

TRANSPOL wersja 2.06

PROGRAM DO TRANSFORMACJI WSPÓŁRZĘDNYCH
i WYSOKOŚCI W PAŃSTWOWYM SYSTEMIE ODNIESIEŃ
PRZESTRZENNYCH

Metody, algorytmy i opis programu



Warszawa, grudzień 2013 r.

Program TRANSPOL v. 2.06 i niniejsze opracowanie wykonano na podstawie umowy nr BO-4-2503-183/GI-2500-610-83/2012 z dnia 17.12.2012 r.

Autorzy algorytmów, oprogramowania i opisu:

Roman Kadaj i Tomasz Świętoń

ALGORES-SOFT

ul. Geodetów 1a/126,

PL- 35-324 Rzeszów

tel. (17) 86-42-455

e-mail: geonet@geonet.net.pl

Opracowanie redakcyjne:

Wiesław Graszka

Autorskie prawa majątkowe: Główny Geodeta Kraju

Wydawca:

Główny Urząd Geodezji i Kartografii

ul. Wspólna 2, 00-926 Warszawa

e-mail: GUGiK@gugik.gov.pl

Spis treści

1.	Słownik symboli i podstawowych pojęć	5
2.	Podstawy prawne i materiały źródłowe	7
2.1	Podstawy prawne.....	7
2.2	Materiały źródłowe	7
3.	Europejskie, trójwymiarowe układy odniesienia i ich polskie realizacje	8
3.1	Informacje ogólne	8
3.2	Układ odniesienia PL-ETRF89	8
3.3	Układ odniesienia PL-ETRF2000	10
3.4	Układ odniesienia PUŁKOWO'42 (archiwalny)	11
4.	Schemat i algorytmy transformacji pomiędzy układami odniesienia i układami współrzędnych.....	12
4.1.	Relacje między układami odniesienia	12
4.2.	Ogólny schemat transformacji współrzędnych pomiędzy układami odniesienia	12
4.3.	Przekształcenia pomiędzy układami współrzędnych w tym samych układzie odniesienia.....	14
5.	Konstrukcja siatki interpolacyjnej i jej wykorzystanie w procesie transformacji.....	15
5.1.	Konstrukcja siatki interpolacyjnej.....	15
5.2.	Bazowa siatka interpolacyjna PL-grid-001	16
5.3.	Model matematyczny i siatka interpolacyjna PL-grid-001_1do transformacji pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000.....	19
5.3.1	<i>Wzory siedmioparametrowej transformacji (opcja matematyczna) pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000 w formie procedur w języku Delphi.</i>	20
5.3.2	<i>Siatka interpolacyjna PL-grid-001_1 do transformacji empirycznej pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000 z uwzględnieniem różnic wysokości elipsoidalnych</i>	
	20	
5.4.	Model matematyczny i siatka interpolacyjna PL-grid-001_2do transformacji pomiędzy układami PL-ETRF89 i PUŁKOWO'42	22
5.4.1	<i>Wzory transformacji siedmioparametrowej stosowanej do przekształceń pomiędzy układami PL-ETRF89 i PUŁKOWO'42</i>	22
5.4.2	<i>Siatka interpolacyjna PL-grid-001_2 do transformacji empirycznej PL-ETRF89 => PUŁKOWO'42</i>	23
5.4.3	<i>Siatka interpolacyjna PL-grid-001_2 do transformacji empirycznej PUŁKOWO'42 =>PL-ETRF89 (zadanie odwrotne)</i>	24
5.5.	Model matematyczny i siatka interpolacyjna do transformacji pomiędzy układami wysokościowymi PL-KRON86-NH i PL-EVRF2007-NH	26
5.5.1	<i>Dwuwymiarowa siatka interpolacyjna PL_grid_001_3 dla transformacji wzajemnej pomiędzy trzema układami wysokościowymi</i>	27
6.	Model quasigeoidy PL-geoid-2011	29
6.1	Informacje ogólne	29
6.2.	Wybór układu odniesienia dla wysokości elipsoidalnych.....	29
6.3.	Kalibracja modelu EGM2008 do układu odniesienia PL-ETRF2000 i utworzenie modelu numerycznego quasigeoidy PL-geoid-2011	30
6.3.1	<i>Numeryczna postać modelu quasigeoidy PL-geoid-2011</i>	33
6.3.2	<i>Testy modelu quasigeoidy PL-geoid-2011</i>	33
7.	Obliczenia kontrolne i testy porównawcze oraz analizy dokładnościowe	35
7.1	Sprawdzenie poprawności transformacji PL-ETRF89 <=> PUŁKOWO'42 na przykładzie układów współrzędnych płaskich prostokątnych xy92 <=> xy65,	35
7.2	Porównanie quasigeoidy PL-geoid-2011 z geoidą niwelacyjną 2001 i quasigeoidą 2001 bis	36

8.	Obsługa Programu TRANSPOL v. 2.xx	37
8.1	Ogólna struktura i wymagania programu TRANSPOL v. 2.xx	37
8.2	Lista standardowych nazw i formaty plików wejściowych TRANSPOL v. 2.xx.....	38
8.3	Wykonywanie podstawowych czynności w programie TRANSPOL v. 2.xx	39
8.3.1	<i>Wybór zadania podstawowego</i>	39
8.3.2	<i>Wybór zadania szczegółowego</i>	40
8.4	Zintegrowana siatka interpolacyjna w programie TRANSPOL v. 2.xx	42
9.	Literatura i materiały źródłowe.....	44
9.1	Wykaz literatury.....	44
9.2	Inne źródła.....	45

1. Słownik symboli i podstawowych pojęć

EGM2008	Model potencjału ciężkościowego Ziemi o najwyższej rozdzielczości (2160 stopnia i rzędu) opublikowany w 2008 r. przez NGA (ang. <i>National Geospatial Intelligence Agency</i>)
ETRF****	Europejski układ odniesienia (ang. <i>European Terrestrial Reference Frame</i>) będący fizyczną realizacją geodezyjnego systemu odniesienia ETRS89 na określoną epokę **** (np. ETRF2000 na epokę 2011,0)
ETRS89	Europejski ziemski system odniesienia (ang. <i>European Terrestrial Reference System</i>) zatwierdzony rezolucją nr 1 na zgromadzeniu pod-komisji EUREF we Florencji w 1990 r. jako identyczny z Międzynarodowym Ziemskim Systemem Odniesienia (ITRS) na epokę 1989,0
EUVN	Sieć utworzona przez 62 punkty wysokościowe na obszarze Polski, włączone do europejskiej sieci wysokościowej EUVN (ang. <i>European Vertical Network</i>), których współrzędne zostały wyznaczone w układzie EUREF89, a wysokości w europejskim systemie wysokościowym EVRS07, poprzez bezpośrednie dowiązanie do punktów sieci europejskiej, odpowiednio: ETRF i EUVN, pomierzone w latach 1997–1999 przy użyciu techniki GPS
EVRS	Europejski wysokościowy system odniesienia (ang. <i>European Vertical Reference System</i>)
KRON2006 (PL-KRON2006-NH)	Układ wysokościowy wynikający z nowego pomiaru i wyrównania podstawowej osnowy wysokościowej I i II klasy przy zapewnieniu warunku jak najmniejszych różnic w stosunku do obowiązującego układu PL-KRON86-NH.
PL-1992	Jednostrefowy układ współrzędnych płaskich prostokątnych dla obszaru Polski powstały na podstawie zmodyfikowanego odwzorowania Gaussa-Krügera elipsoidy GRS-80
PL-2000	Czterostrefowy układ współrzędnych płaskich dla obszaru Polski powstały na podstawie zmodyfikowanego odwzorowania Gaussa-Krügera elipsoidy GRS-80
PL-ETRF2000	Trójwymiarowy (3D) układ odniesienia dla obszaru Polski będący fizyczną realizacją geodezyjnego systemu odniesienia ETRS89 poprzez sieć europejskich stacji permanentnych EPN (ang. <i>European Permanent Network</i>) na epokę 2011,0 (wprowadzony na obszar Polski i konserwowany przez stacje referencyjne systemu ASG-EUPOS)
PL-ETRF89	Trójwymiarowy, złożony (2D+1D) układ odniesienia dla obszaru Polski będący fizyczną realizacją geodezyjnego systemu odniesienia ETRS89 poprzez punkty sieci EUREF-POL i POLREF i konserwowany przez sieć punktów podstawowej osnowy geodezyjnej za pośrednictwem obserwacji satelitarnych GNSS.
PL-EVRF2007-NH	Układ wysokościowy dla obszaru Polski będący fizyczną realizacją systemu wysokościowego EVRS (ang. <i>European Vertical Reference System</i>) wyrażony poprzez wysokości normalne odniesione do średniego poziomu Morza Północnego (tzw. zerowego pływu), wyznaczonego dla mareografu w Amsterdamie, Holandia, wprowadzony na obszar Polski i konserwowany przez punkty podstawowej osnowy wysokościowej.
PL-geoid-2011	Dyskretny model quasigeoidy dla obszaru Polski, wyrażony za pomocą regularnej siatki PL-grid-001, dla której punktów węzlowych zosta-

	ły określone odległości (odstępy) powierzchni quasigeoidy od powierzchni elipsoidy odniesienia GRS-80. Model powstał w wyniku skalibrowania (wpasowania) modelu EGM2008 do układów: PL-ETRF2000 i PL-KRON86-NH, reprezentowanych przez osnowy satelitarно-niwelacyjne.
PL-grid-001	Regularna siatka punktów (węzłów) wyrażona we współrzędnych geodezyjnych GRS80H z rozdzielcością $0.01^\circ \times 0.01^\circ$, pokrywająca obszar Polski (z linią granicy państowej)
PL-KRON86-NH	Układ wysokościowy dla obszaru Polski wyrażony poprzez wysokości normalne odniesione do średniego poziomu Morza Bałtyckiego (tzw. niepływowego), wyznaczonego dla mareografu w Kronsztadzie, Federacja Rosyjska wprowadzony na obszar Polski i konserwowany przez punkty podstawowej osnowy wysokościowej).
PRPOG	Państwowy rejestr podstawowych osnow geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych utrzymywany w Centralnym Ośrodku Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej.
PUŁKOWO'42	Trójwymiarowy, złożony (2D+1D) układ odniesienia dla obszaru Polski (konserwowany przez punkty podstawowej osnowy poziomej)
PUŁKOWO'42/83	Trójwymiarowy, złożony (2D+1D) układ odniesienia dla obszaru Polski i państw byłego Układu Warszawskiego (używany jedynie do uzgodnień granic Polski z państwami ościennymi)

2. Podstawy prawne i materiały źródłowe

2.1 Podstawy prawne

Program transformacji współrzędnych i wysokości TRANSPOL v. 2.06 i jego kolejne modyfikacje (dalej program TRANSPOL v. 2.xx) jest zgodny ze standardami technicznymi, o których mowa w ustawie z dnia 17 maja 1989 r. Prawo geodezyjne i kartograficzne (Dz. U. z 2010 r. Nr 193, poz. 1287 z późn. zm.), a w szczególności:

- 1) rozporządzeniem Rady Ministrów z dnia 15 października 2012 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych (Dz. U. z 2012 r., poz. 1247);
- 2) rozporządzeniem Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 14 lutego 2012 r. w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych; (Dz. U. z 2012 r., poz. 352).

2.2 Materiały źródłowe

W programie TRANSPOL v. 2.xx wykorzystano dane źródłowe z modernizacji podstawowej osnowy geodezyjnej, w szczególności:

- 1) wyniki integracji stacji referencyjnych systemu ASG-EUPOS z podstawową osnową geodezyjną kraju;
- 2) dane obserwacyjne z wyrównania podstawowej osnowy poziomej I klasy¹ (sieci astronomiczno-geodezyjnej i sieci triangulacji wypełniającej) w układzie ETRF89² (z 1996 r.);
- 3) dane obserwacyjne (zbiór wektorów GPS) w sieci EUREF-POL, POLREF i EUVN (z lat 90-tych ubiegłego wieku);
- 4) wyniki wyrównania podstawowej osnowy wysokościowej I klasy w europejskim układzie wysokościowym EVRF2007-NH (z 2011 r.);
- 5) wyniki wyrównania podstawowej osnowy wysokościowej I klasy w układzie KRON2006 (z 2008 r.);
- 6) wyniki opracowania quasigeoidy niwelacyjnej 2001 bis (z 2006 r.).

¹ Oznaczenia klas osnow stosowane przed wejściem w życie przepisów rozporządzeniem Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 14 lutego 2012 r. w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych; (Dz. U. z 2012 r., poz. 352).

² Objasnenie użytych skrótów i terminów znajduje się w rozdziale 1.

3. Europejskie, trójwymiarowe układy odniesienia i ich polskie realizacje

3.1 Informacje ogólne

Podstawowymi pojęciami, używanymi w programie TRANSPOL v.2.xx są: geodezyjny system odniesienia (ETRS89, PUŁKOWO'42), system wysokościowy (EVRS), układ odniesienia (PL-ETRF2000, PL-ETRF89, PUŁKOWO'42), układ wysokościowy (PL-EVRF2007-NH, PL-KRON86-NH, KRON2006), model quasigeoidy (PL-geoid-2011), układ współrzędnych przestrzennych kartezjańskich (X, Y, Z), współrzędnych przestrzennych geodezyjnych (φ , λ , h), współrzędnych geodezyjnych (φ , λ), wysokości geodezyjnych (h) czy też wysokości normalnych (H).

Europejski system ETRS89 jest związany z teoretycznie nieruchomą euroazjatycką płytą tektoniczną. W praktyce, zwłaszcza w lokalnych (krajowych) realizacjach tego systemu (jako lokalnych układów odniesienia) występują niewielkie różnice współrzędnych i wysokości, wynikające z ruchów własnych punktów (stacji obserwacyjnych i punktów osnowy) spowodowanych lokalnymi zmianami struktur geologicznych.

Z układem odniesienia jest związany układ współrzędnych kartezjańskich (X,Y,Z) i elipsoida odniesienia (elipsoida obrotowa, której środek pokrywa się z początkiem, a oś obrotu z osią Z układu kartezjańskiego) z układem współrzędnych geodezyjnych (φ , λ , h). Matematyczne związki pomiędzy układami odniesienia określa się zwykle we współrzędnych kartezjańskich za pomocą siedmioparametrowej transformacji przestrzennej (3 parametry translacji, 3 parametry obrotów i 1 parametr zmiany skali). Parametry te estymuje się zwykle metodą najmniejszych kwadratów w oparciu o punkty (stacje) dostosowania o współrzędnych wyznaczonych niezależnie w obu układach.

W programie TRANSPOL v. 2.xx uwzględniono jedynie polskie realizacje europejskich układów odniesienia i układów wysokościowych i ich wzajemne związki matematyczno-empiryczne, wykorzystywane w praktyce geodezyjnej. Dla zapewnienia powiązania nowych układów odniesienia z archiwalnymi układami odniesienia uwidoczniono również zależności tych układów z układem odniesienia PUŁKOWO'42 będącym podstawą układów współrzędnych płaskich prostokątnych 1965 i 1942.

W odróżnieniu od wcześniejszej wersji programu TRANSPOL v. 1.0 w programie TRANSPOL v. 2.xx zastosowano, obok przekształceń matematycznych, przekształcenia empiryczne oparte na siatkach interpolacyjnych, których konstrukcja i sposób wykorzystania opisano w rozdz. 6. Przekształcenia empiryczne, sprowadzające się do interpolacji wartości na węzłach siatki interpolacyjnej PL-grid-001, umożliwiają wpasowanie transformowanych współrzędnych i wysokości punktów w rzeczywisty (realny) układ odniesienia realizowany przez punkty osnowy geodezyjnej.

3.2 Układ odniesienia PL-ETRF89

Układ odniesienia ETRF89 (EUREF89) został wprowadzony w Polsce w latach 90-tych ubiegłego wieku w wyniku założenia 11 punktów sieci EUREF-POL, a następnie 354 punktów sieci POLREF, do których dowiązano podstawową i szczegółową osnowę poziomą. Zgodnie z [9.2.2]³ układ ten nosi nazwę PL-ETRF89. Układ PL-ETRF89 jest podstawą układów współrzędnych płaskich prostokątnych PL-ETRF89-LAEA, PL-ETRF89-LCC, PL-ETRF89-UTM, PL-ETRF89-1992 i PL-ETRF89-2000.

³ Pozycja w wykazie literatury i materiałów źródłowych

Układ odniesienia PL-ETRF89 jest reprezentowany na obszarze kraju przez następujące punkty podstawowej osnowy geodezyjnej:

- 1) 11 punktów sieci EUREF-POL (osnowa 3D pomierzona techniką GPS);
- 2) 348 punktów sieci POLREF (osnowa 3D pomierzona techniką GPS);
- 3) 60 punktów sieci EUVN (osnowa 3D pomierzona techniką GPS);
- 4) 6500 punktów sieci astronomiczno-geodezyjnej (SAG) i triangulacji wypełniającej (SW) wyrównanych w roku 1996 r. w oparciu o zachowane obserwacje klasyczne (osnowa 2D), w układzie ETRF89 na elipsoidzie GRS80 oraz niezależnie w układzie współrzędnych płaskich PL-1992;

Wszystkie wyżej wymienione punkty geodezyjne wchodzą w skład podstawowej, bazowej osnowy poziomej 2 klasy.

W zakresie szczegółowej osnowy poziomej, układ odniesienia PL- ETRF89 jest reprezentowany przez:

- 1) około 104 900 punktów szczegółowej osnowy poziomej II klasy⁴ (osnowa 2D wyrównana w układzie PL-1992 w nawiązaniu do sieci I klasy);
- 2) około 1 291 100 punktów szczegółowej osnowy poziomej III klasy⁴ (osnowa 2D wyrównana w układzie PL-1992 lub transformowana z układów archiwalnych do układu PL-2000 w oparciu o punkty dostosowania)

Wszystkie wyżej wymienione punkty wchodzą obecnie w skład szczegółowej osnowy poziomej 3 klasy

Istotnym elementem jakościowym charakteryzującym układ odniesienia PL-ETRF89 jest dokładność określenia położenia punktu, która wynika z hierarchicznej struktury osnow geodezyjnych. Przyjmując umownie, że układ ETRF89 reprezentowany przez stacje europejskie jest układem quasi-stałym, względem którego określa się błędy położenia punktów w układzie dwuwymiarowym N(x) – E(y) można wyznaczyć błędy bezwzględne współrzędnych punktów wyznaczanych w nawiązaniu do szczegółowej osnowy poziomej 3 klasy. W ujęciu ogólnym błędy te można wyrazić następującymi sumami komponentów, wynikającymi z hierarchii osnow:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \Delta_X (\text{PL-ETRF89}) + \epsilon_{x0} + \epsilon_{x1} + \epsilon_{x2} + \epsilon_{x3} = \Delta_X (\text{PL-ETRF89}) + \epsilon_x \\ \epsilon_y &= \Delta_Y (\text{PL-ETRF89}) + \epsilon_{y0} + \epsilon_{y1} + \epsilon_{y2} + \epsilon_{y3} = \Delta_Y (\text{PL-ETRF89}) + \epsilon_y \end{aligned} \quad (3.1)$$

gdzie:

Δ_X, Δ_Y - błędy systematyczne przeniesienia układu ETRF89 na obszar Polski,

ϵ_x, ϵ_y - suma błędów przypadkowych wynikających z przeniesienia układu odniesienia poprzez punkty kolejnych klas osnowy:

$\epsilon_{x0}, \epsilon_{y0}$ - sieci EUREF-POL + POLREF,

$\epsilon_{x1}, \epsilon_{y1}$ - sieci I klasy (SAG + SW),

$\epsilon_{x2}, \epsilon_{y2}$ - sieci II klasy,

$\epsilon_{x3}, \epsilon_{y3}$ - sieci III klasy.

