Beispiel für Fallunterscheidungen: Lösung für die quadratische Gleichung

Wir wollen die Lösungen der quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ in Abhängigkeit von den Koeffizienten a, b und c mit der folgenden klassischen Formel bestimmen.

$$x_{\mathrm{1,2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 Abbildung 2.6 Formel zur Lösung der quadratischen Gleichung

Dabei müssen wir eine vollständige Fallunterscheidung durchführen, um Fehler des Programms in bestimmten Situationen zu vermeiden. Man darf nicht durch 0 dividieren und auch das Ziehen von Wurzeln aus negativen Zahlen führt zu Laufzeitfehlern.

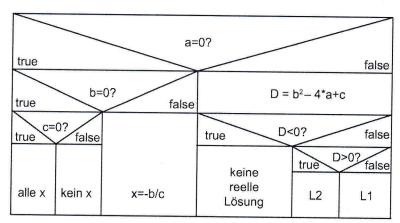


Abbildung 2.7 Fallunterscheidung zur Lösung der quadratischen Gleichung

Vorüberlegung

Falls a=0 gilt, kann man die Gleichung in Abbildung 2.6 nicht benutzen, da man durch 0 dividieren würde. Also muss man statt der quadratischen Gleichung als Spezialfall eine lineare Gleichung bx+c=0 untersuchen. Hier ist der Unterfall b=0 gesondert zu betrachten, weil man dann nicht durch b dividieren kann. Dann reduziert sich die Gleichung auf den einfachen Fall c=0. Falls c=0 gilt, sind alle x eine Lösung, während sonst die Gleichung für alle x unerfüllbar ist.

Wenn eine "echte" quadratische Gleichung vorliegt (falls a ungleich θ ist), muss man die Diskriminante $D=b^2-4ac$ untersuchen. Falls diese negativ ist, gibt es keine Lösung im Bereich der reellen Zahlen. Ansonsten prüft man, ob die Diskriminante positiv ist. Wenn ja, gibt es zwei Lösungen gemäß obiger Formel. Wenn nein, gibt es eine Lösung.

Die Zahlen a, b und c kann man in einer Zeile eingeben. Ein Ablauf des Programms zur Lösung der Gleichung $x^2 + 3x + 2 = 0$ sieht damit wie folgt aus. Die Eingabe ist grau hinterlegt.

>java QuadratischeGleichung
Bitte 3 Zahlen in der Form a b c eingeben
1,0 3,0 2,0
a = 1,000000 b = 3,000000 c = 2,000000
Loesung 1: -1,000000
Loesung 2: -2,000000