

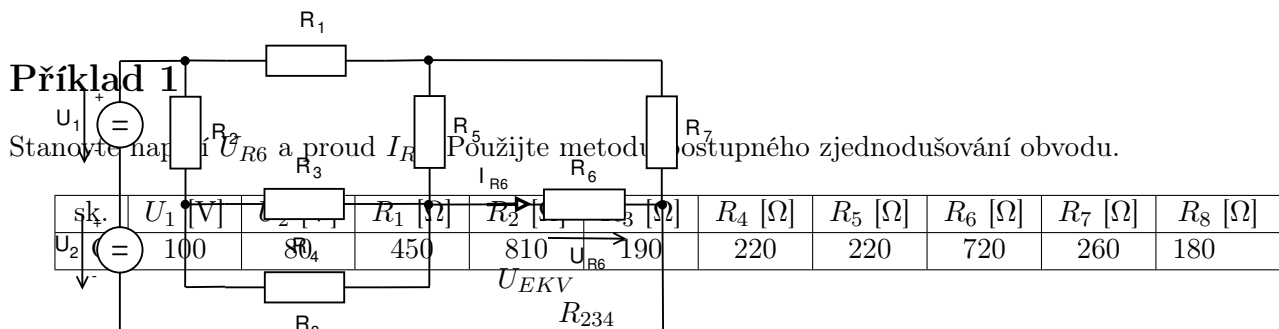
IEL – protokol k projektu

Patrik, Skaloš
xskalo01

23. februára 2021

Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	4
3	Příklad 3	6
4	Příklad 4	8
5	Příklad 5	9
6	Shrnutí výsledků	11



$$R_A = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6 + R_7} = \frac{220 \cdot 720}{220 + 720 + 260} = 47.6667 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6 + R_7} = \frac{220 \cdot 720}{220 + 720 + 260} = 132 \Omega$$

Napětí U_{R6} a proud I_{R6} stanovíme zjednodušeným sčítáním:

$$U = U_1 + U_2 = 100 + 80 = 180 \text{ V}$$

Dále můžeme sčítat rezistory R_1 a R_A a rezistory R_{234} a R_B :

Zjednodušíme paralelní rezistory R_1 a R_A a R_{234} a R_B :

$$R_{34} = \frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A} = \frac{450 \cdot 47.6667}{450 + 47.6667} = 41.9512 \Omega$$

Dále zjednodušíme rezistory R_{1A} a R_{234B} zapojené paralelně:

$$R_{1A} = \frac{R_1 R_A}{R_1 + R_A} = \frac{450 \cdot 47.6667}{450 + 47.6667} = 41.9512 \Omega$$

$$R_{234} = R_{34} + R_2 = 41.9512 + 810 = 911.9512 \Omega$$

Transfigurácia z trojuholníka na hviezdu:

$$R_{1234AB}$$

$$I$$

$$U$$

$$R_C$$

$$B + R_C + R_8 = 337.0094 + 156 + 180 = \mathbf{673.0094\Omega}$$

ám ostáva sčítať tri sériovo zapojené rezistory R_{1234AB} , R_C a R_8 :

$$I = \frac{U}{R} = \frac{180}{673.0094} = 0.267458$$

Pomocou Ohmovho zákona:

$$U_{1A} = R_{1234AB} * I = 1234 * 0.267458 = 330.0094$$

K ďalším výpočtom:

$$I_{R_1} = \frac{U_{1A}}{R_{1A}} = \frac{90.1349}{497.6667} = 0.181115$$

Ďalej vypočítame prúd cez R_6 :

$$I_{R_{234}} = I - I_{R_1} = 0.267458 - 0.181115 = 0.086343$$

Vypočítame si prúd cez R_8 :

