# Probabilités pour les sciences exactes L2 PALP / Info td4

Stephan Kunne stephan.kunne@univ-nantes.fr

https://github.com/skunne/l2probabilites

Lundi après-midi, 15h30-16h50; 17h-18h20.

Les séances de TD sont obligatoires.

**En cas d'absence :** me prévenir par e-mail avant le début de la séance. (stephan.kunne@univ-nantes.fr)

#### Fonctionnement des séances

Cours sur zoom

Vérifiez que votre micro est bien désactivé au début de la séance

Posez des questions par écrit dans le chat zoom ("Converser"/"Chat")

Poser une question à l'oral :

Cliquez sur "lever la main"/"raise hand"

Attendez que je vous dise d'activer votre micro

Pensez à baisser la main une fois que je vous ai donné la parole

#### **Contrôle continu:**

```
mercredi 10 février de 8h à 9h (tiers-temps : jusqu'à 9h20)
```

#### Programme:

- \* les trois cours magistraux (jusqu'à la définition de l'indépendance) ;
- \* les exercices de la feuille 1 (jusqu'à l'exercice 8).

Une partie QCM

Une partie à rédiger

#### Séance de la semaine dernière

Exercice 8 : on jette deux fois un dé équilibré

Exercice 9: Une urne contient 2 boules blanches et 4 boules noires

Exercice 10 : Calculer  $\sum_{k=0}^{n} k^2 \binom{n}{k}$ 

Séance du lundi 8 février 15h30 - 16h50

# Séance du lundi 8 février 15h30 - 16h50

Les diapositives et notes du TD sont disponibles : https://github.com/skunne/l2probabilites

### Soit *n* un entier strictement positif.

**1. Montrer que** 
$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$$

Considérer l'ensemble  $E = \{1, 2, ..., 2n\}$  et ses deux sous-ensembles  $E_1 = \{1, 2, ..., n\}$  et  $E_2 = \{n+1, n+1, ..., 2n\}$ .

Calculer le nombre de façons de choisir n éléments dans E en décomposant E entre  $E_1$  et  $E_2$ .

### Soit *n* un entier strictement positif.

**1. Montrer que** 
$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$$

On note  $F_n$  le nombre de façons de choisir n éléments dans E.

On sait que 
$$F_n = \binom{2n}{n}$$

On va recalculer F<sub>n</sub> différemment, en utilisant E<sub>1</sub> et E<sub>2</sub>.

#### Soit *n* un entier strictement positif.

Comment choisir *n* éléments dans E, sachant que certains éléments seront dans E<sub>1</sub> et certains éléments dans E<sub>2</sub> ?

On choisit d'abord le nombre k d'éléments dans  $E_1$ . Le nombre k peut être n'importe quel nombre entre 0 et n inclus.

Après avoir choisi le nombre k, on choisit k éléments dans  $E_1$ , et (n-k) éléments dans  $E_2$ .

### Soit *n* un entier strictement positif.

**1. Montrer que** 
$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$$

Comment choisir n éléments dans E, sachant que certains éléments seront dans  $E_1$  et certains éléments dans  $E_2$ ?

Le nombre k étant choisi, il y a  $\binom{n}{k}\binom{n}{n-k}$  manières de choisir k éléments dans  $E_1$  et (n-k) dans  $E_2$ .

### Soit *n* un entier strictement positif.

**1. Montrer que** 
$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$$

Comment choisir n éléments dans E, sachant que certains éléments seront dans  $E_1$  et certains éléments dans  $E_2$ ?

Le nombre total de manières de choisir n éléments dans E est donc :

$$F_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n}{n-k}$$

## Soit *n* un entier strictement positif.

**1. Montrer que** 
$$\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2$$

$$Or \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Donc le nombre total de manières de choisir n éléments dans E est :

$$F_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$$

On a ainsi montré:

$$F_n = {2n \choose n} = \sum_{k=0}^n {n \choose k}^2$$