Pomijając kwestię błędów systematycznych Δ_X, Δ_Y realizacji układu PL-ETRF89 (będą one określone w parametrach transformacji pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000) można oszacować dokładność położenia punktu przy wykorzystaniu klasycznych, hierarchicznych technologii pomiarowych przy założeniu typowych dla tych metod standardów dokładności pomiarów. Zakładając ponadto dla uproszczenia niezależność składników losowych można oszacować średniokwadratowy błąd położenia według prawa przenoszenia błędów średnich Gaussa:

$$\begin{aligned} \mu_x &= (\mu_{x0}^2 + \mu_{x1}^2 + \mu_{x2}^2 + \mu_{x3}^2)^{1/2} \\ \mu_y &= (\mu_{y0}^2 + \mu_{y1}^2 + \mu_{y2}^2 + \mu_{y3}^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

⁴ Według stanu na 31.12.2012 r.

Przyjmując na podstawie danych empirycznych: $\mu_{x0} = \mu_{y0} = 0.020$ m (dla sieci POLREF), $\mu_{x1} = \mu_{y1} = 0.023$ m (dla sieci I klasy), $\mu_{x2} = \mu_{y2} = 0.030$ m (dla sieci II klasy) oraz $\mu_{x3} = \mu_{y3} = 0.030$ m (dla modernizowanych sieci III klasy) otrzymuje się:

$$\mu_x = \mu_y = 0.05 \text{ m lub błąd wypadkowy } \mu_p = 0.07 \text{ m} \quad (3.3)$$

Błąd systematyczny realizacji układu odniesienia PL-ETRF89 w poziomie szacuje się wypadkowo (Δ) na 0.01-0.02 m. Wprawdzie prowadzona analiza nie dotyczy składowej wysokościowej ale dla porównania można wskazać, że realizacja wysokościowa układu PL-ETRF89 charakteryzuje się błędem systematycznym wynoszącym dla obszaru Polski przeciętnie 0.04-0.05 m. Należy ponadto zauważyć, że w zastosowaniach praktycznych dotyczących przeliczenia współrzędnych punktów do wspólnego układu odniesienia, np. PL-ETRF2000, wymienione błędy systematyczne będą automatycznie eliminowane poprzez odpowiedni dobór (estymację) współczynników transformacji siedmioparametrowej. Istotnym dla przeliczeń współrzędnych między układami odniesienia pozostaje jedynie składnik losowy błędu bezwzględnego położenia punktu w układzie PL-ETRF89, który dla pojedynczej współrzędnej wynosi około 0,05 m, a wypadkowo około 0,07 m. Należy jednakże pamiętać, że faktyczny, lokalny błąd układu PL-ETRF89 może istotnie różnić się od wskazanych powyżej wartości.

Analiza dokładnościowa realizacji układu PL-ETRF89, w sensie błędności bezwzględnych położen punktów wskazuje, że stosując technologię RTK w pomiarach sytuacyjnych, gdzie pozycja jest wyznaczana bezpośrednio w nawiązaniu do stacji ASG-EUPOS (definiujących układ odniesienia PL-ETRF2000), dokładność wyznaczanego szczegółu sytuacyjnego może być wyższa niż dokładność lokalnej osnowy geodezyjnej, założonej metodami klasycznymi. Aby przekształcić współrzędne wyznaczone wcześniej w układzie PL-ETRF89 do układu PL-ETRF2000 (układ odniesienia stacji referencyjnych ASG-EUPOS) należy oprócz transformacji siedmioparametrowej uwzględnić także lokalne deformacje układu PL-ETRF89.

Aby przynajmniej częściowo wyeliminować składnik losowy błędu układu PL-ETRF89 w transformacji pomiędzy układami należy zastosować model transformacji empirycznej. W programie TRANSPOL v.2.xx zastosowano się w tym celu specjalną siatkę interpolacyjną (bazową) PL-grid-001 o rozdzielczości $0.01^\circ \times 0.01^\circ$ szerokości i długości geodezyjnej, z określonymi na jej węzłach różnicami współrzędnych pomiędzy układami (sposób konstrukcji i wykorzystania siatki interpolacyjnej jest omówiony w rozdziale 4).

3.3 Układ odniesienia PL-ETRF2000

Nowy układ odniesienia PL-ETRF2000 stanowi realizację geodezyjnego systemu odniesienia ETRS89 na epokę 2011.0. Fizycznie układ został zrealizowany w oparciu o wyniki kampanii pomiarów GNSS w latach 2008-2011, integrującej podstawową osnowę geodezyjną ze stacjami systemu ASG-EUPOS. Układ PL-ETRF2000 jest podstawą układów współrzędnych płaskich prostokątnych: PL-ETRF2000-LAEA, PL-ETRF2000-LCC, PL-ETRF2000-UTM, PL-ETRF2000-1992 i PL-ETRF2000-2000.

Układ odniesienia PL-ETRF2000 jest zasadniczo określony przez stacje referencyjne systemu ASG-EUPOS, ale obliczenia sieci w tym układzie (w wyniku kampanii pomiarowej GNSS w latach 2008-2011.0) obejmowały następujące punkty geodezyjne:

- 1) 35 stacji EPN, w tym 14 stacji na obszarze Polski (obserwacje permanentne GNSS);
- 2) 109 stacji systemu ASG-EUPOS w tym 84 stacje na obszarze Polski (obserwacje permanentne GNSS);
- 3) 115 punktów ekscentrycznych stacji ASG-EUPOS (osnowa 3D pomierzona techniką GNSS);
- 4) 43 punkty sieci EUVN (osnowa 3D pomierzona techniką GNSS);
- 5) 9 punktów sieci EUREF-POL (osnowa 3D pomierzona techniką GNSS);
- 6) 350 punktów sieci POLREF (osnowa 3D pomierzona techniką GNSS);

Z raportów wyrównania sieci wynika, że współrzędne powyższych punktów zostały wyznaczone z błędem nie przekraczającym 0,01 m. Można powiedzieć, że jest to obecnie najdokładniejsza, polska realizacja europejskiego systemu odniesienia ETRS89. W programie TRANSPOL v. 2.xx wykorzystano współrzędne i wysokości punktów z opracowania [9.1.4]. W kolejnych hierarchicznych realizacjach układu odniesienia założono, że układ PL-ETRF2000 jest praktycznie bezbłędny ($mp \leq 0.01$ m).

W celu zwiększenia liczby punktów mających współrzędne w układzie PL-ETRF2000, wykonano ponowne wyrównanie (obecnie układzie PL-ETRF2000) sieci około 6500 punktów dawnej I klasy. W wyniku wyrównania uzyskano przecienny błąd położenia punktu $mp = 0.02$ m.

Trzeba podkreślić, że pomiary GNSS wykonane przy wykorzystaniu serwisów ASG-EUPOS nie mają już charakteru hierarchicznego – położenie punktów jest wyznaczane z bezpośredniego nawiązania do stacji referencyjnych. Z tego powodu dokładność określenia położenia szczegółów sytuacyjnych w układzie PL-ETRF2000 będzie zależna jedynie od zastosowanej metody pomiaru (pomiary statyczne czy RTK/RTN) i przyjętej procedury pomiarowej (klasa odbiornika, długość sesji, redukcja wpływu błędów systematycznych itd.).

3.4 Układ odniesienia PULKOWO'42 (archiwalny)

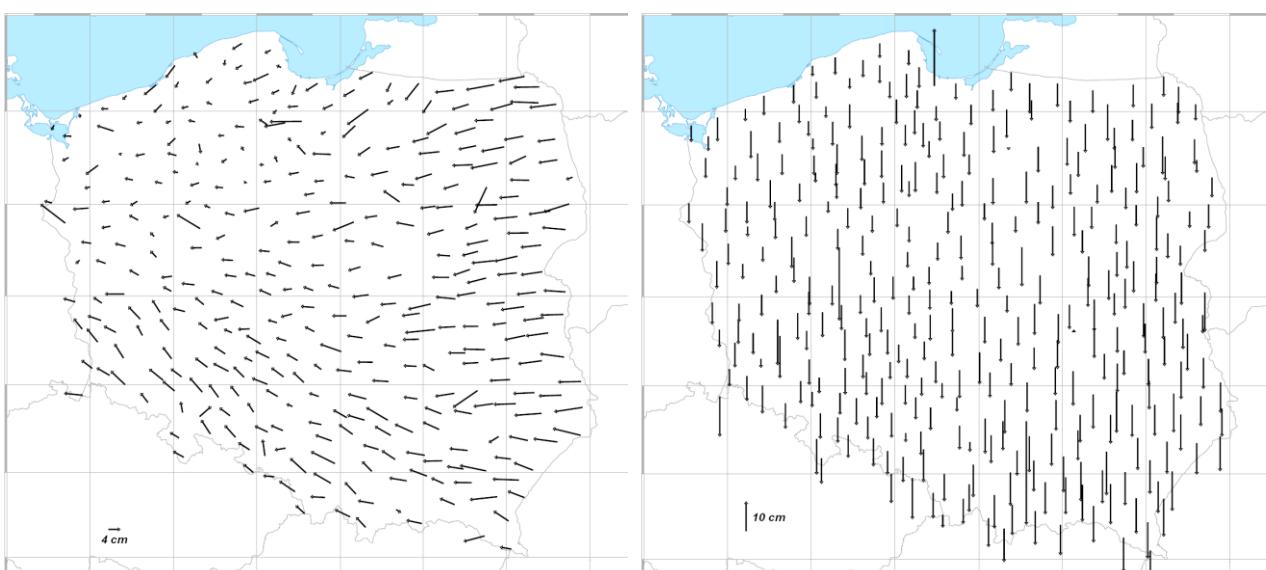
Wyczerpujące informacje dotyczące tego układu odniesienia, z którego wywodzą się układy współrzędnych płaskich prostokątnych 1965 (5 stref), 1942 (3 i 6-stopniowe strefy) i jego związków matematycznych z układem PL-ETRF89 zawarte są w [9.2.5].

4. Schemat i algorytmy transformacji pomiędzy układami odniesienia i układami współrzędnych

4.1. Relacje między układami odniesienia

Zgodnie z [9.2.2] podstawowym, trójwymiarowym układem odniesienia dla obszaru Polski jest układ europejski ETRF2000, zrealizowany w Polsce na epokę 2011.0 i konserwowany przez stacje EPN. Polską realizację układu ETRF2000 nazywamy PL-ETRF2000.

Ponieważ układ PL-ETRF89 nie pokrywa się dokładnie z układem PL-ETRF2000 (różnice współrzędnych i wysokości punktów wyznaczonych w układach: PL-ETRF2000 i PL-ETRF89 zostały przedstawione na rys. 4.1 więc wymagane jest zastosowanie odpowiednich formuł matematyczno-empirycznych umożliwiających przeliczenia współrzędnych i wysokości między tymi układami.



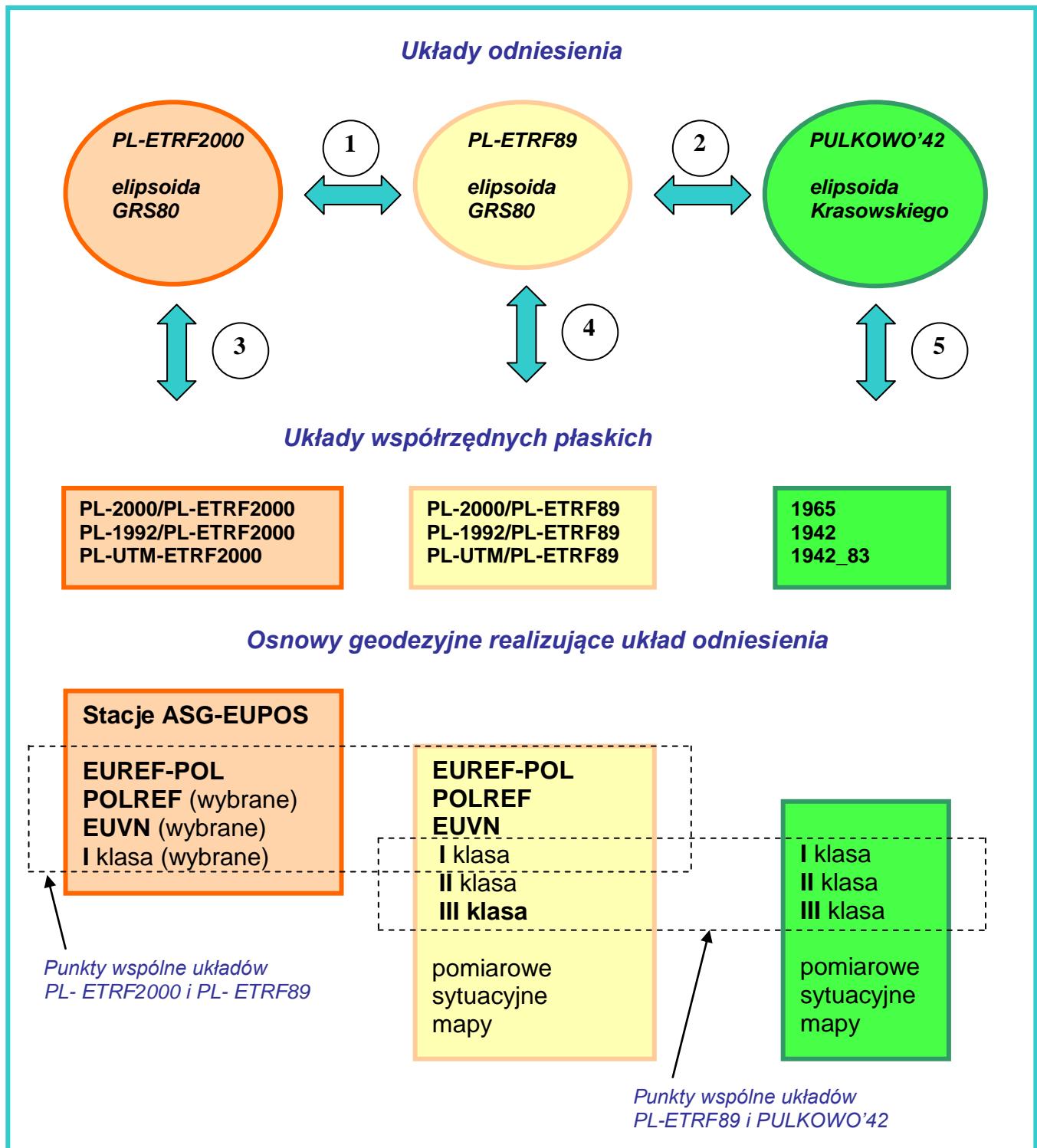
Rys. 4.1 Mapa różnic położenia (φ i λ) oraz wysokości (h) na punktach POLREF pomiędzy układami odniesienia PL-ETRF89 i PL-ETRF2000 (w obu przypadkach układ współrzędnych GRS80h).

4.2. Ogólny schemat transformacji współrzędnych pomiędzy układami odniesienia

Podstawowe operacje transformacyjne pomiędzy układami odniesienia i pochodnymi układami współrzędnych stosowane w programie TRANSPOL v. 2.xx przedstawia rys. 4.2. Strzałki dwukierunkowe na schemacie oznaczają, że wskazane operacje są wykonywane w obie strony.

- 1) Operacja oznaczona liczbą **1** jest realizowana zasadniczo za pomocą siatki interpolacyjnej oznaczonej jako PL-grid-001_1. Alternatywnie, zależnie od wyboru opcji, przekształcenie może być realizowane tylko za pomocą siedmioparametrowej transformacji tj. bez uwzględnienia lokalnych deformacji osłów w układzie PL-ETRF89;
- 2) Operacja oznaczona liczbą **2** jest realizowana zasadniczo za pomocą siatki interpolacyjnej oznaczonej nazwą PL-grid-001_2 (eliminującej duże dystorsje układu „1965”). Alternatywnie, operacja może być zrealizowana tylko za pomocą siedmioparametrowej transformacji trójwymiarowej. Korzystając z teoretycznej transformacji siedmioparametrowej należy mieć na uwadze to, że wynik takiego przekształcenia nie może być produktem końcowym opracowania technicznego, lecz powinien podlegać dodatkowemu wpasowaniu w lokalną osnowę geodezyjną. Trzeba podkreślić, że dystorsje dawnych układów dochodzą do

kilkudziesięciu centymetrów, dlatego w zastosowaniach praktycznych bezpieczniej jest stosować wprost przekształcenia empiryczne, np. oparte na siatce interpolacyjnej.



Rys.4.2. Schemat ideowy podstawowych operacji transformacyjnych w programie TRANSPOL v. 2.xx

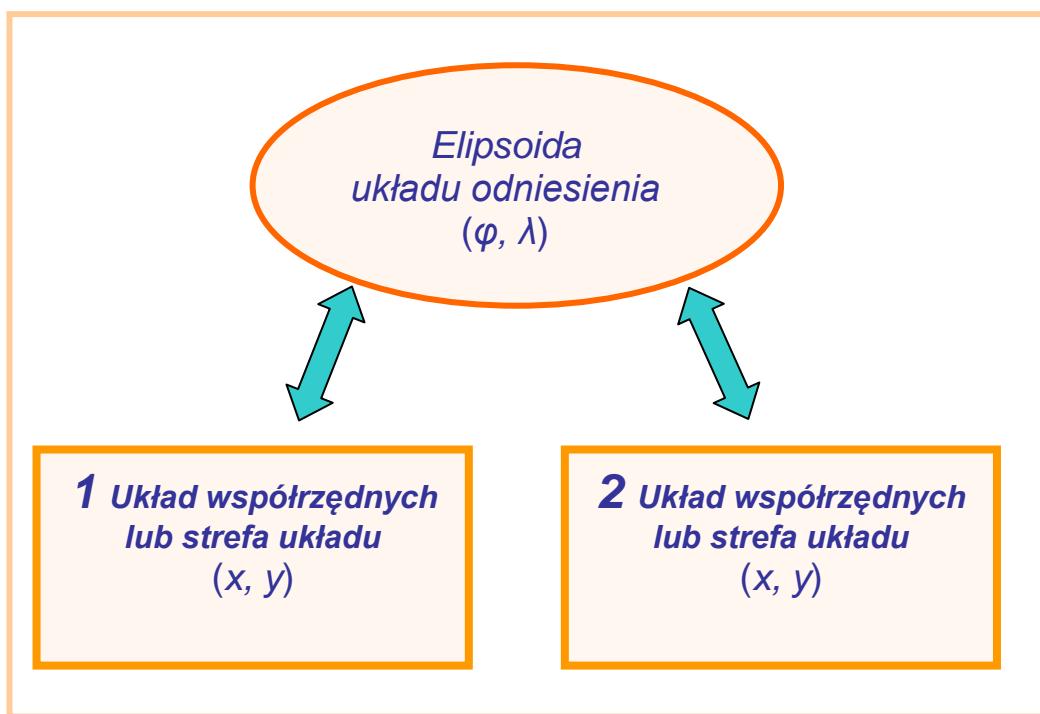
- 3) Operacje oznaczone liczbami 3, 4 i 5 to teoretyczne formuły odwzorowawcze układów współrzędnych płaskich prostokątnych, opisane w [9.2.5]. W szczególności układy: PL-ETRF89-2000, PL-ETRF89-1992, PL-ETRF89-UTM powstałe na podstawie modyfikowanych odwzorowań Gaussa-Krügera w układzie odniesienia PL-ETRF89 będą się różnić od takich samych układów tj. PL-ETRF2000-2000, PL-ETRF2000-1992

i PL-ETRF2000-UTM obliczonych w układzie odniesienia PL-ETRF2000 i ten sam fizyczny punkt będzie miał w tych układach współrzędne różniące się w skrajnych przypadkach o 0,05 m. W związku z tym, obok ogólnej nazwy układu współrzędnych, np. PL-2000 należy podawać nazwę układu odniesienia, chyba że przynależność do właściwego układu odniesienia będzie skądiną oczywista.

W operacjach oznaczonych cyframi **1** i **2** mogą być zastosowane (opcjonalnie) zarówno siatka interpolacyjna jak też transformacja siedmioparametrowa. Pierwsza metoda nosi nazwę opcji empirycznej, zaś druga nazwę opcji teoretycznej.

