

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Введение в базовые операции

ВАРИАНТ 2

Во всех заданиях для генерирования случайных величин можно пользоваться **только** командами **rand** и **randn**. Все задания должны выполняться с минимальным использованием циклов. Каждое задание должно быть оформлено как блок в скрипте. В каждом задании, где нужно что-либо “проверить”, программа должна выводить адекватное сообщение об ошибке в случае невыполнения проверяемого условия.

Любое измерение скорости работы алгоритма должно производиться по большому количеству запусков алгоритма при фиксированных параметрах, с последующим усреднением результатов.

1 [0,5]. Задать два вещественных числа (a и b), натуральное число n и равномерную сетку на $[a, b]$ с n точками. Задать функцию $f(x) = \cos(x^2 - 4|x|)$. Нарисовать график её значений на сетке, отметить на графике отдельно глобальные максимум и минимум, а соответствующие значения функции вывести в командное окно.

2 [0,5]. Запросить у пользователя ввод числа n . Проверить, что введенное число — простое.

1. Создать вектор из всех нечетных чисел, делящихся на 7, из промежутка от 1 до n .

2. Построить матрицу размера $n \times n$, все элементы i -й строки которой равны $i + 1$.

3. Создать матрицу B $(n + 1) \times (n + 1)$ вида

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Вытянуть матрицу B в вектор c . Присвоить переменной D последние 2 столбца матрицы B .

3 [0,5]. Создать матрицу размера 5×8 , состоящую из случайных элементов с равномерным распределением среди целых чисел от -10 до 10, найти максимальный элемент на диагонали этой матрицы, найти максимальное и минимальное отношение произведения к сумме для строк этой матрицы, отсортировать строки матрицы в обратном лексикографическом порядке (то есть строка $[a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$ стоит в матрице ниже строки $[b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$, если $a_i = b_i$ при $i = 1, \dots, k - 1$ и $a_k < b_k$ для некоторого k).

4 [0,5]. Реализовать разбиение произвольной матрицы $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ на матрицы R, G, B по следующему правилу:

$$A = \begin{bmatrix} G_{11} & R_{11} & G_{12} & R_{12} & \dots \\ B_{11} & G_{21} & B_{12} & G_{22} & \dots \\ G_{31} & R_{21} & G_{32} & R_{22} & \dots \\ B_{21} & G_{41} & B_{22} & G_{42} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Предусмотреть в программе проверки выполнения условий, когда указанное разбиение на матрицы можно построить.

5 [0,5]. Для пар векторов $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$ построить матрицу $A \in \mathbb{R}^{nm \times 2}$, строки которой — все пары декартова произведения $x \times y$.

6 [0,5]. Задан $3 \times n$ массив точек, интерпретируемый как координаты векторов $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^3$. Построить матрицу $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, такую, что $a_{ij} = |x_i \times x_j|$ (модуль векторного произведения).

7 [0,5]. Даны векторы a размерности n и b размерности m . Найти, используя только арифметические операции и команды **max** и **min**, максимум функции $|a_i - b_j|$, где a_i — элемент вектора a , b_j — элемент вектора b . Функцию **abs** и дополнительную память не использовать.

8 [0,5]. Пусть у нас задано n точек в пространстве \mathbb{R}^k в виде матрицы **double[n,k]**. Требуется построить матрицу **double[n,n]** расстояний между каждой парой точек. Пользоваться командами **pdist** и **squareform** нельзя.

9 [0,5]. Реализовать функцию **C = my_add(A,B)**, которая выполняет сложение матриц $C = A + B$ по определению. Сравнить быстродействие этой функции и стандартного сложения матриц для матриц различной размерности. Построить график времени работы.

10 [0,5]. Проверить, является ли вектор A симметричным. Например, векторы $A = [3, 4, 5, 4, 3]$, $A = [6, 6]$, $A = [7]$ являются, а векторы $A = [1, 2]$, $A = [1, 2, 3, 4, 1]$ — нет.

11 [1]. Сгенерировать вектор из n случайных величин с равномерным распределением на отрезке $[0, a]$. Проверить неравенство Маркова: для заданного числа $b > 0$ вывести долю элементов вектора, больших b , и сравнить с числом $a/2b$.

12 [2]. По аналогии с функцией **trapz** реализовать аналогичные функции **rectangles** (интегрирование методом прямоугольников) и **simpson** (методом Симпсона). С помощью них построить график первообразной функции $f(x) = \exp(-x^2)$. Сравнить внутреннюю скорость сходимости при использовании всех трёх методов (внутренняя скорость сходимости определяется с помощью сравнения разностей решений при шаге h и $h/2$, нарисовать график этой ошибки в зависимости от h). Сравнить время вычисления.

13 [1]. Задать формулу для некоторой функции и её производной. На одном графике в логарифмическом масштабе (**loglog**) вывести модули разностей между точным значением производной в некоторой точке и правой и центральной разностной производной в зависимости от шага численного дифференцирования. Для генерации сеток, удобных для визуализации графиков в логарифмическом масштабе, рекомендуется использовать команду **logspace**.