din FMI.
3. Aprobarea Metodologiei pentru acordarea burselor studenților FMI (licență și master).
4. Prezentarea raportului CDOS 2024.
5. Aprobarea scoaterii la concurs a unor posturi didactice pe semestrul I.
6. Aprobarea comisiei de atribuire a burselor la nivel de facultate
7. Avizarea rezultatelor alegerilor reprezentanților studenților FMI în CF și în Senat.
8. Avizarea propunerii Departamentului de Informatică pentru candidatura domnului prof. univ. dr. Victor Mitrana pentru Premiile Senatului la categoria profesor emerit al anului.
9. Aprobarea listelor de experti ce vor ține ore în regim de plată cu ora.
10. Diverse
 - Olimpiada de Inteligență Artificială
 - Standarde pentru redactarea lucrării de licență sau disertație la informatică
 - Modificări ale criteriilor de acordare a gradărilor de merit la departamentul de informatică.
 - Discuții lista concursurilor acceptate de FMI pentru admitere
 - Modificarea tipului de subiect de matematică la admitere

Cursul trecut

- Aplicații ale filtrelor:

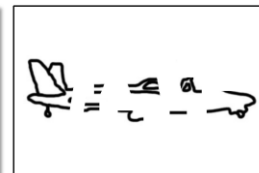
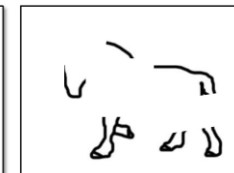
- găsirea șabloanelor



- redimensionarea imaginilor

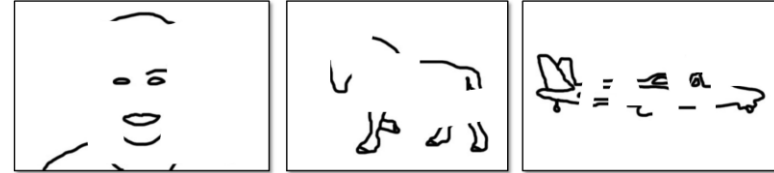


- extragerea informației (gradienți, muchii, textură)

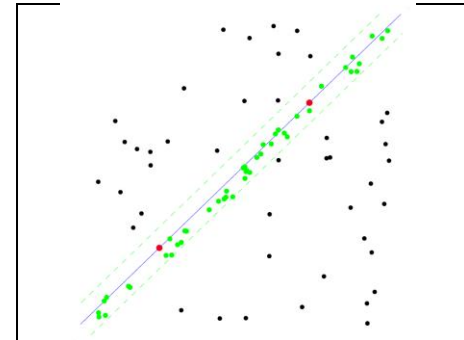
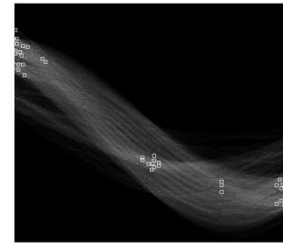


Cursul de azi

- Aplicații ale filtrelor: extragerea informației (muchii)



- Aplicație: detectarea liniilor cu
 - transformata Hough
 - RANSAC (cursul viitor)



Aplicatie laborator:
Redimensionarea imaginilor cu
păstrarea conținutului

Redimensionarea imaginilor cu păstrarea conținutului

Imagine inițială



Redimensionare imagine: vreau să
măresc/micșorez lățimea/înălțimea imaginii

Idee: adaug/elimin înșiruri de pixeli
ce conectează extremitățile imaginii



Cum le aleg?

Redimensionarea imaginilor cu păstrarea conținutului



Redimensionare cu păstrarea conținutului



**Redimensionare uzuală
(funcția `cv.resize` în OpenCV)**

Ideea de bază



Shai Avidan
Mitsubishi Electric Research Lab
Ariel Shamir
The interdisciplinary Center & MERL

<https://www.youtube.com/watch?v=6NcIJXTlugc>

Ideea de bază



Redimensionare cu păstrarea conținutului

Intuiție:

- Păstrăm conținutul cel mai “interesant”
 - Preferăm să eliminăm/adăugăm pixeli cu gradient mic
- Pentru a reduce/mări o dimensiune ,
eliminăm/adăugăm înșiruri de pixeli (drumuri
neregulate) ce conectează extremitățile
 - Soluție optimă folosind programarea dinamică

Ideea de bază – eliminare de drumuri



imaginea I

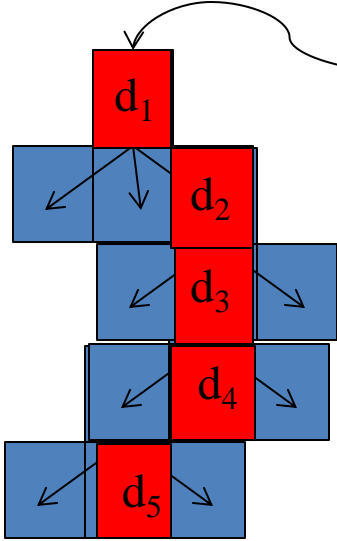


gradientul imaginii I (magnitudine)

$$\nabla I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2}$$

- Eliminăm ‘drumuri’ (înşirui de pixeli) fără a afecta vizibil imaginea:
 - măsurăm ‘costul unui drum’ ca suma magnitudinilor gradientelor pixelilor ce alcătuiesc drumul
- La fiecare iterație, alegem drumul cu **costul cel mai mic** din imagine

Algoritmul



imaginea I



gradientul imaginii I

$$\nabla I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2}$$

Fie \mathbf{d} un **drum vertical** format din N pixeli: $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_N)$

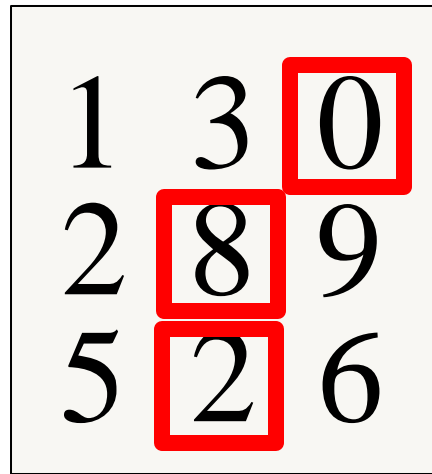
Definim **costul unui drum** : $Cost(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^N \nabla I(d_i)$

Drumul optim minimizează acest cost: $\mathbf{d}^* = \min_{\mathbf{d}} Cost(\mathbf{d})$

Calculăm **drumul optim** în mod eficient folosind **programarea dinamică**

Cum identificăm drumul de cost minim?

- Mai întâi, considerăm o strategie **greedy**:



La fiecare pas aleg cea mai bună soluție locală (aleg pixelii cu gradientul cel mai mic)

Combinarea optimelelor locale NU conduce la optim global

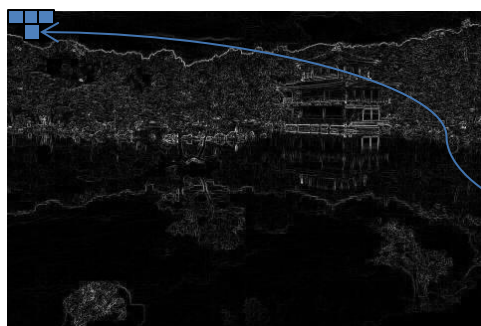


gradientul imaginii

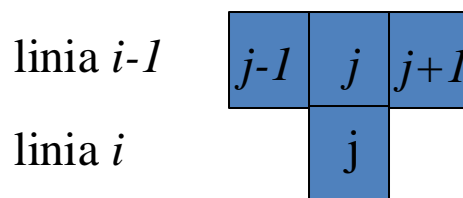
Algoritmul

- Calculăm pentru fiecare pixel (i,j) drumul de cost minim până la (i,j) cu ajutorul celor trei vecini:

$$M(i, j) = \text{MagGradient}(i, j) + \min(M(i-1, j-1), M(i-1, j), M(i-1, j+1))$$



gradientul imaginii



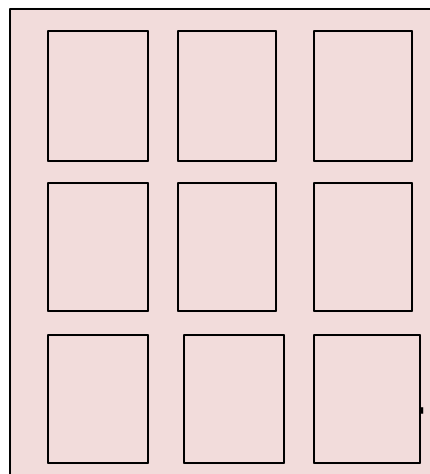
**Matricea M de costuri ale drumurilor
(aici pentru drumuri verticale)**

- Valoarea minimă din ultima linie din **M** reprezintă valoarea drumului vertical de cost minim. Poziția costului minim pe ultima linie localizează ultimul pixel din drum.
- Găsim drumul de cost minim mergând înapoi și găsind drumul minim cu ajutorul celor 3 vecini de sus din **M**

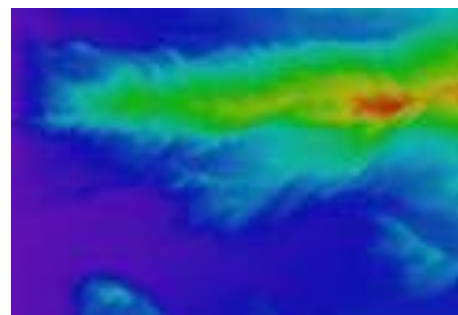
Exemplu – programare dinamică

$$\mathbf{M}(i, j) = \text{MagGradient}(i, j) + \min(\mathbf{M}(i - 1, j - 1), \mathbf{M}(i - 1, j), \mathbf{M}(i - 1, j + 1))$$

1	3	0
2	8	9
5	2	6



gradientul imaginii



**Matricea M de costuri ale drumurilor
(aici pentru drumuri verticale)**

Exemplu – programare dinamică

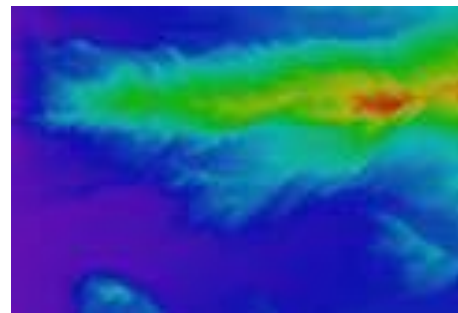
$$M(i, j) = \text{MagGradient}(i, j) + \min(M(i - 1, j - 1), M(i - 1, j), M(i - 1, j + 1))$$

1	3	0
2	8	9
5	2	6

1	3	0
3	8	9
8	5	14



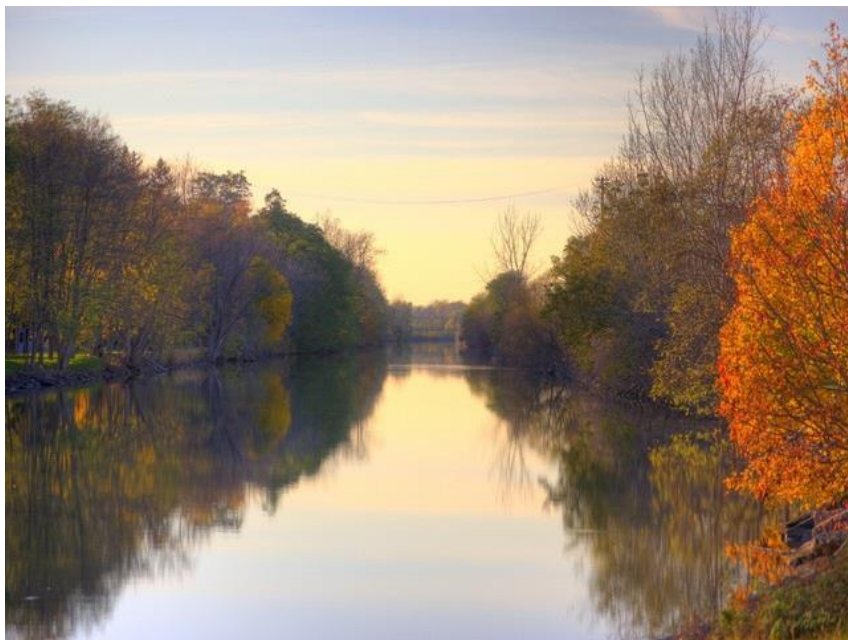
gradientul imaginii



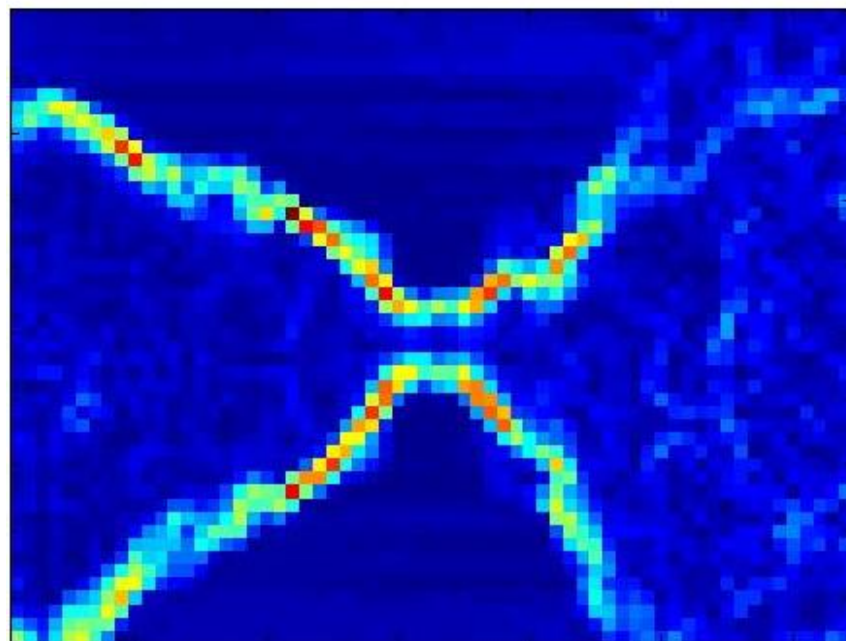
Matricea M de costuri ale drumurilor
(aici pentru drumuri verticale)