4.3. Przekształcenia pomiędzy układami współrzędnych w tym samym układzie odniesienia

Przekształcenia współrzędnych pomiędzy strefami odwzorowawczymi tego samego układu współrzędnych lub pomiędzy różnymi układami współrzędnych w tym samym układzie odniesienia odbywają się poprzez współrzędne geodezyjne (elipsoidalne) φ i λ jak to symbolicznie przedstawiono na rys. 4.3. Przeliczenie takie odbywa się poprzez realizację wzorów odwzorowania i definicji układu współrzędnych w znaczeniu „wprost” lub „odwrotnym”. Szczegółowe postacie wzorów i definicji interesujących układów odniesienia są zawarte w Wytycznych Technicznych G-1.10 i zastosowane w programie TRANSPOL v. 2.xx.



Rys. 4.3. Przeliczenie współrzędnych pomiędzy układami współrzędnych (strefami) w tym samym układzie odniesienia

5. Konstrukcja siatki interpolacyjnej i jej wykorzystanie w procesie transformacji

5.1. Konstrukcja siatki interpolacyjnej

Załóżmy, że mamy dwa „bliskie sobie” układy odniesienia, jak na przykład układy PL-ETRF89 i PL-ETRF2000. Dowolny punkt P na fizycznej powierzchni Ziemi będzie miał w pierwszym układzie współrzędne geodezyjne (φ_1, λ_1) , a w układzie drugim (φ_2, λ_2) , a pomiędzy współrzędnymi obu układów zachodzą zależności:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + d\varphi \quad \lambda_2 = \lambda_1 + d\lambda \quad (5.1)$$

gdzie:

$d\varphi$ i $d\lambda$ oznaczają pewne małe różnice, które w ogólności zależą od położenia punktu, wyrażonego np. przez współrzędne (φ_1, λ_1) .

Gdybyśmy znali wartości przyrostów $d\varphi$, $d\lambda$ to oczywiście, stosując formułę (5.1) znajdziemy natychmiast współrzędne punktu w drugim układzie (φ_2, λ_2) , jeśli znamy jego współrzędne w układzie pierwszym (φ_1, λ_1) i odwrotnie. Oczywiście, poprzez formuły odwzorowawcze realizuje się równocześnie przejście pomiędzy układami współrzędnych zgodnie z rys. 4.2. Niewiadome przyrosty $d\varphi$ i $d\lambda$ wyznacza się przez interpolację w „oczkach” regularnej, cechowanej siatki kartograficznej zwanej dalej siatką interpolacyjną.

Poniżej przedstawione zostały ogólne zasady konstrukcji i wykorzystania regularnych siatek interpolacyjnych w układzie współrzędnych geodezyjnych φ, λ ale siatka w ogólności może posłużyć do pozycjonowania w dowolnych układach dwuwymiarowych, np. płaskich prostokątnych jak to zostało opisane w [9.2.5].

W ogólności, jednowymiarową siatką interpolacyjną w danym obszarze dwuwymiarowym, w zakresie jakiejś jednej cechy C zależnej od położenia punktu w tym obszarze nazywamy zbiór wartości:

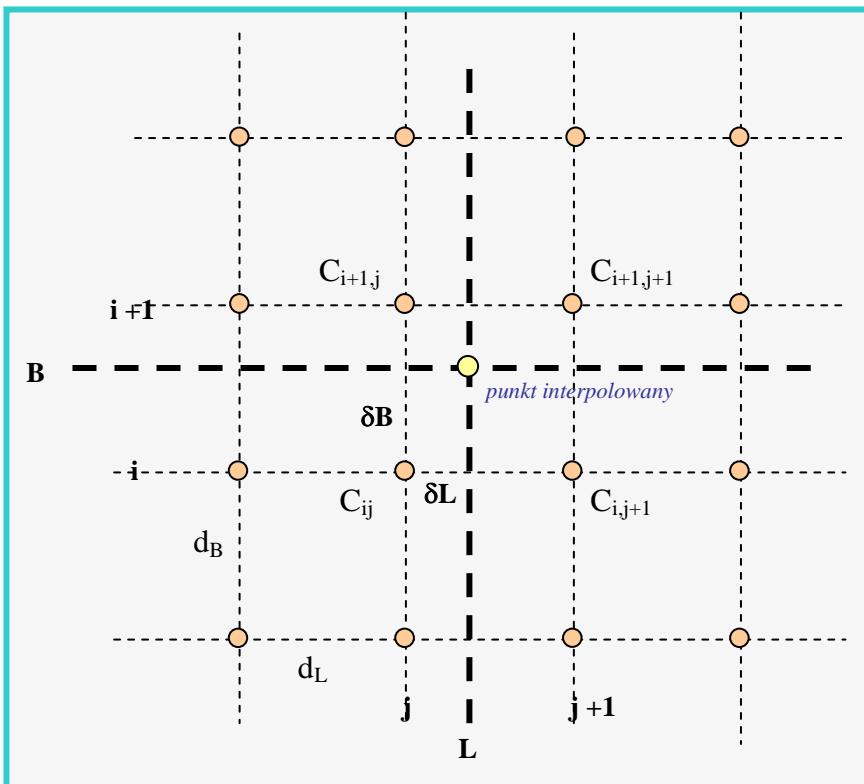
$$\{(\varphi_i, \lambda_j, C_{ij}): i = 0, 1, 2, \dots, m; j = 0, 1, 2, \dots, n\} \quad (5.2)$$

gdzie:

- (φ_i, λ_j) – punkty (węzły siatki) w układzie współrzędnych geodezyjnych;
- i, j – indeksy (wskaźniki) węzłów siatki, zmieniające się od 0 do odpowiednich wartości m, n, wyznaczający w ogólności pewien obszar prostokątny, C_{ij} wartości cechy C w węzłach siatki, wyznaczone (interpolowane) na podstawie pewnego zbioru punktów pomiarowych (np. osów geodezyjnych, punktów dostosowania) położonych w danym obszarze.

Tworzenie siatki interpolacyjnej jest odrębnym, jednorazowym procesem obliczeniowym, ale raz utworzona siatka interpolacyjna pozwala w łatwy sposób wyznaczać wartość cechy C w dowolnie określonych punktach pośrednich, jak to pokazano na rys. 5.1.

Typowym sposobem interpolacji wewnętrz węzłów „oczku” siatki jest tzw. interpolacja biliniowa, którą wykonuje się według wzorów podanych w [9.2.5] :



Rys. 5.1 Zasada wykorzystania jednowymiarowej siatki interpolacyjnej do wyznaczenia cechy C w punkcie pośrednim.

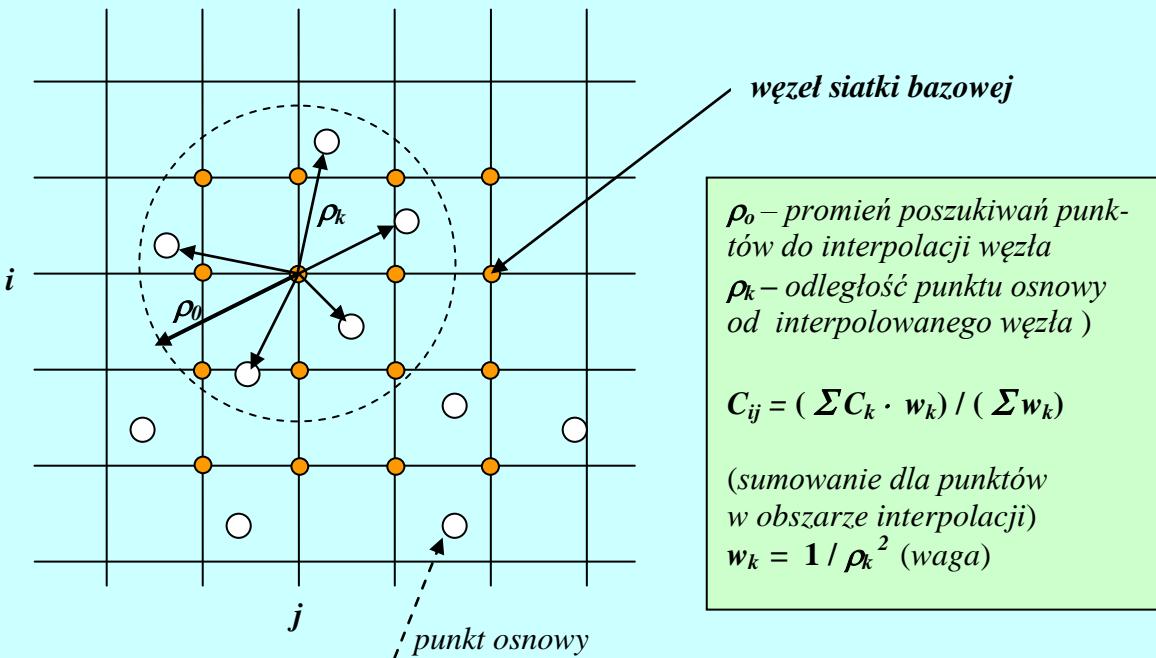
W programie TRANSPOL v.2.xx stosuje się także, obok typowej interpolacji biliniowej, regułę średniej ważonej, gdzie waga jest liczbą odwrotnie proporcjonalną do q -tej potęgi odległości punktu interpolowanego od punktu danego, przy czym $q=1$ lub $q=2$ (więcej w [9.2.5]).

Na rys. 5.2. przedstawiono zastosowanie metody średniej ważonej do tworzenia siatki interpolacyjnej w oparciu o rozproszone punkty osnowy geodezyjnej. Operację nadania węzłom siatki bazowej wartości pewnej cechy C nazywa się inaczej cechowaniem siatki.

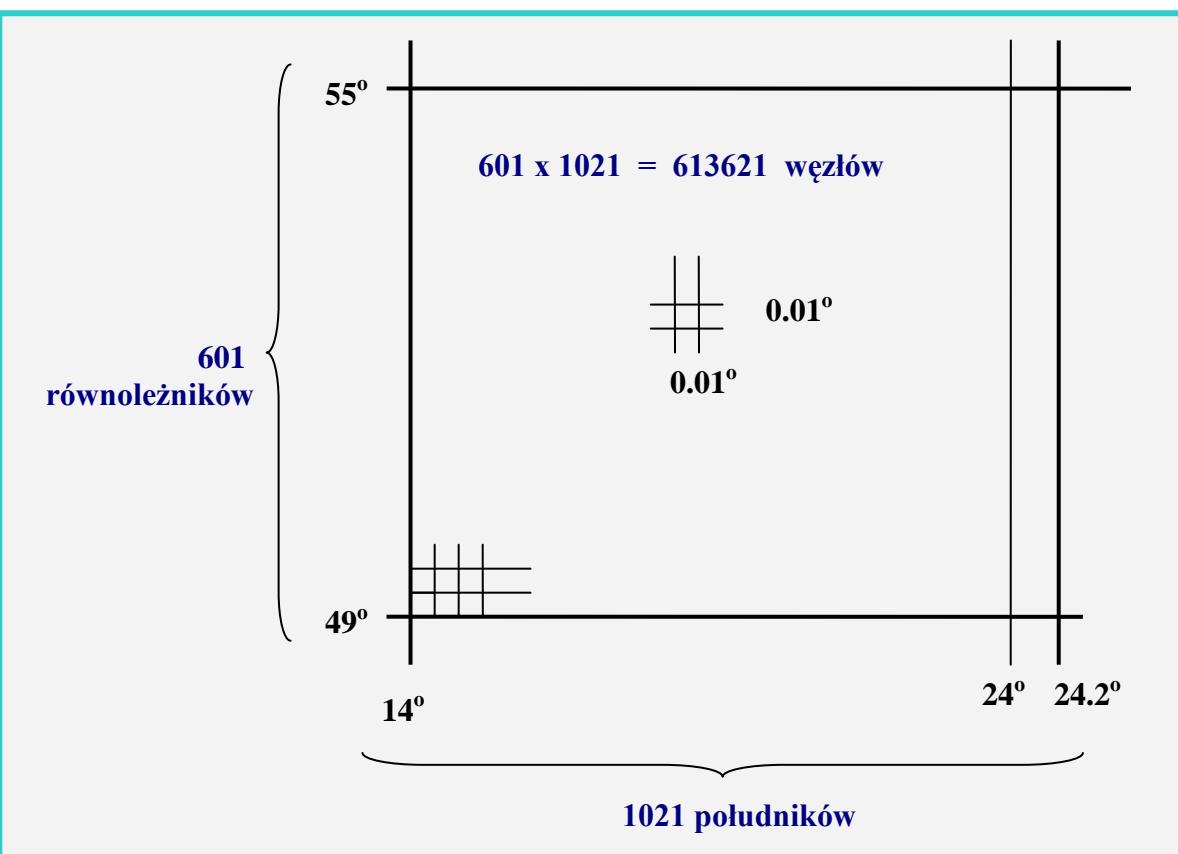
Siatki interpolacyjne mogą być jedno-lub wielowymiarowe, przy czym wielowymiarowość oznacza przyporządkowanie węzłom siatki bazowej nie jednej a kilku cech. Przykładowo, jeśli cechą interpolowaną są różnice rzędnych wysokości pomiędzy dwoma układami (systemami) wysokościowymi wtedy mamy siatkę jednowymiarową. Przykładem siatki dwuwymiarowej jest siatka, której węzłom przyporządkowano pary różnic współrzędnych geodezyjnych d_ϕ i d_λ pomiędzy dwoma układami odniesienia. Podobnie siatkę trójwymiarową można stosować dla przekształceń pełnych współrzędnych geodezyjnych ϕ, λ, h (H) między układami odniesienia i układami wysokościowymi.

5.2. Bazowa siatka interpolacyjna PL-grid-001

Bazowa siatka interpolacyjna (rys. 5.3) o umownej nazwie PL-grid-001 zawiera w sumie 613 621 węzłów, rozmieszczonych na 601 równoleżnikach w zakresie szerokości geodezyjnych od 49°N do 55°N ze skokiem co 0.01° i na 1 021 południkach w zakresie długości geodezyjnych od 14°E do 24.2°E z odstępem co 0.01° . Siatka PL-grid-001 jest podstawą tworzenia siatek interpolacyjnych (cechowanych) dla różnych przekształceń transformacyjnych (sytuacyjnych i wysokościowych) oraz dla budowy numerycznego modelu quasigeoidy na obszarze Polski.



Rys. 5.2. Interpolacja (cechowanie) węzłów siatki na podstawie osnowy geodezyjnej, metodą średniej ważonej.



Rys. 5.3. Struktura siatki bazowej PL-grid-001

Siatka bazowa PL-grid-001 obejmuje swym zasięgiem obszar Polski z pewnym naddatkiem zapewniając wyznaczenie interpolowanych wartości na granicy państwa. Dla każdego węzła siatki ustala się wskaźniki i, j tablicy prostokątnej w następujący sposób:

$$\begin{aligned} i &= (\varphi_i - 49.00) * 100; \quad j = (\lambda_j - 14.00) * 100 \\ i &= 0, 1, 2, \dots, 600; \quad j = 0, 1, 2, \dots, 1020 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Odwrotnie, jeśli wskaźniki (i, j) danego węzła są znane, wtedy jego współrzędne określone są z wzorów:

$$\varphi_i = i * 0.01 + 49.00; \quad \lambda_j = j * 0.01 + 14.00 \quad [^{\circ}] \quad (5.4)$$

Przyporządkowując dla każdego węzła siatki jakąś wartość (cechę C) otrzymuje się odpowiednią siatkę interpolacyjną. Numerycznie będzie mieć ona postać zbioru uporządkowanego w następujący sposób (dla jasności wskaźniki wartości cechy podano w nawiasach prostokątnych):

$$\begin{aligned} &i, j, C[i,j] \text{ (liczby rzeczywiste)} \\ &0, 0, C[0,0] \\ &0, 1, C[0,1] \\ &0, 2, C[0,2] \\ &\dots \\ &0, 1020, C[0,1020] \\ &1, 0, C[1,0] \\ &1, 1, C[1,1] \\ &1, 2, C[1,2] \\ &\dots \\ &1, 1020, C[1,1020] \\ &2, 0, C[2,0] \\ &2, 1, C[2,1] \\ &\dots \\ &2, 1020, C[2,1020] \\ &\dots \\ &\dots \\ &600, 1020, C[600,1020] \end{aligned} \quad (5.5)$$

Powyższy przykład oznacza jednowymiarową siatkę interpolacyjną zbudowaną na siatce bazowej PL-grid-001.

Przyporządkowując węzłom siatki nie jedną, lecz kilka (n) cech,

$$C1[i, j], C2[i, j], \dots, Cn[i, j] \quad (5.6)$$

można zdefiniować n-wymiarową siatkę interpolacyjną.

W programie TRANSPOL 2.xx zostały zastosowane zarówno jednowymiarowe siatki interpolacyjne (do transformacji wysokościowych i do budowy modelu quasigeoidy) jak również siatki dwuwymiarowe (do transformacji współrzędnych geodezyjnych w różnych układach odniesienia). W przypadku siatek dwuwymiarowych cechami interpolowanymi będą różnice współrzędnych geodezyjnych tego samego w dwóch układach odniesienia. Oznacza to, że w poszczególnych węzłach siatki będą określone wartości różnic współrzędnych (cechy węzłów):

$$C1[i,j] = \delta\varphi_{ij} = \varphi_{ij} [\text{układ 2}] - \varphi_{ij} [\text{układ 1}]$$

$$C2[i,j] = \delta\lambda_{ij} = \lambda_{ij} [\text{układ 2}] - \lambda_{ij} [\text{układ 1}] \quad (5.7)$$

Siatki jednowymiarowe będą mieć zastosowanie do transformacji wysokościowych oraz do budowy numerycznego modelu quasigeoidy, wówczas węzły siatki będą mieć określoną cechę:

$$C[i,j] = \delta H_{ij} = H_{ij} [\text{układ 2}] - H_{ij} [\text{układ 1}] \quad (5.8)$$

W przypadku, gdy układem 1 jest układ wysokości normalnych, zaś układem 2 jest układ wysokości elipsoidalnych (w określonym układzie odniesienia) utworzona siatka interpolacyjna staje się modelem numerycznym wysokości quasigeoidy w tym układzie odniesienia.

5.3. Model matematyczny i siatka interpolacyjna PL-grid-001_1do transformacji pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000

Transformację pomiędzy układami odniesienia i układami wysokościowymi w programie TRANSPOL 2.xx można zrealizować na dwa sposoby:

- 1) matematycznie, za pomocą wzoru transformacyjnego (opcja matematyczna),
- 2) empirycznie, za pomocą siatki interpolacyjnej (opcja empiryczna).

Opcja matematyczna oparta jest na trójwymiarowej siedmioparametrowej transformacji konforemnej Helmerta, natomiast opcja empiryczna na trójwymiarowej siatce interpolacyjnej. Cechami siatki są przyrosty współrzędnych geodezyjnych pomiędzy układami, $d\phi$, $d\lambda$, dh (dH). W zastosowaniach praktycznych np. w pracach geodezyjnych związanych z zagęszczaniem osów powinno się stosować opcję empiryczną, gdyż uwzględnia ona wpasowanie punktów w realny układ odniesienia reprezentowany przez istniejące osnowy geodezyjne.

W celu wyznaczenia parametrów transformacji PL-ETRF89<=>PL-ETRF2000 (w opcji matematycznej) wybrano 330 punktów sieci POLREF, dla których dysponowano pełnym zestawem współrzędnych geocentrycznych kartezjańskich w obu układach odniesienia. Nie uwzględniono sieci EUREF-POL jak też sieci EUVN, gdyż, jak to wynikało z wcześniejszych analiz, sieci te nie spełniały warunku jednorodności z siecią POLREF (wyznaczone zostały w innych epokach niż punkty sieci POLREF).

Przyjmując układ PL-ETRF89 zrealizowany przez sieć POLREF uwzględniono fakt, że w oparciu o tę sieć opracowana została (wyrównana) dawna osnowa I klasy (SAG+SW), a następnie, zgodnie z hierarchiczną strukturą osów poziomych, osnowy niższych klas: II i III. Ze zbioru wszystkich punktów sieci POLREF obserwowanych w trakcie kampanii pomiarowej 2008-2011, wykluczono 5 punktów, co do których było podejrzenie, że zostały przesunięte względem ich stanu pierwotnego z lat 90-tych.