$$I_{R_6} = I_{R_1} - I_{R_{234}} = 0.181115 - 0.086343 = 0.094772$$

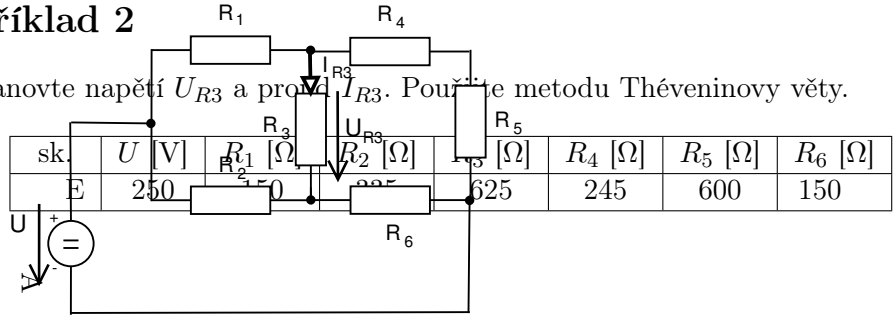
Teraz si môžeme vypočítať napätie na R_6 :

$$U_{R_6} = R_6 * I_{R_6} = 72 * 0.094772 = 6.82358$$

A napätie na rezistoroch R_1 a R_6 je:

Příklad 2

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Théveninovy věty.



V obvodu skratujeme zdroj napětí aj R_3 a spočítame R_{th} :

U_i

$$S_2 : R_2 I_2 + R_6 I_2 = R_1 I_1 + R_4 I_1 + R_5 I_1$$

$$485 I_2 = 995 I_1 = 249.969$$

$$I_1 = \frac{249.969}{995} = \mathbf{0.2512 A}$$

$$I_{th} = I_1 + I_2 = 0.5154 + 0.2512 = \mathbf{0.7666 A}$$

Ďalej chceme zistiť U_{th} , takže si do obvodu na miesto R_3 zapojíme imaginárny zdroj. Stačí nám jedna slučka, pomocou ktorej vieme následne vypočítať Theveninovo napätie:

$$U_{R_1} + U_{th} - U_{R_2} = 0$$

$$U_{th} = U_{R_2} - U_{R_1} = I_2 R_2 - I_1 R_1 = \mathbf{137.979 V}$$

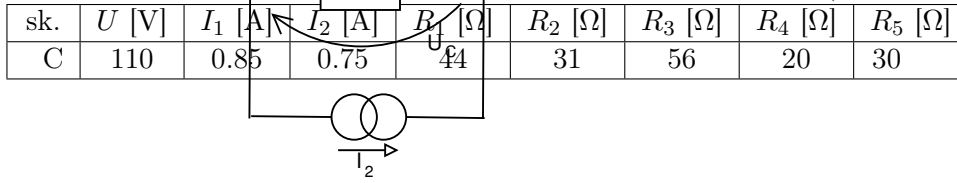
Teraz si môžeme prekresliť obvod na ekvivalentný a vypočítať I_{R_3} a U_{R_3} :

$$I_{R_3} = \frac{U_{th}}{R_{th} + R_3} = \frac{134.979}{230.9951 + 625} = \mathbf{0.1577 A}$$

$$U_{R_3} = R_3 I_3 = 625 * 0.1577 = \mathbf{98.5625 V}$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_2 . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).



Nakreslíme si do obvodu šipky prúdov a napíšeme rovnice týchto prúdov pre tri z uzlov:

$$I_{R1} = I_{R3} + I_{R2}$$

$$I_{R5} = I_{R3} + I_1$$

$$I_{R4} + I_1 = I_{R5} + I_2$$

Vyjadríme si prúdy:

$$I_{R1} = \frac{U - U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

Dosadíme vyjadrené prúdy do rovníc:

$$I_{R1} = I_{R3} + I_{R2}$$

$$\frac{U - U_A}{R_1} = \frac{U_A - U_B}{R_3} + \frac{U_A}{R_2}$$

$$(U - U_A)R_2R_3 = (U_A - U_B)R_1R_2 + U_AR_1R_3$$

$$UR_3R_2 - U_AR_2R_3 = U_AR_1R_2 - U_BR_1R_2 + U_AR_1R_3$$

$$190960 = 5564U_A - 1364U_B$$

$$I_{R5} = I_{R3} + I_1$$

$$\frac{U_B - U_C}{R_5} = \frac{U_A - U_B}{R_3} + I_1$$

$$U_BR_3 - U_CR_3 = U_AR_5 - U_BR_5 + 0.85R_3R_5$$

$$56U_B - 56U_C = 30U_A - 30U_B + 1428$$

$$-30U_A + 86U_B - 56U_C = 1428$$

$$I_{R4} + I_1 = I_{R5} + I_2$$

$$\frac{U_C}{R_4} + I_1 = \frac{U_B - U_C}{R_5} + I_2$$

$$U_CR_5 + 0.85R_4R_5 = U_BR_4 - U_CR_4 + 0.75R_4R_5$$

$$30U_C + 510 = 20U_B - 20U_C + 450$$

Následne si vyjadríme U_C , U_B a U_A :

$$30U_C + 510 = 20U_B - 20U_C + 450$$

$$60 = 20U_B - 50U_C$$

$$50U_C = 20U_B - 60$$

$$U_C = \frac{20U_B - 60}{50}$$

$$1428 = -30U_A + 86U_B - 56U_C$$

$$1428 = -30U_A + 86U_B - 56\left(\frac{20U_B - 60}{50}\right)$$

$$5 * 1428 = -30 * 5U_A + 86 * 5U_B - 56(5 * \frac{2U_B-6}{5})$$

$$7140 = -150U_A + 430U_B - 112U_B + 336$$

$$6804 = -150U_A + 318U_B$$

$$U_B = \frac{150U_A+6804}{318}$$

$$190960 = 5564U_A - (\frac{150U_A+6804}{318})$$

$$190960 = 5564U_A - 643.3962U_A - 29184.4528$$

$$220144.4528 = 4920.6038U_A$$

$$U_A = \mathbf{44.7393V}$$

Teraz je už jednoduché dopočítat U_{R_2} a I_{R_2}

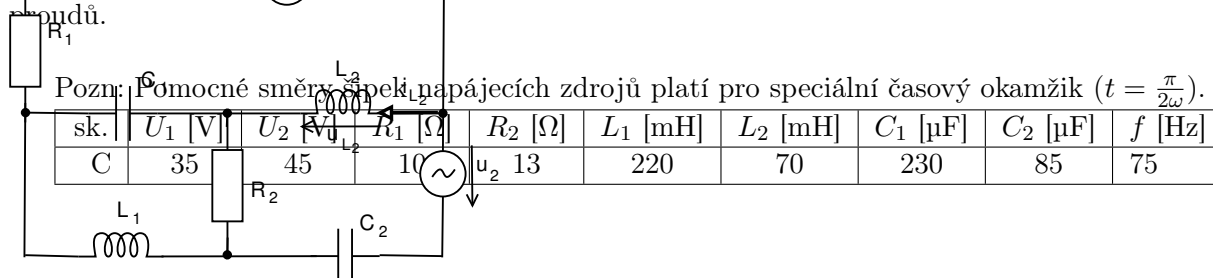
$$U_{R_2} = U_A = \mathbf{44.7393V}$$

$$I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{44.7393}{31} = \mathbf{1.4432A}$$

Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.