Exemplu

Imagine inițială



Matricea M de costuri ale drumurilor



Albastru = cost mic

Roșu = cost mare

Exemplu



Rezultate



**Redimensionare cu
păstrarea conținutului**



**Redimensionare
uzuală (imresize)**

Rezultate



**Redimensionare cu
păstrarea conținutului**



**Redimensionare
uzuală (imresize)**

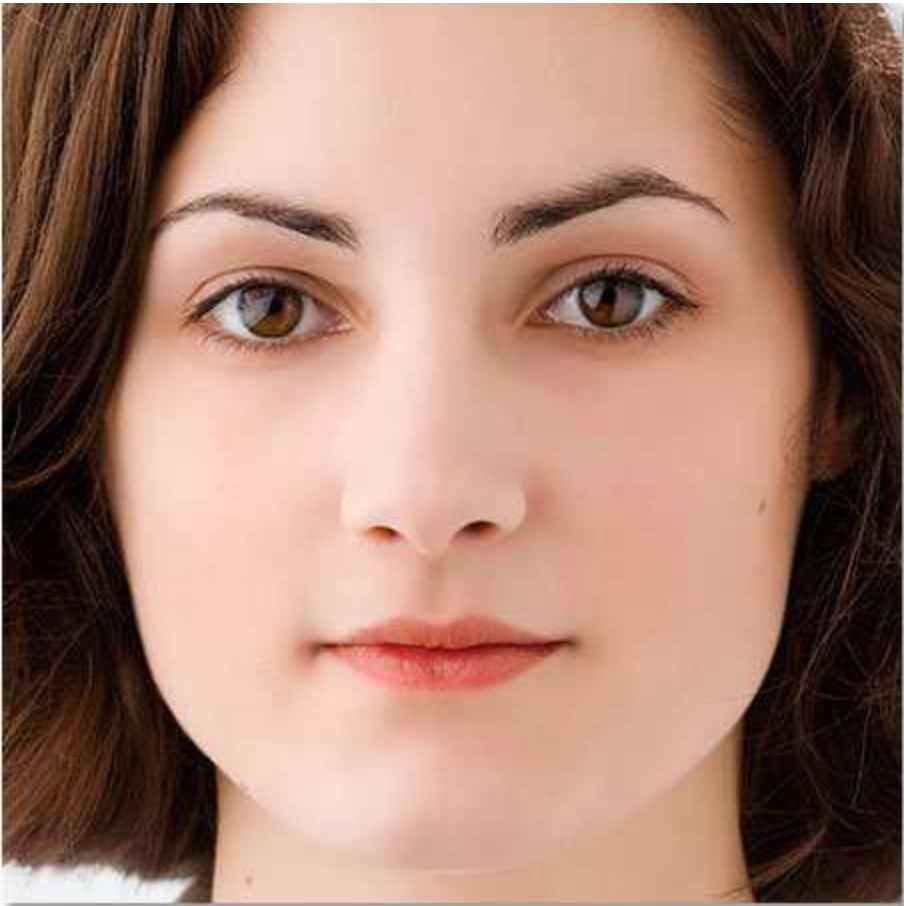


Slide adaptat după K. Grauman

Rezultate - failures



Rezultate - failures



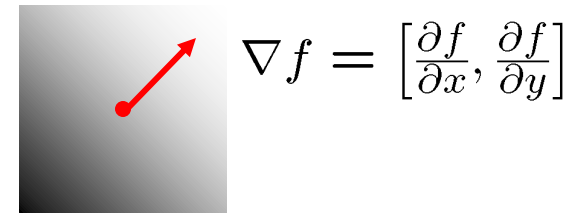
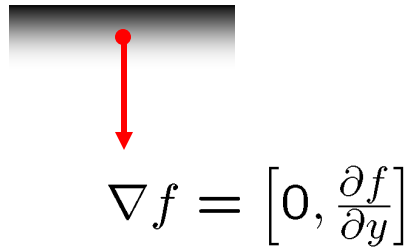
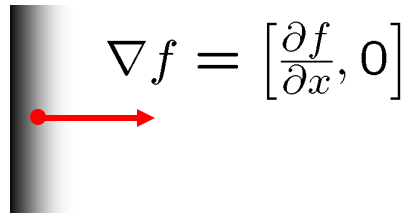
Eliminarea unei regiuni din imagine



Cum transformăm
gradientii în muchii?

Gradientul unei imagini

Gradientul unei imagini în fiecare punct: $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$



Gradientul arată direcția celei mai rapide schimbări în intensitate

- Care este legătura dintre direcția gradientului și direcția muchiei?
- Direcția gradientului este perpendiculară pe direcția muchiei

Direcția gradientului este dată de: $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x} \right)$

Caracterizăm o muchie prin mărimea gradientului:

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \quad \text{sau} \quad \|\nabla f\| = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|$$

Metode de detectare a muchiilor

Putem găsi muchii după 6 metode:

1. metoda Sobel
2. metoda Prewitt
3. metoda Roberts
4. metoda Laplacian-ului unei funcții Gaussiene
5. metoda “zero-crossings”
6. metoda Canny

Metodele Sobel + Roberts + Prewitt

Găsește muchii ca punctele unde gradientul are valori mari (mai mari decât un prag). Calculează gradientul pe baza filtrelor corespunzătoare (Sobel, Roberts, Prewitt).

Prewitt: $M_x =$

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

 ; $M_y =$

1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1

Sobel: $M_x =$

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

 ; $M_y =$

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

Roberts: $M_x =$

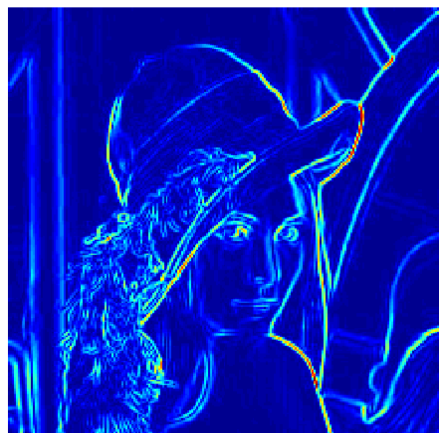
0	1
-1	0

 ; $M_y =$

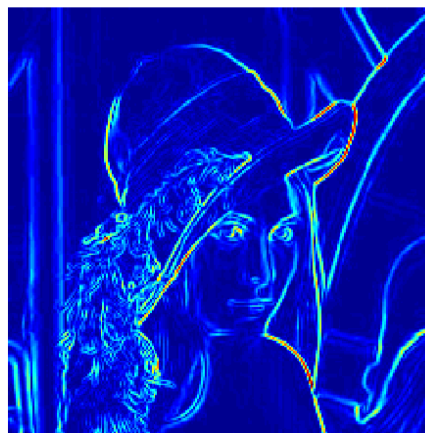
1	0
0	-1

Metodele Sobel + Roberts + Prewitt

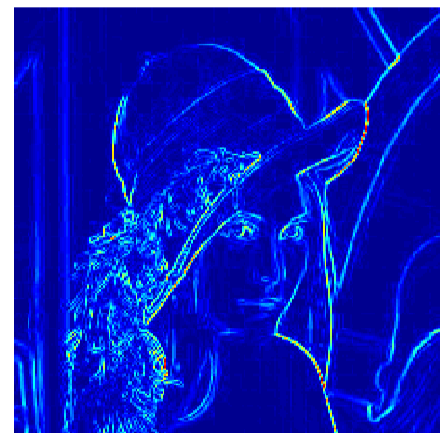
Găsește muchii ca punctele unde gradientul are valori mari (mai mari decât un prag). Calculează gradientul pe baza filtrelor corespunzătoare (Sobel, Roberts, Prewitt).



Gradientul imaginii
calculat prin metoda Sobel



Gradientul imaginii calculat
prin metoda Roberts



Gradientul imaginii calculat
prin metoda Prewitt

Metodele Sobel + Roberts + Prewitt

Găsește muchii ca punctele unde gradientul are valori mari (mai mari decât un prag). Calculează gradientul pe baza filtrelor corespunzătoare (Sobel, Roberts, Prewitt).



Sobel



Roberts



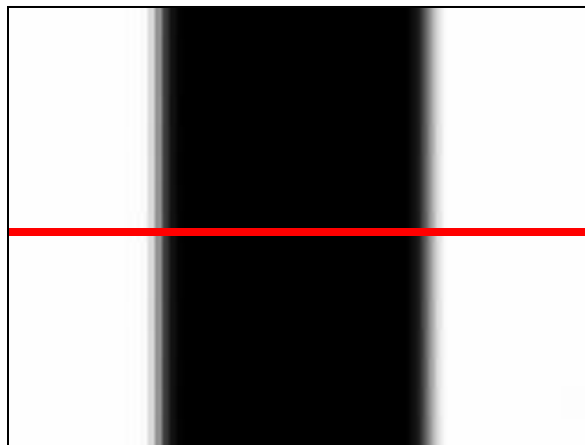
Prewitt

**Avem nevoie de un prag = threshold pentru a obține muchii (pixelii din muchie = edgels)
Toți pixelii cu gradient > prag devin 1 (edgels – parte din muchie), restul devin 0.**

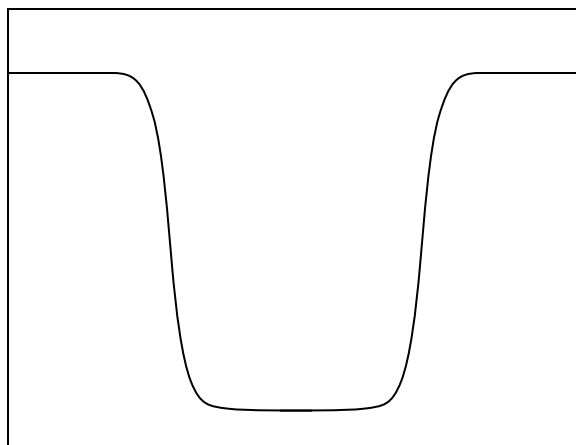
Obținerea filtrului Laplacian

O muchie este locul în care se produce o schimbare bruscă a funcției de intensitate

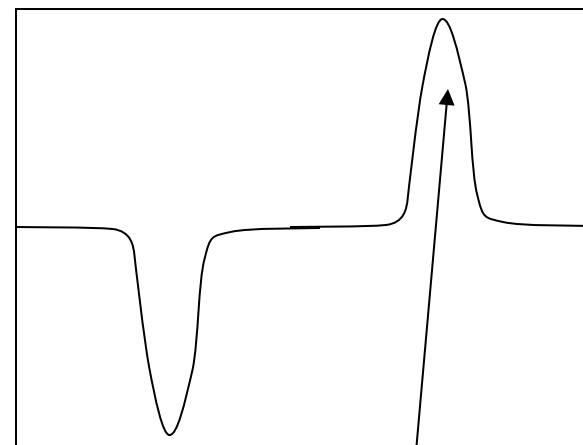
image



funcția de intensitate
(de-a lungul liniei roșii)



derivata funcției
de intensitate

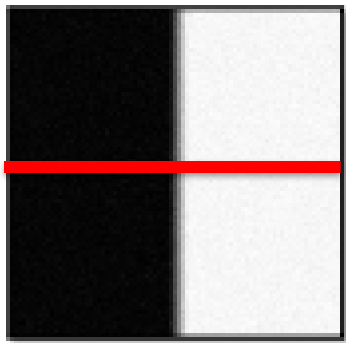


muchiile corespund punctelor
de extrem ale derivatei

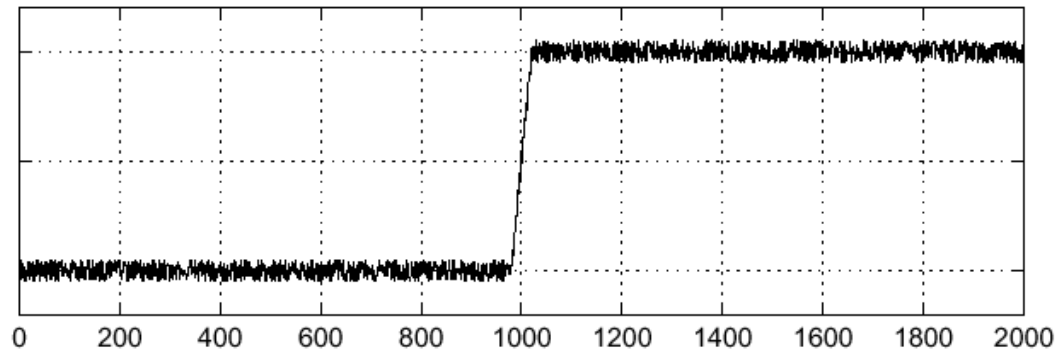
Efectul zgomotului – 1D

Considerăm **linia roșie a imaginii**

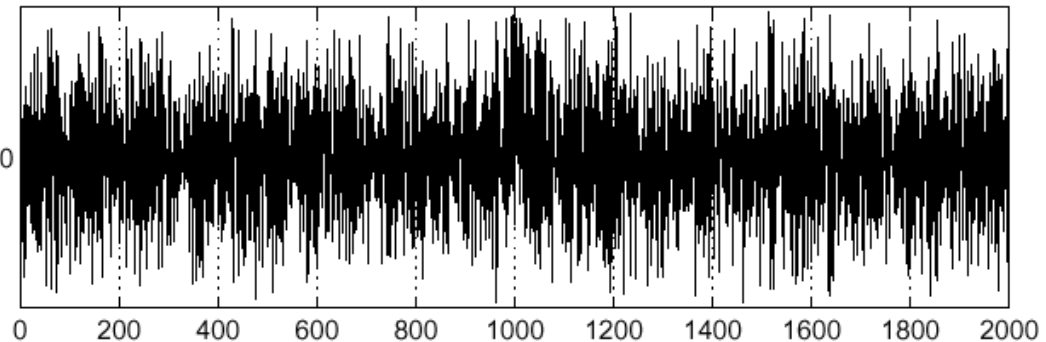
– plotăm intensitatea în funcție de poziție



$f(x)$

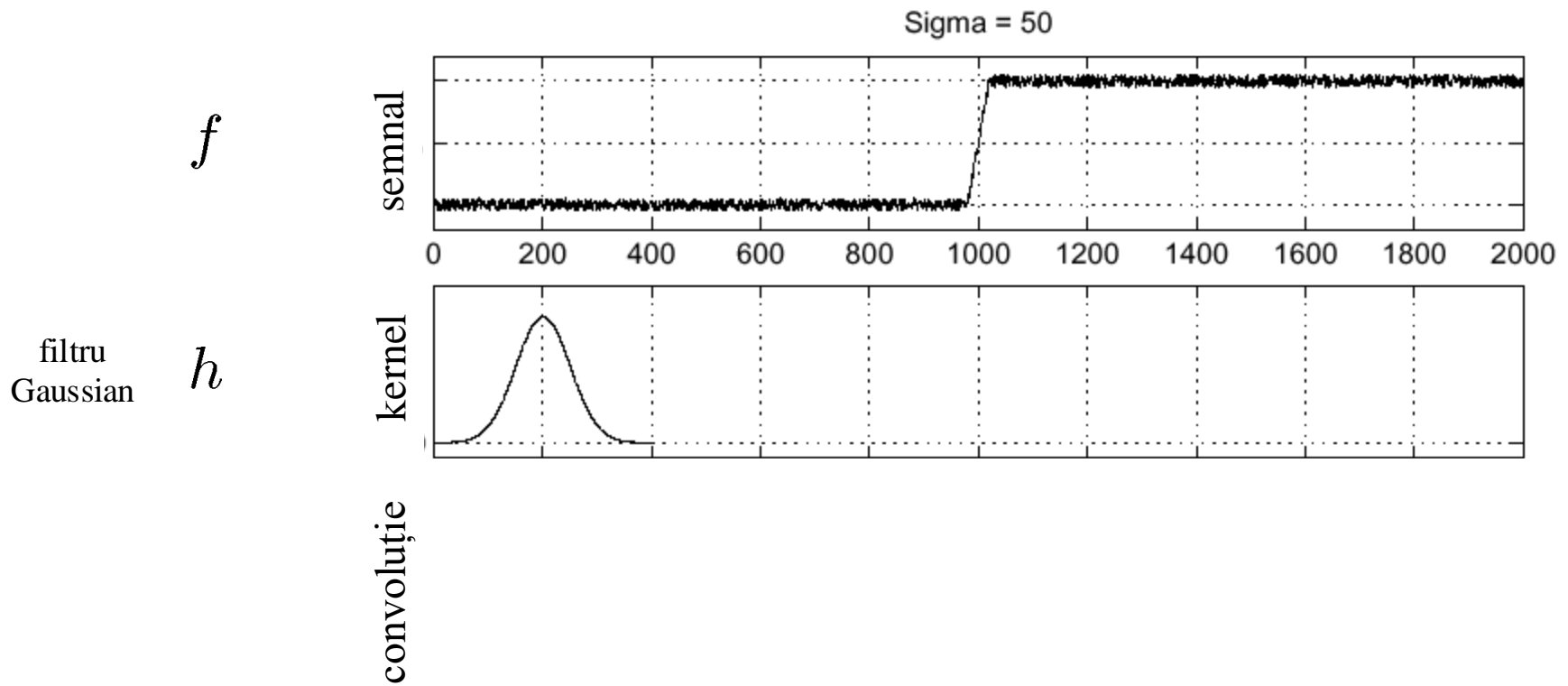


$\frac{d}{dx}f(x)$



Unde este muchia?

