

Projekt Ilościowe miary ryzyka, model Var oraz testowanie wsteczne

Mateusz Jakubczak

4 lutego 2021

Streszczenie

Projekt przedstawia wyniki modelowania stopu zwrotu dla spółki CD Project Red w latach od 1994 do połowy stycznia 2021. Modelowanie została przeprowadzone przy pomocy VaR(Value at risk), EWMA(exponentially weighted moving average), GARCH oraz ARCH (Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity) oraz symulacji Monte Carlo.

Spis treści

1	Wstęp	3
2	Analiza zwrotów	3
2.1	Statystyki Opisowe	3
2.2	Testy normalności	6
2.3	Wnioski z wstępnej analizy	7
3	Symulacje VaR	8
3.1	Wstęp do VaR	8
3.2	Metoda historyczna	8
3.3	Metoda historyczna z wagami	8
3.4	Testy wsteczne	8
4	EWMA	10
4.1	Wstęp do EWMA	10
4.2	Modelowane EWMA	10
4.3	Testy wsteczne	10
5	GARCH	10
5.1	Wstęp do GARCH	10
5.2	Modelowanie GARCH	11
5.3	Testy wsteczne	11
6	Monte Carlo	11
6.1	Wstęp do Monte Carlo	11
6.2	Testy wsteczne	12
7	Podsumowanie	12

1 Wstęp

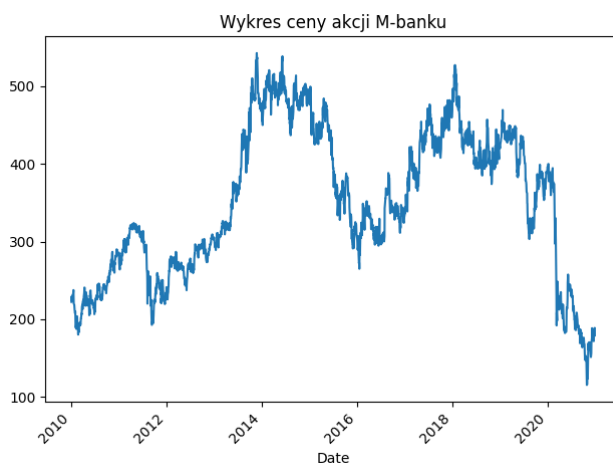
Praca obejmuje modelowanie na danych dla CD Project Red ze strony stoq.com. Zakres czasowy w którym wykonuje się modelowanie to 250 dniowe okno, oznaczające mniej więcej jeden rok(w dniach roboczych). Projekt został podzielony na wstępną analizę danych, dogłębną analizę każdego typu modeli oraz podsumowanie wyników.

2 Analiza zwrotów

Wybraną spółką do analizy jest M-bank w latach od 2010 do 2020. Przed przystąpieniem do analizy oraz modelowania VaR należy zobaczyć jak wyglądają nasze dane.

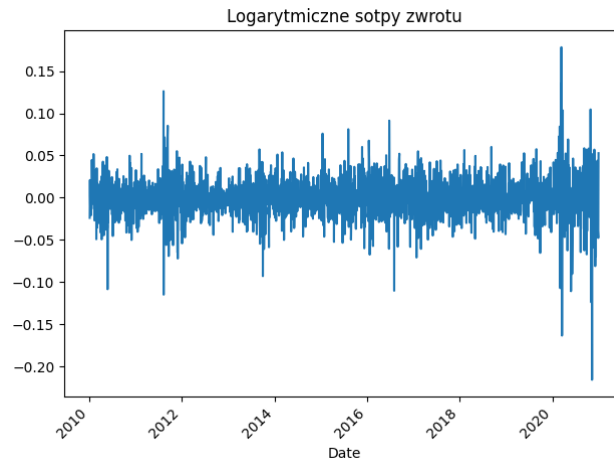
2.1 Statystyki Opisowe

Poniższy wykres przedstawia jak kształtowała się Cena zamknięcia akcji M-Banku



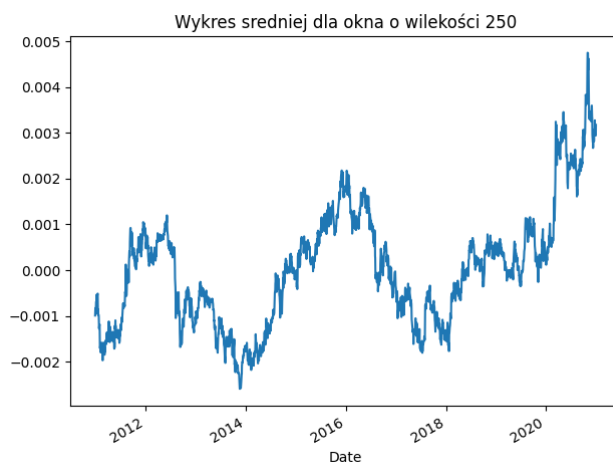
Rysunek 1:

Jak łatwo możemy zauważyć wykres ten nie jest stacjonarnym więc żeby doprowadzić do stacjonarności będziemy skupiając się na analizie logarytmicznych stóp zwrotu. Innym możliwym podejściem jest liczenie używając zwykłych stóp zwrotu jednak one nie radzą sobie dobrze z dużymi ruchami ceny. Poniższy wykres przedstawia te stopy zwrotu. Widzimy z wykresu że mamy heteroskedastyczność



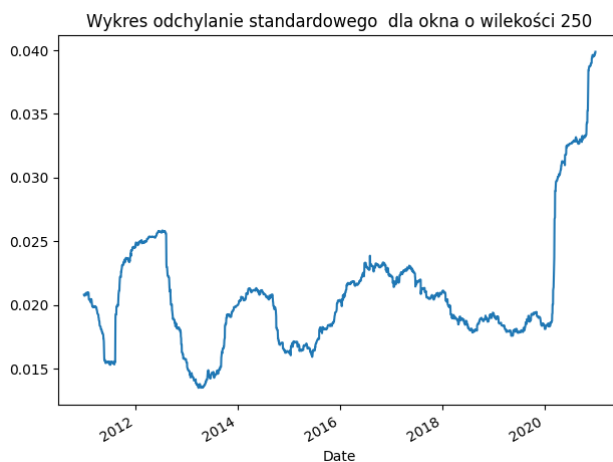
Rysunek 2:

styczność zmienności dlatego użycie całego szeregu czasowego do modelowania jest nie odpowiednim podejściem do problemu. W dalszej analizie modeli większość z nich używa 250 dniowego okna. Poniższe wykresy przedstawiają zmiany średniej i odchylenia standardowego w oknie 250 dniowym.



Rysunek 3:

Jak widzimy średnia oscyluje nam w okolicach zera co świadczy o tym że możemy założyć iż jest równa 0, i świadczy to też o stacjonarności naszego szeregu.



Rysunek 4:

Sytuacja z odchyleniem standardowym potwierdza nam nasze przypuszczenia o heteroskedastyczności zmienności, gdzie szczególnie to widać w roku 2020, gdzie odchylenie standardowe wzrosło dwukrotnie w porównaniu do poprzednich lat.

2.2 Testy normalności

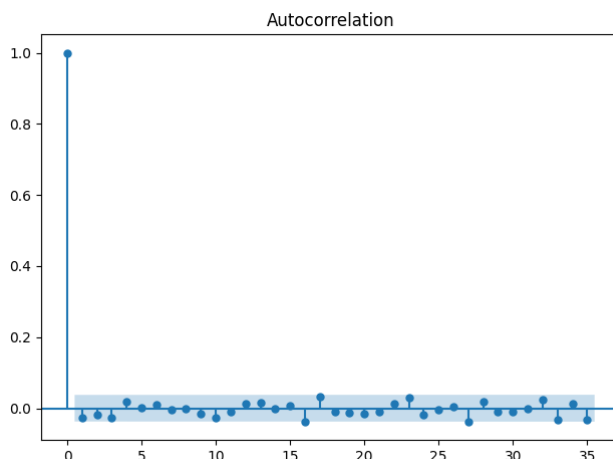
Ważnym aspektem żeby dalsze modelowanie naszego szeregu czasowego miało sens jest spełnienie założeń o normalności stopy zwrotu, braku autokorelacji oraz stacjonarności szeregu.

Żeby sprawdzić stacjonarność użyjemy testu ADF (Augmented Dickey–Fuller) którego hipoteza zerowa zakłada o nie stacjonarności szeregu natomiast alternatywna mówi że jest stacjonarny bądź stacjonarny z trendem.

$$P\text{-Value} = 0.0000$$

Bardzo niska wartość P-Value oznacza że możemy być pewni iż szereg jest stacjonarny.