Najprv si vypočítame impedancie kondenzátorov a cievok:

$$Z_{C_1} = \frac{1}{jC_1\omega} = -9.2264j$$

$$Z_{C_2} = \frac{1}{jC_2\omega} = -24.9655j$$

$$Z_{L_1} = jL_1\omega = 103.6726j$$

$$Z_{L_2} = jL_2\omega = 32.9867j$$

Do obvodu si zakreslíme slučky S_A , S_B a S_C a slučky:

!!Obvod so slučkami

$$S_A : I_A(R_1 + Z_{L_2} + Z_{C_1}) - I_B Z_{C_1} - I_C Z_{L_2} = -35$$

$$S_B : -I_A Z_{C_1} + I_B(Z_{C_1} + R_2 + Z_{L_1}) - I_C R_2 = 0$$

$$S_C : -I_A Z_{L_2} - I_B R_2 + I_C(Z_{L_2} + R_2 + Z_{C_2}) = -45$$

$$\begin{pmatrix} R_1 + Z_{L_2} + Z_{C_1} & -Z_{C_1} & -Z_{L_2} \\ -Z_{C_1} & Z_{C_1} + R_2 + Z_{L_1} & -R_2 \\ -Z_{L_2} & -R_2 & Z_{L_2} + R_2 + Z_{C_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -35 \\ 0 \\ -45 \end{pmatrix}$$

Maticu vyriešime pomocou Sarrusovho a Cramerovho pravidla, aby sme dostali I_A , I_B a I_C :

$$I_C = -1.0484 - 1.3494j$$

$$I_B = -0.161 + 0.2761j$$

$$I_A = -1.2093 - 1.638j$$

Teraz si môžeme vypočítať I_{L_2} , u_{L_2} , $|U_{L_2}|$ a nakoniec φ_{L_2}

$$I_{L_2} = I_A - I_C = 0.1609 + 0.2886j$$

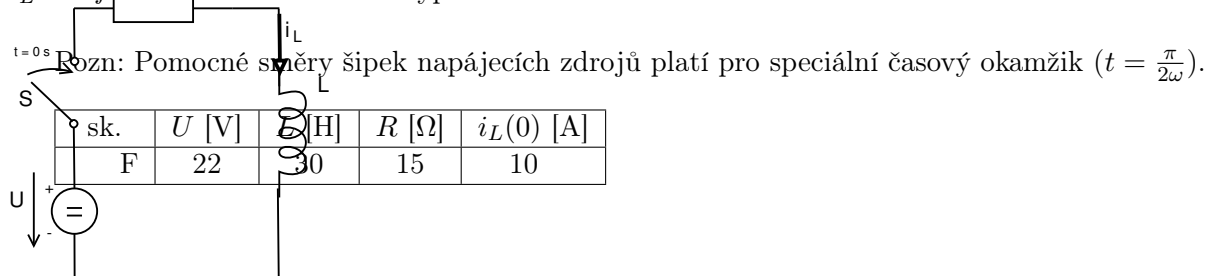
$$u_{L_2} = Z_{L_2} I_{L_2} = -9.52 + 5.3076j$$

$$|U_{L_2}| = \sqrt{\text{Re}(u_{L_2})^2 + \text{Im}(u_{L_2})^2} = -0.5086\text{rad} = -29^\circ 8' 24''$$

!!Skontrolovať uhol!

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.



Rovnice, pomocou ktorých budeme riešiť tento obvod:

$$i_L' = \frac{u_L}{L}$$

$$U = u_R + u_L$$

$$i_L = i_R = \frac{U_R}{R}$$

Vyjadríme si z toho i_L' :

$$u_L = U - u_R$$

$$Li_L' = U - Ri_L$$

$$U = Li_L' + Ri_L \text{ - diferenciálna rovnica prvého rádu (nehomogénna)}$$

$$i_L(0) = i_{LP}$$

Očakávaný tvar riešenia:

$$i_L(t) = K(t)e^{t\lambda}$$

Charakteristická rovnica:

$$Li_L' + Ri_L = U \text{ - za } i_L' \text{ dosadíme } \lambda, \text{ a za } i_L \text{ jednotku:}$$

$$L\lambda + R * 1 = 0$$

$$\lambda = -\frac{R}{L} = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$$