Soluție: blurăm cu un filtru Gaussian – 1D



Unde este muchia?

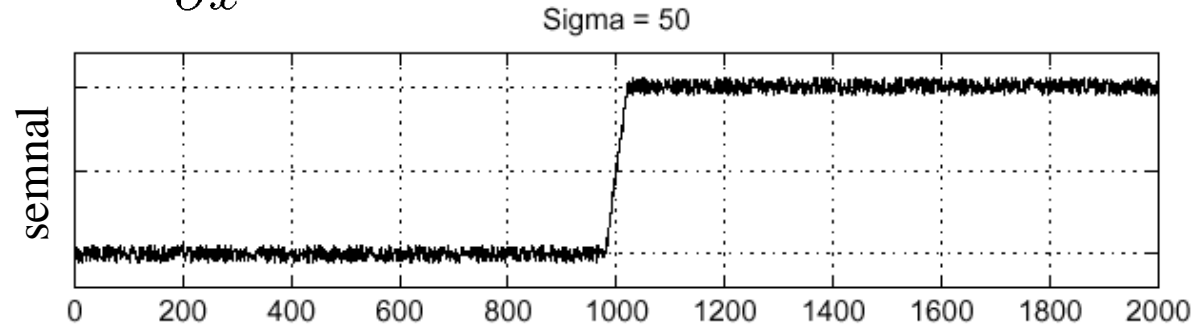
Căutăm punctele de
extrem local în

$\frac{\partial}{\partial x}(h \star f)$ = zerourile
funcției $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(h \star f)$

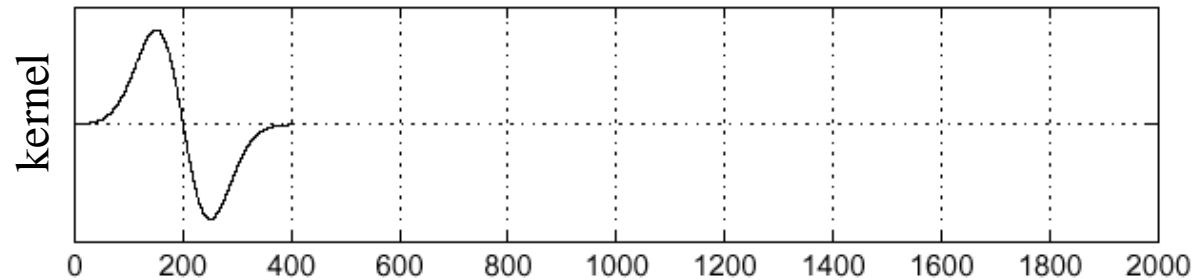
Proprietatea de diferențiabilitate a convoluției

$$\frac{\partial}{\partial x}(h \star f) = \left(\frac{\partial}{\partial x}h\right) \star f$$

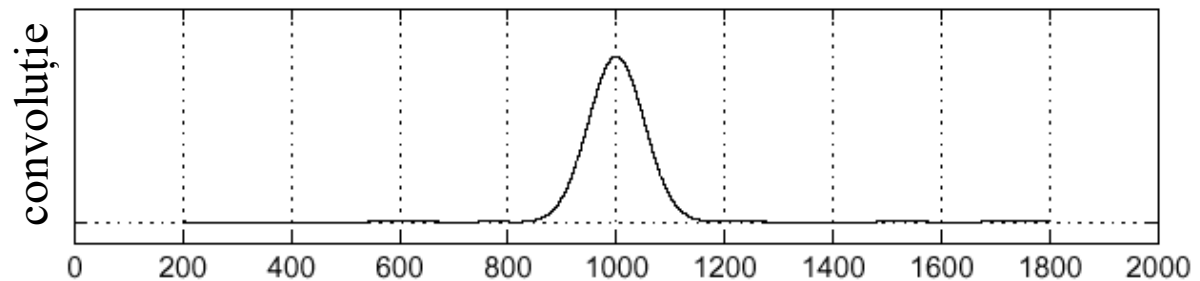
f



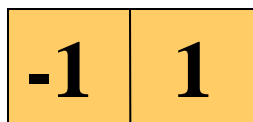
$\frac{\partial}{\partial x}h$



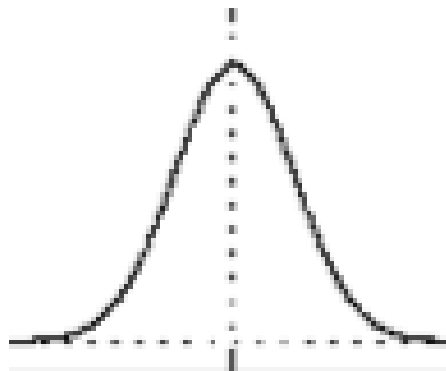
$\left(\frac{\partial}{\partial x}h\right) \star f$



1D

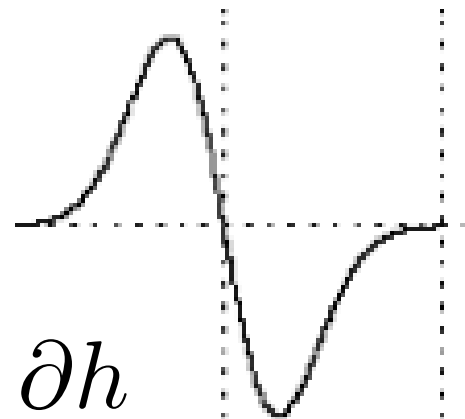


d_x



h

$=$

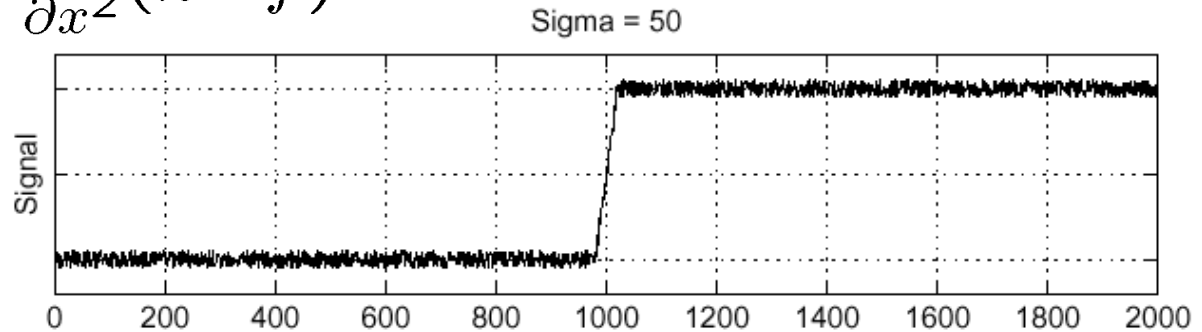


$\frac{\partial h}{\partial x}$

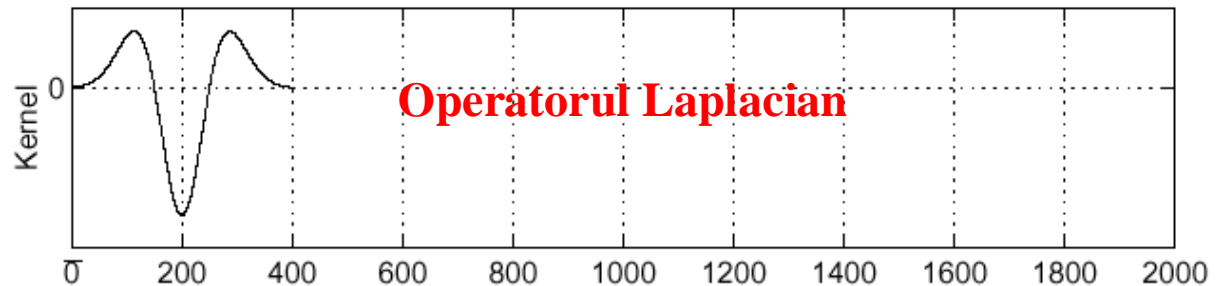
Laplacian-ul unei funcții Gaussiene – 1D

Considerăm $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(h \star f)$

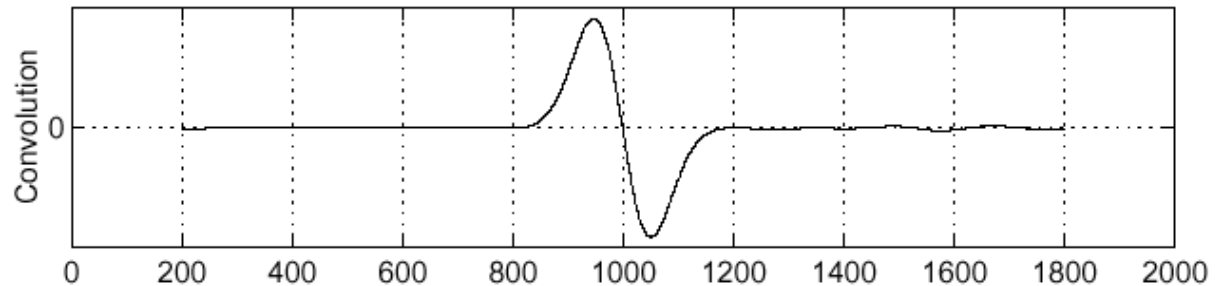
f



$\frac{\partial^2}{\partial x^2}h$



$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}h) \star f$



Unde este muchia?

Zero-crossing ale funcției $(\frac{\partial^2}{\partial x^2}h) \star f$

Slide adaptat după Steve Seitz

Derivata filtrelor Gaussiane - 2D

$$d_x \otimes (h \otimes I) = (d_x \otimes h) \otimes I$$

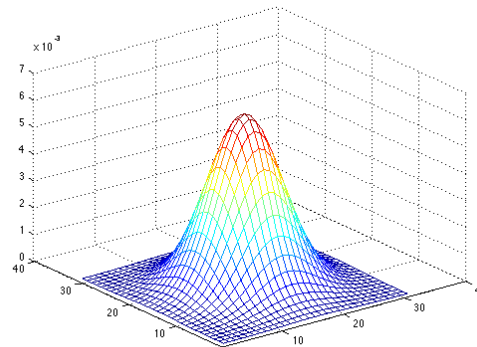
filtru de derivare filtru Gaussian imagine

0	0	0
0	-1	1
0	0	0



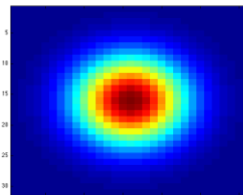
0.0030	0.0133	0.0219	0.0133	0.0030
0.0133	0.0596	0.0983	0.0596	0.0133
0.0219	0.0983	0.1621	0.0983	0.0219
0.0133	0.0596	0.0983	0.0596	0.0133
0.0030	0.0133	0.0219	0.0133	0.0030

0	0	0
0	-1	1
0	0	0

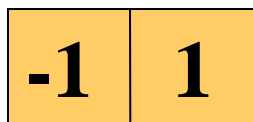


=

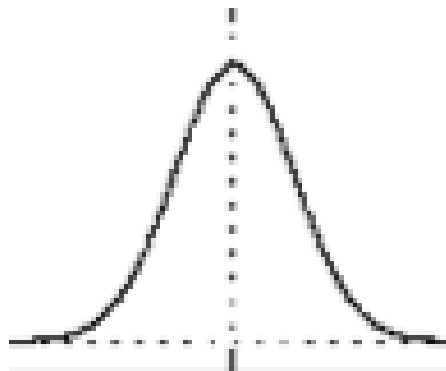
?



1D

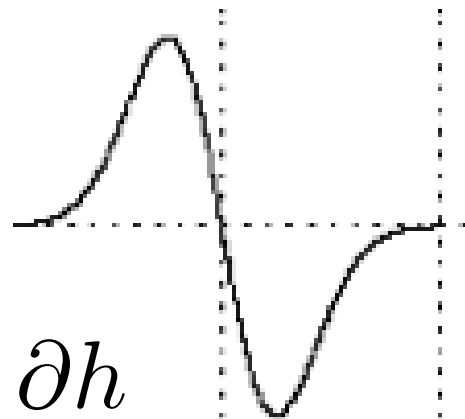


d_x



h

$=$



$\frac{\partial h}{\partial x}$

Derivata filtrelor Gaussiane - 2D

$$d_x \otimes (h \otimes I) = (d_x \otimes h) \otimes I$$

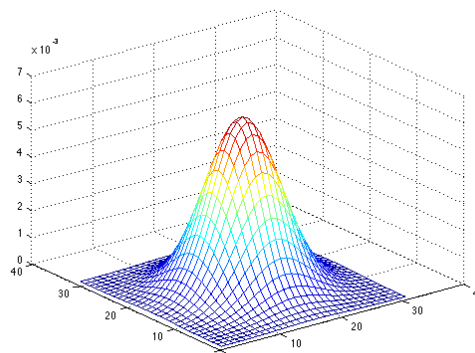
filtru de derivare filtru Gaussian image

0	0	0
0	-1	1
0	0	0

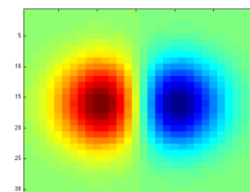
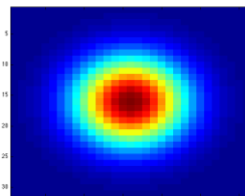
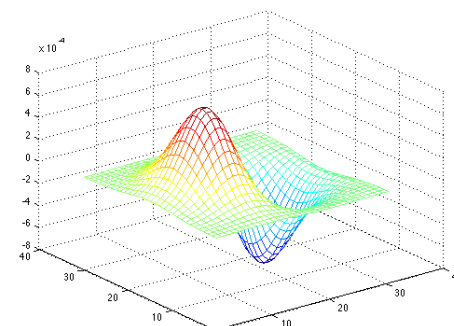


0.0030	0.0133	0.0219	0.0133	0.0030
0.0133	0.0596	0.0983	0.0596	0.0133
0.0219	0.0983	0.1621	0.0983	0.0219
0.0133	0.0596	0.0983	0.0596	0.0133
0.0030	0.0133	0.0219	0.0133	0.0030

0	0	0
0	-1	1
0	0	0



=



Derivata filtrelor Gaussiane - 2D

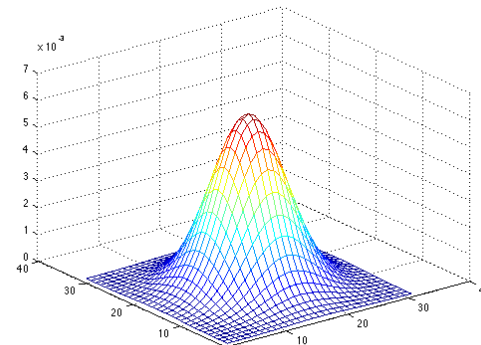
$$d_y \otimes (h \otimes I) = (d_y \otimes h) \otimes I$$