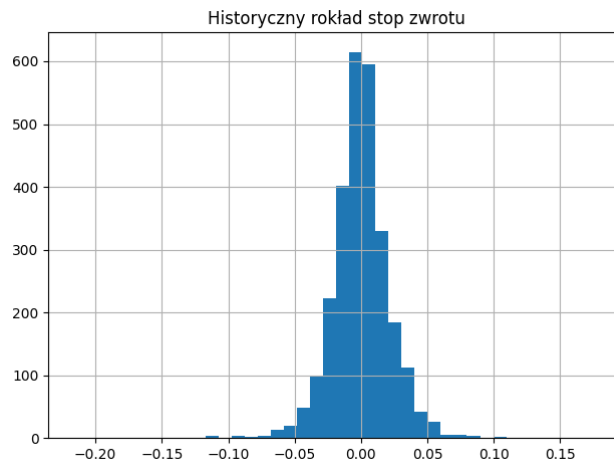
Autorelacje sprawdzimy z korzystając z wykresu ACF, gdzie niebieskie pole reprezentuje pole gdzie nie odrzucamy hipotezy zerowej o wartości autokorelacji równej zero na poziomie ufności $\alpha = 0.05$. Patrząc na poniższy wykres widzimy że nie ma znaczących autokorelacji w naszych stopach zwrotu.



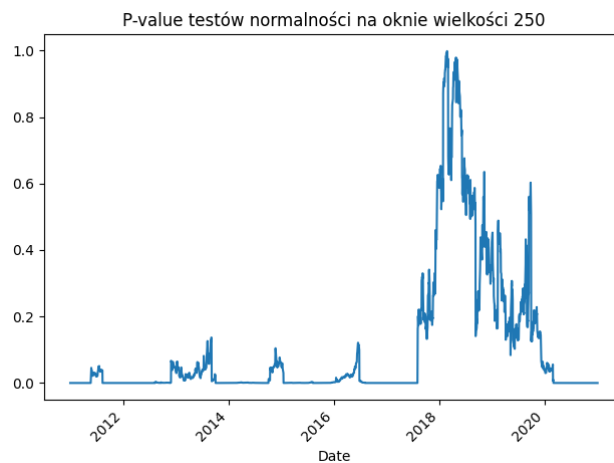
Rysunek 5:

Ostatnim Warunkiem do spełnienia jest normalność rozkładu. Biorąc histogram dla całego szeregu czasowego widzimy że rozkład bardzo przypomina normalny jednak możemy zważyć dosyć duże spłaszczenie wraz z grubymi ogonami, które rozciągają skalowanie wykresu. Jednak nasze analizy będą się skupiały na oknie 250 dniowym więc zobaczymy jak wygląda zmiana p-Value w czasie.

Z wykresu widzimy hipotezę zerową o normalności rozkładu odrzucamy poza latami między 2018 a początkiem 2020 gdzie ten okres nie pozwala na odrzucenie hipotezy zerowej.



Rysunek 6:



Rysunek 7:

2.3 Wnioski z wstępnej analizy

Analizując wstępnie dane widać że mamy rozkład z grubymi ogonami przez większość czasu wraz z heteroskedastycznością zmiennych co oznacza że modelowanie naszego VaR będzie trudne a samym wynikiem VaR nie możemy do końca ufać, gdyż nie spełniamy założeń tego modelu.

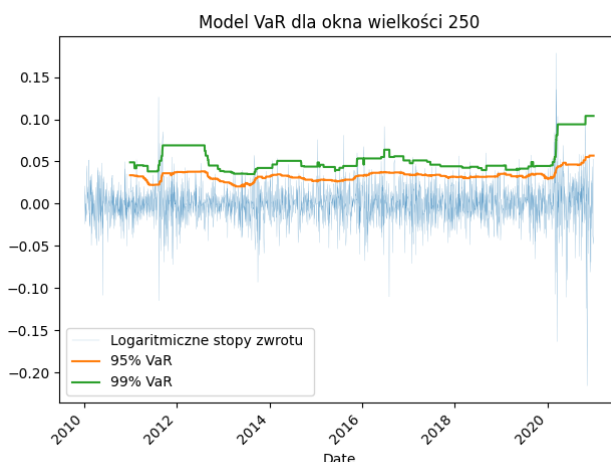
3 Symulacje VaR

3.1 Wstęp do VaR

VaR(Value at Risk) jest to model do zarządzania ryzykiem, który kwantyfikuje nam ryzyko starty powyżej ustalonej dla VaR-a wartości. Model VaR jest nam w stanie powiedzieć jakie powinno być nasze zabezpieczenie że w $x\%$ przypadków nasza strata nie przekroczyła danego poziomu. W dalszej analizie promienty jest VaR dla wszystkich danych i analizowany jest tylko VaR na przesuwającym się oknie o długości 250 dni.

