

平成 15 年度第 3 年次編入学試験問題：数学

神戸大学理学部数学科

平成 14 年 7 月 6 日

時間: 10:00 – 12:00

1. a_1, \dots, a_n を実数とするととき次の $n \times n$ 行列の行列式を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1+a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1 & 1+a_2 & \cdots & a_n \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & 1+a_n \end{pmatrix}$$

2. A を, 対角成分 a_1, \dots, a_n が相異なる n 次実対角行列とする. このとき $AX = XA$ を満たす $n \times n$ 実行列 X をすべて求めよ.

3. $f(x), g(x)$ を何回でも微分可能な関数とする. このとき

$$(f(x)g(x))^{(n)} = \sum_{k=0}^n {}_n C_k f^{(n-k)}(x)g^{(k)}(x)$$

を証明せよ. ここで, $h^{(l)}(x)$ は 関数 $h(x)$ の l 階導関数を表す.

4. 次の微分方程式を解け.

$$y'' + 4y' + 4y = x^3$$

5. 次の重積分を計算せよ.

(1) $\iint_D x dx dy, \quad D: \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, \text{ ただし } a, b > 0$

(2) $\iint_D \sin(x+y) dx dy, \quad D \text{ は 3 直線 } x=0, y=0, x+y=\pi/2 \text{ で囲まれる三角形の内部.}$

(3) $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq a^2.$

6. $x = u \cos \alpha - v \sin \alpha, y = u \sin \alpha + v \cos \alpha$ (α は定数) のとき, x, y に関して 2 階偏微分可能な $z = z(x, y)$ について

(1) $z_u^2 + z_v^2$ を z の x, y に関する偏導関数を用いて表せ.

(2) $z_{uu} + z_{vv}$ を z の x, y に関する第 2 次偏導関数を用いて表せ.

ただし, z_u, z_{uu} は z の u に関する第 1 次および第 2 次偏導関数を表す.