0	0	0
0	-1	0
0	1	0

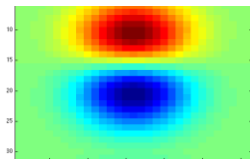
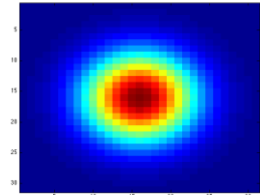
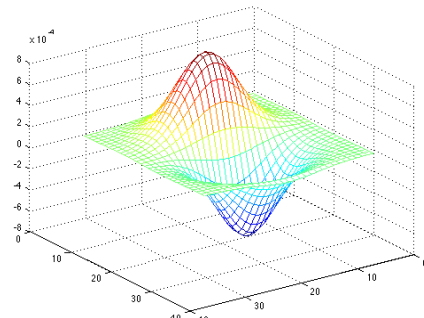


0.0030	0.0133	0.0219	0.0133	0.0030
0.0133	0.0596	0.0983	0.0596	0.0133
0.0219	0.0983	0.1621	0.0983	0.0219
0.0133	0.0596	0.0983	0.0596	0.0133
0.0030	0.0133	0.0219	0.0133	0.0030

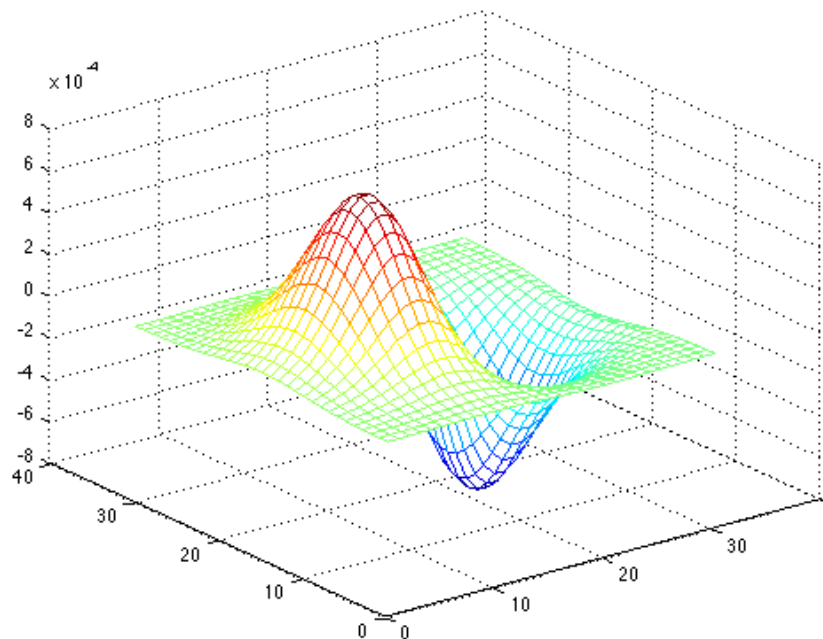
0	0	0
0	-1	0
0	1	0



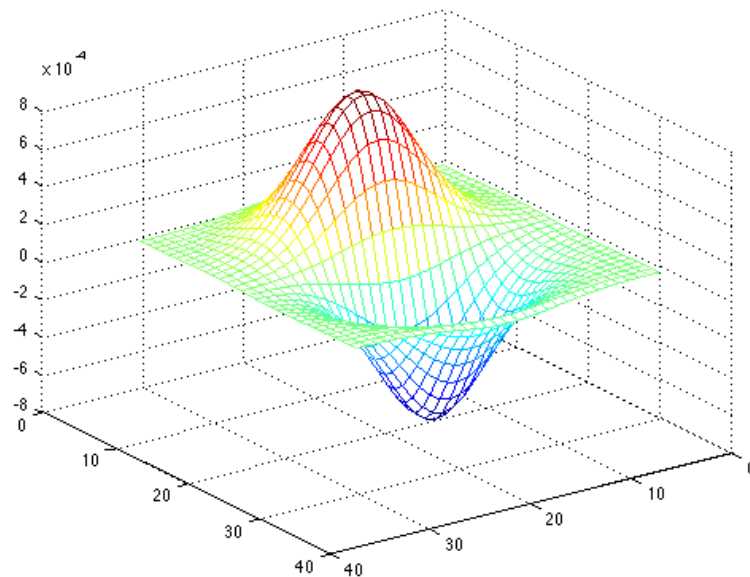
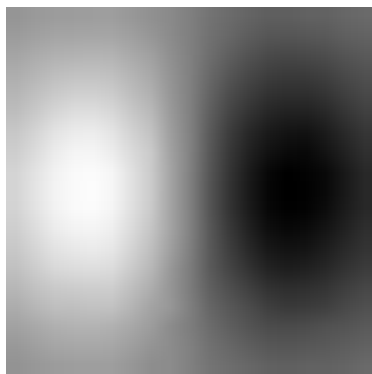
=



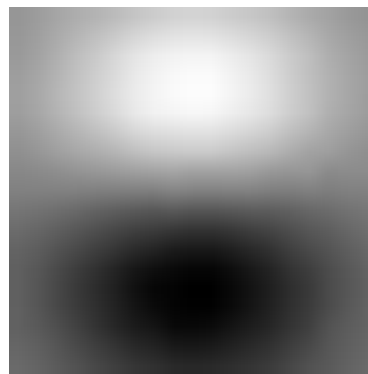
Derivata filtrelor Gaussiane - 2D



direcția x



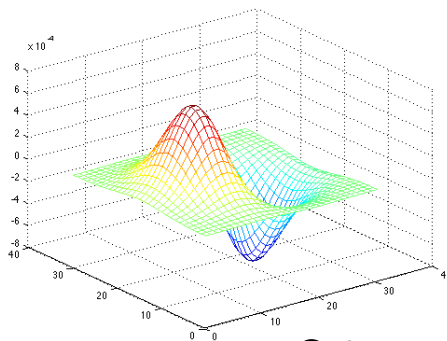
direcția y



Derivata a doua a filtrelor Gaussiane

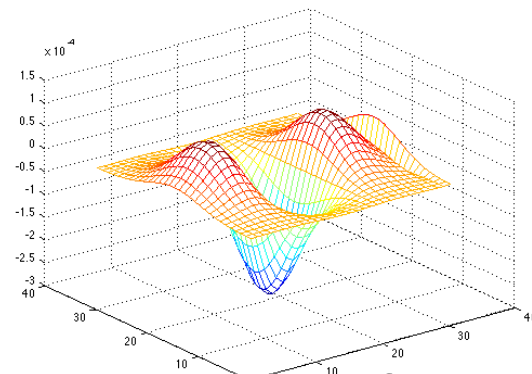
0	0	0
0	-1	1
0	0	0

direcția x



$$\frac{\partial h}{\partial x}$$

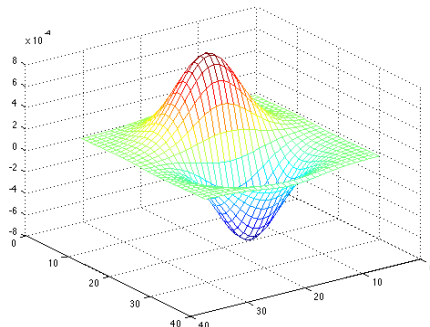
=



$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

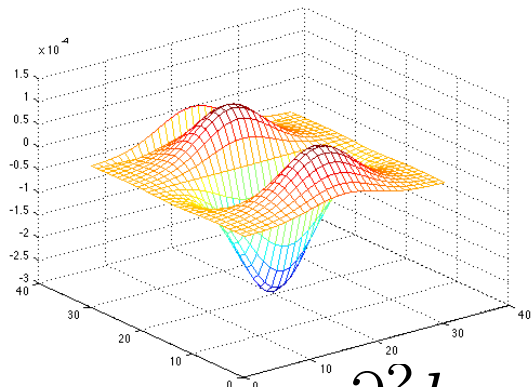
0	0	0
0	-1	0
0	1	0

direcția y



$$\frac{\partial h}{\partial y}$$

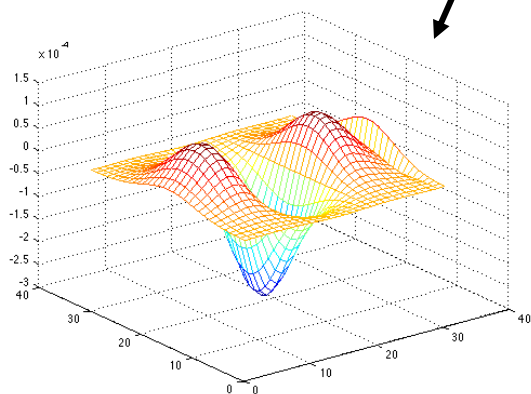
=



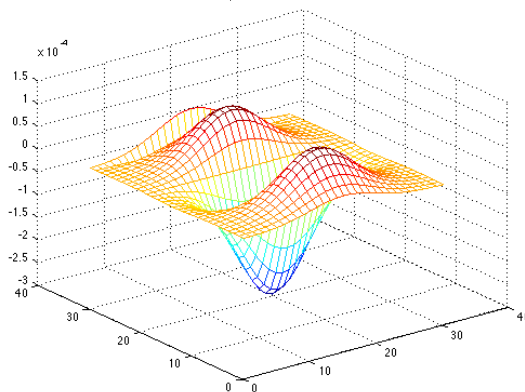
$$\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

Laplacian-ul unei funcții Gaussiene – 2D

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

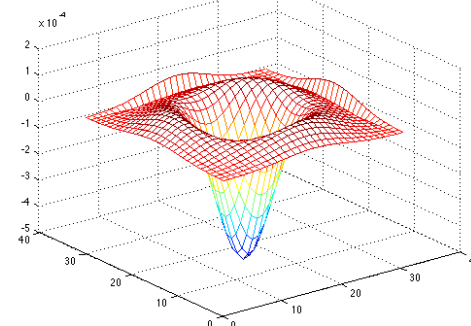


+



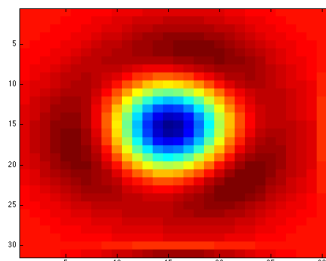
=

Forma generală a
unui filtru Laplacian
(mexican hat)



Exemplu particular
de filtru Laplacian

0	1	0
1	-4	1
0	1	0



Metoda Laplacianul unei funcții Gaussiene



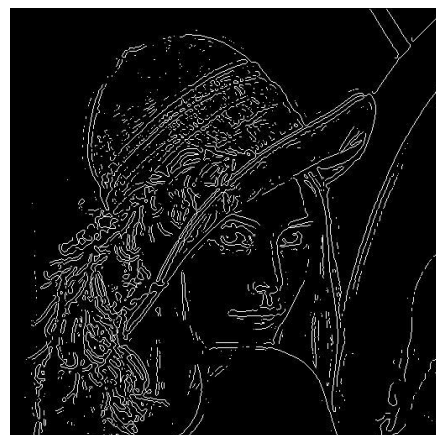
Sobel



Roberts



Prewitt



Laplacian

Proprietățile filtrelor

- Filtre de blurare (cursul trecut)

1. valori pozitive;
2. suma lor = 1 \rightarrow pentru regiuni constante, output = input;
3. gradul de blurare proporțional cu dimensiunea filtrului;
4. elimină regiunile de pixeli cu varianță mare în intensitate (“high-frequency”); se mai numesc filtre trece-jos (“low-pass”)

- Filtre pentru detectarea muchiilor

1. valori opuse pentru a avea un răspuns mare (în valoare absolută = modul) în regiuni cu contrast mare
2. suma lor = 0 \rightarrow pentru regiuni constante, răspuns = 0;
3. cele mai mari valori în punctele de contrast maxim