Nasledujú derivácie:

$$i_L' = K'(t)e^{-\frac{Rt}{L}} - \frac{R}{L}K(t)e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$LK'(t)e^{-\frac{Rt}{L}} - L\frac{R}{L}K(t)e^{-\frac{Rt}{L}} + RK(t)e^{-\frac{Rt}{L}} = U$$

$$LK'(t)e^{-\frac{Rt}{L}} - RK(t)e^{-\frac{Rt}{L}} + RK(t)e^{-\frac{Rt}{L}} = U$$

$$U = LK'(t)e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$K'(t)e^{-\frac{Rt}{L}} = \frac{U}{L}$$

$$K'(t) = \frac{\frac{U}{L}}{e^{-\frac{Rt}{L}}}$$

$$K'(t) = \frac{U}{L}e^{\frac{Rt}{L}}$$

Do očakávaného riešenia dosadíme a zderivujeme:

$$i_L = Ke^{t\lambda}$$

$$i_L = Ke^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$i_L' = K'e^{-\frac{Rt}{L}} + K * (-\frac{R}{L}e^{-\frac{Rt}{L}})$$

Následne dosadíme do diferenciálnej rovnice:

$$i_L' L + i_L R = U$$

$$L(K'e^{-\frac{Rt}{L}} - \frac{R}{L}Ke^{-\frac{Rt}{L}}) + RKe^{-\frac{Rt}{L}} = U$$

$$LK'e^{-\frac{Rt}{L}} - RKe^{-\frac{Rt}{L}} + RKe^{-\frac{Rt}{L}} = U$$

$$LK'e^{-\frac{Rt}{L}} = U$$

$$30K'e^{-\frac{t}{2}} = 22$$

$$15K'e^{-\frac{t}{2}} = 11$$

$$K'e^{-\frac{t}{2}} = \frac{11}{15}$$

$$K' = \frac{\frac{11}{15}}{e^{-\frac{t}{2}}}$$

$$K = \frac{\frac{11}{15}}{15e^{-\frac{t}{2}}}$$

Nasleduje integrácia:

$$K' = \frac{\frac{11}{15}}{\frac{1}{15} \frac{1}{e^{\frac{t}{2}}}} = \frac{\frac{11}{15}}{\frac{1}{15} \frac{1}{e^{\frac{t}{2}}}} = \frac{11e^{\frac{t}{2}}}{15}$$

$$K = \frac{22e^{\frac{t}{2}}}{15} + C$$

Dosadíme do očakávaného riešenia:

$$i_L(t) = K(t)e^{t\lambda} = (\frac{22e^{\frac{t}{2}}}{15} + C)e^{-\frac{t}{2}} = Ce^{-\frac{t}{2}} + \frac{22e^{\frac{t}{2}}e^{-\frac{t}{2}}}{15} = \frac{22}{15} + Ce^{-\frac{t}{2}}$$

Dosadíme konštantu a získame tým finálnu rovnicu:

$$i_L = (\frac{22e^{\frac{t}{2}}}{15} + \frac{128}{15})e^{-\frac{t}{2}} = \frac{22e^{\frac{t}{2}}e^{-\frac{t}{2}} + 128e^{-\frac{t}{2}}}{15} = \frac{22}{15} + \frac{128e^{-\frac{t}{2}}}{15}$$

Nakoniec otestujeme rovnicu pre $t = 0$ a $t = \infty$:

$$i_L(0) = \frac{22}{15} + \frac{128e^0}{15} = 10A \checkmark$$

$$i_L(\infty) = \frac{22}{15} + 0' = \frac{U}{R} = \frac{22}{15} \checkmark$$

Nakoniec otestujeme platnosť:

$$Li'_L + i_LR = U$$

$$22 = 30(-\frac{64e^{-\frac{t}{2}}}{15} + 15(\frac{22}{15} + \frac{128e^{-\frac{t}{2}}}{15})) = 22 \checkmark$$

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	C	$U_{R6} =$ $I_{R6} =$
2	E	$U_{R3} =$ $I_{R3} =$
3	C	$U_{R2} =$ $I_{R2} =$
4	C	$ U_{L2} =$ $\varphi_{L2} =$
5	F	$i_L =$