Współrzędne X,Y,Z 330 punktów POLREF w układzie PL-ETRF2000 przyjęto z opracowania wykonanego przez Wydział Geodezji i Kartografii PW [9.1.4] (alternatywnym rozwiązańiem było opracowanie wykonane przez Centrum Badań Kosmicznych PAN [9.1.3]). Współrzędne katalogowe w układzie PL-ETRF89 przyjęto z centralnego banku osów geodezyjnych (opracowanie z lat 90-tych). Po wykonaniu siedmioparametrowej transformacji dla 330 punktów łącznych uzyskano następujące średniokwadratowe odchyłki współrzędnych pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000:

$$S_X = 0.0107 \text{ m } S_Y = 0.0083 \text{ m } i S_Z = 0.0133 \text{ m} \quad (5.9)$$

Obliczenia wykonano programem TRANS_3D z pakietu GEONET_2006. Pełny zestaw odchyłek otrzymanych w procesie transformacji z PL-ETRF89 do układu PL-ETRF2000 i z układu PL-ETRF2000 do układu PL-ETRF89 zawarty jest w operacie technicznym z realizacją umowy nr BO-4-2503-183/GI-2500-610-83/2012 z dnia 17.12.2012 r. Maksymalne bezwzględne wartości odchyłek współrzędnych nie przekraczają 0,05 m. Średni błąd położenia punktów POLREF był szacowany w latach 90-tych na około 2.5 cm, co oznacza, że co najmniej 25%

punktów może mieć odchyłki przekraczające tę wartość dwukrotnie, a około 5% trzykrotnie. Na punktach wykluczonych (5 punktów) odchyłki były większe od 0,05 m.

5.3.1 Wzory siedmioparametrowej transformacji (opcja matematyczna) pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000 w formie procedur w języku Delphi.

Parametry transformacji wraz z formułą różnicową transformacji w obu kierunkach zawierają fragmenty kodów procedur programu TRANSPOL v. 2.xx przedstawione w tabelach 5.1 i 5.2.

Tab. 5.1. Estymowane w oparciu o 330 punktów sieci POLREF parametry i wzory transformacji matematycznej pomiędzy układami: PL-ETRF89 i PL-ETRF2000

```
TRANS PL-ETRF89 => PL-ETRF2000/ep2011.0
(POLREF)           (nowy)

procedure xyz89_xyz2000 (var x1,y1,z1,x2,y2,z2: double; var idefect: integer);
var DX,DY,DZ,XS1,YS1,ZS1: double;
begin
//FORMUŁA RÓŻNICOWA TRANSFORMACJI 7-parametrowej
if(idefect=0) then
begin
  XS1:= 3696570.6591;  YS1:= 1297521.5905; ZS1:= 5011111.1273;
  DX := X1-XS1;  DY:= Y1-YS1; DZ:= Z1-ZS1;
  X2 := X1 + (-0.0322)+(-0.00000005102)*DX+(-0.00000000746)*DY+( 0.00000004804)*DZ;
  Y2 := Y1 + (-0.0347)+ ( 0.00000000746)*DX+(-0.00000005102)*DY+( 0.00000006152)*DZ;
  Z2 := Z1 + (-0.0507)+(-0.00000004804)*DX+(-0.00000006152)*DY+(-0.00000005102)*DZ;
end;
end;
```

Tab. 5.2. Estymowane w oparciu o 330 punktów sieci POLREF parametry i wzory transformacji matematycznej pomiędzy układami: PL-ETRF2000 i PL-ETRF89

```
TRANS PL-ETRF2000/ep2011 => PL-ETRF89
(nowy)                   (POLREF)

procedure xyz2000_xyz89(var x1,y1,z1,x2,y2,z2: double; var idefect: integer);
var DX,DY,DZ,XS1,YS1,ZS1: double;
begin
// FORMUŁA RÓŻNICOWA TRANSFORMACJI 7- parametrowej
if(idefect=0) then
begin
  XS1:= 3696570.6268;  YS1:= 1297521.5559; ZS1:= 5011111.0767;
  DX := X1-XS1;  DY := Y1-YS1; DZ := Z1-ZS1;
  X2 := X1 + ( 0.0322)+( 0.00000005102)*DX+( 0.00000000746)*DY+(-0.00000004804)*DZ;
  Y2 := Y1 + ( 0.0347)+(-0.00000000746)*DX+( 0.00000005102)*DY+(-0.00000006152)*DZ;
  Z2 := Z1 + ( 0.0507)+( 0.00000004804)*DX+( 0.00000006152)*DY+( 0.00000005102)*DZ;
end;
end;
```

Wzory różnicowe podane w tabeli 5.1. można łatwo przekształcić do postaci stosowanej w transformacjach globalnych (z przesunięciem początku układu współrzędnych), czyli do postaci:

FORMUŁA DLA TRANSFORMACJI GLOBALNYCH:

$$\begin{aligned} X2 &= X1 + (-0.0747)+(-0.00000005102)*X1+(-0.00000000746)*Y1+(0.00000004804)*Z1 \\ Y2 &= Y1 + (-0.3044)+ (0.00000000746)*X1+(-0.00000005102)*Y1+(0.00000006152)*Z1 \\ Z2 &= Z1 + (0.4624)+(-0.00000004804)*X1+(-0.00000006152)*Y1+(-0.00000005102)*Z1 \end{aligned}$$

Podobnie jak w transformacji „wprost” formuła dla transformacji globalnych będzie mieć postać przekształconą równoważnie z postaci różnicowej.

FORMUŁA DLA TRANSFORMACJI GLOBALNYCH:

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 + (0.0747) + (0.00000005102) * X_1 + (0.00000000746) * Y_1 + (-0.0000004804) * Z_1 \\ Y_2 &= Y_1 + (0.3044) + (-0.00000000746) * X_1 + (0.00000005102) * Y_1 + (-0.0000006152) * Z_1 \\ Z_2 &= Z_1 + (-0.4624) + (0.00000004804) * X_1 + (0.00000006152) * Y_1 + (0.00000005102) * Z_1 \end{aligned}$$

Przedstawione rozwiązania nie są jeszcze optymalne ze względu na stosunkowo niewielką liczbę użytych punktów dostosowania (330). Istotne poprawienie wyników nastąpiło po dołączeniu osnowy dawnej I klasy w liczbie 6644 punktów. Stało się to możliwe po wyrównaniu dawnej sieci triangulacji I klasy w nowym układzie PL-ETRF2000.

5.3.2 Siatka interpolacyjna PL-grid-001_1 do transformacji empirycznej pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000 z uwzględnieniem różnic wysokości elipsoidalnych

Siatka interpolacyjna PL-grid-001_1 ma postać zbioru zawierającego 613621 rekordów formacie przedstawionym w tabeli 5.3. W kolumnach 1 i 2 są podane współrzędne geodezyjne węzłów siatki w stopniach, a w kolumnach 3, 4 i 5 odpowiednio wielkości: $d\varphi$, $d\lambda$, H spełniające zależność:

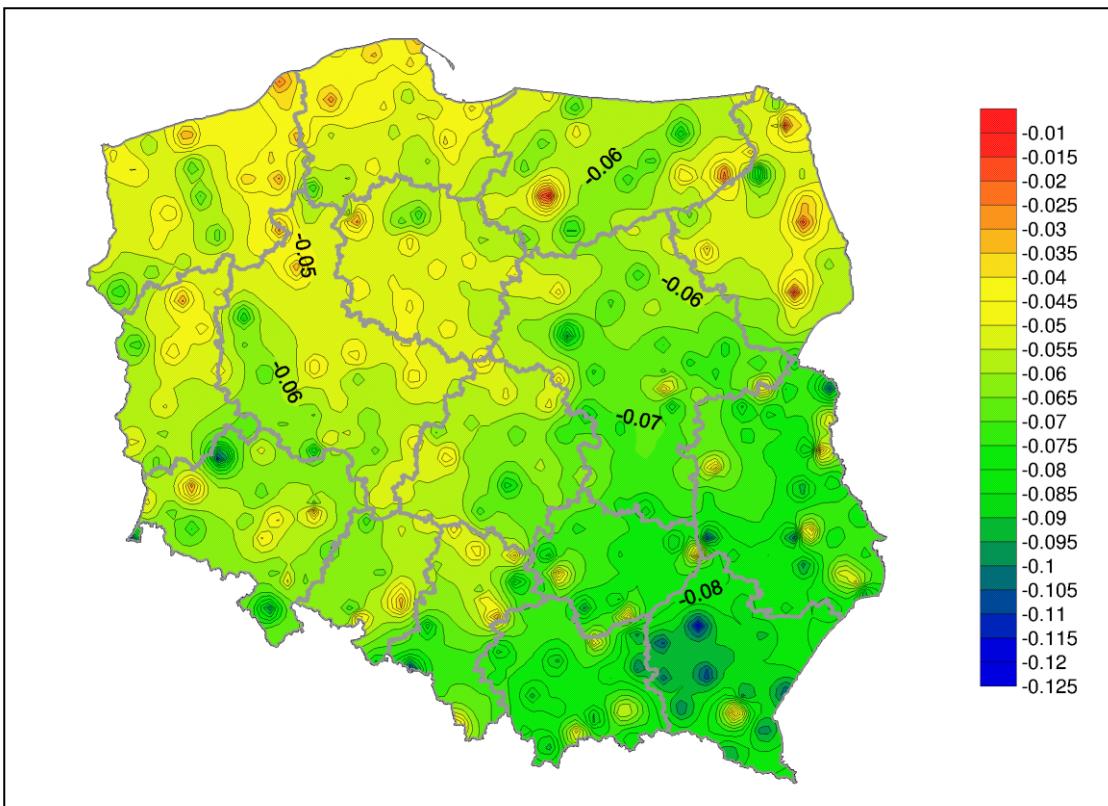
$$\begin{aligned} \varphi_{PL-ETRF2000} &= \varphi_{PL-ETRF89} + d\varphi [^{\circ}] \\ \lambda_{PL-ETRF2000} &= \lambda_{PL-ETRF89} + d\lambda [^{\circ}] \\ h_{PL-ETRF2000} &= h_{PL-ETRF89} + dh [m] \end{aligned} \quad (5.10)$$

Tab. 5.3. Wzór siatki interpolacyjnej pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000

PL-ETRF89 => PL-ETRF2000					
φ [$^{\circ}$]	λ [$^{\circ}$]	$d\varphi$ [$^{\circ}$]	$d\lambda$ [$^{\circ}$]	dH [m]	
1	2	3	4	5	
49.00	14.00	0.000000216	-0.000000213	-0.0837	
49.00	14.01	0.000000216	-0.000000215	-0.0837	
49.00	14.02	0.000000216	-0.000000215	-0.0838	
.....					
52.50	14.98	0.000000016	-0.000000191	-0.0602	
52.50	14.99	0.000000017	-0.000000189	-0.0596	
52.50	15.00	0.000000018	-0.000000191	-0.0591	
.....					
55.00	24.18	-0.000000131	-0.000000503	-0.0496	
55.00	24.19	-0.000000132	-0.000000504	-0.0495	
55.00	24.20	-0.000000131	-0.000000504	-0.0496	

Interpolację w ”oczku” siatki dokonuje się według tzw. interpolacji biliniowej.

Zmiany wysokości elipsoidalnych pomiędzy układami PL-ETRF89 i PL-ETRF2000 obrazuje rys. 5.4.



Rys. 5.4. Obraz zmian wysokości elipsoidalnych w transformacji PL-ETRF89 => PL-ETRF2000

5.4. Model matematyczny i siatka interpolacyjna PL-grid-001_2do transformacji pomiędzy układami PL-ETRF89 i PUŁKOWO'42

Transformacja matematyczna między układami PL-ETRF89 i PUŁKOWO'42 została opracowana w 2000 r. przy okazji przeliczeń współrzędnych pomiędzy układem 1965, a nowoprowadzonym wówczas układem 2000.

5.4.1 Wzory transformacji siedmioparametrowej stosowanej do przekształceń pomiędzy układami PL-ETRF89 i PUŁKOWO'42

Różnice współrzędnych pomiędzy układem PUŁKOWO'42 i układem EUREF89 (obecnie PL-ETRF89) zostały wyznaczone metodą matematycznej siedmioparametrowej transformacji Helmerta, której formuły i parametry zostały przedstawione w tabeli 5.4 (język Delphi).

Wyniki wielu analiz dotyczących porównania osnów geodezyjnych w układzie 1965 z tymi samymi osnowami w układzie 2000 potwierdziły, że do przejścia pomiędzy elipsoidami GRS80 (stosowanej w układzie EUREF89) i elipsoidy Krasowskiego 1940 (stosowanej w układzie PUŁKOWO'42) nie wystarczy sama transformacja matematyczna. Obliczone odchyłki globalne układów współrzędnych osiągają przeciętnie wartości 0,2 – 0,3 m, a wartości maksymalne są rzędu 0,8 – 0,9 m (w strefie III układu 1965). Dlatego nieodzowne jest w tym przypadku zastosowanie transformacji empirycznej. W tym celu już w latach 90-tych powstały wielomianowe formuły empiryczne (tzw. korekta globalna lub ogólna dla każdej strefy), a także sposoby empiryczne oparte na lokalnych transformacjach *Helmerta* i korektach *Hausbrandta*, więcej w [9.2.5].

Najbardziej uniwersalnym sposobem transformacji pomiędzy układami PUŁKOWO'42 i PL-ETRF89 wydaje się być metoda siatki interpolacyjnej, która w odniesieniu do tej transformacji została zaproponowana w [9.1.23]. Siatka taka została opracowana przy wykorzystaniu siatki bazowej PL-grid-001 na podstawie osnów poziomych I i II klasy.

Tab.5.4. Wzory i parametry transformacji siedmioparametrowej wyznaczone w roku 2000 pomiędzy układem PUŁKOWO'42 a układem PL-ETRF89.

```

procedure XYZG_XYZK(var X,Y,Z,XX,YY,ZZ: double; var idefect: integer);
begin
if(idefect=0) then
begin
  XX:=X+X* 0.84076440e-6 +Y*4.08960694e-6+Z* 0.25613907e-6 -33.4297;
  YY:=Y+X*(-4.08960650e-6)+Y*0.84076292e-6+Z*(-1.73888787e-6)+146.5746;
  ZZ:=Z+X*(-0.25614618e-6)+Y*1.73888682e-6+Z* 0.84077125e-6 +76.2865;
end;
end;
```

```

procedure XYZK_XYZG(var X,Y,Z,XX,YY,ZZ: double; var idefect: integer);
var
X1,Y1,Z1: double;
begin
if(idefect=0) then
begin
  X1:=X - (-33.4297);
  Y1:=Y - 146.5746;
  Z1:=Z - 76.2865;
  XX:=X1 + X1*(-0.84078048e-6)+Y1*(-4.08959962e-6)+Z1*(-0.25614575e-6);
  YY:=Y1 + X1* 4.08960007e-6 +Y1*(-0.84078196e-6)+Z1* 1.73888389e-6;
  ZZ:=Z1 + X1* 0.25613864e-6 +Y1*(-1.73888494e-6)+Z1*(-0.84077363e-6);
end;
end;
```

5.4.2 Siatka interpolacyjna PL-grid-001_2 do transformacji empirycznej PL-ETRF89 => PUŁKOWO'42

Siatka interpolacyjna ma postać zbioru 613 621 rekordów o formacie podanym w tabeli 5.5.

Tab. 5.5. Wzór siatki interpolacyjnej dla transformacji empirycznej pomiędzy układami PL-ETRF89 i PUŁKOWO'42

ETRF89 => PUŁKOWO'42			
B	L	dB	dL
[o]	[o]	89->KRAS *e8	89->KRAS *e8

1	2	3	4
49.00	14.00	00041509	00170525
49.00	14.01	00041493	00170525
49.00	14.02	00041477	00170524
.....			
51.91	19.59	00029351	00181059
51.91	19.60	00029336	00181057
51.91	19.61	00029312	00181064
51.91	19.62	00029289	00181063
.....			
55.00	24.18	00018001	00193158
55.00	24.19	00017984	00193151
55.00	24.20	00017966	00193143

W kolumnach 1, 2 są podane współrzędne geodezyjne węzłów siatki w stopniach; a w kolumnach 3, 4, 5 wielkości dB, dL, dH o następującym znaczeniu numerycznym:

$$\begin{aligned} B_{\text{PULKOWO'42}} &= B_{\text{PL-ETRF89}} + dB * 10^{-8} \\ L_{\text{PULKOWO'42}} &= L_{\text{PL-ETRF89}} + dL * 10^{-8} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Interpolację w „oczku” siatki dokonuje się metodą średniej ważonej z odwrotnością odległości ($q=1$) od węzłów jako waga.

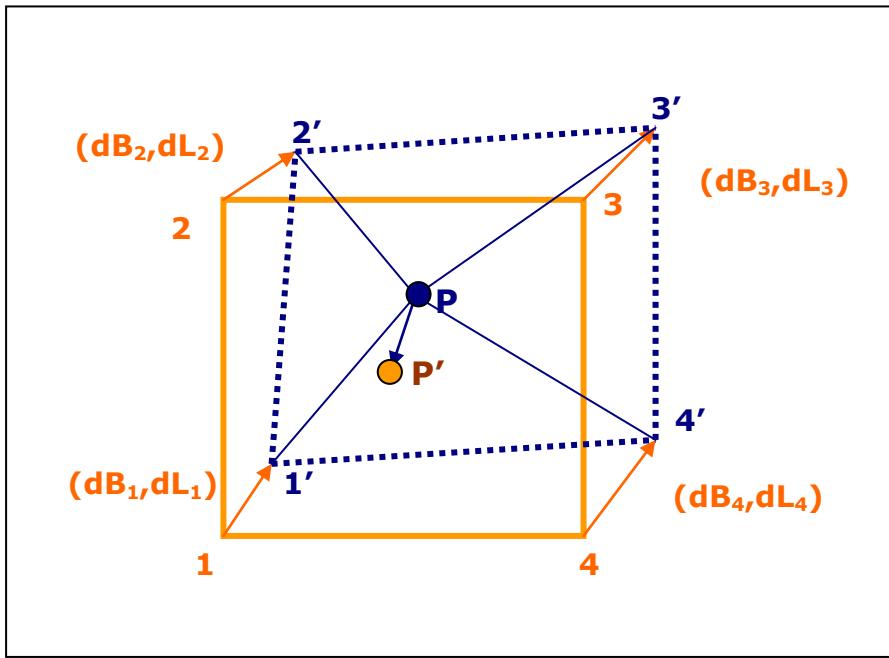
Przekształcenia wysokości elipsoidalnych $h_{\text{PL-ETRF89}} \Rightarrow h_{\text{PULKOWO'42}}$ realizuje się poprzez transformację siedmioparametrową (jak w przekształceniu matematycznym).

5.4.3 Siatka interpolacyjna PL-grid-001_2 do transformacji empirycznej PUŁKOWO'42 => PL-ETRF89 (zadanie odwrotne)

Ze względu na relatywnie znaczne różnice pomiędzy układami i elipsoidami do transformacji odwrotnej

$$(B, L)_{\text{PULKOWO'42}} \Rightarrow (B, L)_{\text{PL-ETRF89}}$$

stosuje się algorytm specjalny, polegający na tym, że interpolację wykonuje się nie w oryginalnym „oczku” siatki podstawowej, lecz w „oczku” przekształconym do układu PUŁKOWO'42. Każdy narożnik oczka siatki oryginalnej zostaje przesunięty o wielkości dB i dL wynikające z odpowiednich wartości cech siatki dwuwymiarowej (rys.5.5).