Exemplu



Gradientul imaginii



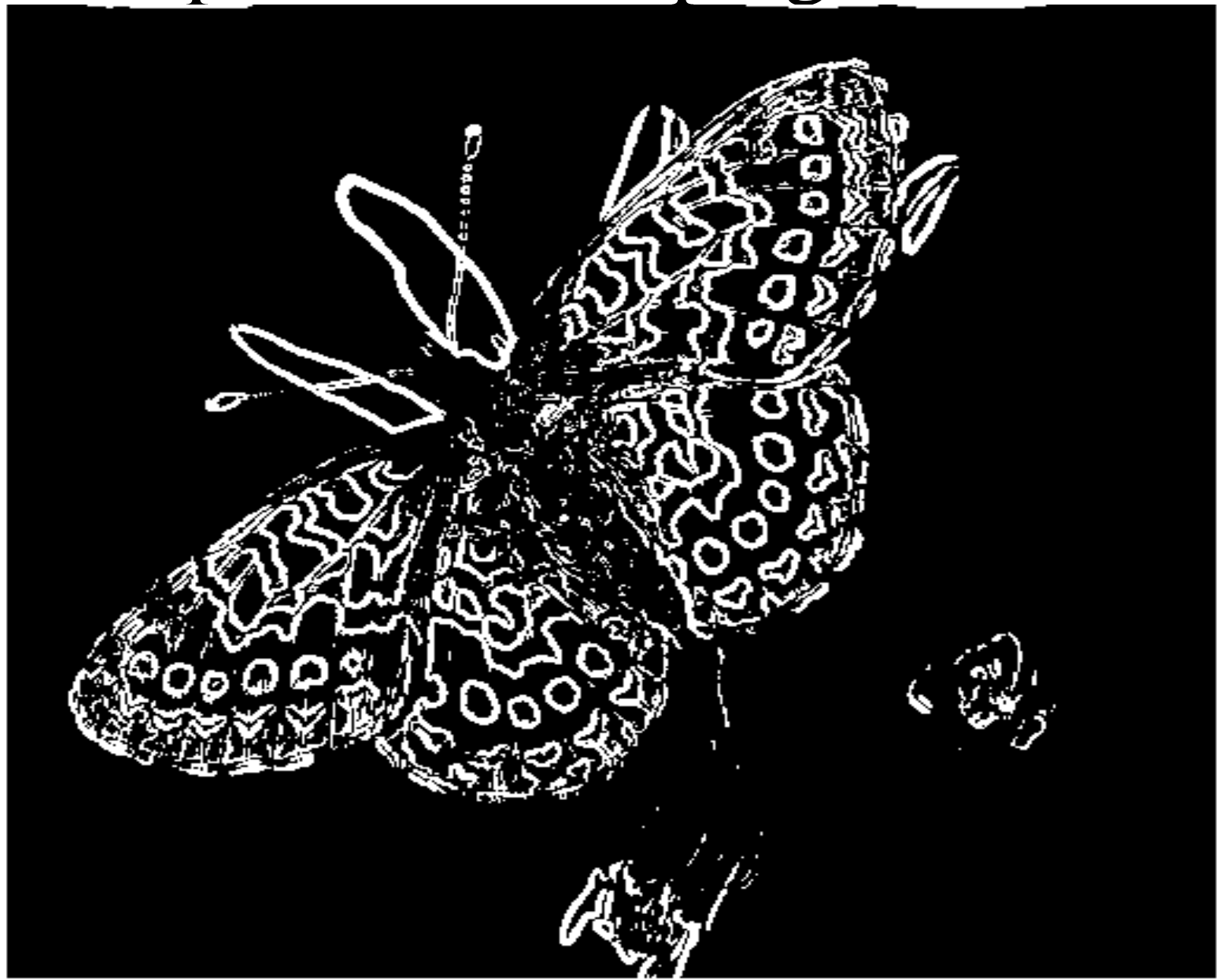
Gradientul imaginii



Aplicarea unui prag mic



Aplicarea unui prag mare



Metoda Canny



Imagine inițială

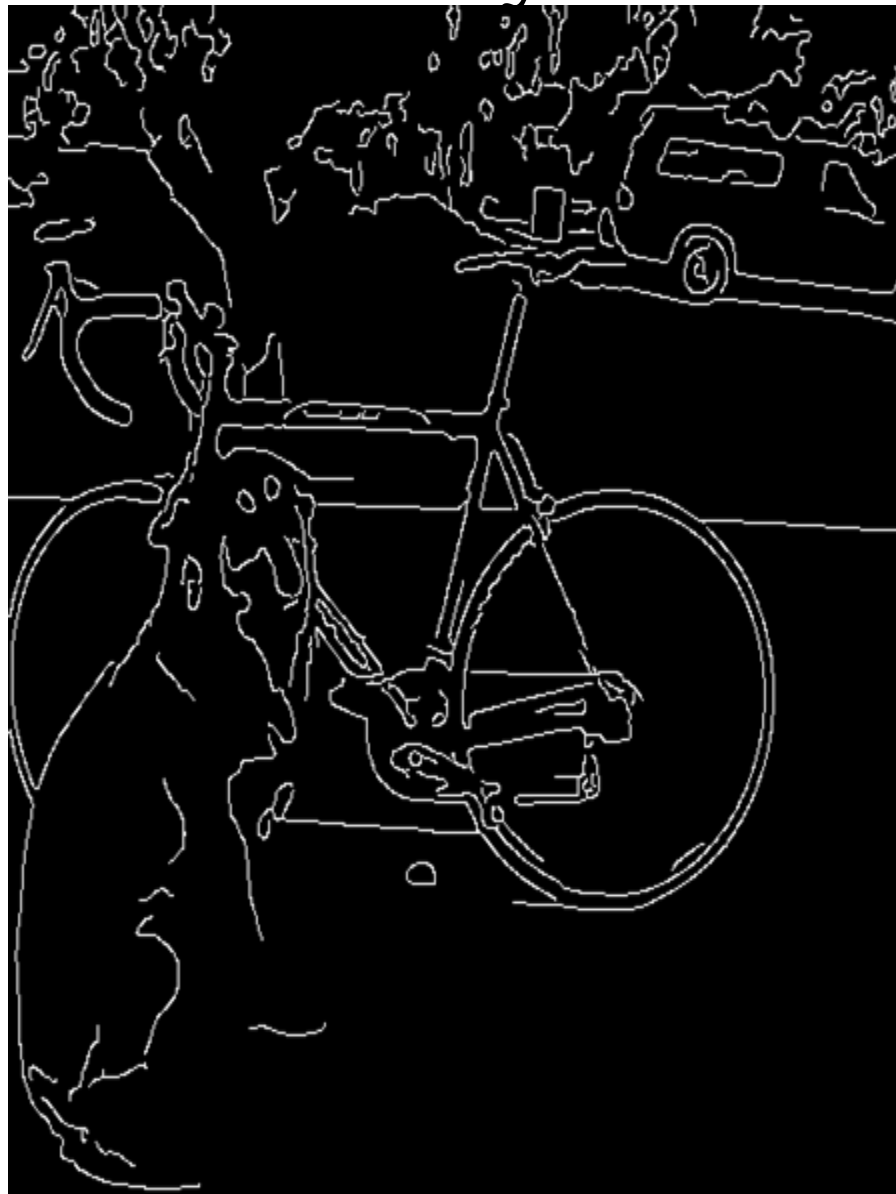


Gradientul imaginii

Rezultat metoda Canny



Imagine inițială



Imagine binară



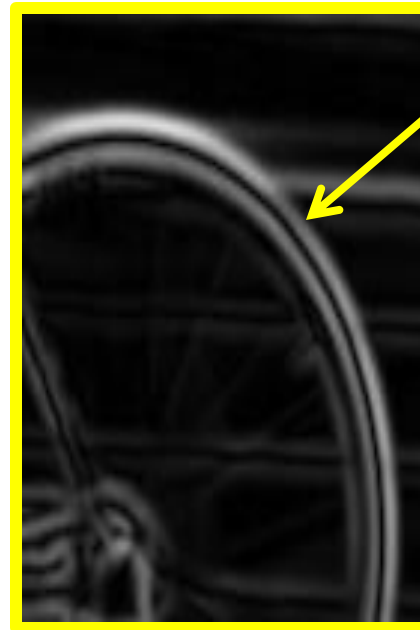
Metoda Canny



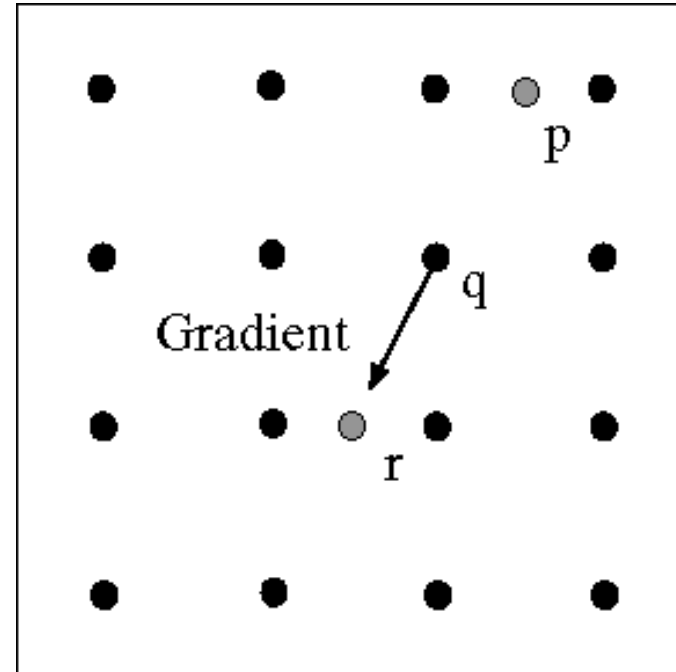
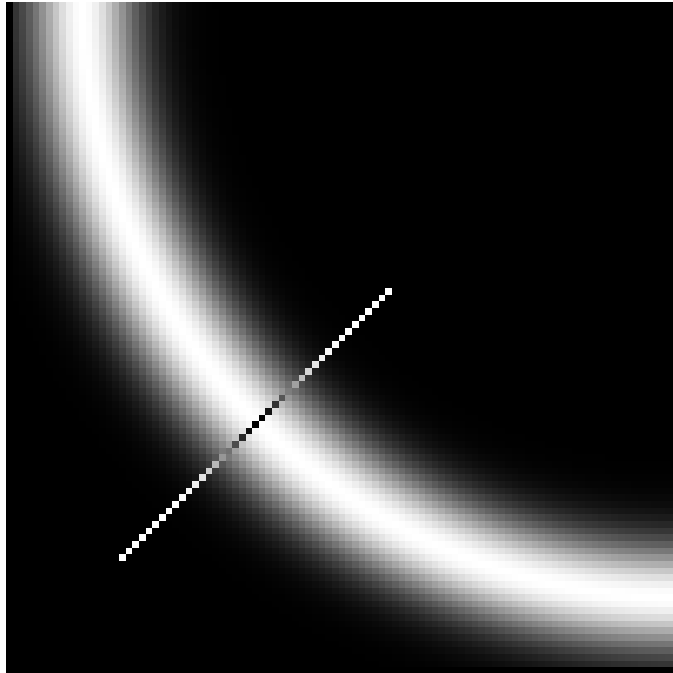
Cum transformăm
aceste regiuni ale
gradientului în
muchii de lățime
de un 1 pixel?

Metoda Canny

Cum transformăm
aceste regiuni ale
gradientului în
muchii de lățime
de un 1 pixel?

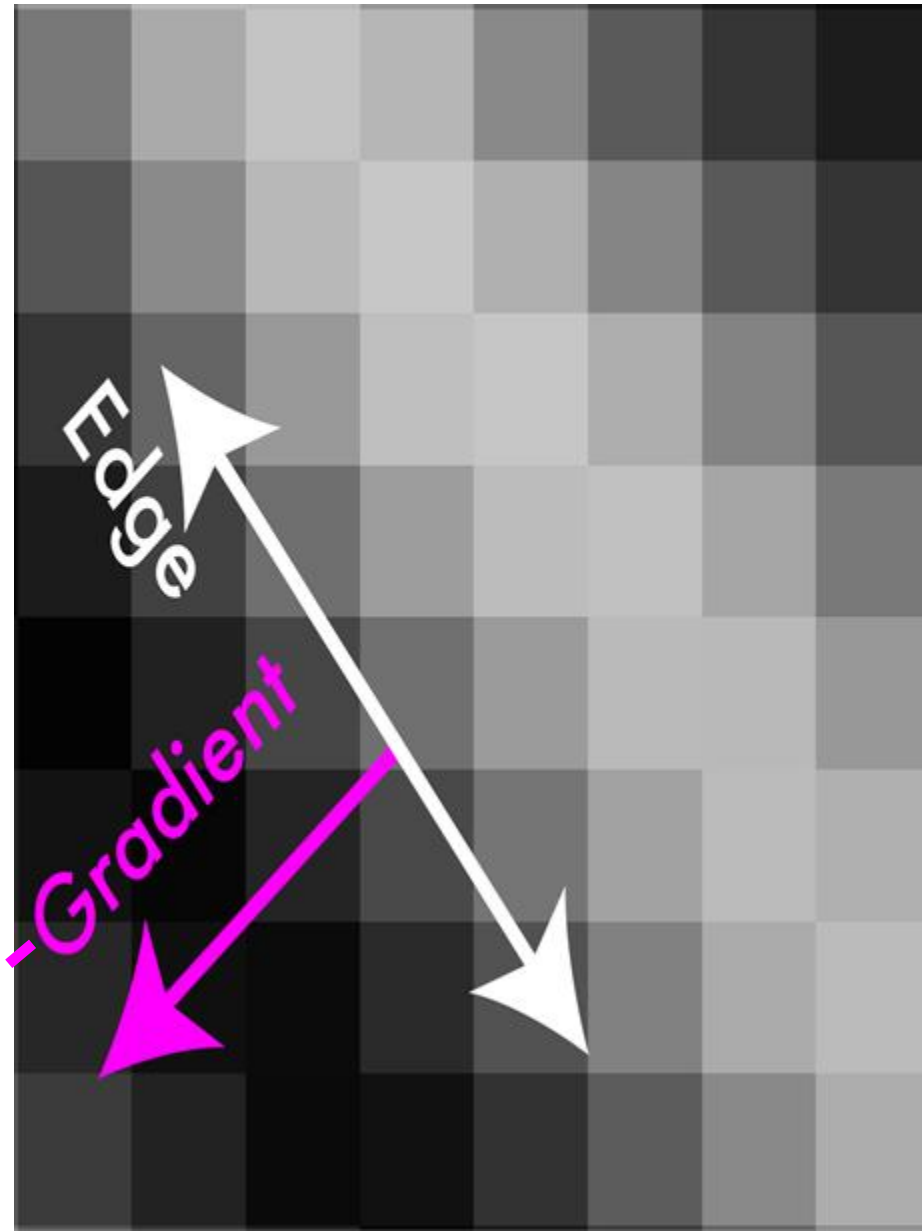


Eliminarea non-maximelor

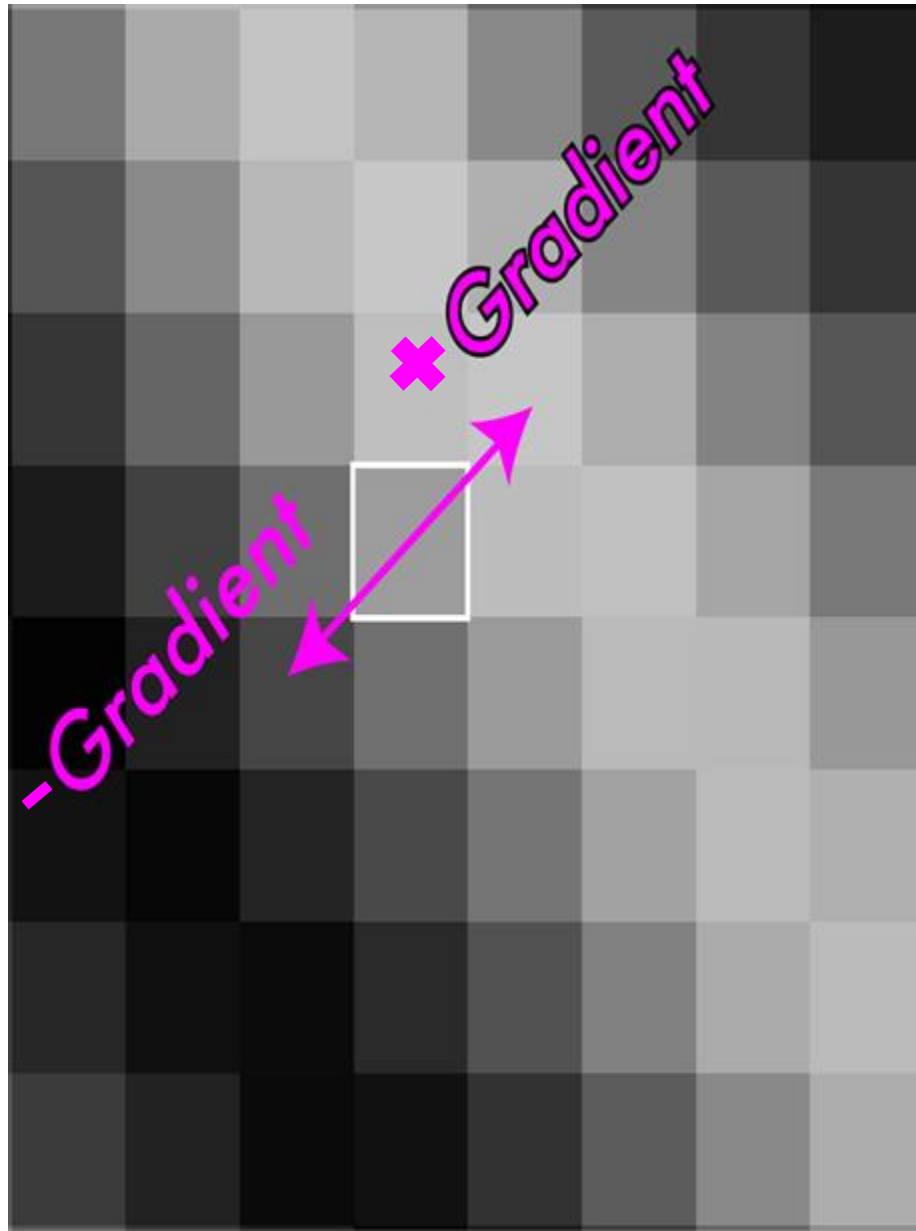


- Verifică dacă pixelul curent este maxim local de-a lungul direcției gradientului, selectează maximul de-a lungul lățimii muchiei
- necesită verificarea cu pixelii p și r obținuți prin interpolare