3.2 Metoda historyczna

Metoda historyczna przedstawia VaR estymowanego w oknie 250 dni dla poziomom 95% oraz 99%



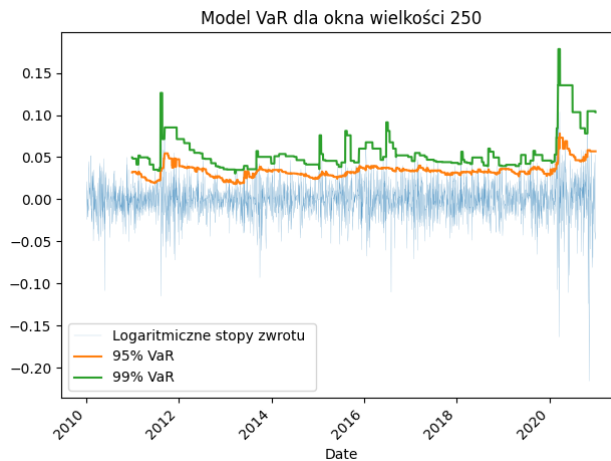
Rysunek 8:

3.3 Metoda historyczna z wagami

VaR w przypadku prostego okna ma wadę że tak samo traktuje obserwacje z dnia wcześniej jak i z 200 dni wcześniej. Żeby temu przeciwdziałać i lepiej estymować VaR, użyjemy wag, gdzie do każdej obserwacji jest przypisana waga z czym najświeższe obserwacje mają najwyższe wagi.

3.4 Testy wsteczne

Testy wsteczne użyte do sprawdzenia poprawności oszacowanego modelu VaR to test Kupca, Christoffersen oraz Test wartości rzeczywistych, opierający się na



Rysunek 9:

rozkładzie dwumianowym. Wszystkie testy zostały przeprowadzone na 250 dniowym oknie i ich wyniki obrazują odsetek odrzuceń hipotezy zerowej na poziomie ufności 0.05. Test kupca sprawdza czy ilość odrzuceń jest zgodna z założeniami VaR, czyli czy nasz VaR rzeczywiście odrzuca 5% obserwacji.

Test Christoffersen sprawdza czy obserwacje są nie zależne w czasie, na przykład czy są trzy duże ruchy pod rząd, odrzucenie hipotezy zerowej świadczy o tym że taki ruch lub podobny mógł wystąpić.

Test wartości rzeczywistej sprawdza czy ilość obserwacji odstających jest w przedziale ufności.

Dla VaR Historycznego mamy

	VaR 95	VaR 99
Kupca	-	-
Wartości	0.30	0.17
Christoffersena	0.20	0.09

Interpretując wyniki możemy stwierdzić że VaR nie został odpowiednio wyestymowany. Test historyczny dla kupca nie ma sensu ponieważ sprawdzamy czy VaR, który policzyliśmy jest VaR-em

	VaR 95	VaR 99
Kupca	0.14	0.90
Wartości	0.14	0.0
Christoffersen	0.13	0.0

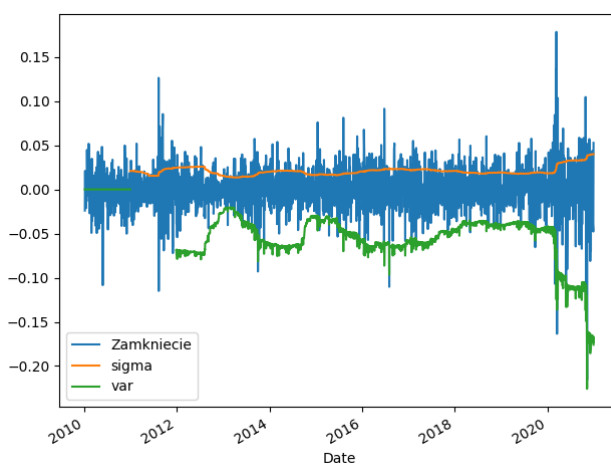
VaR 95% wydaje się być dobrze estymowany biorąc poprawkę na trudność w estymacji naszego szeregu, natomiast Var 99% pokazuje że nasz model z pewnością się źle wyśtosowywał dając nam bardzo podejrzane wartości.