Rys. 5.5. Ilustracja do przekształcania pomiędzy układami PUŁKOWO'42 i PL-ETRF89

Następnie w oczku 1', 2', 3', 4' (w układzie PUŁKOWO'42), którego wartości wierzchołków (wektory przesunięć odwrotnych - do układu ETRF89) mają znak przeciwny do cech wierzchołków oczka 1, 2, 3, 4 siatki podstawowej, dokonujemy interpolacji składowych wektora P-P', stosując wzory średniej ważonej:

$$\begin{aligned} dB_{P-P'} &= -(dB_1 \cdot q_1 + dB_2 \cdot q_2 + dB_3 \cdot q_3 + dB_4 \cdot q_4) \\ dL_{P-P'} &= -(dL_1 \cdot q_1 + dL_2 \cdot q_2 + dL_3 \cdot q_3 + dL_4 \cdot q_4) \end{aligned} \quad (5.12)$$

gdzie:

q_1, q_2, q_3, q_4 - unormowane wagi ($q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 1$),

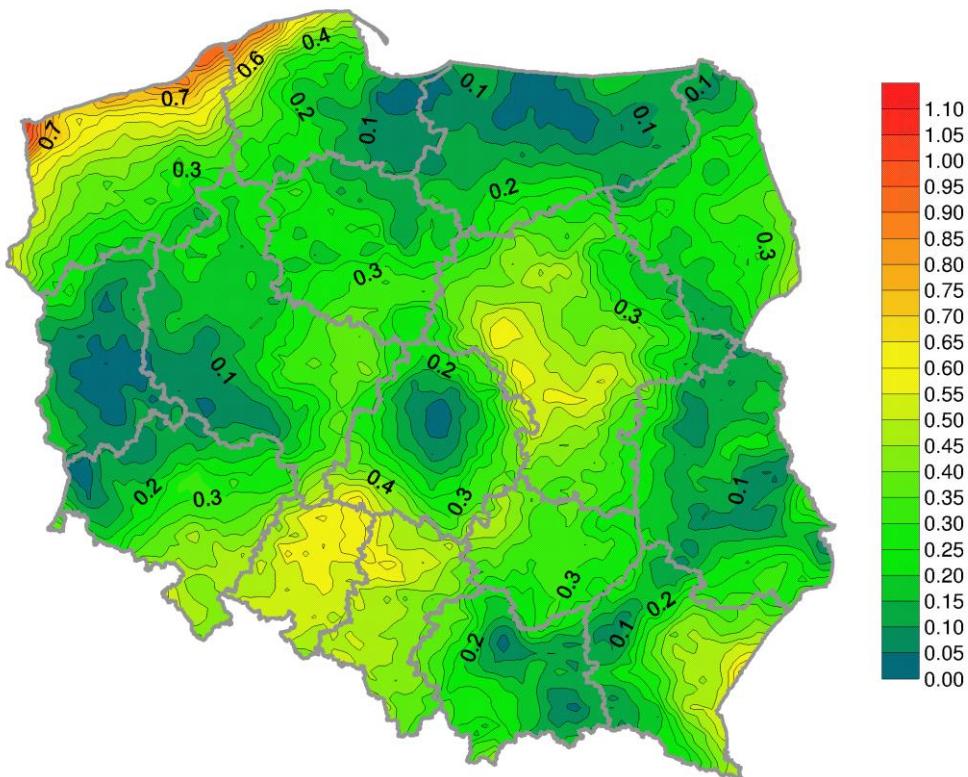
$$q_i = w_i / w, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad w = w_1 + w_2 + w_3 + w_4 \quad (5.13)$$

d_1, d_2, d_3, d_4 - odległości punktu P od kolejnych narożników 1', 2', 3', 4', wyrażone w przybliżeniu po przeliczeniu kątowych zmian współrzędnych geodezyjnych na długości łuków.

Przyjęty sposób wagowania ma na celu zachowanie cech interpolacji liniowej przy czterech punktach dostosowania. Obliczone wartości przyrostów $dB_{P-P'}$, $dL_{P-P'}$ należy dodać algebraicznie do współrzędnych geodezyjnych punktu w układzie PUŁKOWO'42 (jako pierwotnym):

$$(B, L)_{PL-ETRF89} = (B, L)_{PUŁKOWO'42} + (dB_{P-P'}, dL_{P-P'}) \quad (5.14)$$

Na rys. 5.6 zostały przedstawione długości wektorów przesunięć wynikających z różnic pomiędzy teoretycznym (matematycznym) a empirycznym (rzeczywistym) przekształceniem współrzędnych geodezyjnych (w metrach) pomiędzy układami PUŁKOWO'42 i PL-ETRF89. Z rys. 5.6 wynika, że przekształcenia pomiędzy układami niehomogenicznymi powinny być realizowane metodą empiryczną (wynika to także ze szczegółowych analiz numerycznych wykonanych w oparciu o punkty osnowy poziomej).



Rys.5.6. Długości wektorów przesunięć poziomych pomiędzy teoretycznym a empirycznym przekształceniem współrzędnych pomiędzy układami PUŁKOWO'42 i PL-ETRF89

Należy podkreślić, że do transformacji pomiędzy układami odniesienia: PUŁKOWO'42 (reprezentowany przez współrzędne płaskie prostokątne w układach 1965 i 1942) a układami będącymi realizacją systemu ETRS (np. PL-ETRF89 reprezentowany przez współrzędne PL-ETRF89-1992 i PL-ETRF89-2000) stosuje się zwykle metodę (opcję) empiryczną. Opcja matematyczna oparta na transformacji siedmioparametrowej może być stosowana wyłącznie wtedy, gdy zostanie uzupełniona o dodatkowe wpasowanie punktów, przy wykorzystaniu lokalnej transformacji metodą korekt Hausbrandta. Sama transformacja siedmioparametrowa nie wystarcza, aby wyeliminować istotne dystorsje układu 1965 osiągające wartości blisko 1 m.

5.5. Model matematyczny i siatka interpolacyjna do transformacji pomiędzy układami wysokościowymi PL-KRON86-NH i PL-EVRF2007-NH

Do wyznaczenia formuł transformacji pomiędzy układami wysokościowymi PL-KRON86-NH i PL-EVRF2007-NH (w obu przypadkach wysokości normalne) wykorzystane zostały współrzędne geodezyjne φ , λ i wysokości normalne H reperów I klasy wyznaczone w tych układach.. Przekształcenia pomiędzy tymi układami zrealizowano poprzez pośrednie przejście przez układ KRON2006. Wysokości reperów I klasy w układzie KRON2006 pochodzą z wyrównania pomiarów IV kampanii pomiarów niwelacji precyzyjnej, a wysokości w układzie PL-EVRF2007-NH z wyrównania europejskiego w nawiązaniu do 7 punktów sieci EUVN.

Do utworzenia modelu transformacji PL-KRON86-NH \Leftrightarrow KRON2006 wykorzystano 16 233 różnic wysokości $dH = H(2006) - H(86)$, przy czym:

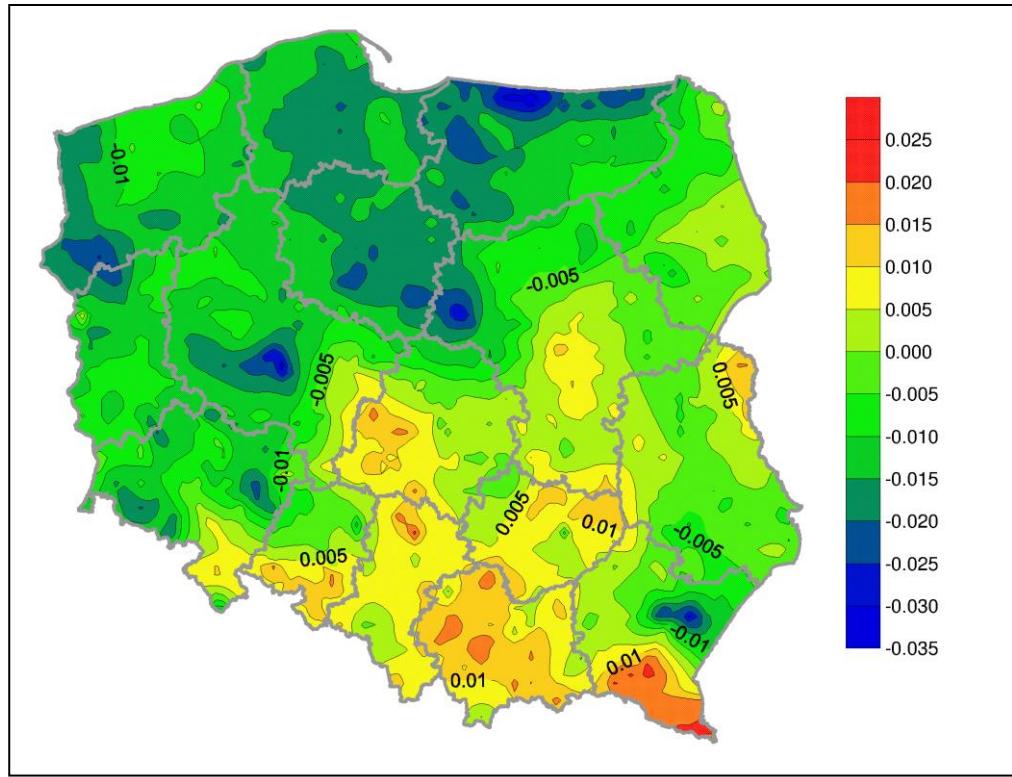
$$dH_{\min} = -0.04165 \text{ m}$$

$$dH_{\max} = 0.05731 \text{ m}$$

$$dH_{\text{sr}} = -0.00495 \text{ m}$$

$$m_{dH} = 0.01253 \text{ m}$$

Różnice wysokości pomiędzy układami wysokościowymi PL-KRON86-NH i KRON2006 zostały przedstawione na rys. 5.7.



Rys. 5.7. Różnice wysokości między układami: PL-KRON86-NH i KRON2006

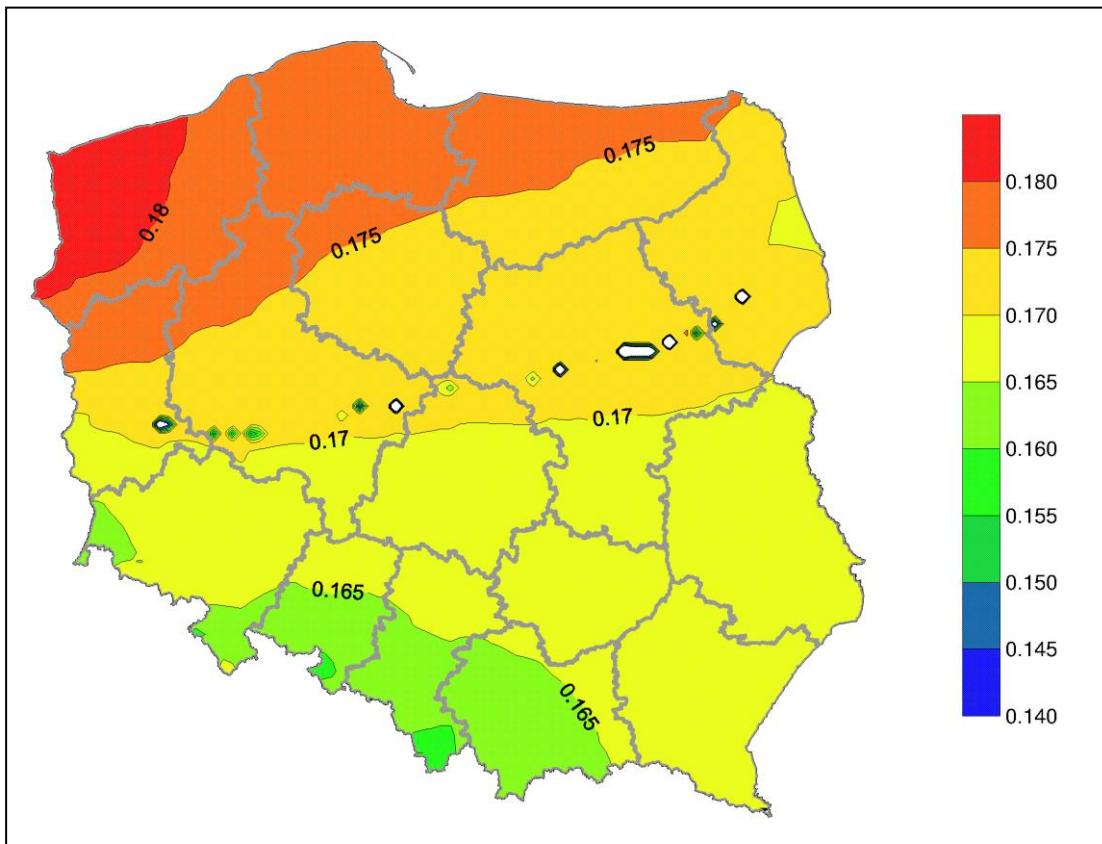
Podobnie do utworzenia modelu transformacji KRON2006 \Leftrightarrow PL-EVRF2007-NH (krócej: $H(2006) \Leftrightarrow H(EVRF)$) zidentyfikowano 15 999 punktów wspólnych o następującym rozkładzie różnic wysokości: $dH = H(EVRF) - H(2006)$:

$$dH_{\min} = 0.15359 \text{ m}$$

$$dH_{\max} = 0.18734 \text{ m}$$

$$dH_{\text{sr}} = 0.17084 \text{ m}$$

Różnice wysokości pomiędzy układami wysokościowymi KRON2006 i PL-EVRF2007-NH zostały przedstawione na rys. 5.8.



Rys.5.8. Różnice wysokości pomiędzy układami KRON2006 i PL-EVRF2007-NH

Ogólne formuły przekształceń wysokości pomiędzy układami można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} H(2006) &= H(86) - 0.00495 \text{ m} + dH1(\varphi, \lambda) \\ H(EVRF) &= H(2006) + 0.17084 \text{ m} + dH2(\varphi, \lambda) \end{aligned} \quad (5.15)$$

gdzie: $dH1(\varphi, \lambda)$, $dH2(\varphi, \lambda)$ to poprawki zależne od położenia określonego współrzędnymi geodezyjnymi φ, λ .

W pierwszym przekształceniu zmiany $dH1$ są znaczące i osiągają wartości od -0.037 m do 0.062 m, zaś w drugim wartości $dH2$ należą do przedziału wartości od -0.017 m do 0.016 m. W obu przypadkach, ze względu na pewną losowość zmian uzasadnione jest wyznaczenie tych wartości za pomocą siatki interpolacyjnej opartej na tej samej siatce bazowej PL-grid-001.

5.5.1 Dwuwymiarowa siatka interpolacyjna PL_grid_001_3 dla transformacji wzajemnej pomiędzy trzema układami wysokościowymi

Zadania transformacyjne pomiędzy wymienionymi trzema układami wysokościowymi realizowana jest za pomocą siatki interpolacyjnej, opartej na siatce bazowej PL-grid-001 cechowanej dwiema wielkościami:

$$\begin{aligned} dH1(\varphi, \lambda) &= H(2006) - H(86) + 0.00495 \text{ m} \\ dH2(\varphi, \lambda) &= H(EVRF) - H(2006) - 0.17084 \text{ m} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Siatka interpolacyjna PL-grid-001_3 ma postać zbioru 613 621 rekordów o formacie przedstawionym w tab. 5.6. W kolumnach 1, 2 podane są współrzędne geodezyjne węzła, a w kolumnach 3 i 4 wielkości poprawek $dH1(\varphi, \lambda)$ i $dH2(\varphi, \lambda)$ określone zgodnie z wzorami

5.16. Interpolacja w „oczkach” siatki PL-grid-001_3 jest realizowana według wzorów interpolacji biliniowej.

Tab.5.6. Format siatki interpolacyjnej dla transformacji wysokościowych

φ	λ	dH1 86->06 *e5 [°]	dH2 06->EVRF *e5 [m]
1	2	3	4
49.00	14.00	00000	00000
49.00	14.01	00000	00000
49.00	14.02	00000	00000
.....			
51.36	20.09	00439	-00253
51.36	20.10	00467	-00252
51.36	20.11	00482	-00252
51.36	20.12	00499	-00253
.....			
55.00	24.18	00000	00000
55.00	24.19	00000	00000
55.00	24.20	00000	00000

6. Model quasigeoidy PL-geoid-2011

6.1 Informacje ogólne

Model quasigeoidy niwelacyjnej PL-geoid-2011 został utworzony w oparciu o krajowe sieci satelitarно-niwelacyjne wyznaczone w układach: PL-ETRF2000 i PL-KRON86-NH oraz specjalnie skalibrowany na te sieci model geopotencjalny EGM2008 [9.1.21]. Model ten charakteryzuje się najwyższą znaną obecnie rozdzielczością (stopnia i rzędu 2600) i wysoką precyzją która została potwierdzona wieloma badaniami, np. [9.1.2], [9.1.12], [9.1.16], [9.1.24].

Kalibrację (wpasowanie) modelu geopotencjalnego na osnowę geodezyjną, wykonano metodą opisaną w publikacji internetowej [9.1.10]. Analizując wyniki kampanii pomiarowej GNSS integrującej stacje referencyjne ASG-EUPOS z podstawową osnową geodezyjną stwierdzono, że do utworzenia zbioru empirycznych (pomiarowych) anomalii wysokości można wykorzystać w sumie 570 punktów, na których wykonane zostały nowe pomiary, w tym:

- 1) 213 stacji referencyjnych i ich ekscentrów (osnowa 3D pomierzona metodą GNSS i 1D pomierzona metodą niwelacji precyzyjnej w latach 2010-2011);
- 2) 40 punktów sieci EUVN (osnowa 3D pomierzona metodą GNSS i 1D pomierzona metodą niwelacji precyzyjnej),
- 3) 317 punktów sieci EUREF-POL i POLREF (osnowa 3D pomierzona metodą GNSS i 1D pomierzona metodą niwelacji precyzyjnej i technicznej w latach 90-tych ubiegłego wieku).

W trakcie obliczeń zwracano uwagę na wiarygodność danych, gdyż punkty EUREF-POL i POLREF zostały dowiązane do reperów osnowy podstawowej I i II w układzie PL-KRON86-NH, których wysokości zostały wyznaczone z opracowania wyników III kampanii niwelacji precyzyjnej. W okolicach Przemyśla i Warszawy stwierdzono zmianę wysokości reperów (osiadanie) rzędu 0,04 m. Do obliczeń wykorzystano sprawdzone dane pomiarowe (empiryczne) i wysokości z modelu EGM2008, przy czym dane pomiarowe otrzymały wyższy priorytet celem zapewnienia zgodności wyników modelu z wysokościami punktów w bazie danych PRPOG.