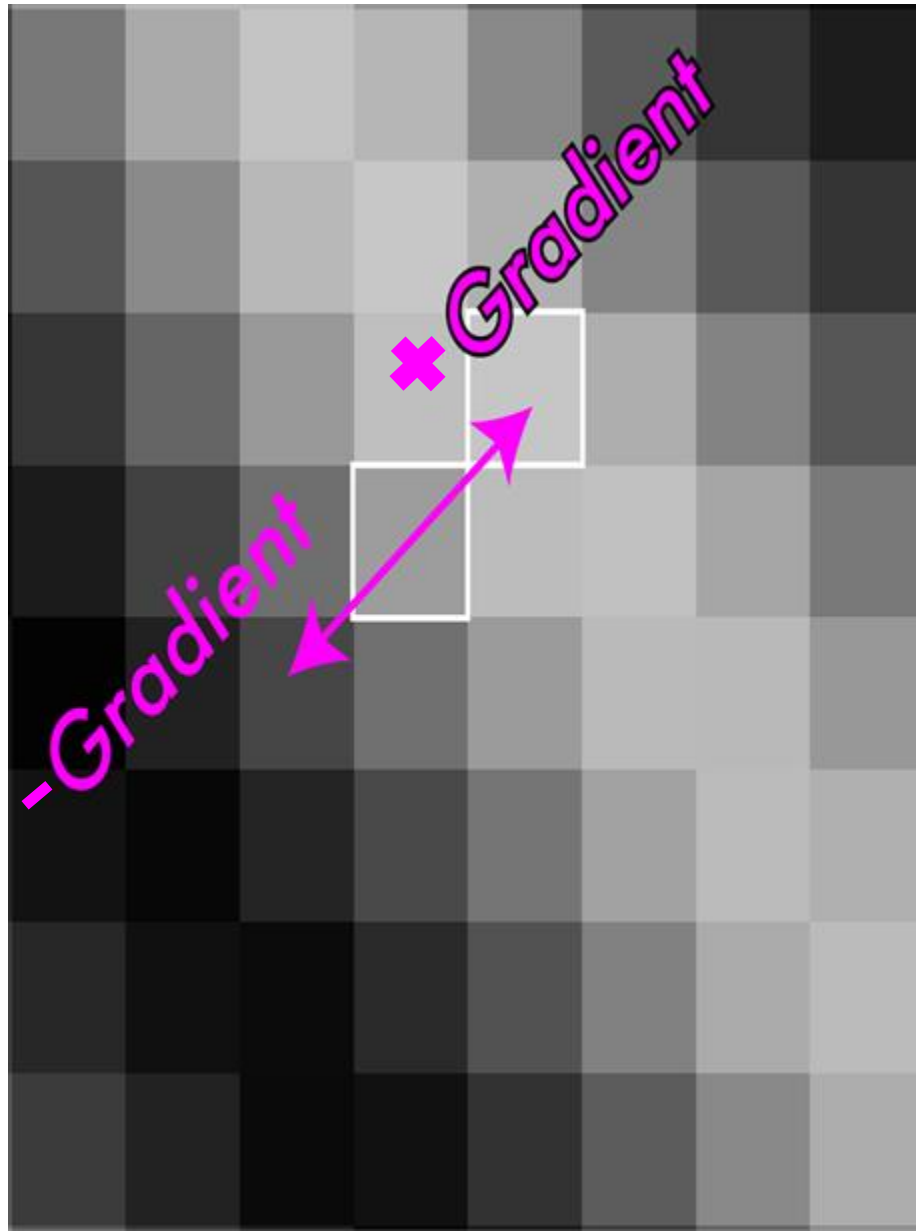
Eliminarea non-maximelor



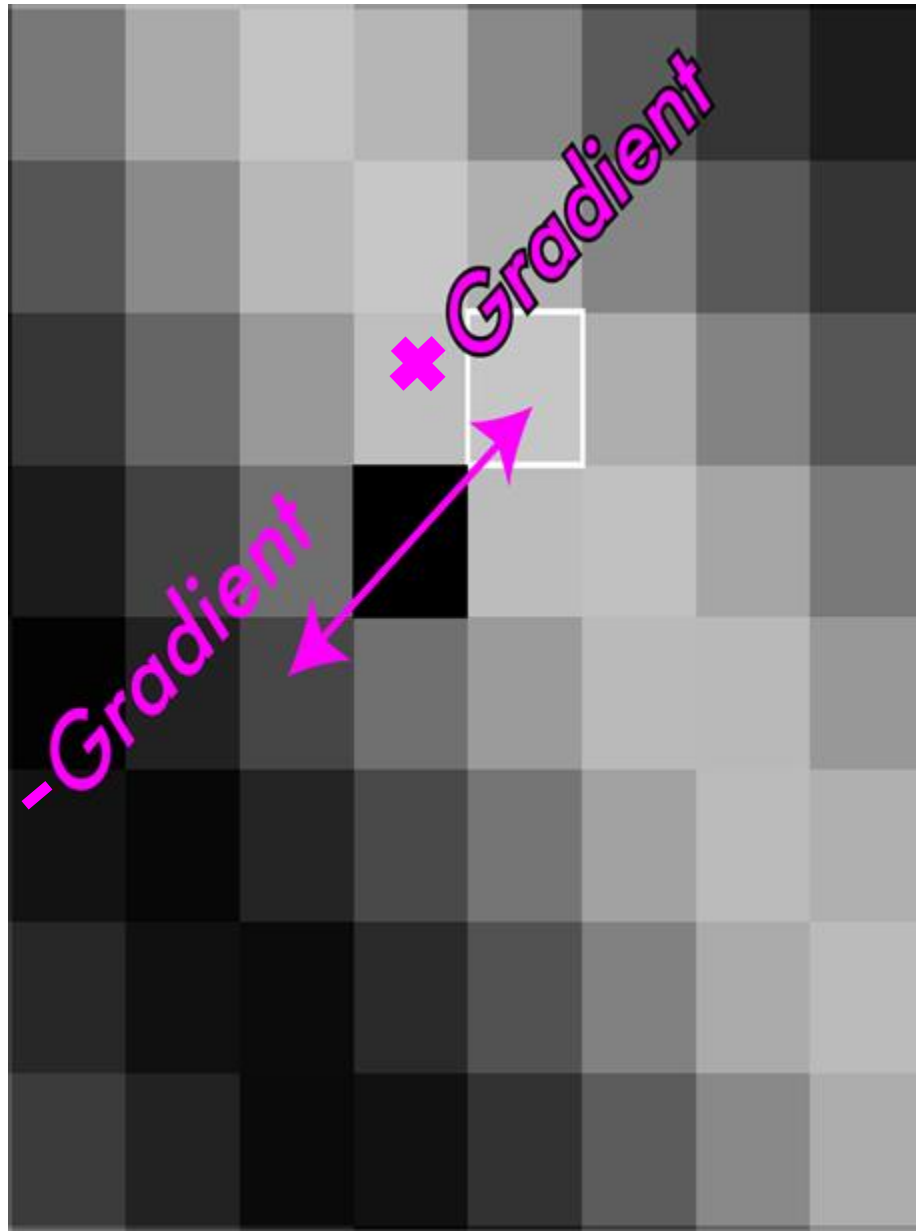
Eliminarea non-maximelor



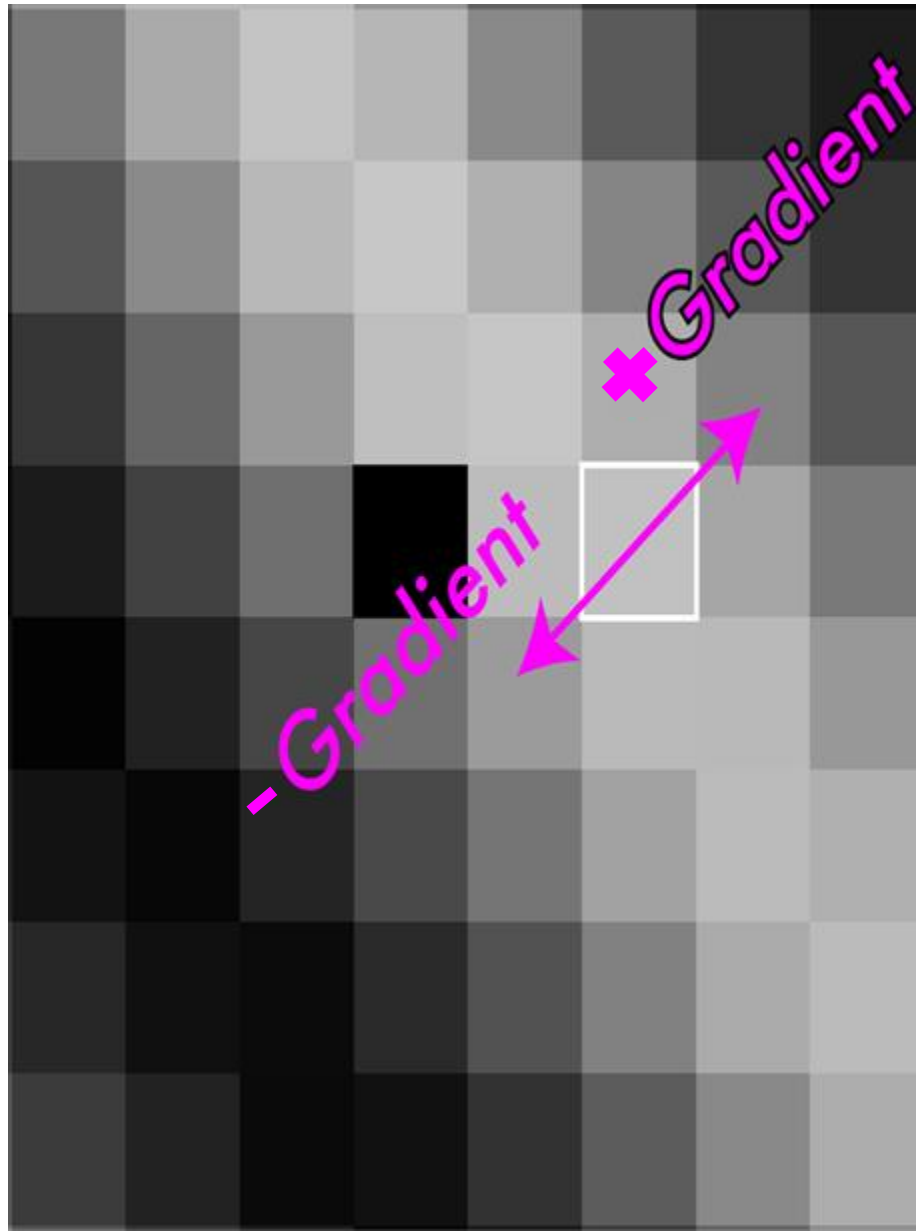
Eliminarea non-maximelor



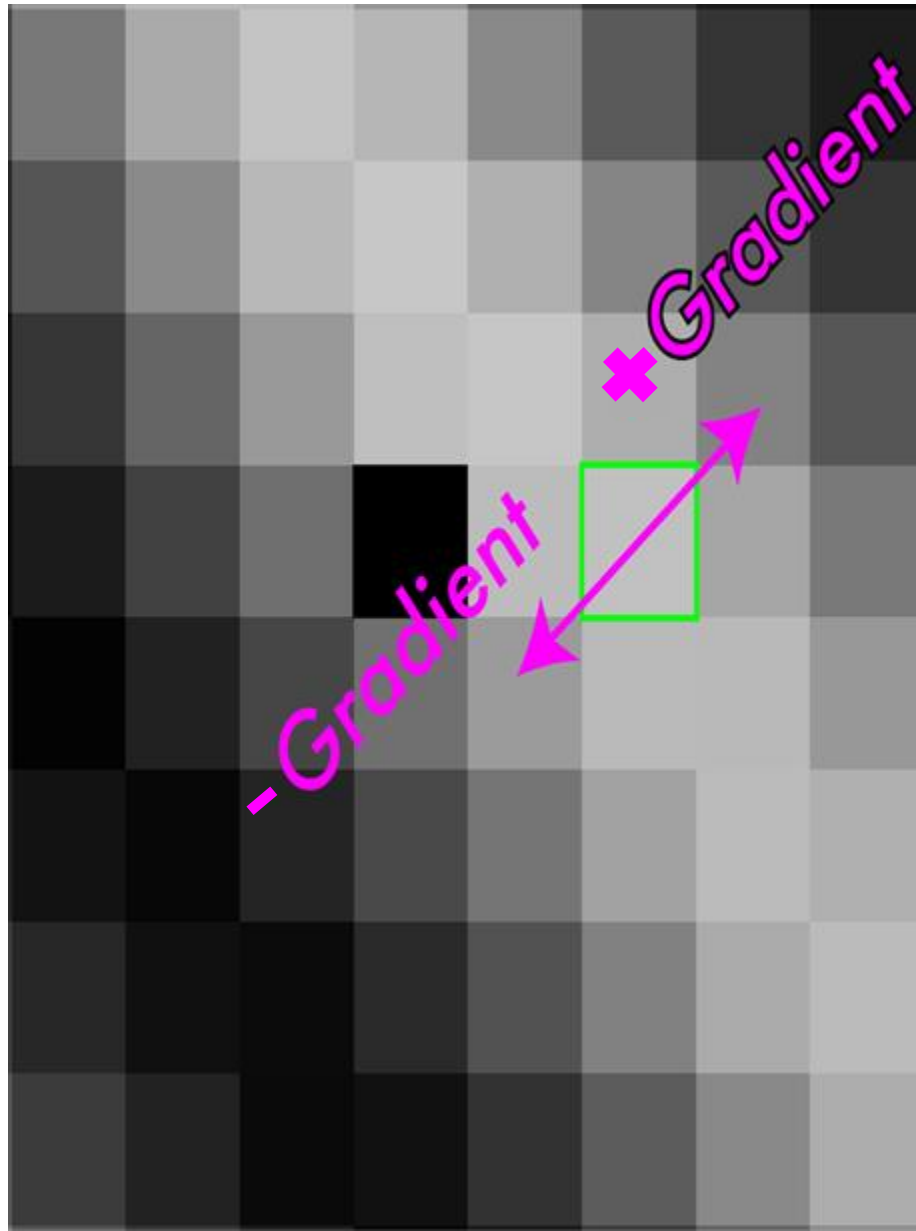
Eliminarea non-maximelor



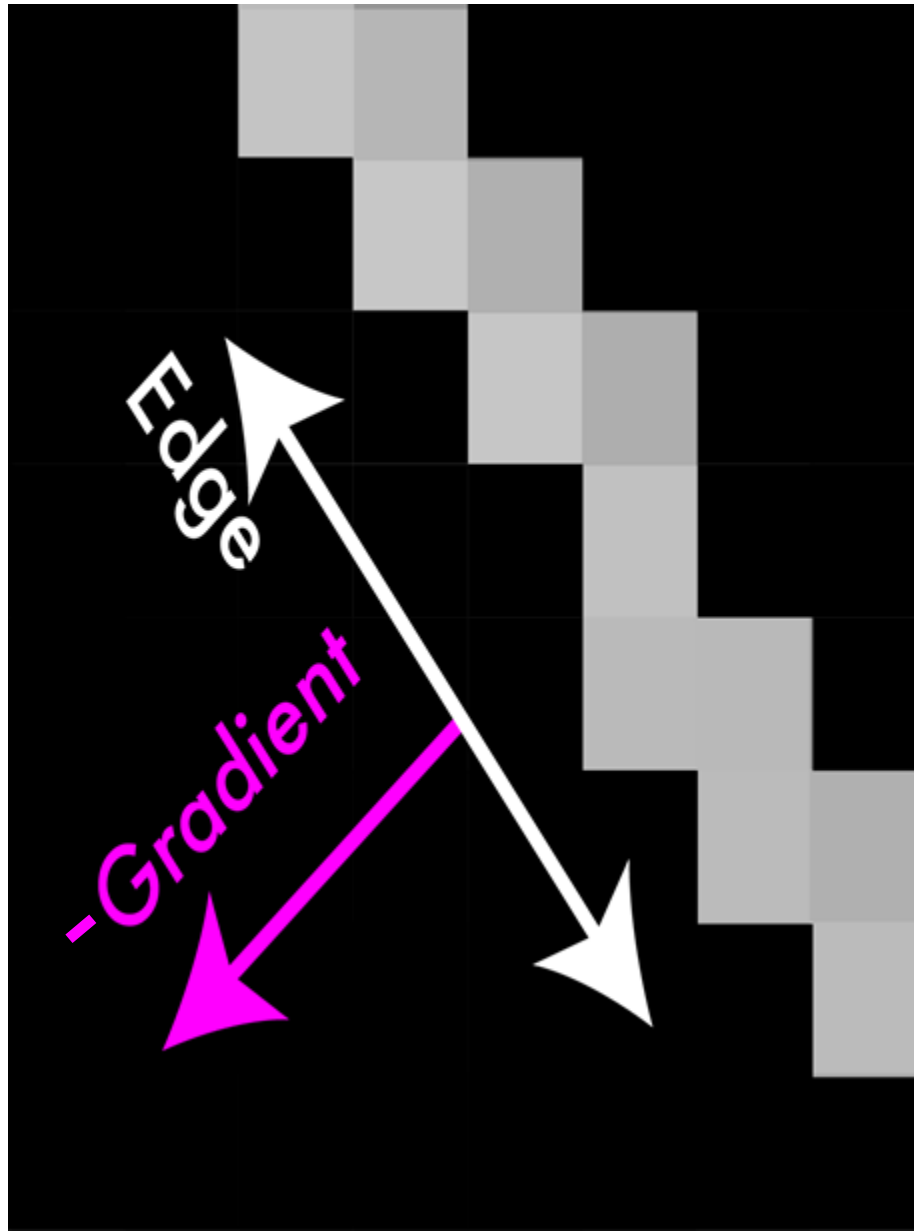
Eliminarea non-maximelor



Eliminarea non-maximelor



Eliminarea non-maximelor



Eliminarea non-maximelor



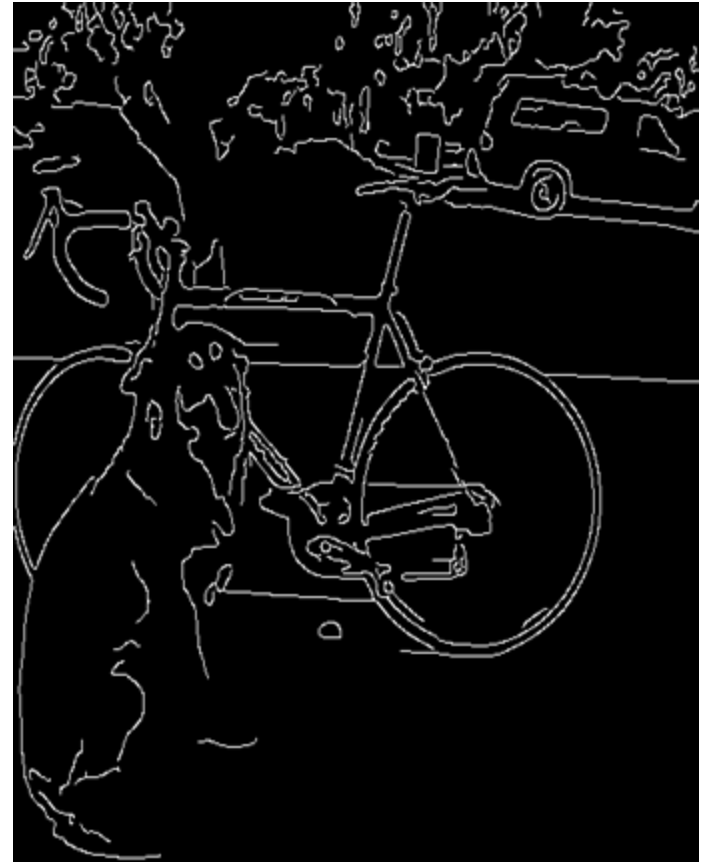
De la gradienti la muchii

- după eliminarea non-maximelor mai avem zgomot în imagine
- am dori ca după aplicarea unui prag (threshold) să obținem o imagine binară numai cu muchii proeminente (tari)
- 2 praguri, 3 cazuri
 - $R > T$: muchie tare
 - $R < T$ și $R > t$: muchie slabă
 - $R < t$: nu e muchie
- de ce să folosim două praguri?



Conectează muhciile tari și slabe!

- muhciile tari ($R > T$) sunt muchii!
- muhciile slabe ($R < T$ și $R > t$) sunt muchii dacă și numai dacă se învecinează cu muchii tari
- vecinătate dată de cei mai apropiați 8 vecini



Rezultat metoda Canny



Imagine inițială



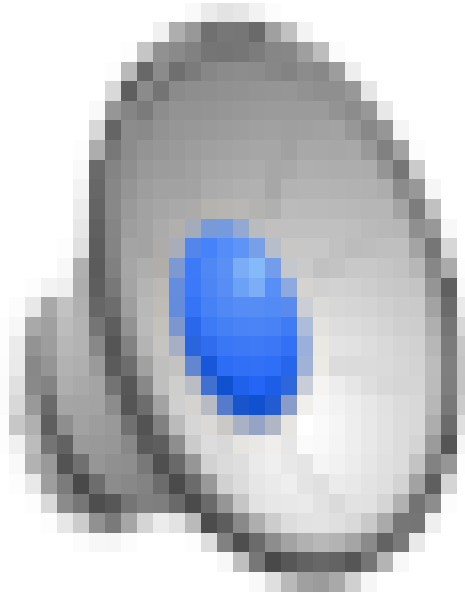
Imagine binară

Metoda Canny - demo

<http://bigwww.epfl.ch/demo/ip/demos/edgeDetector/>

Aplicație: detectarea linilor cu
transformata Hough

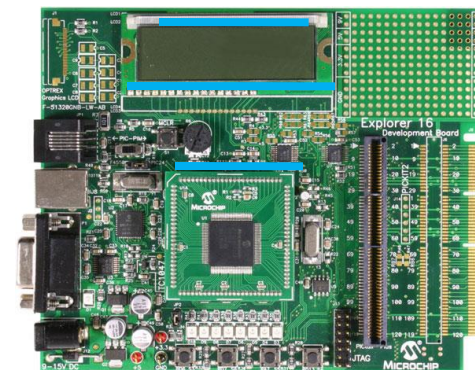
Aplicații – detectarea liniilor



https://www.youtube.com/watch?v=SFqAAseL_1g

Aplicație: detectarea liniilor

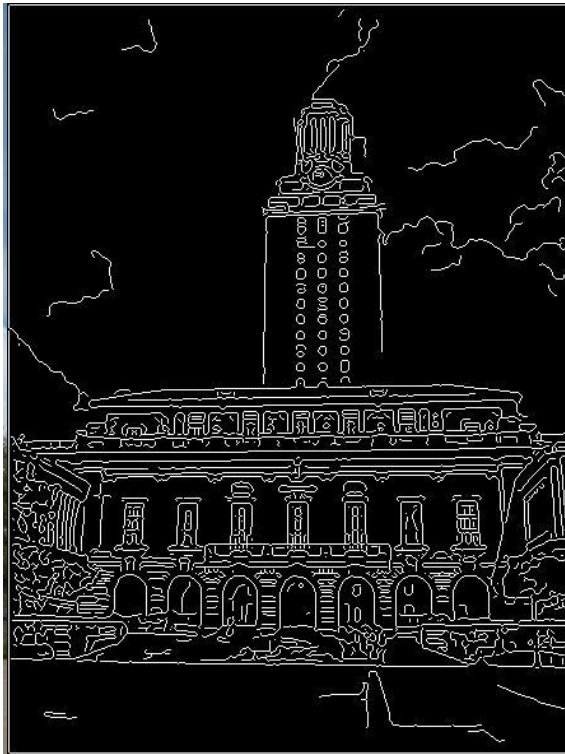
- Multe obiecte/suprafețe sunt caracterizate de prezența unor linii drepte



- De ce nu ne rezumăm la a rula un detector de muchii?

De ce e dificilă detectarea liniilor