4 EWMA

4.1 Wstęp do EWMA

EWMA to model który modeluje zmienność licząc ją na podstawie szeregu geometrycznego gdzie odchylenie $t+1$ jest równe poprzednim odchyleni pomnożonemu razy eksponencjalnie ważoną średnią ruchomą

4.2 Modelowane EWMA



Rysunek 10:

4.3 Testy wsteczne

Przeprowadzając te same testy wsteczny otrzymujemy wyniki:

	VaR 95	VaR 99
Kupca	0.89	0.90
Wartości	0.90	0.0
Christofersena	0.75	0.75

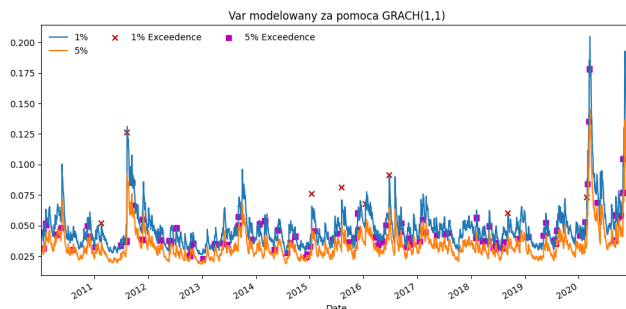
Możemy bez wątpienia stwierdzić że model ten źle VaR

5 GARCH

5.1 Wstęp do GARCH

Garch jest kolejnym podejściem parametrycznym który stara się modelować zmienność szeregu czasowego. Dzięki większej ilości parametrów i dobraniu parametrów do danych, możemy oczekiwać tutaj najlepszych wyników

5.2 Modelowanie GARCH



Rysunek 11:

obserwując wykres mamy inny wykres w porównaniu do poprzednich wykresów bardziej dynamicznie szacowany VaR co sprawia że bardziej możemy zaufać wartościom VaR

5.3 Testy wsteczne

Na dobre dopasowanie VaR wskazują wyniki testów

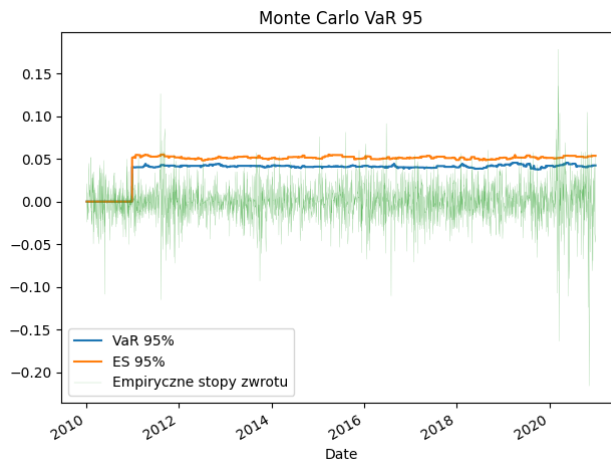
	VaR 95	VaR 99
Kupca	0.14	0.0
Wartości	0.13	0.44
Christoffersen	0.13	0.00

Wskazują one na dobrą estymację VaR 95% oraz zawyżoną estymację VaR 99%

6 Monte Carlo

6.1 Wstęp do Monte Carlo

Metoda Monte Carlo polega na wielokrotnym symulowaniu jak zachował by się nasz VaR w sytuacji gdy nasz szereg czasowy byłby losowany ze stałej dystrybucji. Użyta w tym przypadku dystrybucja to rozkład normalny dopasowany do danych. Nie spodziewamy się tu dobrych wyników ponieważ bierzemy średnią z wszystkich symulacji, których było 100 co sprawi że nasz VaR będzie gładki i prawdopodobnie gorszy niż VaR policzony metodą historyczną na całym zbiorze danych. Obrazuje to Wykres VaR oraz testy wsteczne.



Rysunek 12:

6.2 Testy wsteczne

	VaR 95	VaR 99
Kupca	0.66	0.52
Wartości	0.67	0.16
Christoffersen	0.66	0.16

Znów widzimy że VaR nie został poprawnie wyestymowany.

7 Podsumowanie

Podsumowując metoda VaR dla dynamicznej i zmiennej stopy zwrotu akcji M-Banku okazała się trudna gdyż nie udało się wyestymować dobrego modelu VaR, gdzie najbliższej dobrej estymacji udało nam się dojść w przypadku modelowania GARCH. Wynika to z dużej zmienności cen akcji oraz wzmożonej zmienności w roku 2020 która była nie do przewidzenia przez nasze modele powodując największy odsetek odrzuceń hipotez zerowych naszych testów wstecznych.