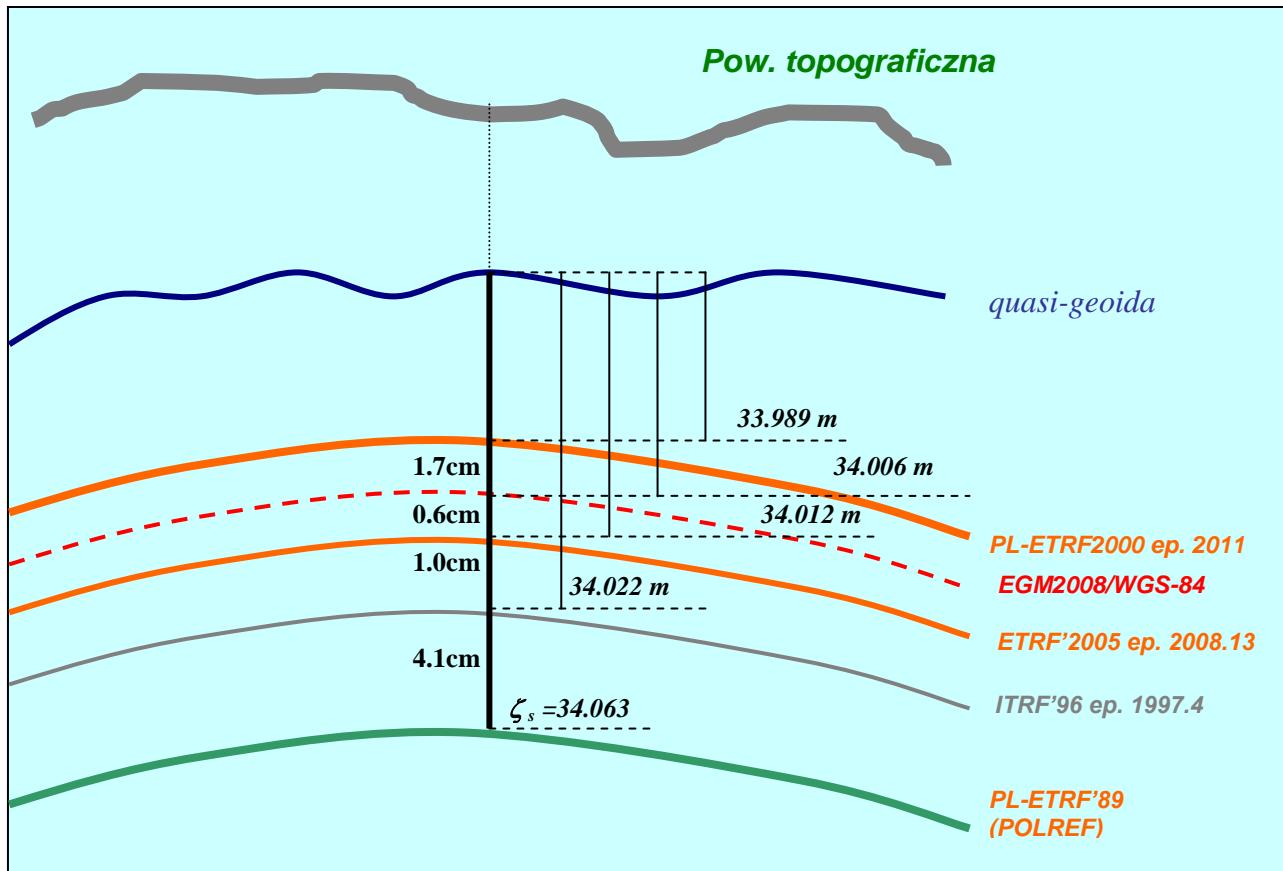
6.2. Wybór układu odniesienia dla wysokości elipsoidalnych

Na rys. 6.1 przedstawiono średnie anomalie wysokości ζ_s (odstępy geoidy) obliczone dla najbardziej wiarygodnych 141 punktów osnowy (ekscentry stacji ASG-EUPOS i punkty EUVN) obliczone jako różnica wysokości elipsoidalnych h (w różnych układach odniesienia) i wysokości normalnych H_n w układzie PL-KRON86-NH. Ponieważ wysokości elipsoidalne w różnych układach odniesienia mają różne wartości, więc zdefiniowane empirycznie anomalie wysokości zależą od przyjętego układu, przykładowo anomalie wysokości w układzie PL-ETRF89 przyjętym dla sieci: EUREF-POL, POLREF i EUVN różnią się od anomalii wysokości w układzie PL-ETRF2000 na epokę 2011.0 stosowanym w systemie ASG-EUPOS (por. rys. 4.1) przeciętnie o około 0,06 m.

Wynika z tego, że jeśli porównuje się różne modele quasigeoidy trzeba najpierw sprowadzić wysokości elipsoidalne do jednego układu odniesienia poprzez zastosowanie odpowiednich formuł trójwymiarowej transformacji pomiędzy układami. W przeciwnym razie porównanie takie będzie obarczone pewnym błędem systematycznym.

Podobna kwestia dotyczy zadania niwelacji satelitarnej. Interpolowane z modelu anomalie lub różnice anomalii wysokości powinny się odnosić do tego samego układu odniesienia, w którym są mierzone wysokości lub różnice wysokości elipsoidalnych. W przeciwnym razie zadanie będzie obarczone błędem systematycznym, istotnym zwłaszcza w przypadku wyznaczeń bezwzględnych gdzie wykonuje się przeliczanie wysokości elipsoidalnych na normalne z wykorzystaniem anomalii wysokości. Błąd modelu będzie eliminowany tylko w lokalnych pomiarach względnych, gdzie wykorzystuje się różnice anomalii wysokości dla co najwyższej kilukilometrowych wektorów.

Zakładamy, że bazowym układem odniesienia dla modelu quasigeoidy PL-geoid-2011 będzie układ odniesienia PL-ETRF2000 w zakresie wysokości elipsoidalnych oraz układ PL-KRON86-NH w zakresie wysokości normalnych. Przeliczenie anomalii wysokości quasi-geoidy do innych układów powinno się odbywać według wzorów transformacyjnych pomiędzy układami.



Rys.6.1. Zmiana wysokości quasigeoidy w zależności od epoki wyznaczenia układu odniesienia

6.3. Kalibracja modelu EGM2008 do układu odniesienia PL-ETRF2000 i utworzenie modelu numerycznego quasigeoidy PL-geoid-2011

Model numeryczny quasigeoidy PL-geoid-2011 reprezentowany przez anomalie wysokości 613 621 punktów siatki bazowej został wyznaczony poprzez wpasowanie (kalibrację) analogicznego modelu globalnej quasigeoidy EGM2008 do układu reprezentowanego przez empiryczne anomalie wysokości.

Empiryczne anomalie wysokości (wysokości quasigeoidy), określone jako różnice wysokości elipsoidalnych i wysokości normalnych, dla 570 punktów osnowy nie są identyczne z wysokościami quasigeoidy wyznaczonymi wprost z modelu EGM2008. Z opisu modelu EGM2008 wynika, że jego wysokości są wyrażone w układzie WGS-84 (w systemie ITRS), który nie pokrywa się z polskimi realizacjami systemu ETRS. Uwzględniając powyższe, model quasigeoidy EGM2008 należało potraktować jako obiekt „swobodny”, który dla praktycznych zastosowań powinien być dopasowany do układu odniesienia PL-ETRF2000.

Dla ilustracji obliczono różnice pomiędzy anomaliami wysokości z modelu EGM2008 i anomaliami empirycznymi obliczonymi dla wybranych zbioru 570 punktów osnowy podstawowej, otrzymując wartości różnic anomalii wysokości $d\zeta$:

$$d\zeta_{\min.} = -0.081 \text{ m (POLREF 501 KOSKOWA, } H \approx 867 \text{ m)}$$

$$d\zeta_{\max.} = 0.100 \text{ m (PL06 EUVN ŚWINOUJŚCIE, } H \approx 6 \text{ m)}$$

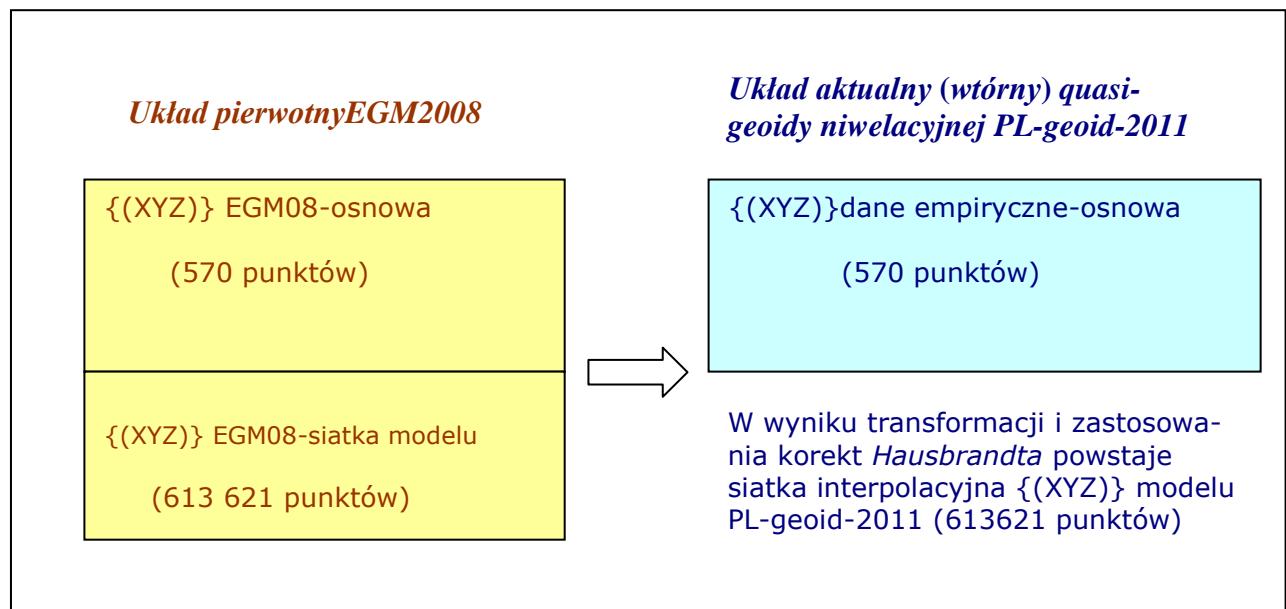
$$d\zeta_{\text{sr.}} = 0.020 \text{ m}$$

$$md\zeta = 0.033 \text{ m}$$

Z powyższego wynika, że powierzchnia elipsoidy GRS80 stosowana w układzie PL-ETRF2000 jest przesunięta „w górę” w stosunku powierzchni elipsoidy odniesienia WGS-84 o około 0,02 m. Tak więc, przy porównaniu anomalii wysokości modelu EGM2008 z innymi modelami quasigeoidy należy uwzględnić powyższy efekt systematyczny.

Eliminacja efektów systematycznych wymaga jednak nie tylko przesunięcia pionowego lecz wykonania transformacji siedmioparametrowej co spowoduje, że wykazane ekstremalne odchyłki pomiędzy anomaliami wysokości zmniejszą się o połowę, a odchylenia średniokwadratowe z wyeliminowanymi efektami systematycznymi spadną poniżej 0,02 m, a więc do poziomu dokładności wyznaczeń anomalii empirycznych.

Transformację trójwymiarową wykonuje się we współrzędnych kartezjańskich, dlatego w obu układach współrzędne geodezyjne φ, λ, ζ punktów quasigeoidy przekształcono najpierw na współrzędne kartezjańskie X,Y,Z (dotyczy to węzłów siatki bazowej PL-grid-001, dla której anomalie wysokości modelu EGM2008 zostały wcześniej wygenerowane w oparciu o pełny zestaw harmonik geopotencjału). Schemat transformacji przedstawia rys.6.2.



Rys.6.2. Schemat kalibracji modelu EGM2008 dla obszaru Polski i utworzenia modelu quasigeoidy niwelacyjnej PL-geoid-2011.

Transformację wykonano programem TRANS-3D oprogramowania GEONET_2006 [9.2.8], a syntetyczne parametry funkcjonalno - dokładnościowe są podane w tabeli 6.1.

Przy ograniczeniu dopasowania tylko do najbardziej dokładnych punktów sieci ASG-EUPOS otrzymano nieznaczna poprawę dokładności wpasowania anomalii wysokości ($S_x = 0.0130 \text{ m}$, $S_y = 0.0046 \text{ m}$, $S_z = 0.0172 \text{ m}$), dlatego też końcowy model quasigeoidy sporządzono opierając się na 570 punktach dostosowania.

Model PL-geoid-2011 we współrzędnych kartezjańskich X, Y, Z układu geocentrycznego PL-ETRF2000 obliczony został z uwzględnieniem korekt Hausbrandta, czyli wyrównania powstały odchyłek transformacji na punktach dostosowania i ich przeniesienia na węzły siatki interpolacyjnej. W ten sposób, w kształtowaniu modelu quasigeoidy, przyjęto jako priorytetowe dane pomiarowe (empiryczne), a nie dane wynikające z modelu geopotencjału. Ustalenie takiego

priorytetu wynika z oczywistego faktu, że pomiary geodezyjne wykonuje się w oparciu o osnowy geodezyjne.

Tab.6.1. Wyciąg z raportu komputerowego transformacji (system GEONET program TRANS-3D) z dodatkowymi opisami.

FORMUŁA TRANSFORMACJI

(wskaźnik 1 oznacza układ pierwotny, 2 – układ aktualny):

$$\begin{array}{ll} [X_1, Y_1, Z_1] & \Rightarrow [X_2, Y_2, Z_2] \\ [B_1, L_1, \zeta_1]_{\text{EGM2008}} & [B_2, L_2, \zeta_2]_{\text{ETRF'2000}} \end{array}$$

Wyznaczone parametry transformacji trójwymiarowej:

```
X2 = X1 + (-0.0120)+(-0.00000000231)*DX+(-0.00000003021)*DY+(-0.00000003216)*DZ
Y2 = Y1 + (-0.0032)+(-0.00000003021)*DX+(-0.00000000231)*DY+(-0.00000005575)*DZ
Z2 = Z1 + (-0.0156)+( 0.00000003216)*DX+( 0.00000005575)*DY+(-0.00000000231)*DZ
DX = X1-XS1   DY = Y1-YS1   DZ = Z1-ZS1
XS1:= 3697532.9111   YS1:= 1305458.3130   ZS1:= 5008174.4748
```

Średniokwadratowe odchyłki współrzędnych:

Sx = 0.0138 Sy = 0.0049 Sz = 0.0181

Poprawki do modelu EGM2008

o wartościach bezwzględnych > 4 cm (3,5% punktów):

	dX	dY	dZ		
NWSC	0.0387	0.0143	0.0480	***	ASG-EUPOS
NWS8	0.0368	0.0133	0.0445	***	ASG-EUPOS EXC
PRZM	-0.0265	-0.0131	-0.0394	***	ASG-EUPOS *)
PRZ8	-0.0264	-0.0111	-0.0360	***	ASG-EUPOS EXC *)
ZYWI	0.0460	0.0149	0.0564	***	ASG-EUPOS
ZYW8	0.0477	0.0145	0.0570	***	ASG-EUPOS EXC
ZYW9	0.0433	0.0131	0.0521	***	ASG-EUPOS EXC
GRYB	0.0482	0.0144	0.0557	***	EUVN GRYBÓW H=513m)
NOWY	0.0349	0.0142	0.0447	***	EUVN NOWY TARG (H=565m)
PL06	-0.0297	-0.0062	-0.0425	***	EUVN ŚWINOUJŚCIE (H=6m)
0402	-0.0362	-0.0129	-0.0452	***	POLREF ZABETKOW (H=200m)
0501	0.0530	0.0184	0.0668	***	POLREF KOSKOWA (H=867m)
0503	0.0441	0.0148	0.0546	***	POLREF WIEPRZ (H=343m)
0504	0.0526	0.0175	0.0658	***	POLREF ZYWIEC (H=423m)
0602	0.0510	0.0179	0.0633	***	POLREF SPYRKOWA (H=711m)
0603	0.0366	0.0125	0.0462	***	POLREF OLSZANA (H=412m)
0804	0.0304	0.0141	0.0411	***	POLREF USTIANOWA (H=506m)
4504	-0.0311	-0.0111	-0.0436	***	POLREF ZALESIE (H=165m)
5303	0.0301	0.0101	0.0428	***	POLREF MASZEWO (H=160m)
5305	0.0336	0.0117	0.0489	***	POLREF TUCHLINO (H=251m)

Dla kontroli zbadano poprawność modelu EGM2008 na 17 punktach poligonu geodynamicznego TATRY (model EGM2008 w obszarach górskich jest mniej dokładny). W tym celu, dokonano porównania anomalii wysokości EGM2008 z wartościami empirycznymi (pomiarowymi), przy czym wysokości elipsoidalne wyznaczone dla punktów poligonu w układzie PL-ETRF89 należało przetransformować do układu PL-ETRF2000. Transformacja została wykonana w oparciu o 4 punkty wspólne ze zbiorzem punktów objętych kampanią pomiarową w latach 2008-2011 (3 punkty sieci POLREF i 1 punkt sieci EUVN). Uwzględniono przy tym przesunięcie pionowe około 0,02 m wynikające z wykonanej kalibracji modelu EGM2008 do układu PL-ETRF2000. W wyniku wykonanych porównań na 17 punktach sieci TATRY stwierdzono, że w przypadku 12 punktów skalibrowane anomalie wysokości modelu EGM2008 pasują prawie idealnie (jak na szczególne warunki obiektu) do empirycznych anomalii wysokości. Maksymalne wartości residiów nie przekraczały 0,03 m, natomiast dla pozostałych 5 punktów wystąpiły odchyłki od 0,06 m do 0,13 m, w tym na Kasprowym Wierchu 0,08 m (najwyższy punkt).

Przyjmując priorytet empirycznych anomaliów wysokości dokonano lokalnej modyfikacji modelu quasigeoidy w obszarze poligonu TATRY stosując dodatkową transformację różnicową z użyciem korekt Hausbrandta otrzymując lepsze dopasowanie węzłów siatki modelu położonych w otoczeniu poligonu TATRY.

Siatkę modelu quasigeoidy PL-geoid-2011 obliczoną we współrzędnych kartezjańskich X,Y,Z przekształcono na współrzędne geodezyjne ϕ , λ , ζ . W wyniku tego przekształcenia otrzymano finalne wartości wysokości ζ quasigeoidy PL-geoid-2011 w węzłach siatki interpolacyjnej (współrzędne geodezyjne ϕ , λ będą się nieznacznie różnić od ich wartości nominalnych jednakże w finalnej siatce przyjmuje się współrzędne nominalne).

6.3.1 Numeryczna postać modelu quasigeoidy PL-geoid-2011

Numeryczna postać modelu jest dostępna w pliku tekstowym PL-geoid-2011.txt o strukturze przedstawionym w tabeli 6.2. Dla porównania w pliku EGM08-geoid.txt podano oryginalne wartości anomalii modelu EGM2008.

Tabela 6.2. Struktura zapisu modelu quasigeoidy PL-geoid-2011 (dla porównania podano anomalie wysokości modelu EGM2008) $\phi\lambda$

ϕ	λ	ζ (PL-geoid_2011)	Dla porównania ζ (EGM08)
[o]	[o]	[m]	[m]
1	2	3	-----
49.00	14.00	46.9608	46.9870
49.00	14.01	46.9398	46.9660
49.00	14.02	46.9188	46.9450
.....		
51.72	18.41	35.4068	35.4510
51.72	18.42	35.3851	35.4290
51.72	18.43	35.3635	35.4070
51.72	18.44	35.3406	35.3840
.....		
55.00	24.18	24.7506	24.7690
55.00	24.19	24.7467	24.7650
55.00	24.20	24.7437	24.7620

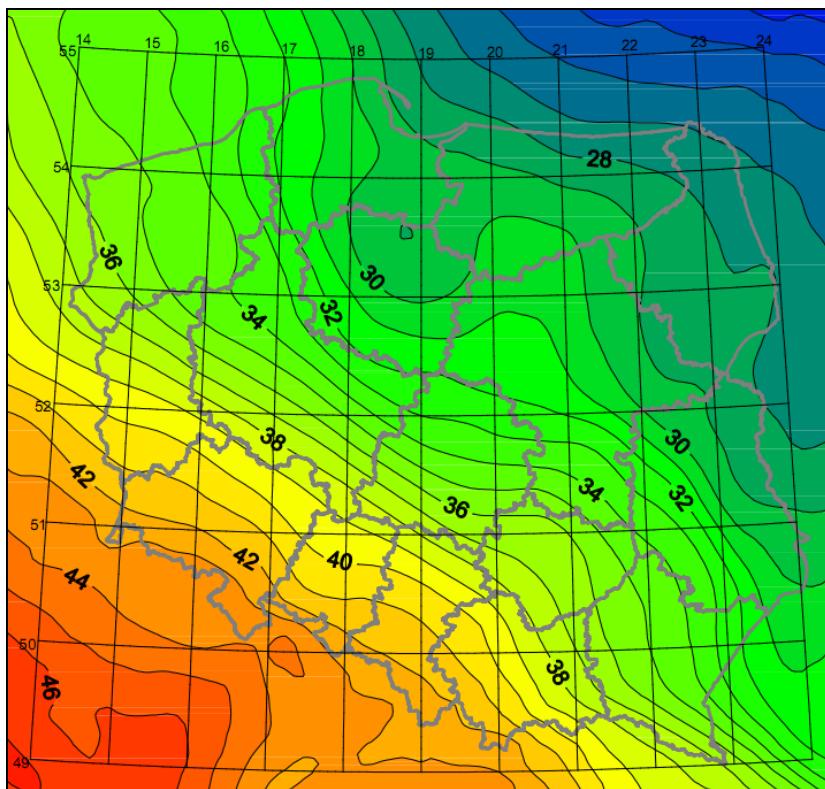
Podobnie jak w innych, opisanych wcześniej siatkach interpolacyjnych w „oczku” modelu quasigeoidy PL-geoid-2011 stosuje się interpolację biliniową. Na rys. 6.3. zostały przedstawione izolinie modelu quasigeoidy PL-geoid-2011 z rozdzielcością w metrach.

