실해석학 스터디 1주차

JEAWON NA

교재: Walter Rudin - Real and Complex Analysis-McGraw-Hill Education (1986)
범위: CHAPER ONE "ABSTRACT INTEGRATION": Set-Theoretic Notatinos and Terminology, The Concept of Measurability, Simple Functions, Elementary Properties of Measures, Arithmetic in [0, ∞]

Set-Theoretic Notations and Terminology

1.1

1.1의 내용은 집합에 대한 기본적인 내용을 소개하고 있다. 여기 나온 내용에 대해서 간략하게 언급만 해 보자.

> 집합이란 member의 구분이 있으면 된다. 어떤 요소가 찾아왔을 때, 그 친구가 member인지 아닌지만 구분해 줄 수 있다면 그것이 집합이다. 그래서, member들을 나열해서 집합을 표현할 수도 있고, member인지 아닌지를 판단할 수 있는 기준을 명시해서 집합을 표현할 수도 있다.
>
> 두 집합에 대해, 합집합과 교집합, 차집합, 포함관계 등을 간단하게 정의할 수 있다.
>
> cartesian product와 extended real number system에 대한 언급을 하고 있다.
>
> 두 집합 A, B에 대해, 함수 $f : A \to B$를 정의할 수 있다. 그리고 함수 f에 대해, inverse image 또는 preimage라 부르는 $f^{-1}(E)$에 대해 정의할 수 있다. 그리고 domain, range에 대한 설명과 onto, one-to-one에 대한 설명을 하고 있다. one-to-one 인 경우에 한하여, f^{-1}는 f의 range에서 domain으로 가는 함수이다.
>
> f의 range가 실수이면 real function, 복소수이면 complex function이라 한다. 이 경우 $f \geq 0$과 같은 표현을 사용할 수 있다.

참고로 다음이 성립한다.

Date: 2025. 5. 13.

$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$ and $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.

Also, $f^{-1}(A^c) = (f^{-1}(A))^c$.

Collorary: $f^{-1}(A - B) = f^{-1}(A) - f^{-1}(B)$

$\langle$ **proof** $\rangle$

1. $a \in f^{-1}(A \cup B) \iff f(a) \in A \cup B \iff f(a) \in A$ or $f(a) \in B \iff a \in f^{-1}(A)$ or $a \in f^{-1}(B) \iff a \in f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$.
2. $a \in f^{-1}(A \cap B) \iff f(a) \in A \cap B \iff f(a) \in A$ and $f(a) \in B \iff a \in f^{-1}(A)$ and $a \in f^{-1}(B) \iff a \in f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.
3. $a \in f^{-1}(A^c) \iff f(a) \in A^c \iff f(a) \notin A \iff a \notin f^{-1}(A) \iff a \in (f^{-1}(A))^c$.
4. $f^{-1}(A - B) = f^{-1}(A \cap B^c) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B^c) = f^{-1}(A) \cap (f^{-1}(B))^c = f^{-1}(A) - f^{-1}(B)$.

. . .