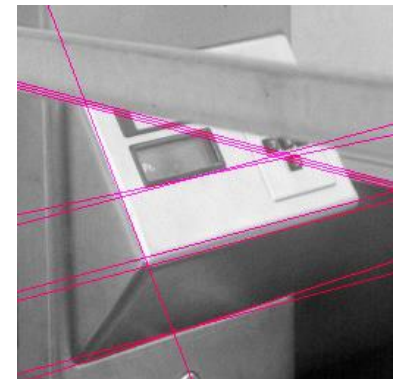
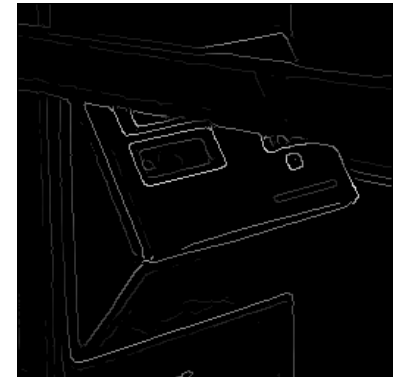
- multe puncte din background considerate ca fiind edgels
- zgomot transformat în edgels



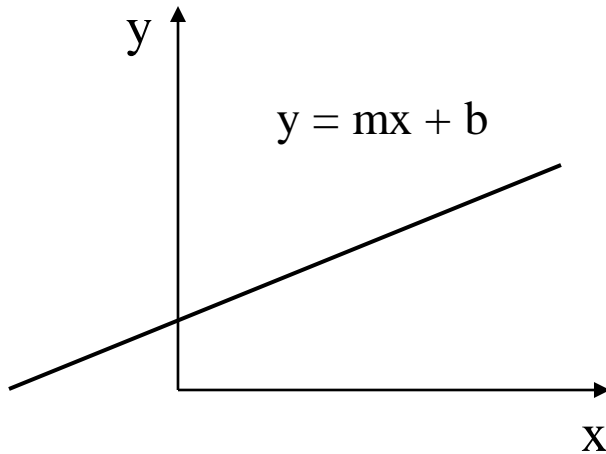
- linii detectate parțial
- cum grupăm punctele în linii?

Detectarea liniilor

- date fiind câteva puncte care aparțin unei linii, cum găsim linia?
- câte linii sunt în imagine?
- fiecare punct cărei linii aparține?
- **Transformata Hough** este o tehnică bazată pe “votare” care răspunde la aceste întrebări.
Ideea principală:
 1. înregistrează toate liniile posibile care pot conține un punct detectat ca fiind edgel.
 2. găsește linia care primește cele mai multe voturi.



Parametrizarea dreptelor



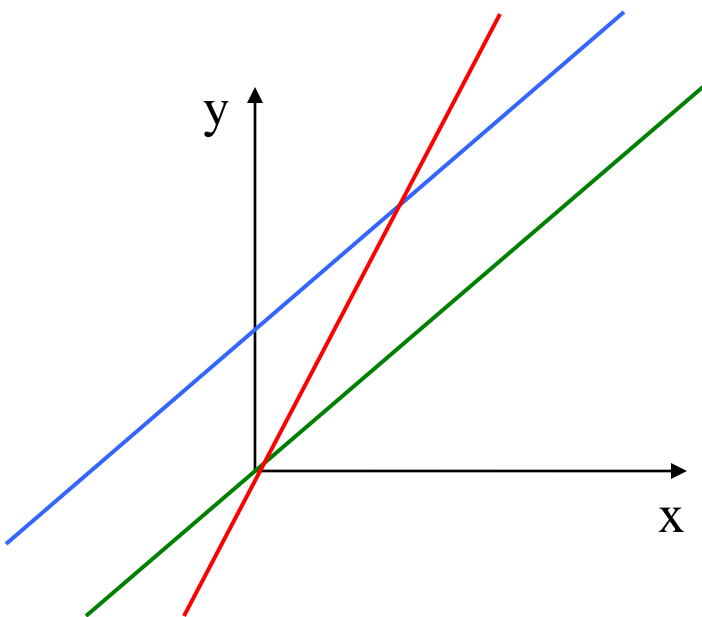
Ecuatia unei drepte în planul imaginii: $y = m * x + b$,

m – panta dreptei (definește înclinarea față de axa Ox),

b – deplasarea (definește deplasarea față de originea $O(0,0)$)

(m,b) sunt parametri dreptei

Parametrizarea dreptelor. Example



$d_1: y = x$, adică $m=1$, $b = 0$

$d_2: y = x + 2$, adică $m=1$, $b = 2$

$d_3: y = 2x$, adică $m=2$, $b = 0$

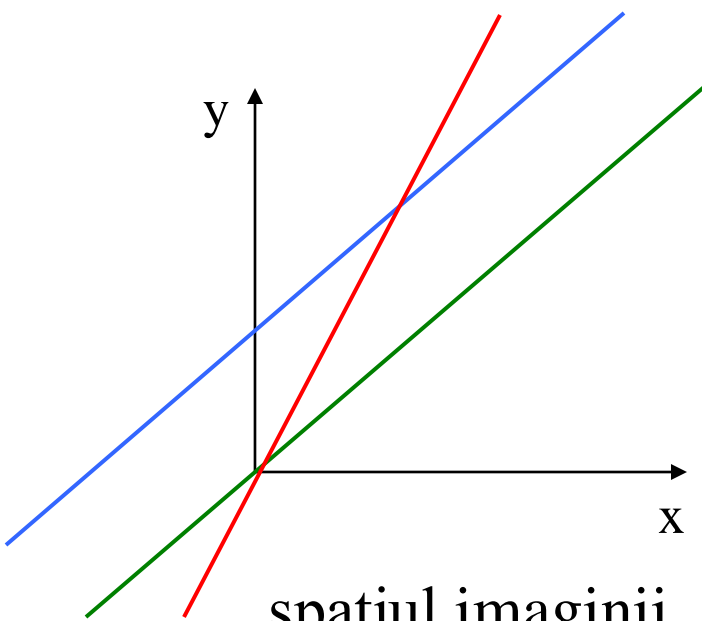
Ecuatia unei drepte în planul imaginii: $y = m * x + b$,

m – panta dreptei (definește înclinarea față de axa Ox),

b – deplasarea (definește deplasarea față de originea $O(0,0)$)

(m,b) sunt parametri dreptei

Spațiul Hough al parametrilor

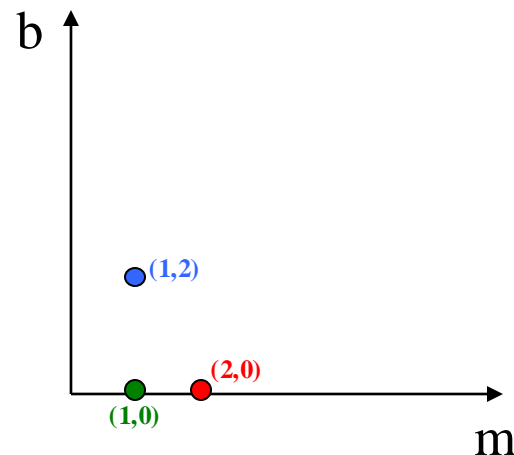


spațiul imaginii

$d_1: y = x$, adică $m=1, b=0$

$d_2: y = x + 2$, adică $m=1, b=2$

$d_3: y = 2x$, adică $m=2, b=0$



spațiul Hough
(al parametrilor)