6.3.2 Testy modelu quasigeoidy PL-geoid-2011

W pierwszym rzędzie sprawdzono zgodność utworzonego modelu quasigeoidy PL-geoid-2011 na punktach dostosowania będących podstawą do opracowania tego modelu. Obliczono w związku z tym różnice wysokości quasigeoidy pomiędzy wyznaczonymi z modelu PL-geoid-2011 anomaliami wysokości ζ_{model} a empirycznymi anomaliami wysokości ζ_{osnowa} , według zależności:

$$d\zeta_{min} = \zeta_{model} - \zeta_{osnowa}$$

Wyniki obliczeń zostały przedstawione w tabeli 6.3.



Rys. 6.3. Izolinie anomalii wysokości modelu quasigeoidy PL-geoid-2011

Tab. 6.3. Test wewnętrznej zgodności modelu quasigeoidy PL-geoid-2011.

Statystyka różnic pomiędzy empirycznymi anomaliami wysokości a wartościami określonymi z modelu quasi-geoidy PL-geoid-2011 dla danych tworzących model (kontrola algorytmu)

Liczba punktów wspólnych	$n = 570$
Najmniejsza odchyłka	$d\zeta_{\min} = -0.0099 \text{ m}$ (JOZ9 - exc. stacji)
Największa odchyłka	$d\zeta_{\max} = 0.0057 \text{ m}$
Średnia odchyłka	$(\sum d\zeta) / n = -0.0001 \text{ m}$
Przeciętna	$(\sum d\zeta) / n = 0.0006 \text{ m}$
Średniokwadratowa	$S = 0.0011 \text{ m}$
Największa bezwzględna	$M = 0.0099 \text{ m}$

Z powyższego zestawienia wynika, że model PL-geoid-2011 jest zgodny z osnową wysokościową z dokładnością wynikającą zarówno z samej rozdzielczości siatki jak też zastosowanych metod interpolacji, a także odpowiada dokładnością pomiarów niwelacyjnych; klasycznych i satelitarnych.

7. Obliczenia kontrolne i testy porównawcze oraz analizy dokładnościowe

7.1 Sprawdzenie poprawności transformacji PL-ETRF89 <=> PULKOWO'42 na przykładzie układów współrzędnych płaskich prostokątnych xy92 <=> xy65,

Do transformacji kontrolnej wybrano 25 punktów I klasy mających współrzędne katalogowe w układach PL-ETRF89-1992 i 1965, tak by w każdej strefie układu 1965 wypadło po 5 punktów. Transformację współrzędnych xy1992 => xy65 wykonano opartym na siatce interpolacyjnej algorytmem zastosowanym w programie TRANSPOL v. 2.xx oraz dla porównania stosowaną dotychczas metodą transformacji empirycznej wykorzystującą tzw. korektę globalną (ogólną).

Metoda korekt globalnych zastosowana została m.in. w programie SWDE-konwerter-2000, Geonet_Unitrans, a także do przetwarzania map (m.in. w oprogramowaniu EWMAPA, GEOINFO, EWID, MAPA-SG) lub zbiorów punktów (np. w oprogramowaniu PRG). Przedstawione w tabeli 7.1 wyniki porównania wskazują na poprawność algorytmu opartego na siatce interpolacyjnej.

Tab. 7.1. Test poprawności metody siatki interpolacyjnej i porównanie z metodą korekty globalnej na przykładzie transformacji współrzędnych pomiędzy układami: 1992 i 1965

Współrzędne katalogowe			Metoda transformacji PROGRAM Odchyłki od wartości katalogowych [cm]					
Nr	x65	y65	Siatka interpolacyjna		Korekta globalna wielomianowa			
			TRANSPOL-v. 2.xx		SWDE-KONWERTER_2000 lub UNITRANS			
			eX	eY	eX	eY	[cm]	
Strefa 1/65								
113401400	5602736.45	4577613.54	0	-1	1	2		
112301500	5615977.70	4511168.32	0	0	2	-2		
112301700	5613561.81	4499782.77	0	1	1	-2		
116401900	5600055.36	4776173.12	0	1	-4	0		
113301000	5616083.94	4546734.13	0	2	-1	-4		
Strefa 2/65								
265201000	5758907.60	4719759.65	0	0	0	-1		
261401000	5738086.31	4457328.80	0	-1	0	0		
262401700	5723622.40	4516194.54	-1	0	-7	-1		
264201600	5744464.82	4644050.91	0	-1	0	-1		
264301200	5732651.07	4614375.71	0	0	-3	0		
Strefa 3/65								
304301300	6128771.54	3528055.77	0	2	1	1		
304401100	6133986.88	3564129.43	0	-1	2	2		
304301000	6130980.14	3537191.01	-1	1	1	-4		
304301100	6133216.87	3547803.89	-1	0	1	-10		
304301600	6121818.13	3539226.69	1	0	1	-4		
Strefa 4/65								
461101500	5554658.79	3601865.42	0	0	-1	-1		
444101100	5635320.59	3778113.87	0	0	0	2		
461101700	5552311.61	3615311.31	0	0	-4	-1		
442401800	5601193.35	3692951.53	0	1	-1	0		
434401900	5645059.09	3819991.31	0	0	-2	1		
Strefa 5/65								
511201000	955993.05	228838.15	-2	2	-2	7		
511301800	924548.76	215099.97	-1	0	-7	5		
511401300	937802.28	246914.88	0	0	4	0		
512301500	933658.57	280777.89	-1	0	10	-6		
522101500	910093.31	282362.73	-1	0	2	3		

7.2 Porównanie quasigeoidy PL-geoid-2011 z geoidą niwelacyjną 2001 i quasigeoidą 2001 bis.

Geoida niwelacyjna 2001 oraz jej zmodyfikowany wariant z roku 2006 – quasigeoida 2001 bis zostały utworzone przy wykorzystaniu wysokości elipsoidalnych w układzie odniesienia EUREF89 (ITRF96) na epokę 1997.4. Z tego względu modele te nie mogą być bezpośrednio porównywane z modelem quasigeoidy PL-geoid-2011 wyznaczonym w układzie odniesienia PL-ETRF2000. Ponieważ jednak wiadomo z wcześniejszej analizy (por. rys. 6.1), że przeciętne przesunięcie pionowe pomiędzy układami odniesienia na obszarze Polski wynosi około 0.033 m z błędem nie przekraczającym 0.005m, więc uwzględniając tę różnicę można zredukować wysokości do jednej epoki. Uśrednione wyniki porównania pomiędzy anomaliami wysokości z modelu quasigeoidy, a anomaliami empirycznymi (rzeczywistymi) wyznaczonymi z pomiarów na 570 punktach osnowy satelitarно-niwelacyjnej przedstawione zostały w tabeli 7.2.

Tab. 7.2. Odchyłki anomalii wysokości różnych modeli quasigeoid względem anomalii empirycznych określonych dla 570 punktów osnowy satelitarно-niwelacyjnej

Rodzaj parametru	PL-geoid-2011 (*)	GPL_2008CN (*)	GN_2001	GN_2001bis	GPL_2008
Średnia odchyłka	-0.000	-0.000	0.005	0.005	-0.004
Średniokwadratowa	0.001	0.001	0.021	0.021	0.018
Największa bezwzględna	0.010	0.010	0.085	0.085	0.070

Objaśnienia tabeli:

(*) Rezultat kontroli tylko na punktach tworzących model,

GN_2001 – geoida niwelacyjna 2001 , po wykonaniu dodatkowej transformacji undulacji do układu PL-ETRF2000,

GN_2001bis – geoida niwelacyjna 2001bis, po wykonaniu dodatkowej transformacji undulacji do układu PL-ETRF2000

GPL_2008CN – GEOIDPOL-2008CN (www.geonet.net.pl)

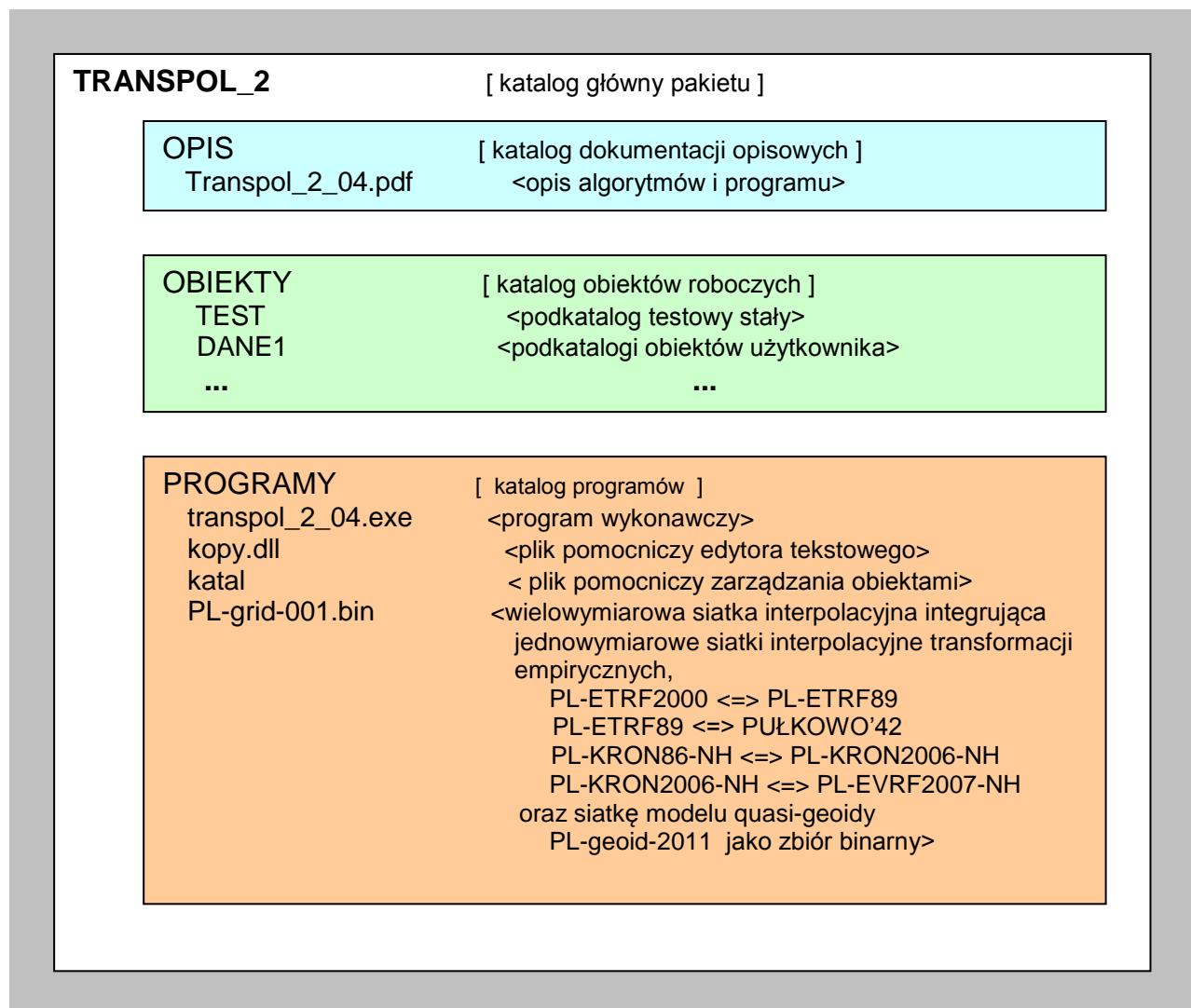
GPL_2008 – GEOIDPOL-2008 (www.geonet.net.pl)

Zarówno geoida niwelacyjna 2001 jak również nie prezentowane tutaj inne modele geoidy z lat wcześniejszych były tworzone na bazie modelu geoidy grawimetrycznej opracowanej w latach 90-tych [9.1.13-16], przy wykorzystaniu starszego modelu geopotencjalnego EGM96.

8. Obsługa Programu TRANSPOL v. 2.xx

8.1 Ogólna struktura i wymagania programu TRANSPOL v. 2.xx

Program TRANSPOL w wersji 2.xx realizuje algorytmy przekształceń współrzędnych i wysokości pomiędzy układami odniesienia i układami wysokościowymi z wykorzystaniem nowego modelu quasigeoidy. Struktura katalogów i plików pakietu programu został pokazana na rys. 8.1.



Rys. 8.1. Struktura katalogów i danych w pakiecie programu TRANSPOL v. 2.xx

Program nie wymaga instalacji, katalog TRANSPOL_2 z całą zawartością należy skopiować do dowolnego miejsca na dysku komputera. Nie należy zmieniać nazw podkatalogów OBIEKTY, OBIEKTY/TEST, PROGRAMY oraz zawartości katalogu PROGRAMY. Użytkownik może natomiast tworzyć dowolną liczbę katalogów roboczych w podkatalogu OBIEKTY. W tym celu można użyć dowolnych narzędzi systemowych lub posłużyć się funkcją tworzenia nowego katalogu obiektu z okna programu TRANSPOL v. 2.xx. Nie można kasować wszystkich katalogów w podkatalogu OBIEKTY, proponuje się pozostawienie na stałe katalogu TEST. Użytkownik ustala jako aktualny (aktywny) dowolny katalog roboczy. W momencie wykonywania, program „widzi” tylko dane w katalogu ustalonym jako aktywny (podobna zasada obowiązuje w pierwotnej wersji programu TRANSPOL). Całkowita objętość całego pakietu nie

przekracza 20 MB (bez danych do transformacji). Program TRANSPOL v. 2.xx pracuje w systemie operacyjnym Windows 7, XP, NT, 2000 i 98.

Program TRANSPOL v. 2.xx podobnie jak jego pierwotna wersja 1.0 działa w trybie wsadowym. Zadaniem użytkownika jest przygotowanie plików wejściowych w formacie tekstowym, przy czym może tu być pomocny edytor wewnętrzny programu. Pliki wejściowe do obliczeń mogą być również importowane z zewnątrz. Nazwy plików wejściowych dla różnych zadań transformacyjnych są ściśle ustalone (jako nazwy standardowe), a wyniki obliczeń tworzone są w plikach tekstowych o takich samych nazwach z rozszerzeniem **.1.

8.2 Lista standardowych nazw i formaty plików wejściowych TRANSPOL v. 2.xx

Pliki wejściowe programu TRANSPOL v. 2.xx mają następujące standardowe nazwy, zależnie od rodzaju danych (tabela 8.1).

Pliki wynikowe mają identyczne nazwy, ale z rozszerzeniem: **.1 za wyjątkiem pliku wynikowego operacji wyznaczenia wysokości quasigeoidy (anomalii wysokości) PL-geoid-2011, który jest tworzony na podstawie pliku wejściowego BL i przyjmuje nazwę BLn.1, przy czym układ wysokości elipsoidalnych lub normalnych jest ustalany przed wykonaniem obliczeń.

Tab. 8.1 Standardowe nazwy plików programu TRANSPOL v. 2.xx

Nazwa pliku	Wyszczególnienie
MODUŁ TRANSFORMACJI UKŁADÓW 3D i 2D	
BLH_GRS	- wykaz współrzędnych geocentrycznych geodezyjnych φ , λ , h na elipsoidzie GRS80 (dotyczy układów odniesienia: PL-ETRF89 i PL-ETRF2000)
BLH_KRA	- wykaz współrzędnych geocentrycznych, geodezyjnych B , L , h na elipsoidzie Krasowskiego 1940 (dotyczy układu odniesienia PUŁKOWO42)
XYZ_GRS	- wykaz współrzędnych geocentrycznych, kartezjańskich na elipsoidzie GRS80 (dotyczy układów odniesienia: PL-ETRF89 i PL-ETRF2000)
XYZ_KRA	- wykaz współrzędnych geocentrycznych kartezjańskich na elipsoidzie Krasowskiego 1940 (dotyczy układu odniesienia PUŁKOWO42)
xy92	- wykaz współrzędnych płaskich prostokątnych w układzie PL-1992 ¹⁾
xy2000	- wykaz współrzędnych płaskich prostokątnych w układzie PL-2000 ¹⁾ (czterostrefowy)
UTM	- wykaz współrzędnych płaskich w układzie PL-UTM ¹⁾ (dwustrefowy)
xy65	- wykaz współrzędnych płaskich w układzie 1965 ²⁾ (układ pięciostrefowy)
xy42_3	- wykaz współrzędnych płaskich w układzie 1942 ²⁾ w pasach 3-stopniowych (układ czterostrefowy)
xy42_6	- wykaz współrzędnych płaskich w układzie 1942 ²⁾ w pasach 6-stopniowych
xy42_83_3	- wykaz współrzędnych płaskich w układzie 1942/83 ²⁾ w pasach 3-stopniowych
xy42_83_6	- wykaz współrzędnych płaskich w układzie: 1942/83 ²⁾ w pasach 6-stopniowych
xyGUGIK80	- wykaz współrzędnych w jednostrefowym układzie GUGIK80 ²⁾
MODUŁ QUASIGEOIDY	
BL	- wykaz współrzędnych geodezyjnych φ , λ dla wyznaczenia wysokości quasigeoidy PL-geoid-2011
BLH_e	- wykaz współrzędnych geocentrycznych, geodezyjnych φ , λ i wysokości elipsoidalnych h (H_e) – specyfikacja układu odniesienia 3D określona opcją obliczeniową ³⁾
BLH_n	- wykaz współrzędnych geodezyjnych φ , λ i wysokości normalnych H (H_n) – specyfikacja układu odniesienia wysokości normalnych określona opcją

	obliczeniową ³⁾
MODUŁ TRANSFORMACJI WYSOKOŚCIOWYCH	
BLH_K86	- wykaz współrzędnych geodezyjnych B, L (elipsoida KLASOWSKIEGO 1940) i wysokości normalnych H (H_n) w układzie PL-KRON86-NH – do transformacji wysokościowej
BLH_K2006	- wykaz współrzędnych geodezyjnych φ , λ (elipsoida GRS80) i wysokości normalnych H (H_n) w układzie KRON2006 – do transformacji wysokościowej
BLH_EVRF	- wykaz współrzędnych geodezyjnych φ , λ (elipsoida GRS80) i wysokości normalnych H (H_n) w układzie PL-EVRF2007-NH – do transformacji wysokościowej
¹⁾	w zależności od układu odniesienia (PL-ETRF89 czy PL-ETRF2000) współrzędne będą mieć inne wartości (por. rozdz. 3.2 i 3.3) – odwzorowania na elipsoidzie WGS84
²⁾	odwzorowania na elipsoidzie KLASOWSKIEGO1940
³⁾	do zadań przeliczeniowych modułu quasigeoidy PL-geoid-2011

Układy odniesienia PL-ETRF2000 i PL-ETRF89 nie są identyfikowane w nazwie pliku, decyduje o tym wybór odpowiedniej opcji przed wykonywaniem obliczenia, ale pełna informacja o wejściowym układzie odniesienia znajdzie się w komentarzu zapisanym w pliku wynikowym.

W stosunku do programu TRANSPOL v. 1.0 zmieniły się standardowe nazwy niektórych plików wejściowych: np. BLH_GRS (poprzednio BLH92), BLH_KRA (poprzednio: BLH42), XYZ_GRS (poprzednio: XYZ92), XYZ_KRA (poprzednio: XYZ42).

Każdy rekord (wiersz) dotyczy danych dla pojedynczego punktu. Wiersz musi się zaczynać od nazwy (numeru, identyfikatora) punktu, którym jest dowolny ciąg znaków nie zawierający separatora. Separatorem liczb w wierszu mogą być spacje (co najmniej jedna), przecinek lub średnik.

Współrzędne płaskie prostokątne i kartezjańskie oraz wysokości punktów zapisuje się w metrach. Liczby rzeczywiste mogą być zapisywane jako całkowite lub z kropką dziesiętną.

Współrzędne geodezyjne zapisuje się w stopniach (typu *integer*), minutach (typu *integer*) i sekundach (typu *real* z kropką pozycyjną).

8.3 Wykonywanie podstawowych czynności w programie TRANSPOL v. 2.xx

8.3.1 Wybór zadania podstawowego

Pierwszą czynnością po wywołaniu programu jest ustalenie określonego obiektu (katalogu) roboczego jako katalogu aktywnego (rys. 7.2). Domyślnie jako aktywny jest ustawiony obiekt na pierwszej pozycji listy obiektów w *Combo-Box*. Domyślnie zakłada się, że w obiekcie aktywnym znajdują się wszystkie pliki wejściowe potrzebne do wykonania wybranego zadania.

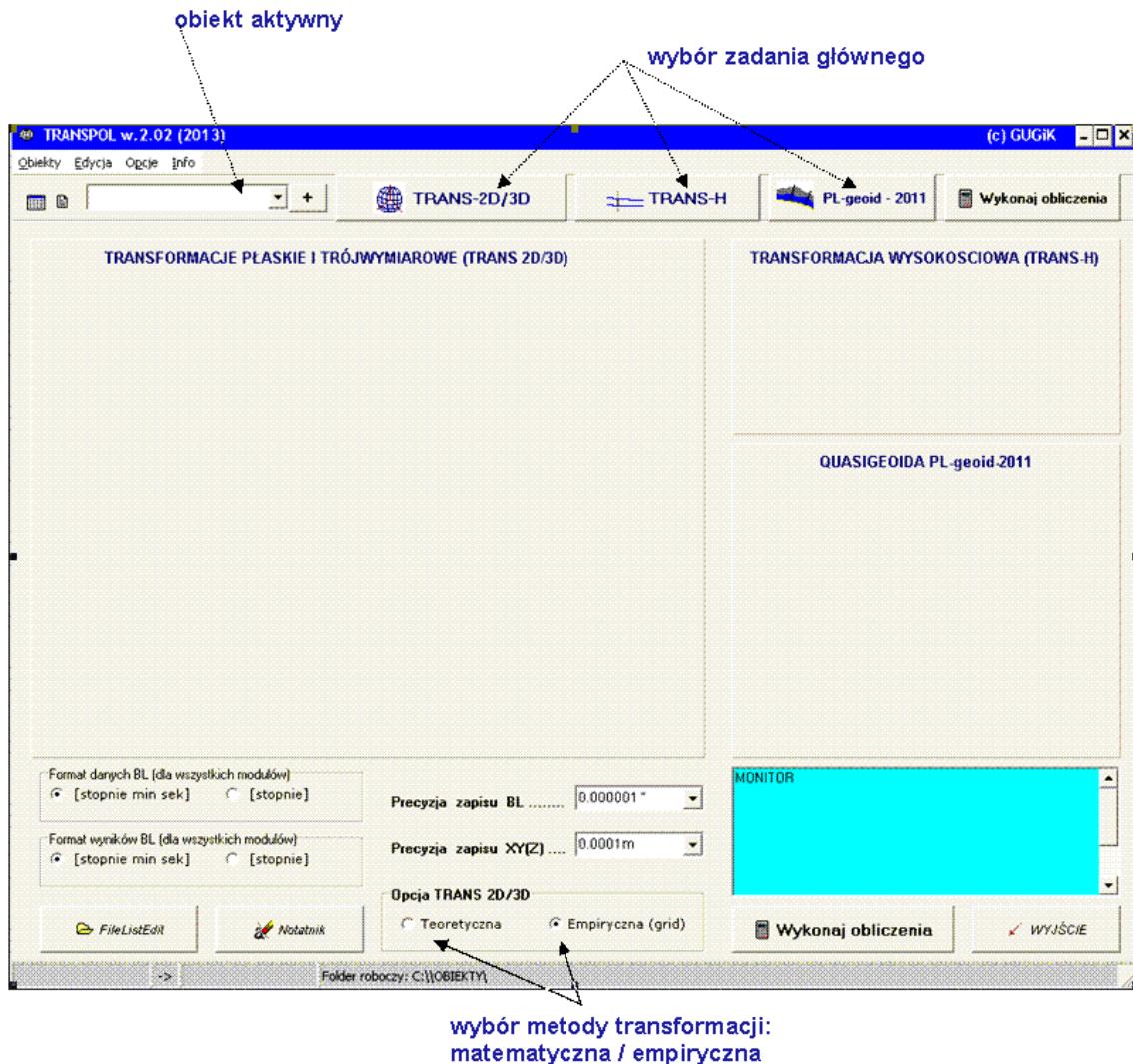
Następnie wybiera się jedno z zadań podstawowych, np:

Tab. 8.2 Podstawowe zadania obliczeniowe w programie TRANSPOL v. 2.xx

Nazwa zadania	Wyszczególnienie
TRANS-2D/3D	– moduł podstawowy przeznaczony do wykonywania transformacji współrzędnych (układów) płaskich (2D) i przestrzennych (3D)
TRANS-H	– moduł transformacji wysokościowych (1D)
PL-geoid-2011	– moduł obliczania wysokości quasigeoidy

Bardzo ważne jest ustalenie właściwej opcji obliczeniowej (transformacyjnej). Jako domyślana ustawiona jest opcja empiryczna, która zakłada, że wszelkie transformacje pomiędzy

układami współrzędnych w różnych układach odniesienia są realizowane przy wykorzystaniu opisanych wcześniej siatek interpolacyjnych (uwzględniających rzeczywisty rozkład i dokładność punktów osów geodezyjnych).



Rys. 8.2. Wybór podstawowych zadań i opcji obliczeniowych (format danych, metoda) .

Opcja teoretyczna w zastosowaniach geodezyjnych ma ograniczone znaczenie bowiem wszelkie przekształcenia pomiędzy układami realizuje się z wykorzystaniem teoretycznej (matematycznej) siedmioparametrowe transformacji przestrzennej i formuł odwzorowawczych. Opcja teoretyczna nie uwzględnia lokalnych deformacji układów wynikających z błędności ich fizycznej realizacji i może mieć zastosowanie w analizach specjalnych.

8.3.2 Wybór zadania szczegółowego

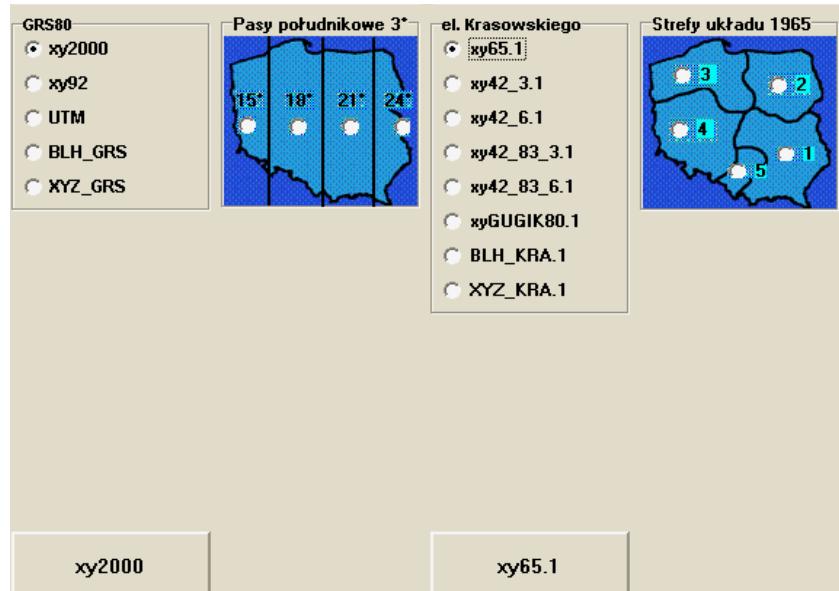
Po wyborze zadania podstawowego ukażą się na ekranie panele wyboru odpowiednich układów odniesienia lub zadań szczegółowych. Po wyborze modułu TRANS-2D/3D w lewej części okna ukaże się panel wyboru układu odniesienia dla współrzędnych wejściowych jak też wynikowych (rys. 8.3).

Po dokonaniu wyboru układów odniesienia ukażą się panele wyboru odpowiednich układów współrzędnych, a w przypadku układów wielostrefowych także panele wyboru stref tych układów. U dołu ekranu utworzą się panele z nazwami wybranych układów współrzędnych.

Kliknięcie na przycisk z nazwą zbioru powoduje otwarcie odpowiedniego zbioru lub pojawienie się komunikatu, że zbiór o określonej nazwie nie istnieje w aktywnym katalogu.



Rys. 8.3. Wybór układu odniesienia: wejściowego i wynikowego



Rys. 8.4. Wybór układów współrzędnych i stref odwzorowawczych

Przy wyborze modułu TRANS-H (transformacje wysokościowe) również pojawiają się panele wyboru zadań szczegółowych. Dotyczą one wyboru układów wysokościowych: wejściowego i wynikowego (rys. 8.5): PL-KRON86-NH, KRON2006 oraz PL-EVRF2007-NH.



Rys. 8.5. Ekran wyboru układów wysokościowych.

U dołu ekranu pojawią się panele z nazwami wybranych układów wysokościowych. Kliknięcie na przycisk z nazwą zbioru powoduje otwarcie odpowiedniego zbioru wysokości lub pojawienie się komunikatu, że zbiór o określonej nazwie nie istnieje w aktywnym katalogu.

W wyniku wyboru modułu obliczania wysokości quasigeoidy PL-geoid-2011 pojawi się pytanie o układ odniesienia dla wysokości elipsoidalnych i ekran wyboru zadania szczegółowego. Może ono polegać na wyznaczeniu samej wysokości gusegoidy (plik wejściowy BL) albo na przeliczeniu wysokości geodezyjnych (elipsoidalnych) na wysokości normalne lub odwrotnie.



Rys. 8.6. Wybór sposobu przeliczenia wysokości

U dołu ekranu pojawią się panele z nazwami wybranych zbiorów wysokości. Kliknięcie na przycisk z nazwą zbioru powoduje otwarcie odpowiedniego zbioru wysokości lub pojawienie się komunikatu, że zbiór o określonej nazwie nie istnieje w aktywnym katalogu.

8.4 Zintegrowana siatka interpolacyjna w programie TRANSPOL v. 2.xx

Dla potrzeb programu TRANSPOL v. 2.xx, dokonano integracji w jednym pliku wartości węzłów siatek interpolacyjnych odnoszących się do różnych zadań transformacyjnych. Można było tego dokonać, ponieważ wszystkie siatki interpolacyjne są oparte na wspólnej siatce bazowej PL-grid-001 i zawierają 613 621 rekordów. Utworzona w ten sposób ośmiowymiarową siatkę ma format podany w tabeli 8.3, gdzie:

- kolumna [1] to wysokości quasigeoidy (liczbę całkowitą, np 350650 należy pomnożyć przez 10^{-4});
- kolumny [2] i [3] – różnice odpowiednio dH1, dH2 (por. wzory 5.15)) dla transformacji wysokościowych (liczby całkowite pomnożone przez 10^{-5} dają wartości w metrach);
- kolumny [4], [5] (liczby całkowite pomnożone przez 10^{-9} dają wartości w stopniach kątowych) i kolumna [6] (liczba całkowita pomnożona przez 10^{-4} daje wartości w metrach) – to odpowiednio dB, dL, dH dla transformacji PL-ETRF89 => PL-ETRF2000;
- kolumny [7] i [8] (pomnożone przez 10^{-8} dają wartości w stopniach kątowych) odpowiednio dB i dL dla transformacji PL-ETRF89 => PULKOWO'42.

Dla uproszczenia w tabeli pominięto zapis współrzędnych geodezyjnych φ , λ węzłów siatki, ponieważ przy czytaniu sekwencyjnym współrzędne te są nadawane automatycznie przez program (kontrolą jest liczba rekordów, która powinna wynosić 613 621). Wszystkie wartości (cechy) węzłów siatki są zapamiętane jako liczby całkowite, normalizowane dopiero w momencie wykonywania zadania interpolacji.

Tab. 8.3. Struktura zintegrowanej siatki interpolacyjnej

10^4 [1]	10^5 [2]	10^5 [3]	10^9 [4]	10^9 [5]	10^4 [6]	10^8 [7]	10^8 [8]	(czynnik normalizacji) (kolumna)
.....								
350650	00483	-00254	00021	-00355	-0742	028962	178879	
350631	00462	-00254	00021	-00356	-0744	028945	178874	
350622	00440	-00254	00020	-00357	-0745	028922	178866	
350624	00423	-00253	00021	-00355	-0745	028905	178863	
350615	00412	-00253	00021	-00357	-0747	028902	178851	
350615	00401	-00253	00021	-00355	-0746	028887	178845	
350626	00387	-00253	00020	-00355	-0747	028872	178840	
.....								

9. Literatura i materiały źródłowe

9.1 Wykaz literatury

1. Bosy J. (2012) – *Wyniki weryfikacji wyników integracji podstawowej osnowy geodezyjnej na obszarze kraju ze stacjami referencyjnymi systemu ASG-EUPOS*, raport dla GUGiK, Warszawa 2012 r.
2. Hirt C. (2011) – *Assessment of EGM2008 over Germany using accurate quasi-geoid heights from vertical deflections, GCG05 and GPS leveling*, Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (zfv) 136(3), 138-149.
3. Jaworski L. i inni (2012) – *Zintegrowanie podstawowej osnowy geodezyjnej na obszarze Polski ze stacjami referencyjnymi systemu ASG-EUPOS*, raport dla GUGiK, Warszawa 2012 r.
4. Liwosz T. i inni (2012) – *Wyrównanie kontrolne obserwacji satelitarnych GNSS wykonanych na punktach ASG-EUPOS, EUREF-POL, EUVN, POLREF i osnowy I klasy wraz z oceną wyników*, raport dla GUGiK, Warszawa 2012 r.
5. Kadaj R. (2001) – *Weryfikacja wyznaczenia modelu geoidy niwelacyjnej 2001 poprzez zastosowanie innej metody modelowania numerycznego i porównanie wyników. Model numeryczny geoidy niwelacyjnej wraz z programem GEOIDPOL-2001*, raport z realizacji umowy nr 25/2001/GD, GUGiK, Warszawa 2001 r.
6. Kadaj R. (2001) – *Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych*, Wytyczne Techniczne G-1.10, Warszawa 2001 r., ISBN-83-239-1473-7
7. Kadaj R., Świętoń T. (2008) – *Oprogramowanie i opis modułu automatycznego postprocessingu APPS w wersjach 2.03 – 3.01 dla serwisu POZGEO w polskim systemie stacji referencyjnych ASG-EUPOS*, raport dla GEOTRONICS – Polska Sp. z o.o. 2008 r.
8. Kadaj R. (2012) – *GEOIDPOL-2008 jako centymetrowej dokładności model quasi-geoidy dla obszaru Polski oparty na globalnym modelu geopotencjalnym EGM-2008 i polskich trójwymiarowych sieciach niwelacyjno-satelitarnych EUVN, EUREF-POL i POLREF*, publikacja internetowa 1/2012, © ALGORES-SOFT Rzeszów, www.geonet.net.pl, 2012 r.
9. Kadaj R. (2012) – *GEOIDPOL-2008A - precyzyjny model quasi-geoidy dla obszaru Polski, oparty na globalnym modelu geopotencjalnym EGM-2008 i stacjach ASG-EUPOS zintegrowanych z osnowami podstawowymi*, publikacja internetowa 2/2012, © ALGORES-SOFT Rzeszów, www.geonet.net.pl, 2012 r.
10. Kadaj R. (2012) – *GEOIDPOL-2008C - ulepszony model quasi-geoidy dla obszaru Polski utworzony przez kalibrację modelu geopotencjalnego EGM2008 na sieciach ASG-EUPOS i EUVN*, publikacja internetowa 3/2012, © ALGORES-SOFT Rzeszów, www.geonet.net.pl, 2012 r. (model zmodyfikowany: GEOIDPOL-2008CN 2(5)2013, 12.08.2013).
11. Kryński J. (2007) – *Precyzyjne modelowanie quasi-geoidy na obszarze Polski – wyniki i ocena dokładności*. IGiK, Warszawa 2007, ISBN: 978-83-60024-11-9
12. Kryński J., Kloch-Główka G. (2009) – *Evaluation of the Performance of the New EGM2008 Global Geopotential Model over Poland*, Geoinformation Issues, Vol. 1, No 1, 7-17/2009
13. Łyszkowicz A. (1993) – *The Geoid for the Area of Poland*, Artificial Satellites, Vol. 28, No 2, Planetary Geodesy, No 19, 1993, pp 75-150.
14. Łyszkowicz A., Forsberg R. (1995) – *Gravimetric Geoid for Poland Area Using Spherical FFT*, Artificial Satellites, Vol. 29, No 1, Planetary Geodesy No 21, pp1-11.
15. Łyszkowicz A. (1997)- *System obliczania odstępów quasi-geoidy model QUASI96 od elipsoidy GRS80 dla obszaru Polski*. Sprawozdanie techniczne z realizacji umowy nr 38/CBK/97 pomiędzy GUGiK a CBK PAN.
16. Łyszkowicz A. (2012) – *Geodezja fizyczna*. Wyd. UW-M w Olsztynie. Olsztyn 2012.

17. Osada E. (2001) – *Wyznaczenie modelu geoidy niwelacyjnej QGEOD' PL01 i modelu odchyleń pionu DEFLEC'01 na podstawie pomiarów satelitarnych i pomiarów wysokościowych osnowy geodezyjnej*, raport techniczny z realizacji umowy nr 1/2001/GD, Warszawa 2001 r.
18. Osada E. (2006) – *Wyznaczenie modelu geoidy niwelacyjnej QGEOD' PL01 i modelu odchyleń pionu DEFLEC'01 na podstawie pomiarów satelitarnych i pomiarów wysokościowych osnowy geodezyjnej*, raport techniczny z realizacji umowy nr 1/2001/GD, Warszawa 2006 r.
19. Pażus R., Osada E., Olejnik S. (2002) Osada E. (2004) – *Geoida niwelacyjna 2001*, Magazyn Geoinformacyjny GEODETA, Nr 5(84), 2002 r.
20. Pavlis N.K i inni (2008) – *The EGM2008 Global Gravitational Model*, American Geophysical Union, Fall Meeting 2008.
21. Pavlis N.K i inni (2008) – *An Earth Gravitational Model to Degree 2160 EGM2008*, EGU General Assembly 2008, Geophysical Research Abstracts, Vol. 10, EGU2008-A-01891.
22. Pavlis N.K. I inni (2011) – *The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)*, Journal of Geophysical Research, Vol. 117, B04406, 38pp., 2012 (doi: 10.1029/2011JB008916).
23. Świętoń T. (2011) – *Optymalizacja korekt lokalnych w zadaniach transformacji pomiędzy układami kartograficznymi na przykładzie układów „2000” i „1965”*, Seminarium doktorskie, AGH-Kraków, 2011 r.
24. Trojanowicz M. (2009) – *Ocena dokładności globalnych modeli geopotencjału EGM96 i EGM08 na obszarze Dolnego Śląska*, Acta Sci. Pol., Geodesia et Descriptio Terrarum 8(1) 2009, 19-30

9.2 Inne źródła

1. Materiały informacyjne NGA (National Geospatial-Intelligence Agency, USA) http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html
2. Rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 15 października 2012 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych (Dz. U. z 2012 r., poz. 1247).
3. Rozporządzenie Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 14 lutego 2012 r. w sprawie osnow geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych (Dz. U. z 2012 r., poz. 352)
4. Rozporządzenie Ministra Rozwoju Regionalnego i Budownictwa z dnia 16 lipca 2001 r. w sprawie zgłaszania prac geodezyjnych i kartograficznych, ewidencjonowania systemów i przechowywania kopii zabezpieczających bazy danych, a także ogólnych warunków umów o udostępnienie tych baz (Dz. U. Nr 78, poz. 837)
5. Wytyczne Techniczne G-1.10 (autor: R. Kadaj): Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych, wydanie drugie zmienione, wraz z programem TRANSPOL w wersji 1.0. Warszawa 2001 r.
6. Zbiory danych państwowego rejestru podstawowych osnow geodezyjnych grawimetrycznych i magnetycznych (PRPOG).
7. Geoida niwelacyjna 2001 bis, Osada E. (2004) – model numeryczny udostępniony przez GUGIK na potrzeby niniejszego opracowania.
8. GEONET_2006 – system geodezyjny © ALGORES-SOFT www.geonet.net.pl: biblioteki standardowych obliczeń numerycznych © ALGORES-SOFT www.geonet.net.pl.