$d_1: m=1, b=0 \rightarrow (1,0)$

$d_2: m=1, b=2 \rightarrow (1,2)$

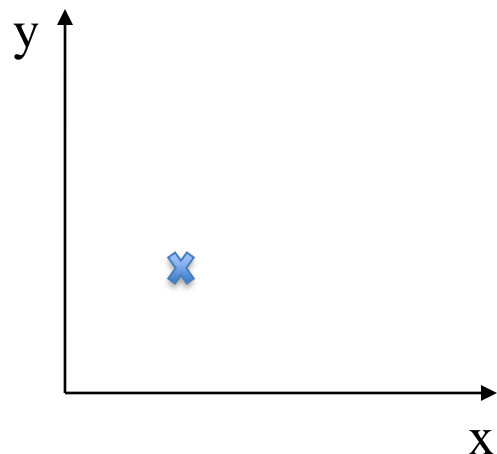
$d_3: m=2, b=0 \rightarrow (2,0)$

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

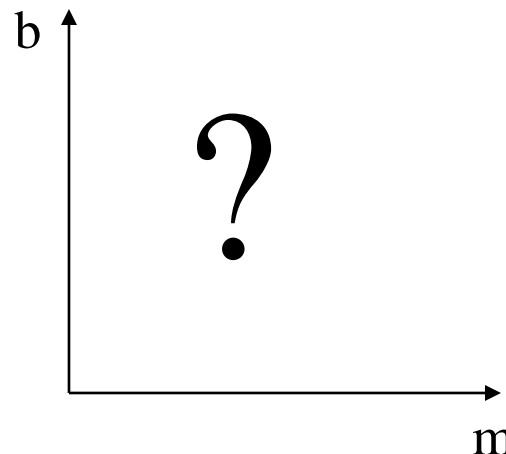
Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Se dă un punct (x_0, y_0) în spațiul imaginii. Ce îi corespunde în spațiul Hough?



spațiul imaginii

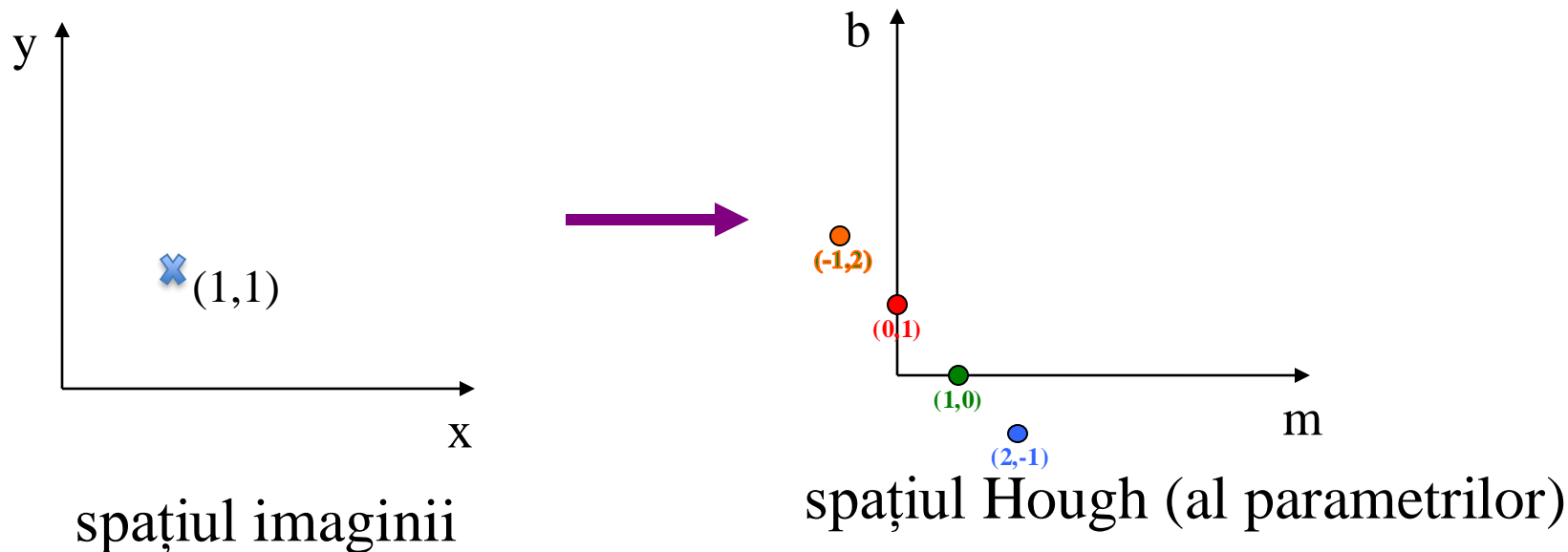


spațiul Hough (al parametrilor)

Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Se dă un punct (x_0, y_0) în spațiul imaginii. Ce îi corespunde în spațiul Hough?



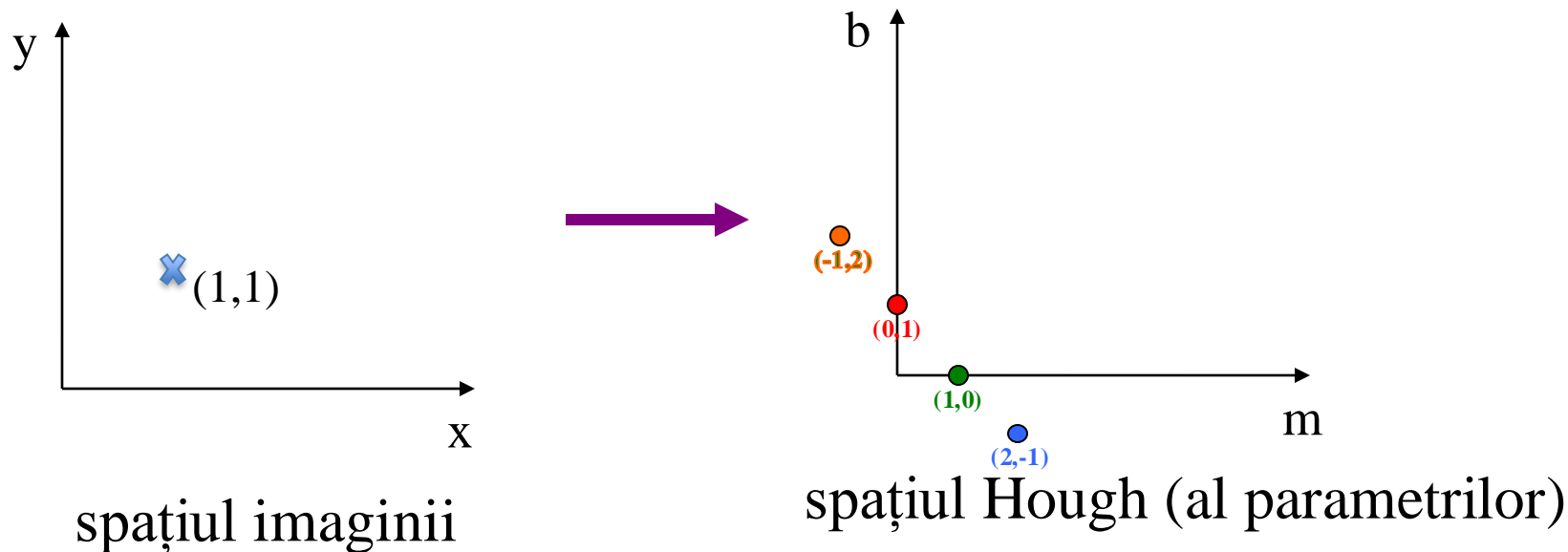
Prin punctul $(1,1)$ trec o infinitate de drepte de forma $y = mx + b$:

$y = x$ ($m=1, b=0$); $y = 2x-1$ ($m=2, b=-1$), $y = 1$ ($m=0, b = 1$), $y = -x + 2$ ($m=-1, b = 2$),

Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Un punct (x_0, y_0) în spațiul imaginii corespunde unei drepte în spațiul Hough.



Prin punctul $(1,1)$ trec o infinitate de drepte de forma $y = mx + b$:

$y = x$ ($m=1, b=0$); $y = 2x-1$ ($m=2, b=-1$), $y = 1$ ($m=0, b = -1$), $y = -x + 2$ ($m=-1, b = 2$),

Toate cele 4 puncte $(1,0)$, $(2,-1)$, $(0,-1)$, $(-1,2)$ stau pe dreapta $b = -m+1$

Corespondența dintre cele două spații

O dreaptă într-o imagine corespunde unui punct în spațiul Hough.

Un punct (x_0, y_0) în spațiul imaginii corespunde unei drepte în spațiul Hough.

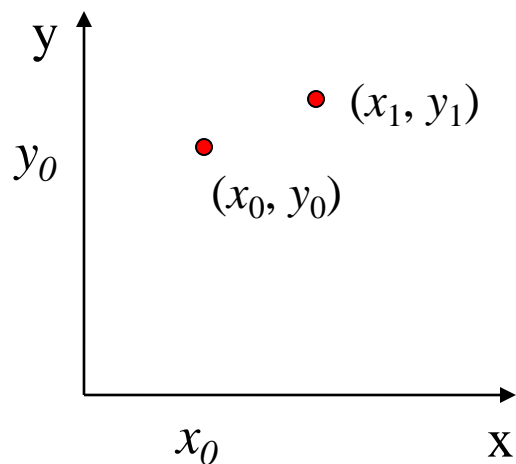
Ecuția unei drepte în planul imaginii: $y = m * x + b$,

Dreptele care trec prin punctul (x_0, y_0) pot avea orice pantă m și orice deplasare b cu condiția ca $y_0 = m * x_0 + b$.

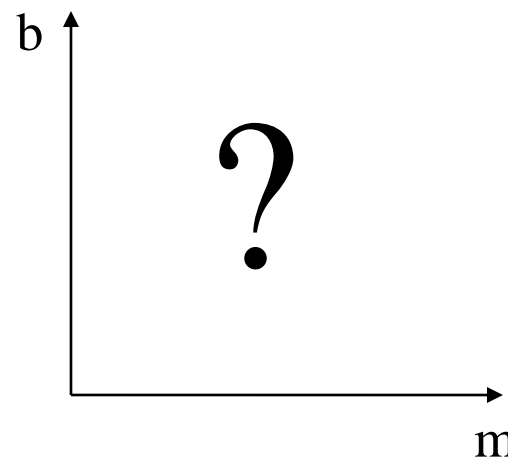
$$y_0 = m * x_0 + b \Leftrightarrow b = -x_0 * m + y_0 \text{ (dreapta cu panta } -x_0 \text{ și deplasare } y_0)$$

$$(x_0, y_0) = (1, 1) \Rightarrow b = -m + 1$$

Găsirea liniilor într-o imagine folosind spațiul Hough



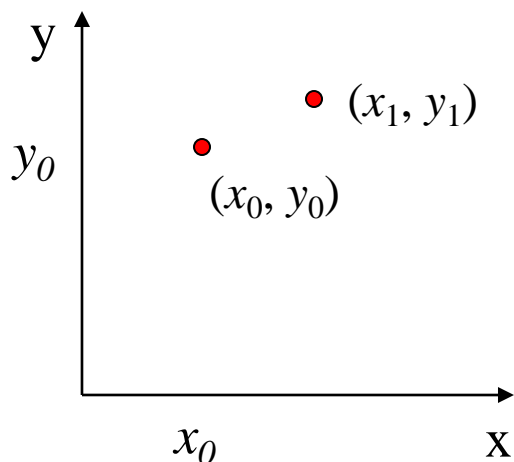
spațiul imaginii



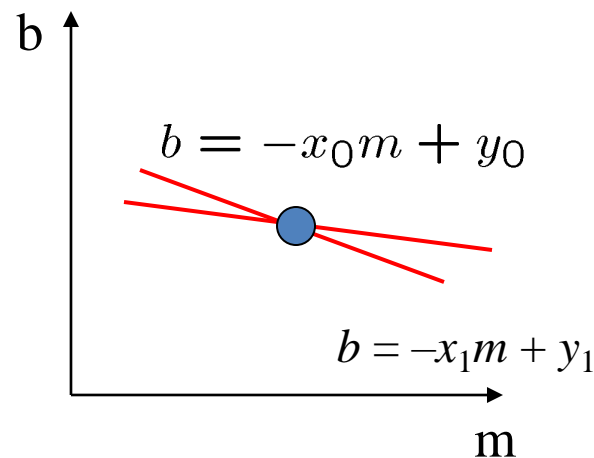
spațiul Hough (al parametrilor)

Care sunt parametri liniei care conține punctele (x_0, y_0) și (x_1, y_1) ?

Găsirea liniilor într-o imagine folosind spațiul Hough



spațiul imaginii



spațiul Hough (al parametrilor)

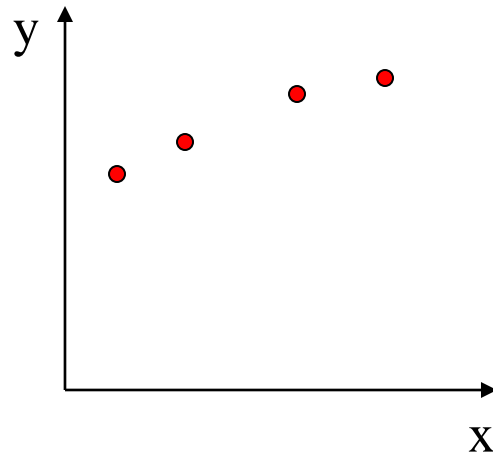
Care sunt parametri liniei care conține punctele (x_0, y_0) și (x_1, y_1) ?

Punctului (x_0, y_0) îi corespunde dreapta de ecuație $b = -x_0 m + y_0$

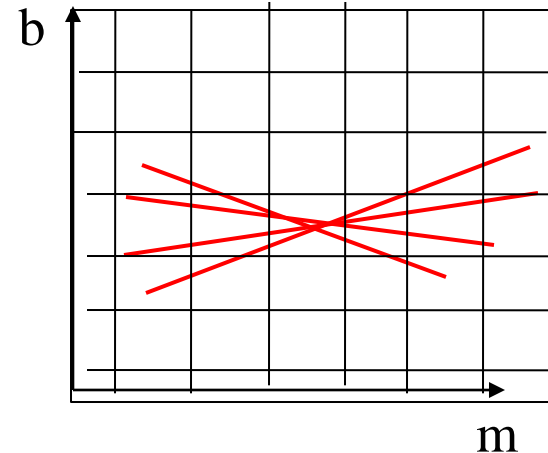
Punctului (x_1, y_1) îi corespunde dreapta de ecuație $b = -x_1 m + y_1$

Dreptei d care conține punctele (x_0, y_0) , (x_1, y_1) îi corespunde în spațiul Hough un punct. Acest punct se obține ca fiind intersecția dreptelor de ecuație $b = -x_0 m + y_0$ și $b = -x_1 m + y_1$

Găsirea liniilor într-o imagine: algoritmul Hough



spațiul imaginii



spațiul Hough
(al parametrilor)

Cum putem folosi observația anterioară pentru a găsi parametri (m,b) ce definesc linia cea mai probabilă în spațiul imaginii?

- fiecare punct detectat ca fiind edgel în spațiul imaginii va vota pentru o mulțime de parametri în spațiul Hough
- acumulăm voturi în intervale discrete; parametri cu cel mai mare număr de voturi determină linia din spațiul imaginii